Warburg

Experimentalphysik.

FREIBURG I. B. und LEIPZIG
Akademische Verlagsbuchhandlung von J. C. B. Mohr
(Paul Siebeck.)

Phys. g. 625 ≐

Phys. g. 625 3

EXPERIMENTALPHYSIK.

6 2i. d. P

LEHRBUCH

DER

EXPERIMENTALPHYSIK

FÜR STUDIRENDE

VON

Dr. EMIL WARBURG,

PROFESSOR AN DER UNIVERSITÄT FREIBURG.

MIT 403 ORIGINAL-ABBILDUNGEN IM TEXT.

FREIBURG I. B. UND LEIPZIG, 1893.

AKADEMISCHE VERLAGSBUCHHANDLUNG VON J. C. B. MOHR

(PAUL SIEBECK).

g 159 | 1100

Bayerische
Staatsbibliothek
MÜNCHEN

*Das Recht der Uebersetzung in fremde Sprachen behält sich
die Verlagsbuchhandlung vor.*

Vorwort.

Das vorliegende Buch ist besonders für Hörer der Experimentalphysik zum Gebrauch neben der Vorlesung bestimmt; dieser Zweck war für die Auswahl und die Behandlung des Stoffs maassgebend.

Herr Dr. G. Meyer hatte die Freundlichkeit, einen grossen Theil der numerischen Angaben zu kontrolliren.

Zu grossem Dank bin ich Herrn Dr. L. Zehnder verpflichtet, welcher eine ganze Correktur des Buches gelesen und mir sowohl in Bezug auf die Figuren als auch in Bezug auf den Text viele werthvolle Rathschläge ertheilt hat.

Freiburg i. B., im März 1893.

E. Warburg.

Inhaltsverzeichniss.

Seite

Einleitung . . . . 1—2

1. Naturgesetz. — 2. Mechanik als Grundlage der Physik. — 3. Aus der Trigonometrie.

I. Abschnitt. Mechanische Grundbegriffe . . . . 2—9

4. Ruhe. — 5. Abstraktion von der Bewegung der Erde. — 6. Gleichförmige Bewegung. — 7. Geschwindigkeit. — 8. Längeneinheit. — 9. Zeiteinheit. — 10. Geschwindigkeit in der ungleichförmigen Bewegung. — 11. Das erste Bewegungsgesetz, Kraftbegriff. — 12. Bestimmungsstücke einer Kraft, Definition gleicher Kräfte. — 13. Druck- und Zugkräfte. — 14. Scheinbare Fernkräfte. — 15. Schwerkraft. — 16. Das dritte Bewegungsgesetz. — 17. Gravitationsmaass der Kraft. — 18. Gleichgewicht zwischen der Schwerkraft und Zug- oder Druckkräften; Federwage. — 19. Kräfte durch Strecken dargestellt. — 20. Satz vom Parallelogramm der Kräfte. — 21. Versuch. — 22. Gleichgewicht dreier an einem Punkt wirkender Kräfte. — 23. Zerlegung einer Kraft in Componenten.

II. Abschnitt. Mechanik starrer Körper . . . . 9—49

I. Abtheilung. Gleichgewicht starrer Körper . . . . 9—24

Allgemeine Sätze . . . . 9—12

24. Starrer Körper. — 25. Verlegung des Angriffspunkts einer Kraft. — 26. Resultante. — 27. Hebel. — 28. Das statische Moment einer Kraft. — 29. Hebelgesetz. — 30. Drehungsmoment. — 31. Biegsamer Hebel. — 32. Resultante paralleler und gleichgerichteter Kräfte. — 33. Mittelpunkt paralleler Kräfte.

Vom Schwerpunkt . . . . 12—14

34. Schwerpunkt. — 35. Gleichgewicht unterstützter Körper, stabiles und labiles Gleichgewicht. — 36. Bifilare Aufhängung.

Von den Maschinen . . . . 14—22

37. Rolle. — 38. Feste Rolle. — 39. Flaschenzug. — 40. Maschine. — 41. Wege des Kraft- und Lastgewichts. — 42. Arbeit. — 43. Princip der Arbeit bei Maschinen. — 44. Anwendung des Princips der Arbeit. — 45. Das Princip der virtuellen Bewegungen. — 46. Gesetz von der Erhaltung der Energie. — 47. Schiefe Ebene. — 48. Die Arbeit beim Heben ist unabhängig vom Weg. — 49. Reibung. — 50. Ruhewinkel. — 51. Arbeit bei der Reibung, Räder. — 52. Friktionsräder. — 53. Scheinbarer Energieverlust bei der Reibung. — 54. Schraube. — 55. Schraubenbewegung. — 56. Die Schraube als Maschine. — 57. Mikrometerschraube. — 58. Schlittenverschiebung. — 59. Hebel. — 60. Differentialflaschenzug.

Die Wage . . . . 22—24

61. Die Wage. — 62. Empfindlichkeit. — 63. Arretirung. — 64. Reiterverschiebung. — 65. Prüfung auf Gleicharmigkeit. — 66. Genauigkeit der Wage. — 67. Brückenwage.

Seite

II. Abtheilung. Bewegung starrer Körper . . . . 25—49

Das zweite Bewegungsgesetz . . . . 25—27
68. Beschleunigung. — 69. Masse. — 70. Das zweite Bewegungsgesetz und das absolute Kraftmaass, Dyne. — 71. Masse und Gewicht. — 72. Bewegungsgrösse. — 73. Stoss.

Die Fallgesetze . . . . 27—30
74. Endgeschwindigkeit und Fallzeit. — 75. Fallraum und Fallzeit. — 76. Endgeschwindigkeit und Fallraum. — 77. Masse und Gewicht. — 78. Fall auf der schiefen Ebene. — 79. Atwood'sche Fallmaschine. — 80. Luftwiderstand.

Das d'Alembert'sche Princip . . . . 30—32
81. Das d'Alembert'sche Princip. — 82. Beispiele.

Wurfbewegung im Felde der Schwerkraft . . . 32—35
83. Vertikaler Wurf. — 84. Steighöhe. — 85. Kinetische und potentielle Energie. — 86. Die kinetische Energie in absolutem Maass, Erg. — 87. Verwandlung von potentieller Energie in kinetische beim freien Fall. — 88. Satz von der kinetischen Energie (lebendigen Kraft). — 89. Zusammensetzung von Bewegungen. — 90. Satz vom Parallelogramm der Kräfte. — 91. Der schiefe Wurf.

Von den Pendelschwingungen . . . . 35—38
92. Mathematisches Pendel. — 93. Energie der Pendelschwingungen. — 94. Schwingungsdauer. — 95. Bestimmung von g. — 96. Einfluss der Luft. — 97. Pendelartige Schwingungen irgend eines Massenpunktes. — 98. Schwingungsform.

Von der krummlinigen Bewegung . . . . . . 38—41
99. Tangentiale und centripetale Componente der Beschleunigung. — 100. Winkelgeschwindigkeit. — 101. Centrifugaler Trägheitswiderstand. — 102. Beispiel. — 103. Schwungmaschine. — 104. Versuche mit der Schwungmaschine. — 105. Beanspruchung der Drehungsaxe.

Das physische Pendel . . . . 41—44
106. Correspondirende Pendellänge. — 107. Berechnung der correspondirenden Pendellänge. — 108 Trägheitsmoment. — 109. Bestimmung der correspondirenden Pendellänge. — 110. Bestimmung von g durch das physischePendel. — 111. Pendeluhr.

Das Gravitationsgesetz . . . . 44—48
112. Das Newton'sche Gravitationsgesetz. — 113. Ursache der Schwere. — 114. Aenderung der Schwere auf der Erdoberfläche. — 115. Bewegung des Mondes. — 116. Die Kepler'schen Gesetze. — 117. Gravitationsconstante, Erdmasse.

Zur Erde relative Bewegungen, welche von der Erdrotation abhängen . . . . 48—49
118. Abweichung eines frei fallenden Körpers von der Vertikalen. — 119. Einfluss der Erdrotation auf die Windrichtung. — 120. Der Foucault'sche Pendelversuch. —

121. Zur Geschichte der Mechanik 49

III. Abschnitt. Mechanik der Flüssigkeiten . . . . . . 50—81

I. Abtheilung. Gleichgewicht der Flüssigkeiten . . . . 50—72

Der Schwere entzogene Flüssigkeit . . . . . 50—53
122. Definition der Flüssigkeit. — 123. Druck des Wassers. — 124. Axiom. — 125. Der Druck in einer Flüssigkeit ist stets senkrecht zur gedrückten Fläche. — 126. Hydrostatischer Druck. — 127. Der Schwere entzogene Flüssigkeit. — 128. Die hydraulische Presse. — 129. Druckwasser. — 130. Der hydrostatische Druck in der hydraulischen Presse.

Seite

Schwere Flüssigkeit . . . . 53—58

131. In einer schweren Flüssigkeit ist der Druck in allen Punkten einer und derselben Horizontalebene gleich gross. — 132. Druckzunahme mit der Tiefe. — 133. Hydrostatische Drucke durch Flüssigkeitshöhen ausgedrückt. — 134. Freie Flüssigkeitsoberfläche und Trennungsfläche zweier Flüssigkeiten. — 135. Eine freie Flüssigkeitsoberfläche ist eine Niveaufläche. — 136. Erläuternde Versuche. — 137. Das Archimedes'sche Princip über den Auftrieb. — 138. Allgemeiner Beweis. — 139. Scheinbarer Gewichtsverlust eines Körpers in einer Flüssigkeit. — 140. Das Schwimmen.

Specifisches Gewicht . . . . 58—61

141. Specifisches Gewicht, Dichtigkeit, specifisches Volumen. — 142. Bestimmung des specifischen Gewichts nach dem Archimedes'schen Princip. — 143. Pyknometer. — 144. Skalenaräometer. — 145. Methode der communicirenden Röhren. — 146. Die specifischen Gewichte einiger Körper.

Vom Luftdruck . . . . 61—66

147. Einfluss der Zusammendrückbarkeit der Luft. — 148. Messung des Luftdrucks. — 149. Der Luftdruck in Gravitationsmaass. — 150. Barometer. — 151. Körper in der Luft. — 152. Barometer durch eine luftdicht schliessende Glocke von der äussern Luft abgesperrt. — 153. Reducirter Barometerstand. — 154. Abgelesener Barometerstand. — 155. Die Temperaturkorrektion. — 156. Capillardepression. — 157. Auskochen des Barometers. — 158. Aneroidbarometer. — 159. Abnahme des Luftdrucks mit wachsender Höhe, barometrisches Höhenmessen.

Wirkungen des Luftdrucks (Pumpen) . . . . . 66—71

160. Heber. — 161. Saugpumpe. — 162. Druckpumpe. — 163. Compressionsluftpumpe. — 164. Luftpumpe. — 165. Vacuummeter. — 166. Luftpumpenversuche. — 167. Quecksilberluftpumpen. — 168. Druckmessung nach Mac Leod.

Vom Gewicht der Luft . . . . 71—72

169. Dichtigkeit der Luft. — 170. Reduktion der Wägungen auf den luftleeren Raum. — 171. Luftballon.

II. Abtheilung. Bewegung der Flüssigkeiten . . . . 72—81

Das Torricelli'sche Theorem . . . . 72—79

172. Das Torricelli'sche Theorem. — 173. Mariotte'sche Flasche. — 174. Ausflussmenge. — 175. Wasserstrahlpumpe. — 176. Gebläse. — 177. Hydrostatischer und hydrodynamischer Druck. — 178. Die Sprengel'sche und Bunsen'sche Pumpe. — 179. Gasometer. — 180. Ausflussgeschwindigkeit der Gase. — 181. Bunsen's Apparat zur Vergleichung des specifischen Gewichts der Gase. — 182. Druckdifferenzen in Gasstrahlen. — 183. Der Bunsen'sche Brenner.

Wasserkräfte und Wasserräder . . . . . . 79—81

184. Wasserkraft, Effekt, Pferdekraft, Watt. — 185. Das oberschlächtige Rad. — 186. Motor, Effekt eines Motors. — 187. Der Prony'sche Zaun. — 188. Nutzeffekt oder Wirkungsgrad.

IV. Abschnitt. Elasticität, Viskosität, Oberflächenspannung, Diffusion, Absorption . . . . 81—102

Elasticität . . . . 81— 92

189. Elasticität. — 190. Flüssiger und fester Körper. — 191. Gasförmige und tropfbare Flüssigkeit. — 192. Volumelasticität. — 193. Das Boyle-Mariotte'sche Gesetz. — 194. Versuche über das Boyle-Mariotte'sche Gesetz. — 195. Elasticität

Seite

eines Gases. — 196. Abweichungen vom Boyle-Mariotte'schen Gesetz. — 197. Elasticität der tropfbaren Flüssigkeiten. — 198. Elasticität fester Körper. — 199. Isotroper und anisotroper Körper. — 200. Längsdilatation und Quercontraction. — 201. Elasticitätscoefficient. — 202. Das Verhältniss $\frac{\text{Quercontraktion}}{\text{Längsdilatation}}$. — 203. Cubische Dilatation oder Compression bei einseitigem Zug oder Druck. — 204. Cubische Dilatation oder Compression bei allseitigem Druck. — 205. Biegung. — 206. Torsion. — 207. Elastische Nachwirkung. — 208. Dehnbarer und spröder Körper. — 209. Härte. — 210. Stoss einer elastischen Kugel auf eine feste elastische Platte. — 211. Centraler Stoss zweier elastischer Kugeln. — 212. Die kinetische Theorie der Gase. — 213. Molekularkräfte und molekulare Bewegungen.

Viskosität . . . . 92— 93

214. Viskosität oder innere Reibung der Flüssigkeiten. — 215. Das Poiseuille'sche Gesetz.

Oberflächenspannung . . . . 93— 97

216. Spannung flüssiger Lamellen. — 217. Die Constante der Oberflächenspannung. — 218. Gestalt einer der Schwere entzogenen Flüssigkeitsmasse. — 219. Theorie der Ausbreitung. — 220. Gestalt der Flüssigkeitsoberfläche an einer Gefässwand. — 221. Theorie der Capillarröhren.

Diffusion . . . . 97—101

222. Diffusion. — 223. Freie Diffusion der Gase. — 224. Das Dalton'sche Gesetz. — 225. Diffusion der Gase durch poröse Scheidewände. — 226. Diffusion der Gase durch colloidale Scheidewände. — 227. Freie Diffusion der tropfbaren Flüssigkeiten. — 228. Contraktion bei der Mischung tropfbarer Flüssigkeiten. — 229. Osmose. — 230. Osmotischer Druck.

Absorption . . . . 101—102

231. Absorption der Gase durch tropfbare Flüssigkeiten. — 232. Das Henry'sche Gesetz und der Bunsen'sche Absorptionscoefficient. — 233. Das Henry-Dalton'sche Gesetz. — 234. Absorption der Gase durch feste Körper, Occlusion der Gase durch Metalle. — 235. Verhalten der Kohle. — 236. Die Wasserhaut des Glases.

V. Abschnitt. Vom Schall . . . . 102—131

Von den musikalischen Klängen . . . . 102—108

237. Schallempfindung und Schall. — 238. Musikalischer Klang. — 239. Ein musikalischer Klang von constanter Stärke ist eine periodische Schwingungsbewegung. — 240. Die Tonhöhe eines musikalischen Klanges hängt nur von seiner Schwingungszahl ab. — 241. Das musikalische Intervall zweier Klänge hängt nur von dem Verhältniss ihrer Schwingungszahlen ab. — 242. Die Sirene von Cagniard de la Tour. — 243. Benennung und Bezeichnung der musikalischen Klänge. — 244. Bestimmung der Schwingungsform durch die Schreibmethode. — 245. Optische Methode. — 246. Musikalischer Ton und musikalischer Klang, harmonische Obertöne. — 247. Der Fourier'sche Satz und das Ohm'sche Gesetz. — 248. Die Theorie der Klangfarbe nach v. Helmholtz. — 249. Intensität einer pendelartigen Schwingungsbewegung.

Von der Fortpflanzung des Schalls . . . . . 108—115

250. Der Schall pflanzt sich nur durch wägbare Körper fort. — 251. Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalls. —

Seite

252. Wellenbewegung. — 253. Die Mach'sche Wellenmaschine. — 254. Wellenlänge. — 255. Die relative Verzögerung. — 256. Transversale und longitudinale Wellenbewegung. — 257. Wasserwellen. — 258. Transversale Seilwellen. — 259 Longitudinale Luftwellen. — 260. Kugelförmige longitudinale Luftwellen. — 261. Die Fortpflanzung des Schalls durch eine Flüssigkeit geschieht durch longitudinale Wellenbewegung derselben. — 262. Fortpflanzungsgeschwindigkeit longitudinaler Wellen in einer Flüssigkeit. — 263. Schallgeschwindigkeit in der Luft. — 264. Schallgeschwindigkeit im Wasser.

Von der Reflexion und Interferenz der Schallwellen . . . . 115—120

265. Reflexion des Schalls. — 266. Princip der Interferenz. — 267. Der Quincke'sche Interferenzversuch. — 268. Schwebungen. — 269. Lissajou's Methode. — 270. Bestimmung der Schwingungsform durch das Vibrationsmikroskop. — 271. Theorie der Consonanz und Dissonanz.

Von den freien und erzwungenen Schwingungen eines Punktes . . . . 120—121

272. Freie Schwingungen eines Punktes. — 273. Erzwungene Schwingungen eines Punktes. — 274. Resonatoren. — 275. Combinationstöne.

Von den freien und erzwungenen Schwingungen der Saiten . . . . 122—125

276. Schwingungszahl. — 277. Klangfarbe. — 278. Grundton und Obertöne, stehende Schwingungen. — 279. Flageoletklänge. — 280. Erzwungene Saitenschwingungen. — 281. Bildung stehender Wellen durch Interferenz direkter und reflektirter Wellen.

Von den freien und erzwungenen Schwingungen der Luft in Röhren . . . . 125—131

282. Schwingungszahl. — 283. Lippenpfeife. — 284. Klangfarbe, Grundton und Obertöne, stehende Luftschwingungen. — 285. Abweichung von der Theorie wegen der freien Enden. — 286. Abweichung wegen der Röhrenwände. — 287. Die Kundt'schen Staubfiguren. — 288. Die König'schen Membran-Kapseln. — 289. Longitudinalschwingungen der Stäbe und Röhren. — 290. Erzwungene Schwingungen der Luft in Röhren. — 291. Geschwindigkeit der longitudinalen Welle in festen Körpern. — 292. Bestimmung der Schallgeschwindigkeit in Gasen. — 293. Zungenpfeife.

VI. Abschnitt. Von der Wärme . . . . 131—189

Thermometrie . . . . 131—136

294. Temperatur. — 295. Quecksilberthermometer, scheinbare Ausdehnung. — 296. Füllung. — 297. Bestimmung der Fixpunkte. — 298. Die hunderttheilige Skala. — 299. Calibrirung des Thermometers. — 300. Definition der Temperatur nach dem Quecksilberthermometer. — 301. Empfindlichkeit des Quecksilberthermometers. — 302. Correktion wegen des herausragenden Fadens. — 303. Allgemeine Bedeutung des Temperaturbegriffs. — 304. Mängel des Quecksilberthermometers a) beschränkter Bereich. — 305. b) Nachwirkungsdilatationen. — 306. c) Abhängigkeit der Temperaturskala von der Glassorte. — 307. Maximum- und Minimumthermometer.

Seite

Von der thermischen Ausdehnung . . . . . 136—144

308. Lineare Ausdehnung fester Körper. — 309. Linearer Ausdehnungscoefficient. — 310. Compensationspendel. — 311. Compensationsstreifen. — 312. Der cubische Ausdehnungscoefficient ist das Dreifache des linearen. — 313. Ausdehnungscoefficient einer tropfbaren Flüssigkeit. — 314. Indirekte Bestimmung aus der scheinbaren Ausdehnung. — 315. Direkte Bestimmung durch die Methode der communicirenden Röhren. — 316. Kathetometer. — 317. Libellen. — 318. Angaben über die Ausdehnung tropfbarer Flüssigkeiten. — 319. Dichtigkeitsmaximum des Wassers. — 320. Der Ausdehnungscoefficient der Gase. — 321. Das Druckgesetz der Gase. — 322. Reduktion der Gasvolumina. — 323. Bestimmung von α durch das Jolly'sche Luftthermometer. — 324. Definition und Messung der Temperatur nach dem Luftthermometer. — 325. Absolute Temperatur nach dem Luftthermometer. — 326. Vorzüge des Luftthermometers vor dem Quecksilberthermometer.

Calorimetrie . . . . 144—149

327. Calorie. — 328. Wärmecapacität oder calorimetrischer Wasserwerth. — 329. Specifische Wärme einer Substanz. — 330. Methode der Mischung. — 331. Das Eiscalorimeter von Lavoisier und Laplace. — 332. Das Bunsen'sche Eiscalorimeter. — 333. Grosse specifische Wärme des Wassers. — 334. Das Gesetz über die Atomwärmen von Petit und Dulong. — 335. Specifische Wärme der Gase.

Mechanische Wärmetheorie . . . . 149—157

336. Wärme eine Form der Energie. — 337. Die Versuche von Joule. — 338. Das mechanische Wärmeäquivalent. — 339. Natur der Wärme. — 340. Energie eines Körpers. — 341. Erwärmung eines Gases bei der Zusammendrückung. — 342. Abkühlung eines Gases bei Ausdehnung. — 343. Ausdehnung eines Gases ohne Temperaturänderung. — 344. Arbeit bei der Volumänderung eines Gases. — 345. Die Energie eines Gases ist bei constanter Temperatur vom Volumen unabhängig. — 346. Graphische Darstellung nach Clapeyron. — 347. Isotherme und adiabatische Linien. — 348. Die beiden specifischen Wärmen c_p und c_v. — 349. Isotherme und adiabatische Elasticität. — 350. Methode von Clement und Desormes zur Bestimmung von k. — 351. Bestimmung von k aus der Schallgeschwindigkeit. — 352. J. R. Mayer's Bestimmung des mechanischen Wärmeäquivalents. — 353. Berechnung von c_p und c_v aus $c_p—c_v$ und c_p/c_v. — 354. Die specifische Wärme des Quecksilbergases.

Schmelzen . . . . 157—161

355. Schmelzpunkt und latente Schmelzwärme. — 356. Unterkühlung. — 357. Schmelzpunkte. — 358. Bestimmung der latenten Schmelzwärme. — 359. Das Raoult'sche Gesetz. — 360. Scheinbare Abweichungen vom Raoult'schen Gesetze. — 361. Kältemischungen. — 362. Volumänderung beim Schmelzen. — 363. Aenderung des Schmelzpunkts durch Erhöhung des Drucks. — 364. Regelation des Eises.

Von den gesättigten Dämpfen und vom Sieden 161—167

365. Gesättigter Dampf. — 366. Bestimmung des Sättigungsdrucks. — 367. Dampfbildung im lufterfüllten Raum. — 368. Latente Verdampfungswärme. — 369. Verdampfen an freier Luft. — 370. Sieden an freier Luft. — 371. Bestimmung der latenten Verdampfungswärme. — 372. Siedeverzug. — 373. Der

Seite

Siedepunkt sinkt, wenn der Druck abnimmt. — 374. Der Papinianische Topf. — 375. Sieden in geschlossenem Raume. — 376. Siedepunkt der Salzlösungen.

Von den überhitzten Dämpfen und von der Dampfdichte . . . . 167—171

377. Ueberhitzter Dampf. — 378. Der vollkommene Gaszustand. — 379. Dampfdichte. — 380. Methoden von A. W. Hofmann und Dumas. — 381. Methode von A. W. Hofmann. — 382. Methode von Dumas. — 383. Methode von V. Meyer. — 384. Die Avogadro'sche Hypothese. — 385. Dampfdichte und Molekulargewicht. — 386. Theoretische Dampfdichte. — 387. Atom und Molekel.

Hygrometrie . . . . 172—174

388. Absolute und relative Feuchtigkeit. — 389. Bestimmung der absoluten Feuchtigkeit, chemische Methode. — 390. Methode des Thaupunkts. — 391. Methode des Psychrometers von August. — 392. Das Haarhygrometer.

Von der kritischen Temperatur und der Condensation der Gase . . . . 174—177

393. Die kritische Temperatur. — 394. Der Versuch von Cagniard de la Tour. — 395. Kritische Temperaturen einiger Substanzen. — 396. Tropfbares Kohlendioxyd. — 397. Festes Kohlendioxyd. — 398. Condensation des Sauerstoffs, Stickstoffs und Kohlenoxyds.

Thermochemische Beziehungen . . . . 177—178

399. Verbindungswärme. — 400. Thermochemische Gleichungen nach Ostwald. — 401. Einfluss des Aggregatzustandes der Verbindungsprodukte auf die Verbindungswärme. — 402. Einige thermochemische Gleichungen. — 403. Die Leuchtgasflamme.

Die thermodynamischen Maschinen und das Carnot'sche Princip . . . . 179—183

404. Die Watt'sche Dampfmaschine. — 405. Der Condensator der Niederdruckmaschine. — 406. Die excentrische Scheibe. — 407. Steuerung. — 408. Schwungrad. — 409. Indicirte und effektive Pferdekräfte. — 410. Nutzeffekt. — 411. Maximum des Nutzeffekts. — 412. Maschinen mit Expansion. — 413. Die Verbrennungstemperatur des Heizmaterials wird nicht ausgenutzt. — 414. Der zweite Hauptsatz der mechanischen Wärmetheorie. — 415. Methode der mechanischen Wärmetheorie.

Von der Fortpflanzung der Wärme . . . . . 183—188

416. Wärmeleitung. — 417. Der stationäre Zustand. — 418. Wärmefluss, Temperaturgefälle und Wärmeleitungsvermögen. — 419. Bestimmung des Wärmeleitungsvermögens. — 420. Der veränderliche Zustand. — 421. Relative Wärmleitungsvermögen fester Körper. — 422. Wärmeleitung in der Erde. — 423. Wärmeleitung der Krystalle. — 424. Wärmeleitung und Wärmefortführung in tropfbaren Flüssigkeiten. — 425. Wärmeleitung und Wärmefortführung in Gasen. — 426. Der Leidenfrost'sche Tropfen. — 427. Das absolute und relative Wärmeleitungsvermögen verschiedener Stoffe. — 428. Wärmestrahlung. — 429. Gesetze der Abkühlung. —

430. Zur Geschichte der Wärmelehre 189

VII. Abschnitt. Von der Strahlung, insbesondere vom Licht 190—272

Gradlinige Fortpflanzung des Lichts . . . . 190—191

431. Lichtempfindung, Licht, Lichtstrahl. — 432. Gesetz von der gradlinigen Fortpflanzung des Lichts. — 433. Schatten. — 434. Bilder kleiner Oeffnungen.

Seite

Von der Zurückwerfung oder Reflexion des Lichts . . . . 191—198

435. Regelmässige Reflexion. — 436. Spiegel. — 437. Reflexionsgesetz. — 438. Experimenteller Beweis des Reflexionsgesetzes. — 439. Dreht sich ein ebener Spiegel um eine zur Einfallsebene senkrechte Axe um den Winkel w, so dreht sich der reflektirte Strahl um den doppelten Winkel $2w$. — 440. Spiegelsextant. — 441. Bilder ebener Spiegel, virtuelle und reelle Bilder. — 442. Versuche. — 443. Sphärische Spiegel. — 444. Concavspiegel. — 445. Spiegelformel. — 446. Diskussion. — 447. Construktion der Bilder. — 448. Zusammenfassung. — 449. Versuche. — 450. Convexspiegel. — 451. Unvollkommene Spiegelbilder.

Von der Brechung des Lichts . . . . 198—203

452. Das Snellius'sche Gesetz. — 453. Construktion des gebrochenen Strahls. — 454. Totale Reflexion. — 455. Planparallele Platte. — 456. Die Relation $n_{13} = n_{12} \cdot n_{23}$. — 457. Absolutes Brechungsverhältniss. — 458. Prisma. — 459. Brechender Winkel und Einfallswinkel sind unendlich klein. — 460. Elektrisches Bogenlicht. — 461. Versuch mit dem Prisma. — 462. Das Minimum der Ablenkung. — 463. Bestimmung des Brechungsverhältnisses.

Von der Dispersion . . . . 204—208

464. Spektrum. — 465. Versuche von Newton. — 466. Heliostat. — 467. Die Fraunhofer'schen Linien. — 468. Brechungsexponenten einiger Körper. — 469. Dispersion. — 470. Achromatisches Prisma. — 471. Gradsichtiges Prisma. — 472. Spektralanalyse.

Von den Linsen . . . . 208—215

473. Linsen. — 474. Sammellinsen. — 475. Linsenformel. — 476. Diskussion der Linsenformel. — 477. Optischer Mittelpunkt der Linse. — 478. Construktion der Linsenbilder. — 479. Zusammenfassung. — 480. Versuche. — 481. Zerstreuungslinse. — 482. Allgemeine Gültigkeit der Linsenformel. — 483. Hauptpunkte. — 484. Sphärische Abweichung. — 485. Chromatische Abweichung.

Die optischen Instrumente und das Auge . . 215—224

486. Die Projektionsapparate. — 487. Camera obscura. — 488. Das Auge. — 489. Aufrechtsehen. — 490. Akkommodation. — 491. Scheinbare Grösse und Vergrösserung. — 492. Lupe. — 493. Astronomisches Fernrohr. — 494. Vergrösserung. — 495. Gesichtsfeld. — 496. Helligkeit. — 497. Fadenkreuz. — 498. Die zusammengesetzten Okulare. — 499. Spektrometer. — 500. Der Bunsen-Kirchhoff'sche Spektralapparat. — 501. Spiegelteleskop. — 502. Das Galilei'sche Fernrohr (Opernglas). — 503. Mikroskop.

Photometrie . . . . 224—226

504. Stärke oder Intensität einer Lichtquelle. — 505. Beleuchtungsstärke einer Fläche. — 506. Die Beleuchtungsstärke, welche ein leuchtender Punkt auf einer senkrecht gegen die Strahlen gestellten Fläche in einem vollkommen durchsichtigen Mittel hervorbringt, ist umgekehrt proportional dem Quadrat seiner Entfernung von der Fläche. — 507. Helligkeit. — 508. Das Bouguer'sche Photometer. — 509. Das Bunsen'sche Photometer. — 510. Lichteinheit.

Absorption des Lichts . . . . 226—229

511. Absorption. — 512. Absorptionsspektrum. — 513. Absorptionsspektra glühender Gase. — 514. Ursprung der Fraun-

Seite

hofer'schen Linien. — 515. Spektralanalyse durch Absorptionsspektra. — 516. Fixsterne und Nebelflecke. — 517. Die natürlichen Farben der Körper.

Von den Wirkungen des Lichts . . . . 229—232

518. Fluorescenz. — 519. Spektrale Untersuchung, ultraviolette Strahlen. — 520. Phosphorescenz. — 521. Chemische Wirkungen des Lichts. — 522. Die wirksamen Strahlen. — 523. Der photographische Process. — 524. Die photomechanischen Methoden. — 525. Die Wärmewirkungen der Lichtstrahlen.

Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichts 232—234

526. Römer's Methode. — 527. Bradley's Methode, Aberration des Lichts. — 528. Fizeau's Methode.

Die Undulationstheorie . . . . 234—237

529. Undulationstheorie des Lichts. — 530. Wellenlänge. — 531. Wellenfläche. — 532. Das Huyghens'sche Princip. — 533. Brechung des Lichts. — 534. Undulations- und Emissionstheorie. — 535. Dispersion. — 536. Reflexion.

Die Interferenz des Lichts . . . . 237—241

537. Die Intensität des Lichts. — 538. Interferenz des Lichts. — 539. Der Fresnel'sche Spiegelversuch. — 540. Farben dünner Blättchen. — 541. Theorie (Th. Young). — 542. Poisson's Bemerkung. — 543. Wellenmessung. — 544. Verhalten dünner und dicker Blättchen im weissen Licht.

Die Beugung des Lichts . . . . 241—247

545. Beugung durch einen Spalt. — 546. Theorie der Beugung. — 547. Fraunhofer'sche Anordnung. — 548. Gangunterschiede bei der Fraunhofer'schen Anordnung. — 549. Theorie der Fraunhofer'schen Beugungserscheinungen durch einen Spalt. — 550. Beugungsgitter. — 551. Erscheinung im homogenen Licht. — 552. Theorie. — 553. Wellenmessung. — 554. Beugungsspektra. — 555. Unterschied zwischen dem prismatischen und dem Beugungsspektrum. — 556. Beugung im Mikroskop.

Die Polarisation des Lichts . . . . 247—250

557. Der Versuch von Malus. — 558. Experimentelle Bestimmung der Polarisationsebene. — 559. Gradlinig polarisirter und natürlicher Strahl in der Undulationstheorie. — 560. Das Brewster'sche Gesetz. — 561. Polarisation durch Reflexion und einfache Brechung.

Die Doppelbrechung . . . . 250—254

562. Doppelbrechung im Kalkspath. — 563. Die Huyghens'sche Construktion. — 564. Der einfallende Strahl trifft eine natürliche Kalkspathfläche unter dem Einfallswinkel Null. — 565. Die Einfallsebene ist senkrecht zur krystallographischen Hauptaxe. — 566. Das achromatisirte Kalkspathprisma. — 567. Optische Axe. — 568. Einaxige Krystalle. — 569. Zweiaxige Krystalle.

Polarisation bei der Doppelbrechung . . . . 254—255

570. Polarisation bei der Doppelbrechung. — 571. Das Nicol'sche Prisma. — 572. Der Turmalin.

Verhalten doppeltbrechender Körper im Polarisationsapparat . . . . 255—260

573. Polarisationsapparate. — 574. Gypsblättchen im Polarisationsapparat. — 575. Theorie des Gypsblättchens. — 576. Verhalten dicker Platten. — 577. Untersuchung auf

Seite

Doppelbrechung im Polarisationsapparat. — 578. Kalkspathkreuz. — 579. Theorie. — 580. Lemniscaten zweiaxiger Krystalle.

Von der Circularpolarisation . . . . 260—263

581. Drehung der Polarisationsebene im Quarz. — 582. Saccharimetrie. — 583. Der Laurent'sche Halbschattenapparat. —

584. Zur Geschichte der Optik 264

Wärmewirkung der Strahlen . . . . 264—267

585. Vollkommen schwarzer Körper. — 586. Solarconstante. — 587. Pyrheliometer von Pouillet. — 588. Thermomultiplikator von Melloni. — 589. Bolometer. — 590. Sonnenwärmespektrum. — 591. Dunkle Wärmespektra. — 592. Brechung und Reflexion langer Aetherwellen.

Von der Emission und Absorption der Aetherwellen . . . . 267—272

593. Emission, Einfluss der Substanz. — 594. Einfluss der Temperatur. — 595. Absorption. — 596. Die Theorie von Prevost. — 597. Der Satz von Kirchhoff. — 598. Folgerungen.

VIII. Abschnitt. Von der Elektricität und dem Magnetismus . . . . 272—374

Elektrische Kräfte und Elektricität . . . . 272—275

599. Elektrische Kräfte. — 600. Elektricität. — 601. Leiter und Isolatoren. — 602. Positive und negative Elektricität. — 603. Elektrische Influenz. — 604. Das Goldblattelektroskop. — 605. Prüfung eines elektrisirten Körpers am Elektroskop. — 606. Gesetz von der Erhaltung der Elektricität. — 607. Leitung durch die Wasserhaut des Glases. — 608. Elektrophor. — 609. Elektrische Anziehung ungeladener Körper durch geladene.

Das Coulomb'sche Gesetz . . . . 275—280

610. Die elektrische Drehwage. — 611. Die zwischen zwei elektrischen Punkten wirkende Kraft ist dem Quadrat der Entfernung zwischen ihnen umgekehrt proportional. — 612. Superposition der elektrischen Kräfte. — 613. Das Coulomb'sche Grundgesetz. — 614. Die Elektricität befindet sich im Gleichgewicht auf der äusseren Oberfläche der Leiter und übt in dem von dieser umschlossenen Raum keine elektrische Kraft aus. — 615. Die elektrische Flächendichte. — 616. Wirkung der Spitzen. — 617. Die Reibungselektrisirmaschine. — 618. Die Influenzmaschine von Holtz.

Der Condensator und das elektrische Potential 280—286

619. Der Plattencondensator. — 620. Das elektrische Potential. — 621. Niveaufläche. — 622. Potential eines Leiters. — 623. Das Potential der Erde wird gleich Null gesetzt. — 624. Die elektrostatische Capacität. — 625. Condensator, Leydener Flasche. — 626. Dielektricitätsconstante. — 627. Die Faraday-Maxwell'sche Theorie.

Von der Entladung der Leydener Batterie . . 286—291

628. Die Entladungspotentialdifferenz. — 629. Entladung der Leydener Flasche. — 630. Versuchsanordnung, Maassflasche. — 631. Wärmewirkung der Flaschenentladung. — 632. Ladungsarbeit. — 633. Funkenwärme. — 634. Der Knall des Funkens. — 635. Dauer des Funkens, oscillirende Entladung. — 636. Der Blitz. — 637. Blitzableiter

Seite

Permanente Magnete und Magnetfelder . . . 291—300

638. Magnetische Polarität. — 639. Polarität der kleinsten Theile. — 640. Das Coulomb'sche Grundgesetz. — 641. Magnetfeld. — 642. Magnetische Kraftlinien. — 643. Beliebiger Magnet im homogenen Feld. — 644. Magnetische Kraft in der Axe eines kurzen Linearmagneten. — 645. Erdmagnetismus. — 646. Elemente des Erdmagnetismus. — 647. Deklinationsnadel. — 648. Abweichung der magnetischen Axe von der geometrischen. — 649. Inklinationsnadel. — 650. Bestimmung der Horizontalintensität. — 651. Schwingungsversuch. — 652. Ablenkungsversuch. — 653. Ausdruck der Horizontalintensität in absolutem Maass. — 654. Methode der Spiegelablesung von Poggendorff und Gauss. — 655. Der Erdmagnet. — 656. Die Elemente des Erdmagnetismus sind mit der Zeit veränderlich.

Von den offenen galvanischen Elementen . . 300—307

657. Das Thomson'sche Quadrantelektrometer. — 658. Galvanisches Element. — 659. Elektromotorische Kraft. — 660. Berechnung der am Elektrometer beobachteten Potentialdifferenz. — 661. Leiter erster und zweiter Klasse. — 662. Definition des galvanischen Elements. — 663. Galvanische Batterie, *n* Elemente hinter einander verbunden. — 664. Galvanische Batterie, *n* Elemente neben einander verbunden. — 665. Constante und inconstante Elemente. — 666. Normalelemente. — 667. Numerische Werthe elektromotorischer Kräfte. — 668. Zur Geschichte.

Das geschlossene Element und das Ohm'sche Gesetz . . . . 307—312

669. Das geschlossene Element. — 670. Das Ohm'sche Gesetz. — 671. Auf die Enden eines homogenen Drahtes wirkt eine Potentialdifferenz *V*. — 672. Beliebiger linearer Leiter. — 673. Das Ohm'sche Gesetz für das geschlossene Element. — 674. Batterieschaltung. — 675. Allgemeiner Ausspruch des Ohm'schen Gesetzes für lineare Leiter. — 676. Erdleitungen.

Von der Messung der Stromstärke durch die magnetische Wirkung des Stromes (Galvanometer) . . . . 313—319

677. Magnetische Wirkung des elektrischen Stromes. — 678. Das Biot-Savart'sche Gesetz. — 679. Die absolute elektromagnetische Stromeinheit. — 680. Galvanometer, Tangentenbussole. — 681. Multiplikator. — 682. Wiedemann'sches Spiegelgalvanometer. — 683. Thomson'sches Spiegelgalvanometer. — 684. Ballistisches Galvanometer. — 685. Ampermeter für starke Ströme.

Elektrische Messungen . . . . 319—325

686. Widerstandseinheit, Siemens'sche Einheit, legales Ohm. — 687. Rheostatenwiderstände. — 688. Normalelement und Stromquelle. — 689. Galvanometer mit Nebenschluss, Stromverzweigung. — 690. Widerstandsvergleichung, Wheatstone'sche Brücke. — 691. Specifisches Leitungsvermögen der Leiter 1. Klasse. — 692. Einfluss der Temperatur. — 693. Beziehung zur Wärmeleitung. — 694. Leitungsvermögen der Elektrolyte. — 695. Vergleichung elektromotorischer Kräfte zweier constanter Elemente. — 696. Die Compensationsmethode von Poggendorff.

Von der Elektrolyse . . . . 325—331

697. Elektroden. — 698. Wasserzersetzung. — 699. Elektrolyse von Metallsalzen. — 700. Die Zersetzungsprodukte

Seite

erscheinen nur an den Elektroden. — 701. Theorie von Grotthuss. — 702. Theorie von Clausius und Arrhenius, freie Jonen. — 703. Elektrolyse des geschmolzenen Chlorlithiums. — 704. Sekundäre Produkte. — 705. Wässrige Silbernitratlösung, Anode aus Silber. — 706. Wässrige Lösung von Natriumsulfat zwischen Platinelektroden. — 707. Einfluss der Stromdichte auf die sekundären Produkte. — 708. Erstes Faraday'sches Gesetz. — 709. Zweites Faraday'sches Gesetz. — 710. Elektrochemisches Aequivalent eines Jons. — 711. Voltameter. — 712. Metallfällungen. — 713. Verhalten des Zinks in verdünnter Schwefelsäure. — 714. Technische Anwendungen.

Von der galvanischen Polarisation . . 331—335

715. Versuchsanordnung. — 716. Bleiplatten in verdünnter Schwefelsäure. — 717. Ursache des Polarisationsstroms. — 718. Bleiaccumulator. — 719. Polarisirte Elektrode. — 720. Platinplatten in verdünnter Schwefelsäure. — 721. Das Grove'sche Gaselement. — 722. Wasserzersetzung. — 723. Unpolarisirbare Elektroden. — 724. Inconstante und constante Elemente. — 725. Das Daniell'sche Element. — 726. Das Bunsen'sche Element. — 727. Das Lippmann'sche Capillarelektrometer.

Das Joule'sche Gesetz und das absolute elektromagnetische Maasssystem . . 335—339

728. Joule'sche Wärme. — 729. Das Joule'sche Gesetz. — 730. Theoretische Begründung. — 731. Absolute elektromagnetische Einheit der elektromotorischen Kraft. — 732. Volt. — 733. Absolute elektromagnetische Widerstandseinheit. — 734. Ohm. — 735. Amper. — 736. Die Geschwindigkeit v. — 737. Coulomb, Farad, Mikrofarad. — 738. Watt. — 739. Erhaltung der Energie in dem galvanischen Element.

Der Peltiereffekt und der Thermostrom 339—341

740. Der Peltiereffekt. — 741. Der Thermostrom. — 742. Der Thermostrom und der Peltiereffekt. — 743. Thermoelemente und Thermosäulen. — 744. Anwendungen der Thermoströme.

Elektrische Ströme in Gasen . . . . . 341—343

745. Glimmentladung. — 746. Bogenentladung. — 747. Bogenlicht, Bogenlampe. — 748. Oekonomie des Bogenlichts.

Von den Magnetfeldern elektrischer Ströme und vom inducirten Magnetismus . . . . 343—349

749. Kleiner geschlossener Strom. — 750. Beliebiger geschlossener Strom, magnetische Schale. — 751. Solenoid. — 752. Magnetisches Feld im Innern eines Solenoids. — 753. Inducirter Magnetismus. — 754. Grenzwerth des inducirten Magnetismus. — 755. W. Weber's Theorie des inducirten Magnetismus. — 756. Permanenter Magnetismus. — 757. Hufeisenförmiger Elektromagnet. — 758. Morseapparat. — 759. Dia- und paramagnetische Körper. — 760. Faraday's Methode. — 761. Theorie des Diamagnetismus. — 762. Magnetische Drehung der Polarisationsebene des Lichts.

Von der auf Stromträger im magnetischen Feld ausgeübten mechanischen Wirkung . . . . 349—352

763. Senkrecht zu den Kraftlinien gehaltener Stromträger. — 764. Arbeit der elektromagnetischen Kräfte. — 765. Die Arbeit der elektromagnetischen Kräfte durch die Zahl der geschnittenen Kraftlinien ausgedrückt. — 766. Schief gegen die Kraftlinien ge-

Seite

haltener Stromträger. — 767. Geschlossener Stromträger. — 768 Zwei parallele Stromträger.

Von der elektromagnetischen Induction 352—360

769. Rotation eines Magneten um einen Strom. — 770. Das Barlow'sche Rad. — 771. Anwendung des Satzes von der Erhaltung der Energie. — 772. Ein grader Draht wird durch ein Magnetfeld geführt. — 773. Lenz'sches Gesetz. — 774. Richtung des Inductionsstroms. — 775. Elektromotorische Kraft des Inductionsstroms. — 776. Der elekromagnetisch gemessene Widerstand eines Leiters wird durch eine Geschwindigkeit ausgedrückt. — 777. Induction in geschlossenem Kreise. — 778. Erdinductor, Messung der Inklination. — 779. Ein Magnet wird relativ zu einem Solenoid bewegt. — 780. Schliessungs- und Oeffnungsstrom. — 781. Weicher Eisenkern. — 782. Foucault'sche Ströme. — 783. Selbstinduction. — 784. Oeffnungsfunke. — 785. Selbstthätige Stimmgabel. — 786. Neef'scher Hammer.

Anwendungen der Inductionsströme . . 360—368

787. Erzeugung starker elektrischer Ströme zu technischen Zwecken. — 788. Die Gramme'sche Maschine. — 789. Magnetmaschine und Dynamomaschine. — 790. Klemmenspannung. — 791. Hauptstrommaschine, Nebenschlussmaschine, Compoundmaschine. — 792. Wirkungsgrad. — 793. Elektromotor. — 794. Inductionsapparat. — 795. Schliessungs- und Oeffnungsstrom. — 796. Funkeninduktor. — 797. Das Bell'sche Telephon. — 798. Mikrophon. — 799. Der principielle Unterschied beider Systeme. — 800. Messung elektrolytischer Leitungswiderstände durch Wechselströme und Telephon.

Die elektromagnetische Theorie des Lichts und die Versuche von Hertz 369—372

801. Die elektromagnetische Theorie des Lichts von Maxwell. — 802. Die Versuche von Hertz. — 803. Der primäre Leiter. — 804. Stehende Wellen elektrischer Kraft. — 805. Der sekundäre Leiter. — 806. Messung der Fortpflanzungsgeschwindigkeit elektrischer Wellen. — 807. Die Spiegelversuche. — 808. Methode von Zehnder. — 809. Schattenbildung. — 810. Reflexion. — 811. Brechung. — 812. Polarisation. — 813. Bedeutung dieser Versuche.

---

814. Zur Geschichte der Elektricitätslehre . . . . . 372—374

Abkürzungen.

m	bedeutet	Meter.
cm	„	Centimeter.
mm	„	Millimeter.
km	„	Kilometer.
μ	„	Mikron (ein Tausendstel des Millimeters).
qcm	„	Quadratcentimeter.
qmm	„	Quadratmillimeter.
ccm	„	Cubikcentimeter.
cm	„	Cubikmeter.
l	„	Liter oder Cubikdecimeter.
g	„	Gramm.
mg	„	Milligramm.
kg	„	Kilogramm.
sc	„	Sekunde.
mkg	„	Meterkilogramm oder Kilogrammmeter.
g	„	Beschleunigung der Schwere.
C	„	der hunderttheiligen Skala (Centigrade).
g-Cal.	„	Grammcalorie.
A	„	Amper.
V	„	Volt.
Ω	„	Ohm.
C-G-S-system	„	Centimeter-, Gramm-, Sekunde-System.
e. m.	„	im absoluten, auf das Gramm, das Centimeter und die Sekunde bezüglichen elektromagnetischen Maasssysteme.

Bayerische
Staatsbibliothek
MÜNCHEN

Einleitung.

1. Naturgesetz. In dem menschlichen Geist finden wir den Trieb vor, Zusammenhang zwischen den verschiedenen Thatsachen, welche die Natur uns darbietet, aufzusuchen. An diesen Trieb knüpfen die Naturwissenschaften an, aus ihm sind sie hervorgegangen und ihm zu genügen ist ihre Aufgabe. Diesem Trieb ist in Bezug auf eine bestimmte Thatsache dann genügt, wenn dieselbe einem Satz, der eine grössere Anzahl von Thatsachen zusammenfasst, untergeordnet und dadurch mit anderen Thatsachen in Zusammenhang gebracht werden kann. So lehrt die alltägliche Erfahrung, dass Körper wie Blei, Holz, Wasser, wenn sie nicht unterstützt sind, auf den Boden fallen, wenn sie aber unterstützt sind, einen Druck auf die Unterlage ausüben; kurz, dass alle diese Körper Gewicht haben. Torricelli erkannte als Ursache des Luftdrucks die schon Galilei bekannte Thatsache, dass auch die luftförmigen Körper Gewicht haben, infolge wovon das Luftmeer auf seine Unterlage, die Erdoberfläche, einen Druck ausübt. Damit war der Luftdruck erklärt, d. h. dem Satze, dass alle Körper Gewicht haben, untergeordnet. Eine Thatsache erklären heisst nämlich in den Naturwissenschaften nichts Anderes, als sie einem Satze unterordnen, welcher eine mehr oder minder grosse Anzahl von Thatsachen zusammenfasst. Einen solchen Satz nennt man ein Naturgesetz; die Wissenschaften aber, deren Aufgabe es ist, die Naturgesetze für die leblose Welt festzustellen, sind die Physik und die Chemie. Eine scharfe Trennung dieser beiden Wissenschaften ist unmöglich, da gewisse Naturgesetze beiden angehören.

Die Ermittlung der Naturgesetze befriedigt nicht nur einen dem menschlichen Geist eingepflanzten Trieb, sondern führt ausserdem zu einem Ziel von hohem praktischem Werth, macht es uns nämlich möglich, die Naturkräfte zu beherrschen und sie in den Dienst menschlicher Zwecke zu stellen.

2. Mechanik als Grundlage der Physik. Eine grosse Zahl von Naturerscheinungen erkennen wir durch die Sinne unmittelbar als Bewegungserscheinungen. Die Gesetze der Bewegung sind neuerdings die Grundlage für die wissenschaftliche Behandlung auch solcher Naturerscheinungen geworden, welche sich unseren Sinnen nicht unmittelbar als Bewegungserscheinungen zu erkennen geben, nämlich der meisten Erscheinungen der Wärme, des Lichts und der Elektricität. Daher bildet die Mechanik oder die Lehre von der Bewegung die Grundlage der Physik.

3. Aus der Trigonometrie. Um den Scheitel eines Winkels w Fig. 1 beschreibe man einen Kreis mit dem Halbmesser 1. Dann wird der Winkel w in Bogenmass ausgedrückt durch den von seinen Schenkeln eingefassten Bogen PN dieses Kreises. Der Umfang des letzteren ist 2π, daher ein Winkel von 90^0 in Bogenmass $= \pi/_2$.

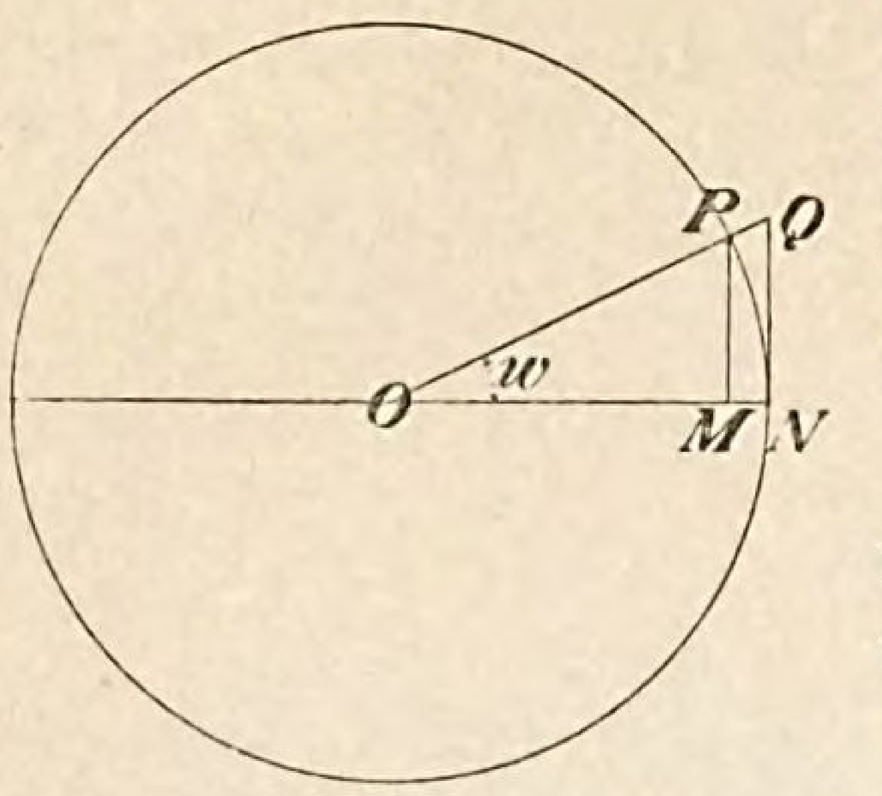


Fig. 1.

Sei $PM \perp ON$, NQ Tangente des Kreises in N. Dann ist $\sin w = PM$, $\cos w = OM$, $\operatorname{tg} w = NQ$.

Ist w unendlich klein, dann ist $PM = NQ =$ Bogen PN, d. h. der Sinus sowie die Tangente eines unendlich kleinen Winkels sind gleich dem Winkel selbst, wenn dieser in Bogenmass ausgedrückt wird.

I. Abschnitt. Mechanische Grundbegriffe.

4. Ruhe. Auf einem fahrenden Schiffe sitze oder stehe ein Mensch; er ist dann in Ruhe relativ zum Schiff, d. h. er ändert relativ zum Schiff seine Lage nicht. Allgemein ist ein Punkt in Ruhe relativ zu einem Körper, wenn er seine Lage relativ zu diesem nicht ändert; und ein Körper ist in Ruhe relativ zu einem anderen, wenn alle seine Punkte relativ zu diesem in Ruhe sind. Die rotirende Scheibe einer Drehbank ist relativ zum Zimmer, obwohl als Ganzes betrachtet ihren Platz nicht verändernd, doch in Bewegung, weil alle ausserhalb der Drehungsaxe liegende Theile von ihr in Bewegung sind.

5. Abstraktion von der Bewegung der Erde. Ein Körper, welcher relativ zu einem zweiten ruht, kann relativ zu einem dritten in Bewegung sein. Ein auf dem fahrenden Schiffe relativ zu diesem ruhender Mensch bewegt sich mit dem Schiff relativ zum Wasser oder zu den Ufern, allgemein relativ zur Erde; ruht das Schiff relativ zur Erde, so bewegt sich doch diese und Alles auf ihr relativ zu den Sternen; sie läuft in einer elliptischen Bahn um die Sonne und dreht sich dabei um eine Axe. Als Folge der Axendrehung der Erde bemerkt man in klarer Nacht, dass die Sterne sich relativ zur Erde zu bewegen scheinen so, als ob sie am Himmelsgewölbe angeheftet wären und dieses sich von Osten nach Westen drehte; auch spürt man die Axendrehung an gewissen Bewegungen irdischer Körper, sowie man auf dem fahrenden Schiffe auch dessen Bewegung spürt. Da aber die meisten Bewegungen auf der Erde relativ zu dieser so vor sich gehen, als ob sie ruhte, so abstrahiren wir vorläufig von ihrer Bewegung und sagen also, dass ein Körper ruht, wenn er relativ zur Erde ruht, und dass er sich bewegt, wenn er relativ zur Erde seine Lage ändert.

6. Gleichförmige Bewegung. Ein Körper bewegt sich gleichförmig, wenn alle seine Punkte sich in parallelen Graden bewegen und alle in gleichen Zeiten denselben Weg zurücklegen.

7. **Die Geschwindigkeit** eines gleichförmig bewegten Körpers ist die Weglänge, welche er in der Zeiteinheit zurücklegt. Dieser Weglänge kommt eine Grösse und eine Richtung zu, daher nennt man eine Geschwindigkeit eine Richtungsgrösse. Ein Eisenbahnzug in voller Fahrt auf gradlinigem Geleise, welcher in jeder Sekunde in der Richtung von Süden nach Norden 16 Meter zurücklegt, bewegt sich gleichförmig mit einer Geschwindigkeit, die von Süden nach Norden gerichtet ist und 16 Meter in der Sekunde beträgt. Die Zahl, welche eine Geschwindigkeit angiebt, hängt nach dem Vorstehenden von den Einheiten der Länge und der Zeit ab.

8. **Längeneinheit.** Als Einheit der Länge benutzt man das Meter, oder einen Bruchtheil oder ein Vielfaches desselben. Das Meter ist ursprünglich definirt als der zehnmillionste Theil des Erdquadranten. Hielte man an dieser Definition fest, so würde sich der Werth der Längeneinheit jedesmal ändern, wenn durch verfeinerte Messungen ein von dem bisherigen abweichender Werth des Erdquadranten sich ergäbe; oder wenn bei der fortschreitenden Abkühlung der Erde der Erdquadrant seine Länge wirklich in bemerkbarer Weise änderte. Daher definirt man praktisch das Meter als den Abstand zweier Marken auf dem in Paris aufbewahrten Normalmaassstab, wenn dieser die Temperatur 0^0 hat.

9. **Zeiteinheit.** Als Einheit der Zeit benutzen wir die Sekunde mittlerer Sonnenzeit, so nennt man die Sekunde des bürgerlichen Lebens oder den 86400sten Theil des mittleren Tages. Man hat Grund zu der Annahme, dass die Umdrehungszeit der Erde und damit die Dauer des Tages im Lauf der Jahrtausende sich merklich ändern wird und ist daher neuerdings der Frage nach einem unveränderlichen Zeitmaasse näher getreten.

10. **Geschwindigkeit in der ungleichförmigen Bewegung.** Ungleichförmig ist eine Bewegung, welche sich nach Richtung oder Geschwindigkeit oder in beiden Hinsichten zugleich ändert. Ungleichförmig fängt z. B. der vorhin betrachtete Eisenbahnzug in dem Zeitpunkt an sich zu bewegen, in welchem er bei der Annäherung an eine Station anfängt langsamer zu fahren. In diesem Zeitpunkt hat er noch die Geschwindigkeit von 16 Metern in der Sekunde, wenn auch die in der nächsten Sekunde von ihm zurückgelegte Weglänge kleiner als 16 Meter ist. In der That versteht man unter der Geschwindigkeit eines Körpers zu einem bestimmten Zeitpunkt allgemein die Weglänge, welche der Körper in der nächsten Sekunde zurücklegen würde, wenn er von jenem Zeitpunkt an sich gleichförmig bewegte.

Um in einem bestimmten Zeitpunkt die Geschwindigkeit eines ungleichförmig bewegten Körpers, z. B. jenes Eisenbahnzuges zu bestimmen, bemerke man, dass während einer sehr kleinen Zeit, z. B. während 0,1 sc. die Bewegung als gleichförmig betrachtet werden kann. Legt nun der Zug in dem nächsten Zehntel der Sekunde 1,6 Meter zurück, so war seine Geschwindigkeit in dem betrachteten Zeitpunkt $1{,}6/0{,}1 = 16$ Meter in der Sekunde, d. i. die auf die Sekunde reducirte Weglänge des Körpers für jenen Zeitpunkt.

11. Das erste Bewegungsgesetz, Kraftbegriff. Jedesmal, wenn ein Körper sich ungleichförmig bewegt, d. h. seine Bewegung nach Richtung oder Geschwindigkeit ändert, kann man diese Veränderung auf Einwirkungen, welche er von anderen Körpern erfährt, zurückführen. Dass der über den Kiesboden fortgeschleuderte Crocket-Ball schnell zur Ruhe kommt, lässt sich der Hauptsache nach auf eine von dem Kiesboden auf den Ball ausgeübte Wirkung zurückführen, welche man Reibung nennt. Ueber eine glatte Eisfläche hin geschleudert fliegt der Ball weiter, ehe er zur Ruhe kommt, weil in diesem Fall die Reibung kleiner ist. So befestigt sich die Ueberzeugung, dass, wenn gar keine Körper auf den fortgeschleuderten Ball einwirkten, derselbe mit unveränderter Geschwindigkeit in grader Richtung fortfliegen würde; d. i. die Ueberzeugung von der Richtigkeit des ersten Bewegungsgesetzes, welches in Newton's Fassung lautet: Jeder Körper verharrt in seinem Zustande der Ruhe oder der gleichförmigen Bewegung in gradliniger Bahn, so lange er nicht durch einwirkende Kräfte gezwungen wird, diesen Zustand zu ändern.

Die Einwirkung anderer Körper auf den betrachteten ist hier kurz durch das Wort Kraft bezeichnet. Kraft ist also die Ursache der Aenderung, welche eine Bewegung, sei es nach Richtung, sei es nach Geschwindigkeit, sei es in beiden Hinsichten erfährt.

Das erste Bewegungsgesetz wird zuweilen auch das Gesetz der Trägheit genannt. Aeusserungen desselben begegnet man vielfach im täglichen Leben.

Springt man aus einem fahrenden Wagen auf den Boden, so besitzt man die Geschwindigkeit des Wagens, welche den Füssen, wenn sie den Boden treffen, verloren geht, dem Oberkörper aber zunächst erhalten bleibt; indem dieser sich in der Bewegungsrichtung des Wagens weiter bewegt, fällt man. Dies kann vermieden werden, wenn man bei dem Sprung in dieser Richtung weiter läuft.

Stösst man den Griff einer lose in denselben eingesetzten Feile auf den Tisch, so setzt, wenn der Griff zur Ruhe gebracht ist, die Feile ihre abwärts gerichtete Bewegung noch etwas fort und fügt sich dabei fest in den Griff ein.

12. Bestimmungsstücke einer Kraft, Definition gleicher Kräfte. An einer Kraft ist Angriffspunkt, Richtung und Grösse zu unterscheiden. Die Richtung einer Kraft ist die Richtung, in welcher sie ihren Angriffspunkt zu bewegen sucht. Der Grösse nach muss eine Kraft, als Ursache der Aenderung einer Bewegung, bestimmt werden durch die Aenderung der Bewegung, welche sie hervorbringt. Diese Bestimmung wird durch das zweite Bewegungsgesetz gegeben (Art. 70); unabhängig von ihr ist die Definition gleicher Kräfte.

D e f. Zwei oder mehrere Kräfte halten sich an einem Körper das Gleichgewicht, wenn sie sich in ihrer Wirkung auf den Körper aufheben, mag derselbe in Ruhe oder in Bewegung sein.

Def. Zwei Kräfte sind ihrer Grösse nach gleich, wenn sie an einem Punkt eines frei beweglichen Körpers in entgegengesetzter Richtung wirkend sich das Gleichgewicht halten.

13. Druck- und Zugkräfte. Eine Kraft, die an einem Körper A wirkt, wird immer von einem anderen Körper B ausgeübt. Zwei Körper können nun auf einander erstens wirken bei und vermöge unmittelbarer Berührung. Fig. 2[a] stellt zwei bei C verbundene, an die fest gehaltenen Stücke A und B befestigte Federn F_1 und F_2 dar; diese Federn mögen (Fig. 2[b]) über ihre natürliche Länge hinaus gedehnt werden. Dann übt in Folge dieser Dehnung F_2 auf F_1 in der Richtung von F_1 nach F_2 eine Kraft aus, welche man eine Zugkraft nennt; A, losgelassen, würde sich in dieser Richtung bewegen; F_1 übt auf F_2 eine Zugkraft von entgegengesetzter Richtung aus, in welcher B, losgelassen, sich bewegen würde. Es lässt sich zeigen, dass diese beiden entgegengesetzt gerichteten Kräfte ihrer Grösse nach gleich sind; denn verbindet man A mit B durch einen starren Arm, so kann man nunmehr die Stücke A und B loslassen, ohne dass eine Bewegung des Systems eintritt.

Fig. 2[a]

Fig. 2[b]

Fig. 2[c]

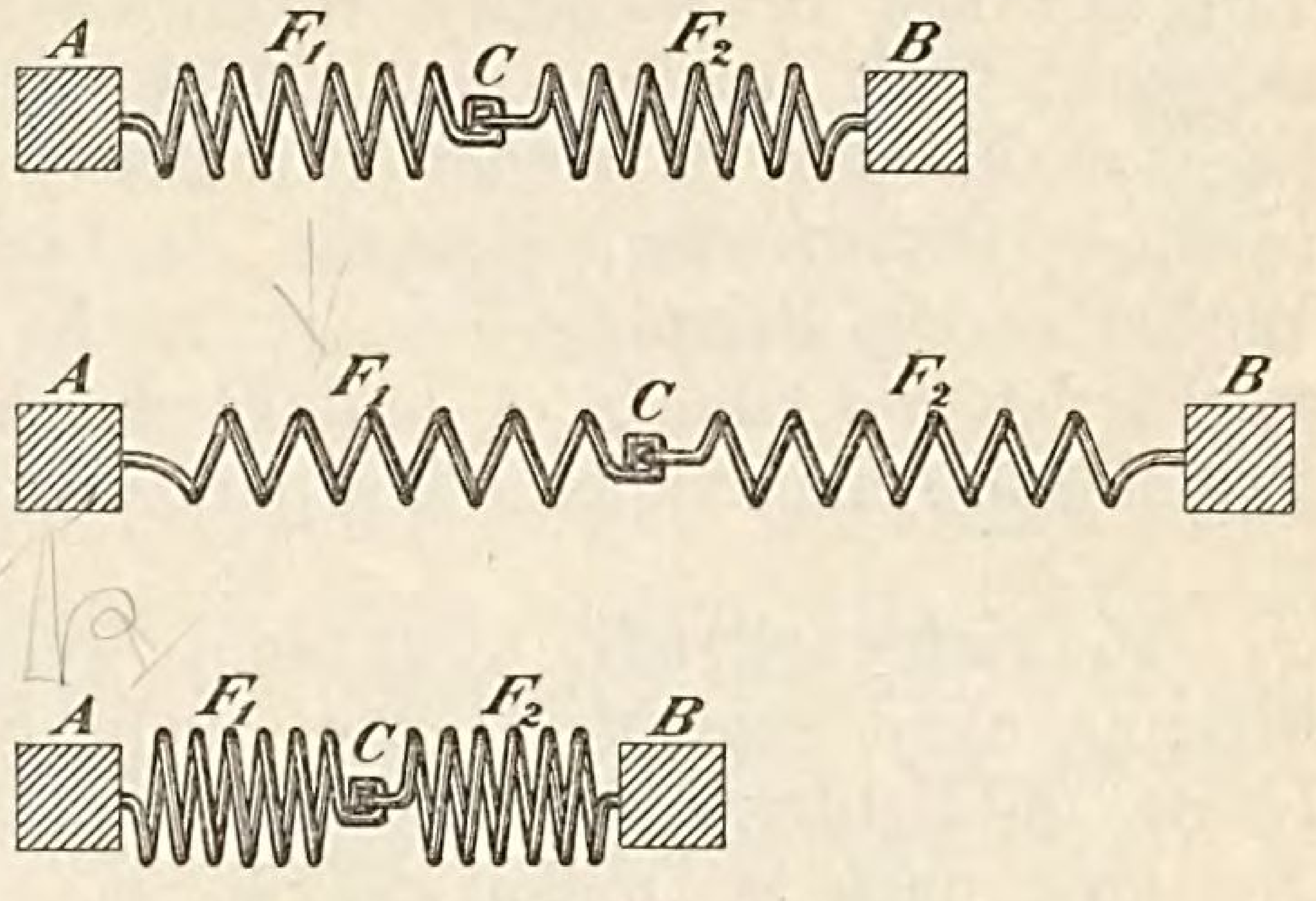


Fig. 2[a]—2[c].

Sind F_1 und F_2 Theile einer zusammenhängenden gedehnten Feder, so wirken auch in diesem Fall in Folge der Dehnung diese Theile auf einander mit Kräften, welche einander gleich und entgegengesetzt sind, und deren Grösse das Maass für die Spannung der Feder ist.

Sind F_1 und F_2 nicht gedehnt, sondern zusammengedrückt (Fig. 2[c]), so übt in Folge dieser Zusammendrückung F_2 auf F_1 in der Richtung von F_2 nach F_1 eine Kraft aus, welche man eine Druckkraft nennt; mit der gleichen und entgegengesetzten Kraft wirkt F_1 auf F_2.

Ersetzt man die Federn durch Stücke aus Kautschuk, Holz oder irgend einem anderen festen Material, welche mit einander und den festen Stücken A und B verbunden sind, so finden dieselben Wirkungen, wie bei den Federn statt. Dabei ist die Verlängerung oder Verkürzung, in Folge deren eine bestimmte Zug- oder Druckkraft ausgeübt wird, in den verschiedenen Fällen von sehr verschiedener Grösse, z. B. für ein Holzstück viel kleiner, als für ein gleichgestaltetes Kautschukstück, für Holz so klein, dass sie ohne feinere Hülfsmittel nicht bemerkt wird.

Allgemein wirken Druck- und Zugkräfte zwischen einander berührenden Körpern in Folge von Formänderungen der letzteren; die Angriffspunkte dieser Kräfte sind die Berührungsstellen der Körper.

Dabei heisst die Wirkung zwischen zwei einander berührenden Körpern A und B Druck oder Zug, je nachdem die Wirkung von A auf B in der Richtung von A nach B oder von B nach A hin stattfindet.

14. Scheinbare Fernkräfte. Zwei Körper können scheinbar durch den einflusslosen Raum aus der Ferne Kräfte auf einander ausüben; solche Kräfte sind z. B. die zwischen elektrisirten Körpern thätigen. Man ist aber neuerdings zu der Ansicht gelangt, dass die Wirkung hier in Wahrheit nicht durch den einflusslosen Raum hin ausgeübt wird, sondern dass Druck- und Zugkräfte, welche die elektrisirten Körper in einem zwischen ihnen befindlichen unsichtbaren Medium hervorrufen, Ursache der scheinbaren Fernwirkung sind. Wären in dem Beispiele des Art. 13 die Federn F_1 und F_2 unsichtbar, so würden die Stücke A und B auf einander aus der Ferne ohne Vermittlung eines anderen Körpers zu wirken scheinen. Vgl. Art. 627.

15. Schwerkraft. Für den, welcher eine unvermittelte Fernwirkung nicht zugiebt, beruht auch die uns am meisten vertraute Kraft, die Schwerkraft, auf einer scheinbaren Fernwirkung, deren Art aber noch in Dunkel gehüllt ist. Die Wirkung der Schwerkraft auf einen starren Körper kann dargestellt werden durch eine Kraft, deren Angriffspunkt der Schwerpunkt des Körpers heisst, deren Richtung die Vertikale des Orts der Erde genannt wird, an welchem der Körper sich befindet und deren Grösse man als das Gewicht des Körpers bezeichnet.

16. Das dritte Bewegungsgesetz gilt für jeden Fall, in welchem zwei Körper Kräfte auf einander ausüben und lautet in Newton's Fassung: die Gegenwirkung ist immer gleich und entgegengesetzt der Wirkung, oder die Kräfte, welche zwei Körper auf einander ausüben, sind immer gleich und haben entgegengesetzte Richtung. Ein besonderer Fall dieses Gesetzes wurde schon Art. 13 erörtert. Ebenso wird ein kleiner elektrisirter Körper A von einem gleichnamig elektrisirten Körper B abgestossen mit derselben Kraft, mit welcher B von A abgestossen wird.

17. Das Gravitationsmaass der Kraft. Von allen Kräften, denen ein Körper unterworfen sein kann, ist erfahrungsgemäss sein Gewicht die einzige Kraft, welche unveränderlich bleibt, so lange der Körper sich an demselben Ort der Erde befindet. Daher benutzt man, so lange man eine Kraft nicht durch ihre bewegende Wirkung misst (Art. 70), als Kraftmaass am besten das Gewicht, welches ein bestimmter Körper — ein sogenanntes Normalkilogramm — an dem Ort der Erde besitzt, an welchem man Kraftmessungen anstellt. Man nennt diese Krafteinheit ein Kilogrammgewicht und bezeichnet sie als das Gravitationsmaass der Kraft. Die Kraft n kg mag man sich durch Vereinigung von n Kilogrammstücken hergestellt denken.

18. Gleichgewicht zwischen der Schwerkraft und Zug- oder Druckkräften; Federwage. An einer Spiralfeder (Fig. 3) hänge ein Körper im Gleichgewicht. Ausser dem im Schwerpunkt des Körpers angreifenden Gewicht wirkt auf diesen der Zug der gespannten Feder, welcher folglich (Art. 12) vertikal aufwärts gerichtet sein und durch den Schwerpunkt gehen muss. Ursache der Spannung ist die durch das Gewicht bewirkte Verlängerung der Feder. Vergrössert man das angehängte Gewicht, so wächst in demselben Verhältniss die Spannung der Feder; als Ursache der vergrösserten Spannung erkennt man die damit verbundene grössere Verlängerung der Feder. Man kann sich nun die Verlängerungen merken, welche die Kräfte *1, 2, 3 . . . n* der Feder ertheilen und auf diese Weise dieselbe a i c h e n; alsdann kann sie zur Ausmessung beliebiger Kräfte dienen.

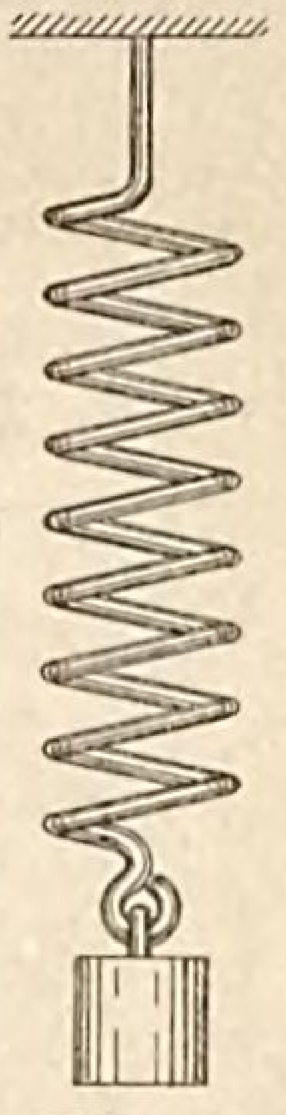


Fig. 3.

Fig. 4 zeigt die Einrichtung eines auf dieses Princip gegründeten Instruments, einer sogenannten Federwage; die Feder wird durch das angehängte Gewicht zusammengedrückt und die Grösse desselben durch die am Stil *S* bei *A* zum Vorschein kommende Zahl angegeben.

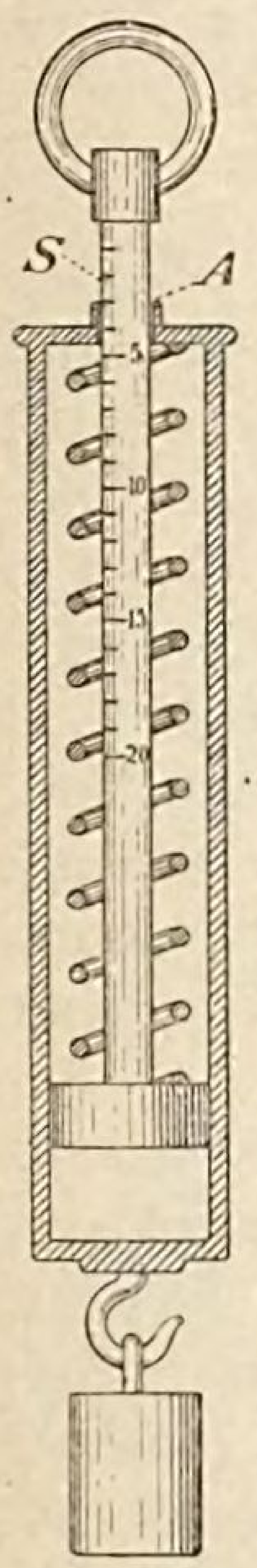


Fig. 4.

Ersetzt man in dem Fall der Fig. 3 die Feder durch einen Faden (Fig. 5), so wird das Gewicht durch den Zug des gespannten Fadens getragen. Die Spannung des letzteren rührt ebenfalls von der Verlängerung her, welche das angehängte Gewicht ihm ertheilt, welche aber hier nicht so leicht, wie bei der Feder, bemerkt wird. Die Richtung des Zuges muss vertikal aufwärts gerichtet sein, durch den Schwerpunkt gehen und nach dem Princip des zureichenden Grundes in die Richtung des Fadens fallen; dieser hat also die Richtung der Vertikalen. Dadurch ist ein einfaches Mittel gegeben, die Vertikale zu bestimmen.

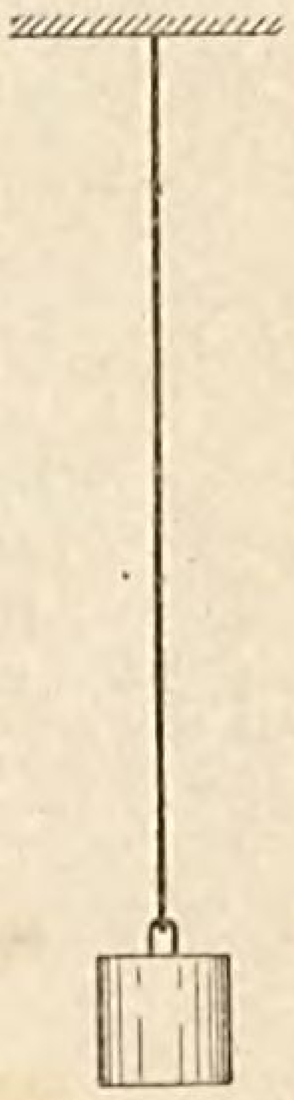


Fig. 5.

Ein schwerer Körper ruht auf einem Balken (Fig. 6). Das Gewicht des Körpers wird durch den vertikal aufwärts gerichteten D r u c k des Balkens aufgehoben. Ursache dieses Drucks ist die durch das Gewicht bewirkte Durchbiegung des Balkens, welche, wenn dieser dünn und lang genug ist, leicht bemerkt wird.

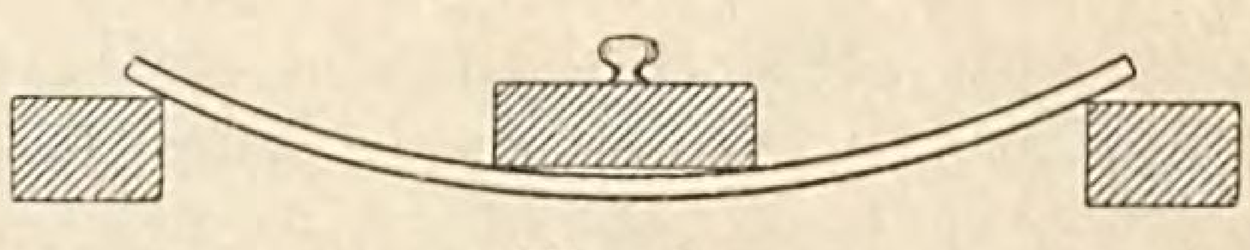


Fig. 6.

Ebenso verhält es sich, wenn der Körper auf den Tisch gelegt wird; nur ist hier die Durchbiegung für gewöhnlich so klein, dass sie der unverfeinerten Beobachtung entgeht.

19. Kräfte durch Strecken dargestellt. Eine Kraft kann, wie jede Richtungsgrösse, nach ihren drei Bestimmungsstücken durch

eine Strecke dargestellt werden, welche man von dem Angriffspunkt A aus in der Richtung der Kraft zieht und deren Länge man der Grösse der Kraft numerisch[1] gleich macht. So stellt (Fig. 7) die Strecke $AB = 3$ cm eine Kraft vom Angriffspunkt A, von der Richtung AB und von der Grösse 3 dar.

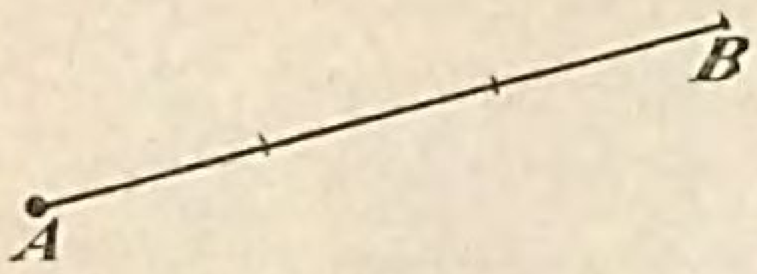


Fig. 7.

20. Satz vom Parallelogramm der Kräfte. Zwei an einem Punkt wirkende Kräfte sind gleichwirkend einer dritten, ihrer Resultante, welche nach folgender Regel gefunden wird: man construire (Fig. 8) aus den durch ihre Strecken dargestellten Kräften P und Q das Parallelogramm; dann stellt die vom Angriffspunkt A aus gezogene Diagonale $AD = R$ die Resultante nach Grösse und Richtung dar. Seine sachgemässe Begründung findet dieser Satz durch das zweite Bewegungsgesetz (Art. 90).

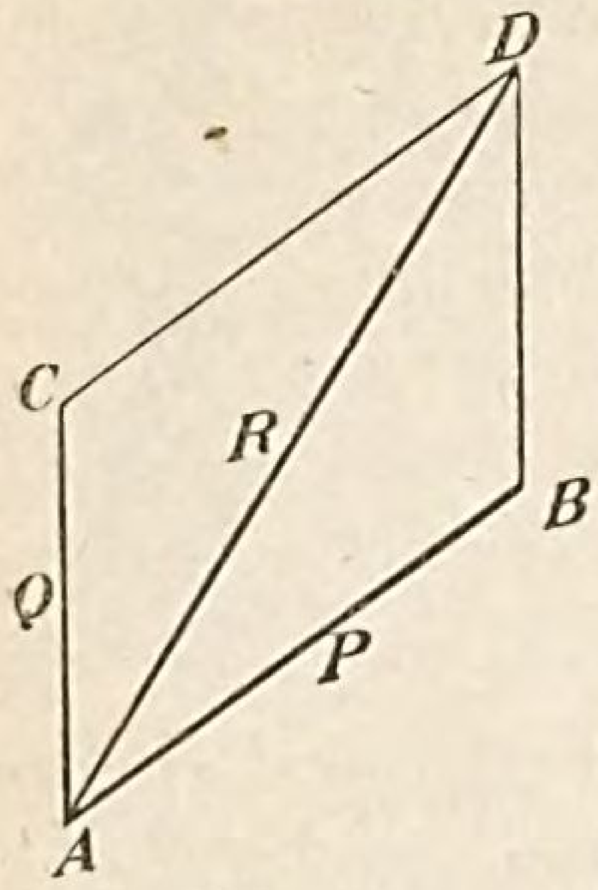


Fig. 8.

21. Versuch. Drei Schnüre (Fig. 9), von denen die beiden oberen über feste Rollen laufen, stossen in A zusammen und sind mit Gewichten P, Q, R belastet. Man kann dann sagen, dass an A in den Richtungen der gespannten Schnüre beziehungsweise die Kräfte P, Q, R angreifen. Es zeigt sich, dass das System eine bestimmte Gleichgewichtslage besitzt, bei welcher die Schnüre unter bestimmten Winkeln zusammenstossen und dass es, aus dieser entfernt, in sie zurückkehrt. Nach Art. 12 müssen P und Q in der Gleichgewichtslage eine Resultante haben gleich und entgegengesetzt R. Construirt man nun diese Resultante auf einem hinter die Vorrichtung gehaltenen Stück Papier nach dem Satz vom Parallelogramm der Kräfte, so findet man sie in der That gleich und entgegengesetzt R. In der Figur ist $P = 3$ $Q = 4$ $R = 5$ angenommen; die Diagonale AD hat die R entgegengesetzte Richtung und ergiebt sich durch Ausmessung $= 5$.

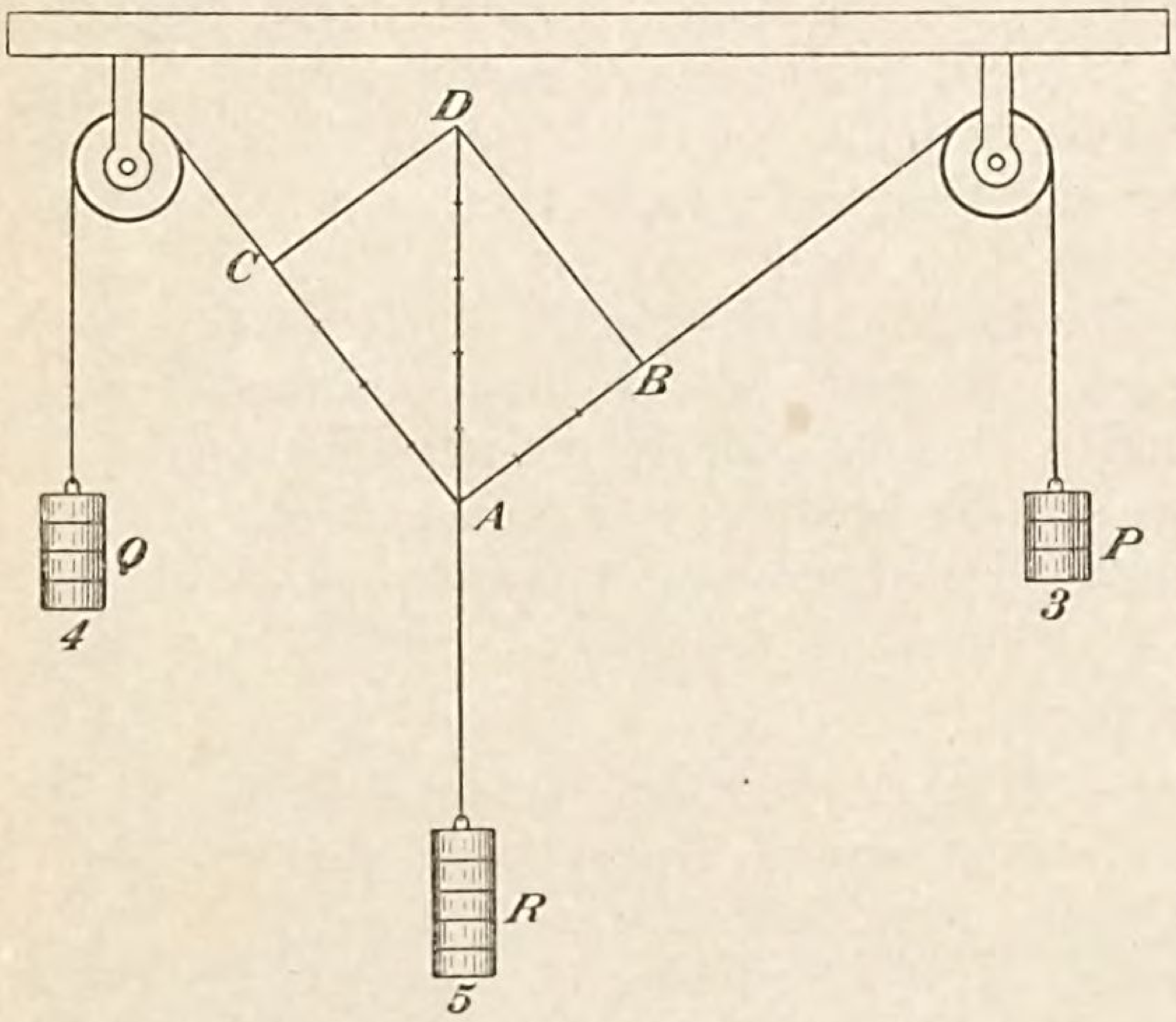


Fig. 9.

[1] Eine Kraft kann nicht einer Länge gleich sein, wohl aber kann die Zahl, durch welche eine Kraft gemessen wird, gleich der Zahl sein, durch welche eine Länge gemessen wird; in diesem Fall ist die Kraft numerisch gleich der Länge

22. Gleichgewicht dreier an einem Punkt wirkender Kräfte. Da (Fig. 8) R die Resultante von P und Q ist, so hält eine Kraft von der Grösse R, von der Richtung DA, an A wirkend, P und Q das Gleichgewicht. Daraus folgt, dass drei an einem Punkt wirkende Kräfte sich das Gleichgewicht halten, wenn sie sich nach Grösse und Richtung wie die Seiten eines Dreiecks verhalten, das man in einem Sinne durchläuft. In der Fig. 8 werden so drei sich das Gleichgewicht haltende Kräfte nach Grösse und Richtung durch AB, BD, DA dargestellt.

23. Zerlegung einer Kraft in Componenten. Nach dem Satz vom Parallelogramm der Kräfte kann man zu einer gegebenen Kraft R zwei Kräfte P und Q finden, welche nach zwei gegebenen, mit R in einerlei Ebene liegenden Richtungen ausgeübt, R gleichwirkend sind. P und Q heissen dann Componenten von R.

Ein an dem Seil AEF hängender Klotz (Rammklotz) Fig. 10, dessen Gewicht R kg beträgt, soll z. B. durch zwei Arbeiter gehalten werden, welche an zwei an A geknüpften Seilen in den Richtungen Ab und Ac ziehen. Man mache auf der Verlängerung von EA $AD = R$ und ziehe DB und DC bezüglich parallel Ac und Ab. Dann stellen AB und AC die Kräfte dar, mit welchen die Arbeiter ziehen müssen.

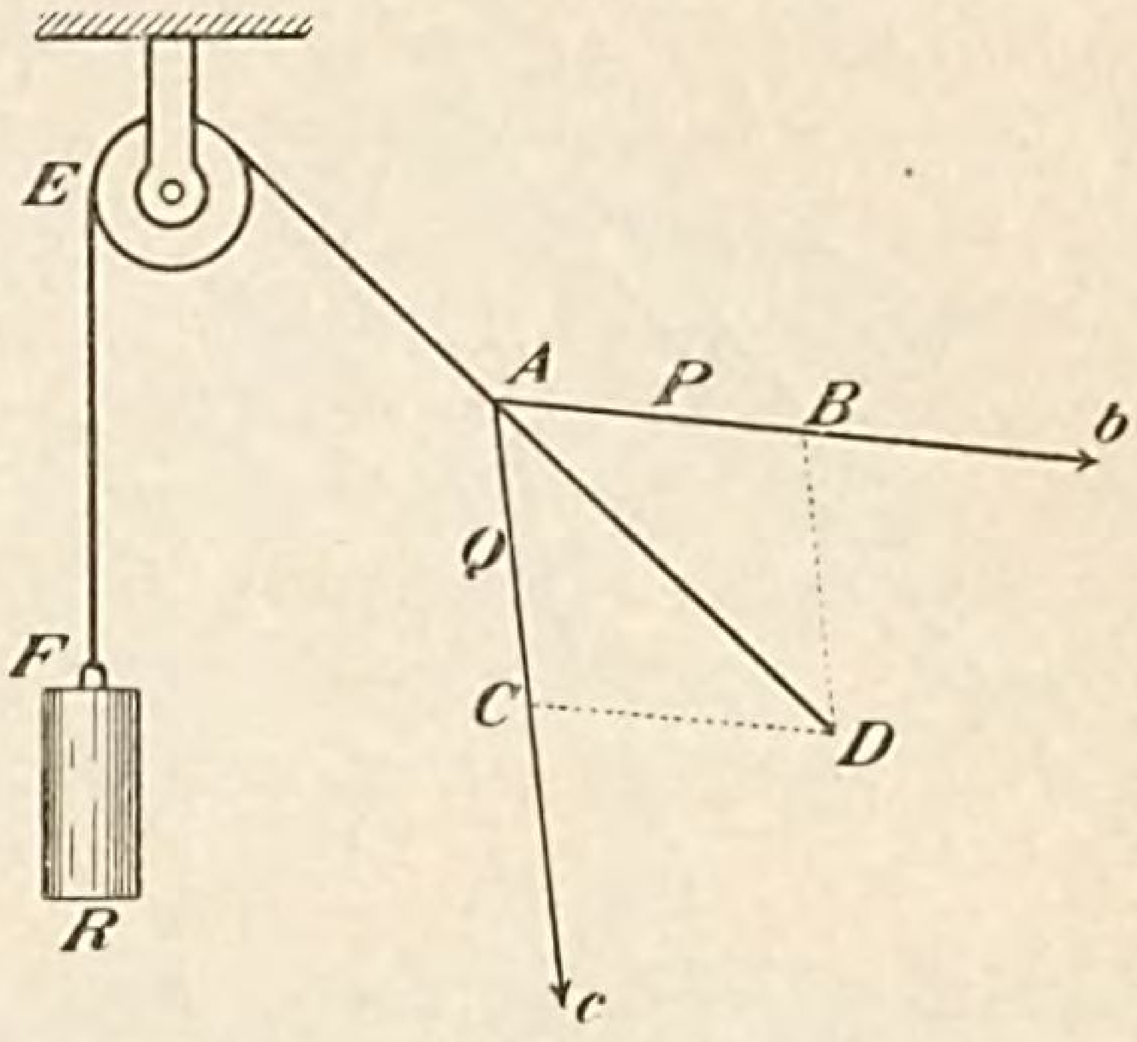


Fig. 10.

II. Abschnitt. Mechanik starrer Körper.

I. Abtheilung. Gleichgewicht starrer Körper.

Cap. 1. Allgemeine Sätze.

24. Starrer Körper heisst ein idealer Körper, welcher unter der Einwirkung von Kräften seine Gestalt nicht ändert. Körper aus Holz, Metall u. a. Materialien können in vielen Fällen praktisch als starr betrachtet werden.

25. Verlegung des Angriffspunktes einer Kraft. Der Angriffspunkt einer an einem starren Körper wirkenden Kraft kann ohne Aenderung ihrer Wirkung an einen beliebigen Punkt ihrer Wirkungslinie verlegt werden. Denn fügt man (Fig. 11) der gegebenen Kraft $P = AB$ zwei Kräfte von der Grösse P an dem Punkt A' der Wirkungslinie hinzu, die eine $A'B'$ in der Richtung der gegebenen Kraft P, die andere $A'B''$ in der entgegengesetzten, so sind die drei nun vorhandenen Kräfte noch gleichwirkend der gegebenen. AB und $A'B''$ aber sind zusammen wirkungslos, da das Material zwischen A und A'

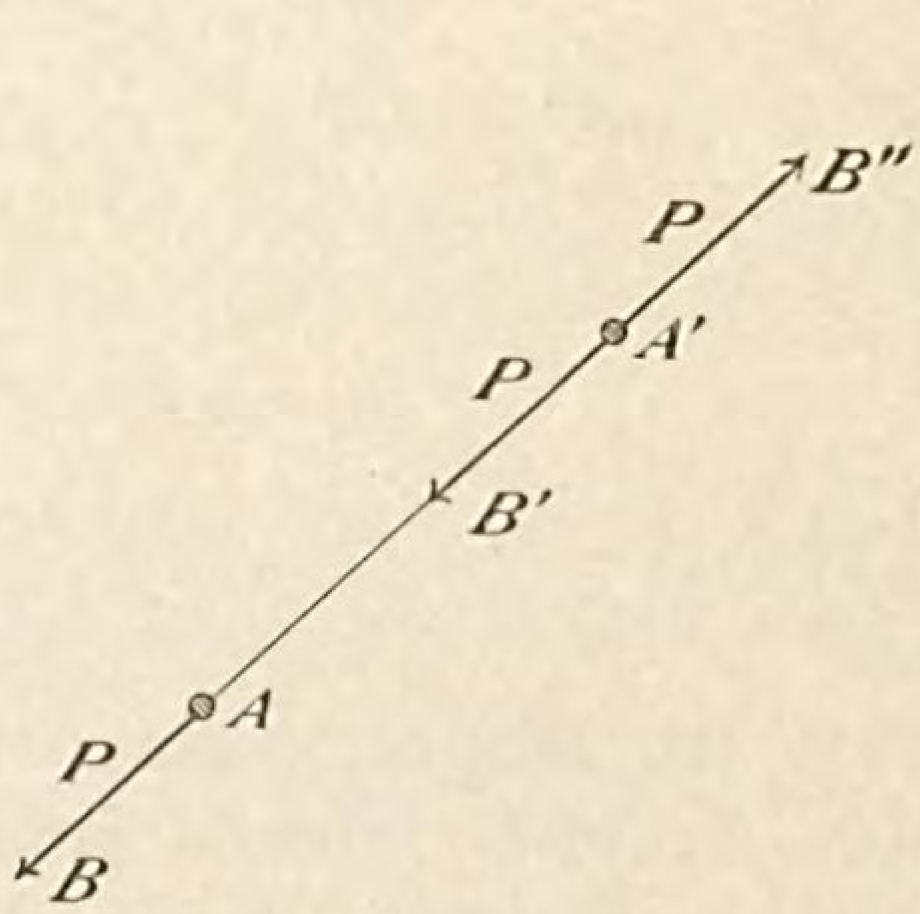


Fig. 11.

starr, also unausdehnbar sein soll, können mithin fortgelassen werden und es bleibt die Kraft $A'B'$ übrig, welche demnach der gegebenen Kraft P gleichwirkend ist.

26. Resultante. Wenn zwei oder mehrere an einem starren Körper wirkende Kräfte einer Kraft gleichwirkend sind, so heisst diese die Resultante jener.

27. Hebel heisst jeder um eine feste Axe drehbarer Körper. An einem starren, gewichtlos gedachten Hebel mögen zwei in einer Ebene liegende Kräfte P und Q wirken (Fig. 12). Ihre Angriffspunkte A und B können (Art. 25) an den Durchschnittspunkt D ihrer Richtungen verlegt und dort durch Construktion des Parallelogramms der Kräfte $DGFH$ zu einer Resultante vereinigt werden. Sollte D ausserhalb des Hebels liegen, so kann man sich diesen bis zu D erweitert denken, da es auf seine Grösse nicht ankommt.

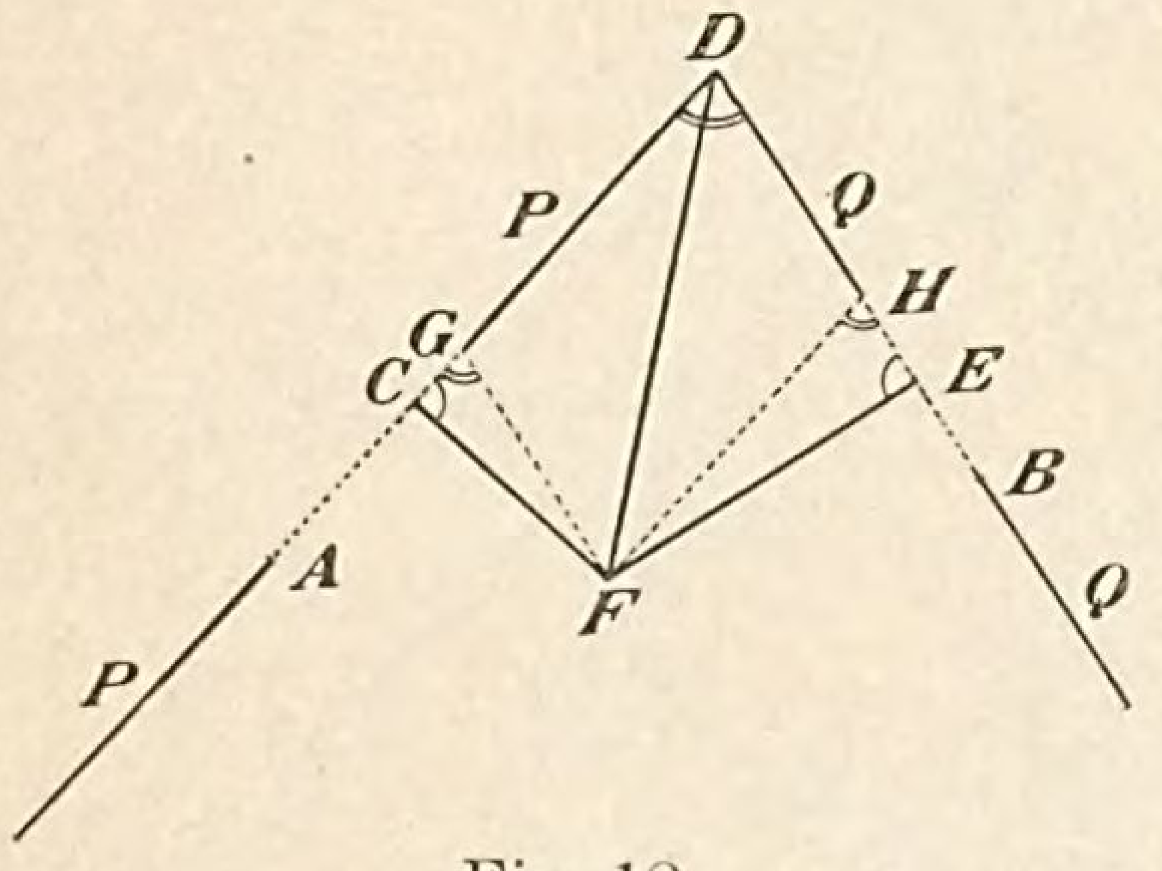


Fig. 12.

Die Resultante wird, falls ihre Richtung DF die feste Axe trifft, durch deren Widerstand aufgehoben, dann halten sich folglich die beiden Kräfte an dem Hebel das Gleichgewicht.

F werde als Punkt der Axe angenommen, in welchem sie von der Richtung der Resultante getroffen wird, eine Annahme, die durch passende Wahl der die Krafteinheit darstellenden Längeneinheit stets erfüllt werden kann.

Man fälle von F auf die Kraftrichtungen die Lothe $FC = p$ und $FE = q$. Da $\sphericalangle E = \sphericalangle C = 90^0$ und $\sphericalangle EHF = \sphericalangle EDC = \sphericalangle FGC$, so ist $\triangle EFH \sim \triangle CFG$ und deshalb $p : q = Q : P$ oder $P \cdot p = Q \cdot q$.

Wenn also die Kräfte P und Q sich an dem Hebel das Gleichgewicht halten sollen, so muss nothwendig diese Bedingung erfüllt sein, und umgekehrt lässt sich nachweisen, dass, wenn sie erfüllt ist, Gleichgewicht stattfindet.

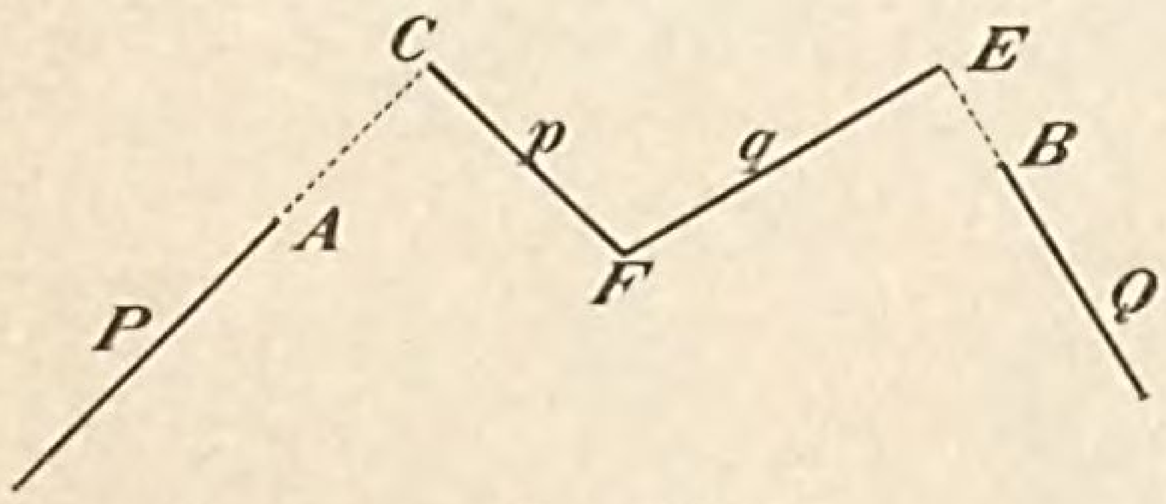


Fig. 12a.

28. Das statische Moment einer Kraft P in Bezug auf einen Punkt ist das Produkt aus der Kraft P in ihren senkrechten Abstand p von dem Punkt, d. h. in ihren Hebelarm (Fig. 12a).

29. Hebelgesetz. Mittelst dieses Begriffs kann das Resultat des Art. 27 folgendermassen ausgedrückt werden: Zwei in einer Ebene liegende Kräfte halten sich dann und nur dann an einem starren Hebel das Gleichgewicht, wenn ihre statischen Momente in Bezug auf den Punkt, welcher in ihrer Ebene liegt, gleich sind und sie im entgegengesetzten Sinn zu drehen streben.

30. Drehungsmoment. Gewöhnlich liegt jede Kraft, die an einem Hebel wirkt, in einer Ebene senkrecht zur Drehungsaxe; das statische Moment einer solchen Kraft in Bezug auf den Punkt der Axe, welcher in dieser Ebene liegt, heisst dann das Drehungsmoment der Kraft in Bezug auf die Axe, und derartige Kräfte halten sich an einem starren Hebel dann das Gleichgewicht, wenn die Summe der im einen Sinn wirkenden Drehungsmomente gleich ist der Summe der im entgegengesetzten Sinne wirkenden.

31. Biegsamer Hebel. Kann der Hebel nicht als starr betrachtet werden, ist er z. B. eine dünne Holzstange, und halten sich zwei Kräfte der betrachteten Art an ihm das Gleichgewicht, so bleibt die gefundene Bedingung des Gleichgewichts erfüllt, da es nicht gestört wird, wenn man den Hebel in seiner Gleichgewichtslage bei unveränderter Gestalt erstarrt denkt. Doch genügt in diesem Fall jene Bedingung nicht, um das Gleichgewicht zu sichern, da die beiden Kräfte sich erst dann das Gleichgewicht halten, sich erst dann in ihrer Wirkung auf den Hebel aufheben, wenn derselbe eine gewisse Durchbiegung erhalten hat; es tritt also hier die weitere Bedingung hinzu, dass der Hebel eine gewisse Gestalt angenommen hat.

32. Resultante paralleler und gleichgerichteter Kräfte. Für solche schlägt die Construktion, welche zu dem Satz des Art. 29 geführt hat, fehl, der Satz bleibt aber bestehen. Wenn nämlich die Richtungen der Kräfte P und Q Fig. 12 sich dem Parallelismus nähern, so nähern sich die Hebelarme den bestimmten Werthen $FC = p$ und $FE = q$ (Fig. 12 und 13).

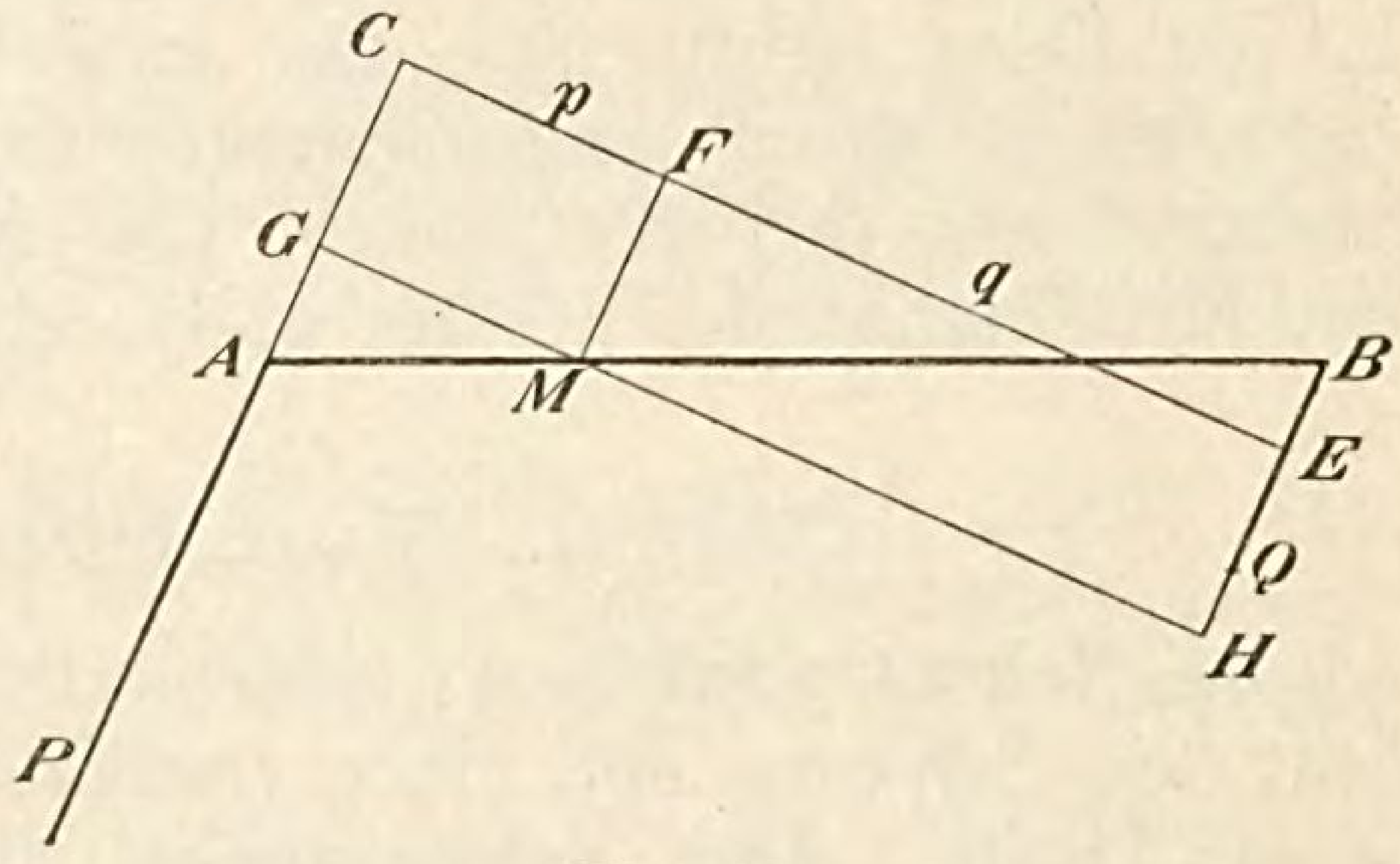


Fig. 13.

In diesem Fall erhält die Resultante P einen einfachen Werth; wenn nämlich Fig. 12 P und Q sich dem Parallelismus nähern, so nähert sich der Winkel bei D des Parallelogramms $DGFH$ der Null und damit die Resultante dem Werthe $P + Q$. Daraus folgt, dass die Resultante paralleler und gleichgerichteter Kräfte ihrer Summe gleich ist.

33. Mittelpunkt paralleler Kräfte. Diese Resultante geht durch den Punkt F hindurch, mittelst dessen, wenn er fest ist, die Kräfte sich das Gleichgewicht halten. Zieht man nun Fig. 13 FM parallel der Kraftrichtung und GMH parallel CE, so ist $\triangle AMG \sim \triangle BMH$, daher $AM : MB = GM : MH = CF : FE = p : q = Q : P$ (Art. 29). Hieraus entsteht die Proportion

$$AM : MB = Q : P,$$

welche die Lage von M auf AB bestimmt, und völlig unabhängig ist

von der Richtung der parallelen Kräfte. Die Resultante der parallelen und gleichgerichteten Kräfte P und Q geht also immer durch den nämlichen Punkt M auf AB hindurch, welches auch die Richtung der parallelen Kräfte sei.

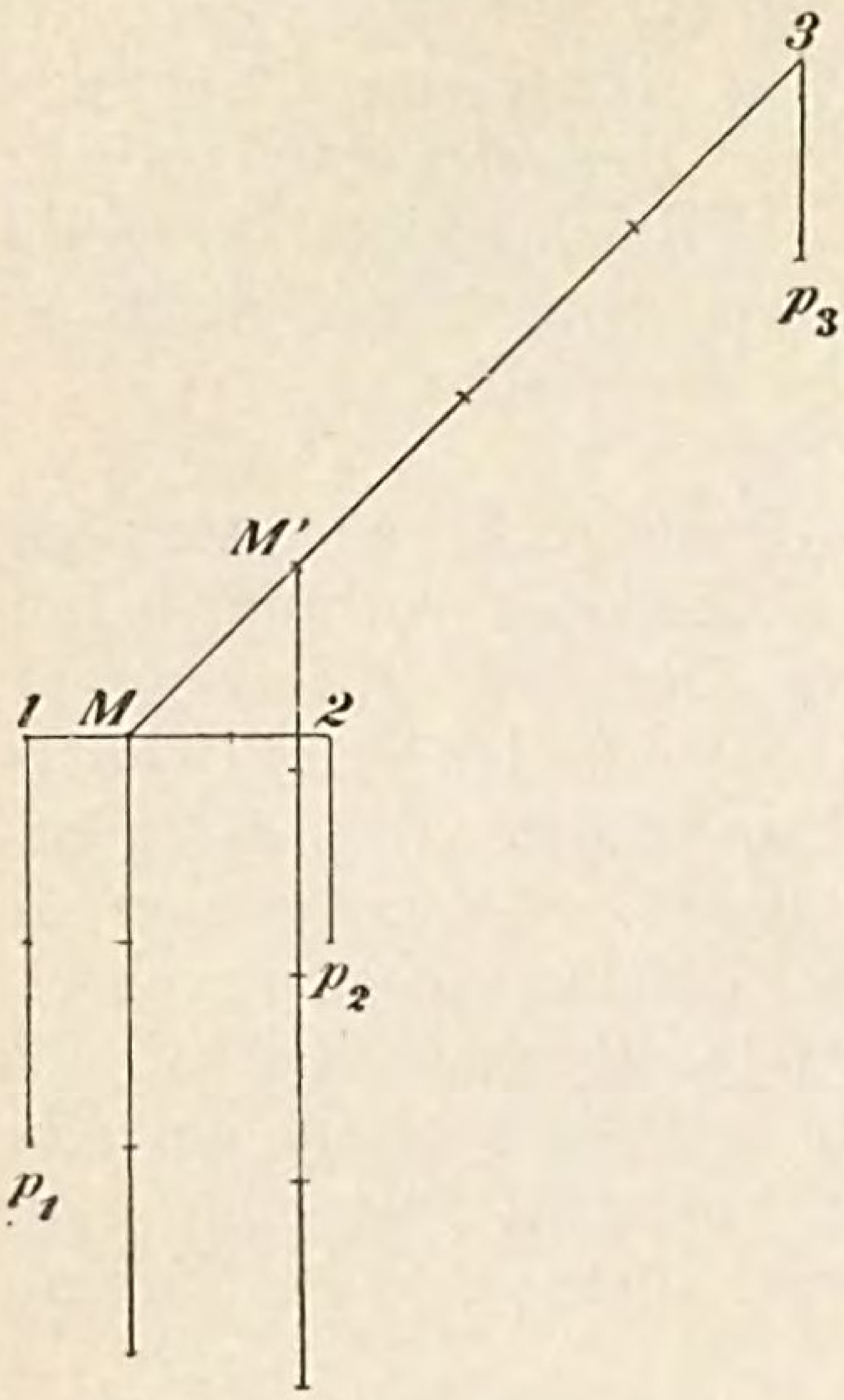


Fig. 14.

Mögen (Fig. 14) drei parallele und gleichgerichtete Kräfte p_1, p_2, p_3 mit den Angriffspunkten 1, 2, 3 an einem starren Körper wirken. p_1 und p_2 können durch ihre Resultante $p_1 + p_2$, angreifend im Mittelpunkt M der beiden Kräfte, ersetzt werden. Diese Resultante und die Kraft p_3 sind wiederum zwei parallele, gleichgerichtete Kräfte, welche durch ihre, in ihrem Mittelpunkt M' angreifende Resultante $p_1 + p_2 + p_3$ ersetzt werden können.

Diese Betrachtung kann auf beliebig viele parallele gleichgerichtete Kräfte ausgedehnt werden, welche also auch einen Mittelpunkt haben.

Das Resultat dieses Art. kann folgendermassen ausgesprochen werden: Mittelpunkt paralleler, gleichgerichteter Kräfte heisst derjenige Angriffspunkt ihrer Resultante, welcher unabhängig von der Richtung der parallelen Kräfte ist. Bei zwei Kräften liegt er auf der Verbindungslinie ihrer Angriffspunkte zwischen denselben so, dass die Produkte aus den Kräften in die Abstände ihrer Angriffspunkte vom Mittelpunkt der Kräfte gleich sind.

Cap. 2. Vom Schwerpunkt.

34. Schwerpunkt. An jedem kleinsten Theilchen eines Körpers wirkt die Schwere mit einer vertikalen Kraft gleich dem Gewicht dieses Theils. Der Schwerpunkt eines starren Körpers ist der Mittelpunkt aller dieser parallelen Kräfte, ihre Resultante, gleich ihrer Summe, ist das Gewicht des Körpers. Daraus geht hervor, dass die Wirkung der Schwerkraft auf einen starren Körper, welche Lage er auch gegen die Vertikale haben mag, stets durch sein im Schwerpunkt angreifendes Gewicht ersetzt werden kann. Dies ist auch dann noch möglich, wenn der Schwerpunkt, wie bei einem Ring, ausserhalb des Körpers liegt; nur muss in einem solchen Fall der Schwerpunkt mit dem Körper in starrer Verbindung gedacht werden (Art. 27).

Ist der Körper nicht starr, so hängt die Lage des Schwerpunktes von der Gestalt des Körpers ab und wird für eine gegebene Gestalt so bestimmt, wie wenn der Körper starr wäre. Das Gewicht des Körpers, im Schwerpunkt angreifend, ersetzt in diesem Falle die Wirkung der Schwere nicht. So wird ein vertikales, herabhängendes

Band aus elastischem Leim durch die Schwere in allen seinen Theilen verlängert, nicht nur in den oberhalb des Schwerpunktes liegenden.

Für einen starren, homogenen (Art. 199) Körper, der einen geometrischen Mittelpunkt hat, ist dieser der Schwerpunkt, so für eine Kugel ihr Mittelpunkt.

Hängt man einen Körper an einem Faden auf, so geht die Fadenrichtung durch den Schwerpunkt (Art. 18). Bezeichnet man sie am Körper und wiederholt den Versuch, indem man jenen an einem anderen Punkte aufhängt, so ist der Schwerpunkt der Durchschnitt der so bestimmten Richtungen.

35. Gleichgewicht unterstützter Körper, stabiles und labiles Gleichgewicht. Ein in einem Punkt unterstützter Körper ist bezüglich der Schwerkraft im Gleichgewicht in einer solchen Lage, dass die durch den Schwerpunkt gehende Vertikale den Unterstützungspunkt trifft.

Ist dabei der Schwerpunkt selbst unterstützt, so ist der Körper in jeder Lage im Gleichgewicht: das Gleichgewicht ist indifferent.

Liegt dabei der Schwerpunkt unterhalb des Unterstützungspunktes, so kehrt der Körper, ein wenig aus seiner Gleichgewichtslage entfernt, in diese zurück: das Gleichgewicht ist stabil.

Liegt dabei der Schwerpunkt oberhalb des Unterstützungspunktes, so verlässt der Körper, ein wenig aus seiner Gleichgewichtslage gebracht, dieselbe und bewegt sich der stabilen Gleichgewichtslage zu: das Gleichtgewicht ist labil.

Das Gleichgewicht eines Körpers heisst nämlich stabil oder labil, je nachdem er, ein wenig aus seiner Gleichgewichtslage entfernt, kleine Schwingungen um dieselbe ausführt, oder sie ganz verlässt.

Beim Balanciren hält man durch passende kleine Bewegungen einen schweren Körper in der Nähe einer labilen Gleichgewichtslage.

Ein Körper sei in mehreren Punkten unterstützt, wie ein Tisch oder ein auf seinen Füssen stehender Mensch. Die kürzeste Kontur, welche alle unterstützten Punkte einschliesst, begrenzt ein Flächenstück, welches die Unterstützungsfläche heisst. Der Körper ist bezüglich der Schwere im Gleichgewicht, wenn die durch den Schwerpunkt gehende Vertikale die Unterstützungsfläche trifft.

Allgemein ist ein Körper bezüglich der Schwerkraft im stabilen Gleichgewicht, wenn sein Schwerpunkt so tief wie möglich liegt.

36. Bifilare Aufhängung. An zwei gleich langen, parallelen Fäden sei ein um deren Mittellinie symmetrischer Körper aufgehängt.

(Fig. 15). Er ist im Gleichgewicht, wenn die Fäden vertikal hängen, da in diesem Fall der Schwerpunkt so tief wie möglich liegt. Dreht man den Körper dann um die Mittellinie, so nehmen die vorhin vertikalen Fäden schiefe Richtungen an; dadurch wird der Schwerpunkt des Körpers gehoben und dieser fällt, losgelassen, unter Drehung in seine Gleichgewichtslage zurück; aus der Spannung der schiefen, gegen die Vertikale geneigten Fäden entspringen nämlich bei A und B gleiche und entgegengesetzte horizontale Componenten, welche ein Drehungsmoment um eine vertikale Axe liefern; dasselbe ist dem Gewicht des aufgehängten Körpers und, wenn der Abstand der Fäden klein gegen ihre Länge ist, dem Quadrat jenes Abstandes direkt, der Fadenlänge umgekehrt proportional.

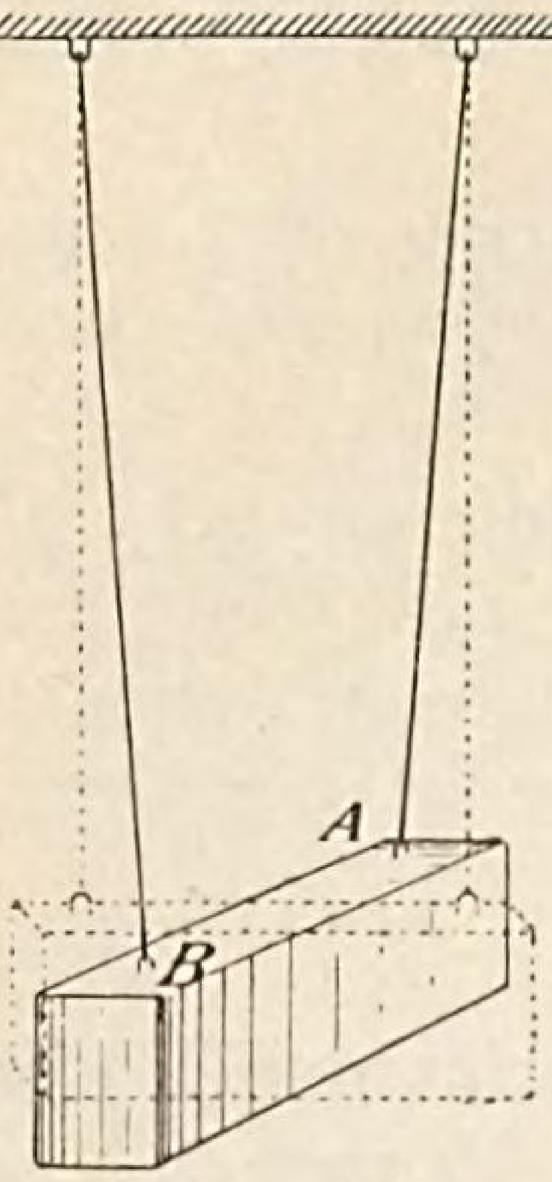


Fig. 15.

Cap. 3. Von den Maschinen.

37. Rolle. Eine Rolle ist eine an der Peripherie ausgehöhlte, kreisrunde Scheibe, drehbar um eine Axe, welche durch den Mittelpunkt der Rolle senkrecht zu ihrer Ebene läuft. Die Axenlager befinden sich in der Scheere der Rolle. Je nachdem die Scheere fest oder beweglich ist, heisst die Rolle fest oder lose.

38. Feste Rolle. Um eine feste Rolle (Fig. 16) sei ein Seil geschlungen, an dessen Enden die Kräfte P und Q wirken. Die Rolle ist ein Hebel, dessen Axe senkrecht zur Ebene der Zeichnung steht. Die Hebelarme, an welchen die Kräfte wirken, sind gleich, nämlich gleich dem Rollenhalbmesser; daher sind beim Gleichgewicht auch die Kräfte gleich (Art. 29) und zwar gleich der Spannung des Seils. Es folgt hieraus, dass die Spannung eines Seils, das über beliebig viele feste Rollen frei herum geht, überall die gleiche ist.

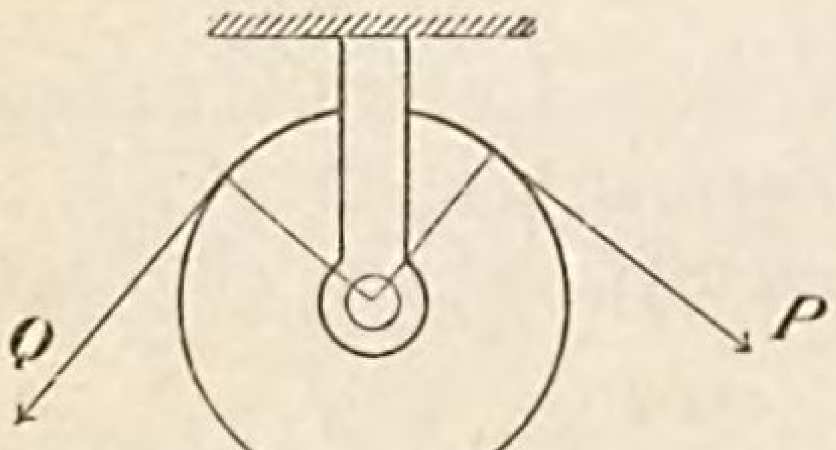


Fig. 16.

39. Flaschenzug. Der einfachste Flaschenzug besteht aus einer losen und einer festen Rolle (Fig. 17); um beide läuft ein Seil, dessen eines Ende fest ist, während an dem anderen beweglichen Ende das Kraftgewicht P wirkt. Durch das Seil wird das Lastgewicht Q getragen, in welchem das Gewicht der losen Rolle mit ihrer Scheere einbegriffen ist.

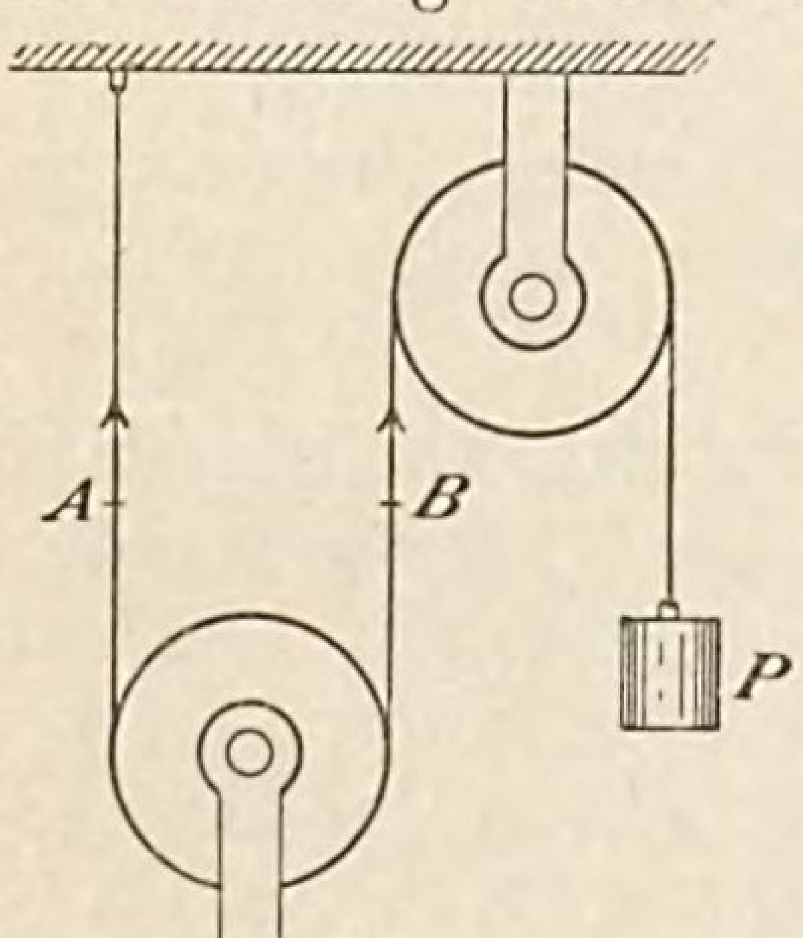


Fig. 17.

Die Spannung des Seils ist, da sie sich nicht ändern kann, wenn man die lose Rolle fest gemacht denkt, nach Art. 38 überall $= P$; mit dieser Kraft wirken also (Art. 13) bei A und B die oberen Seiltheile auf die unteren. Da die Resultante dieser beiden vertikal aufwärts gerichteten Züge $2\,P$ ist, so lautet die

Gleichgewichtsbedingung $2P = Q$ oder $P = Q/2$. Enthält der Flaschenzug (Fig. 18) zwei lose Rollen, so hängen diese an vier mit P gespannten Seiltheilen und es ist

$$P = \frac{Q}{2 \cdot 2};$$

enthält er n lose Rollen, so ist

$$P = \frac{Q}{n \cdot 2}.$$

Dabei ist angenommen, was nicht genau der Fall ist, dass alle Seiltheile vertikal hängen.

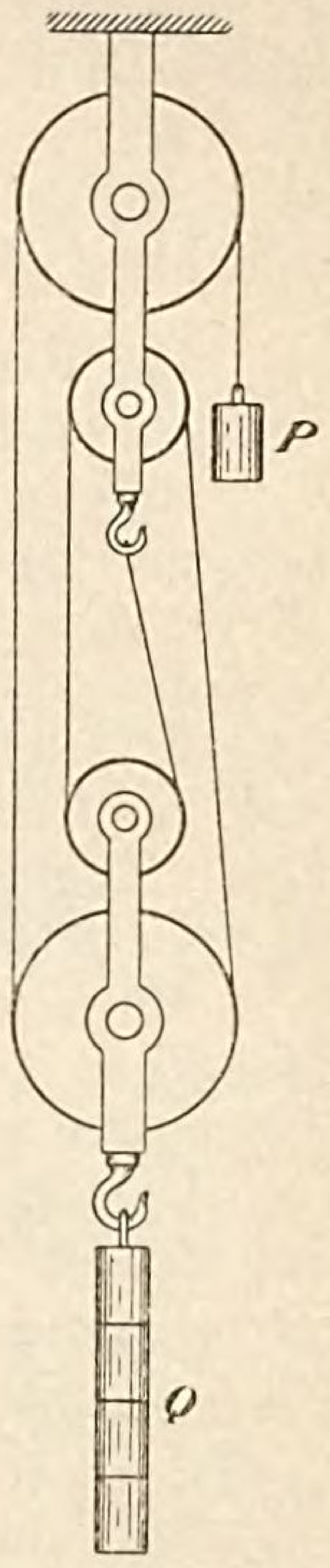


Fig. 18.

40. Maschine. In jedem Fall des Gleichgewichts der Kräfte bewegt sich das System, wenn man dem Kraftgewicht einen noch so kleinen Anstoss ertheilt hat, von selbst gleichförmig weiter (Art. 11), wobei das Lastgewicht gehoben wird. Daher ist der Flaschenzug eine Maschine, d. h. eine Vorrichtung, mittelst deren man eine Last heben kann durch eine Kraft, welche kleiner, als die Last ist; durch Vermehrung der Zahl der Rollen kann das zur Hebung einer Last benöthigte Kraftgewicht beliebig klein gemacht werden.

An Stelle des Kraftgewichts tritt bei wirklichem Gebrauch die Muskelkraft.

41. Wege des Kraft- und Lastgewichts. Lässt man, wie beschrieben, beim Flaschenzug das Kraftgewicht die Hebung des Lastgewichtes ausführen, so bemerkt man, dass dabei jenes einen grösseren Weg, als dieses zurücklegt, bei einer losen Rolle den doppelten. In der That, damit das Lastgewicht um 1 m gehoben werde, muss ein 2 m langes Stück des Seils über die lose Rolle laufen, muss also das Kraftgewicht um 2 m sinken. Da dieses hier gleich dem halben Lastgewicht ist, so verhalten sich die Wege der beiden Gewichte umgekehrt wie die Grössen der letzteren. Dieses wichtige Gesetz ist ein besonderer Fall eines für jede Maschine gültigen, das seinen sachgemässen Ausdruck vermittelst des Begriffs der Arbeit findet.

42. Arbeit. Eine Kraft leistet Arbeit nur dann, wenn ihr Angriffspunkt in Bewegung ist. Bewegt sich der Angriffspunkt in der Richtung der Kraft, so ist die von der Kraft geleistete Arbeit gleich dem Produkt aus der Kraft in den Weg ihres Angriffspunkts. Bewegt sich der Angriffspunkt in einer Richtung, welche mit der Kraftrichtung einen spitzen Winkel einschliesst, so tritt an die Stelle des Weges die Projektion desselben auf die Kraftrichtung.

Bewegt sich der Angriffspunkt entgegen der Kraftrichtung oder in einer Richtung, welche mit jener einen stumpfen Winkel bildet, so wird Arbeit gegen die Kraft geleistet, welche man bei den Maschinen in diesem Fall eine Last nennt; dabei wird die Grösse der geleisteten Arbeit auch hier nach der gegebenen Regel bemessen.

Die auf die Gravitationseinheit der Kraft (Art. 17) gegründete Arbeitseinheit heisst Kilogrammeter oder Meterkilogramm (mkg) und ist die Arbeit, welche bei der Hebung von 1 kg-Gewicht um 1 m geleistet wird.

Wird eine Last über eine horizontale Unterlage hin fortgezogen, so wird keine Arbeit gegen die Schwere geleistet, weil die Verschiebung in einer Richtung senkrecht zur Schwerkraft erfolgt.

43. Princip der Arbeit bei Maschinen. Beim Flaschenzug bewegen sich nun die Angriffspunkte von Kraft und Last bzw. in der Richtung des Kraftgewichts und entgegen der Richtung des Lastgewichts. Da weiter die Gewichte sich umgekehrt wie ihre Wege verhalten, so sind die Produkte aus den Gewichten und den bezüglichen Wegen gleich, ist also die von der Kraft geleistete Arbeit gleich der gegen die Last geleisteten; was offenbar auch der Fall ist, wenn man eine Last direkt ohne Vermittlung einer Maschine hebt. Damit ist für einen besonderen Fall folgender allgemein gültiger Satz bewiesen, welchen wir das Princip der Arbeit nennen:

Mag man eine Last direkt oder durch Vermittlung einer Maschine heben, so ist immer die von der Kraft geleistete Arbeit gleich der gegen die Last geleisteten.

Die folgende Tabelle dient zur Veranschaulichung dieses Satzes am Beispiel der Flaschenzüge.

Zahl der losen Rollen	Last	Weg der Last	Gegen die Last geleistete Arbeit	Kraft	Weg der Kraft	Von der Kraft geleistete Arbeit
1	1 kg	1 m	1 mkg	1/2 kg	2 m	1 mkg
2	1 „	1 „	1 „	1/2·2 „	2·2 „	1 „
3	1 „	1 „	1 „	1/3·2 „	3·3 „	1 „
:	:	:	:	:	:	:
n	1 „	1 „	1 „	$1/n\cdot 2$ „	$n\cdot 2$	1 „

44. Anwendung des Princips der Arbeit. Um durch das Princip der Arbeit die Gleichgewichtsbedingung für irgend eine Maschine zu finden, lässt man diese eine kleine Bewegung ausführen und drückt aus, dass die dabei von der Kraft geleistete Arbeit gleich ist der gegen die Last geleisteten. Z. B. lasse man in dem zwei lose Rollen enthaltenden Flaschenzug die Kraft P durch einen kleinen Weg hin arbeiten, wobei die Last Q die Hebung q erfahre. Dann liefert das Princip der Arbeit $P \cdot p = Q \cdot q$. Nun ist in diesem Fall $p = 4q$, daher $P = 4Q$.

45. Das Princip der virtuellen Bewegungen ist ein Satz, von welchem das Princip der Arbeit bei Maschinen einen besonderen Fall bildet und welcher lautet: Ein Körper ist dann und nur dann im Gleichgewicht, wenn bei jeder möglichen Bewegung die von wirkenden Kräften geleistete Arbeit gleich ist der gegen wirkende Kräfte geleisteten.

46. Gesetz von der Erhaltung der Energie. Ein Kraftgewicht P kg, p m über dem Boden, halte einer auf dem Boden liegenden Last Q das Gleichgewicht. P sinke auf den Boden, q sei die dabei stattfindende Hebung der Last.

Wirken erstens P und Q an den Enden eines um eine feste Rolle geschlungenen Seils (Fig. 19), so ist $Q = P$, $q = p$ und die gegen die Last geleistete Arbeit $Q \, . \, q$ ist $= P \, . \, p$.

Wirken P und Q als Kraft- und Lastgewicht in irgend einer Maschine, so ist $Q > P$, aber die gegen die Last geleistete Arbeit $Q \, . \, q$ ist nach der Theorie der Maschinen auch in diesem Fall $= P \, . \, p$.

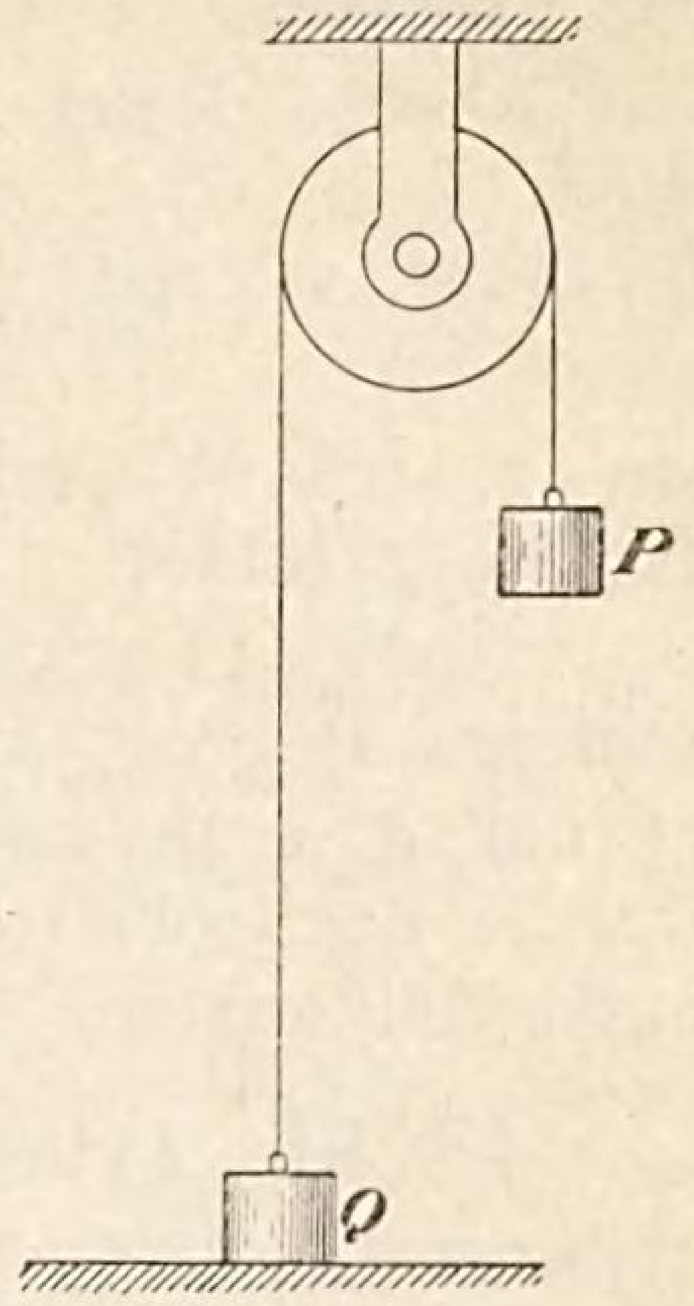


Fig. 19.

Ein Gewicht von P kg repräsentirt also in einer Höhe von p m über dem Boden eine bestimmte, unveränderliche, disponible Arbeitskraft $= P \, . \, p$ mkg, welche verbraucht ist, wenn das Gewicht auf den Boden gesunken ist.

Aber die Last Q wird dabei um q m gehoben, repräsentirt also nach jenem Vorgang $Q \, . \, q$ mkg disponible Arbeitskraft. Da $Q \, . \, q = P \, . \, p$, so ist bei dem Vorgang disponible Arbeitskraft nicht verloren worden, sondern lediglich von dem Kraftgewicht auf das Lastgewicht übergegangen.

Energie heisst Alles, was disponibler Arbeit aequivalent ist. Die entwickelte Beziehung bildet einen besonderen Fall des allgemeinen Gesetzes von der Erhaltung der Energie, welches besagt, dass die in der Natur im Ganzen vorhandene Energie der Quantität nach unveränderlich, Veränderungen aber insofern unterworfen ist, als Energie aus einem Körper in den anderen oder aus einer Form in die andere übergehen kann.

47. Schiefe Ebene. Eine schiefe, d. h. gegen den Horizont geneigte Ebene kann als Maschine zum Heben von Lasten verwandt werden. Durch einen beliebigen Punkt A der schiefen Ebene werde ein Schnitt geführt senkrecht zu ihrer Durchschnittslinie mit der Horizontalebene BC. (Fig. 20). Ist dann AB senkrecht zu BC, so heisst $AB = h$ die Höhe, $AC = l$ die Länge, $BC = b$ die Basis der schiefen Ebene.

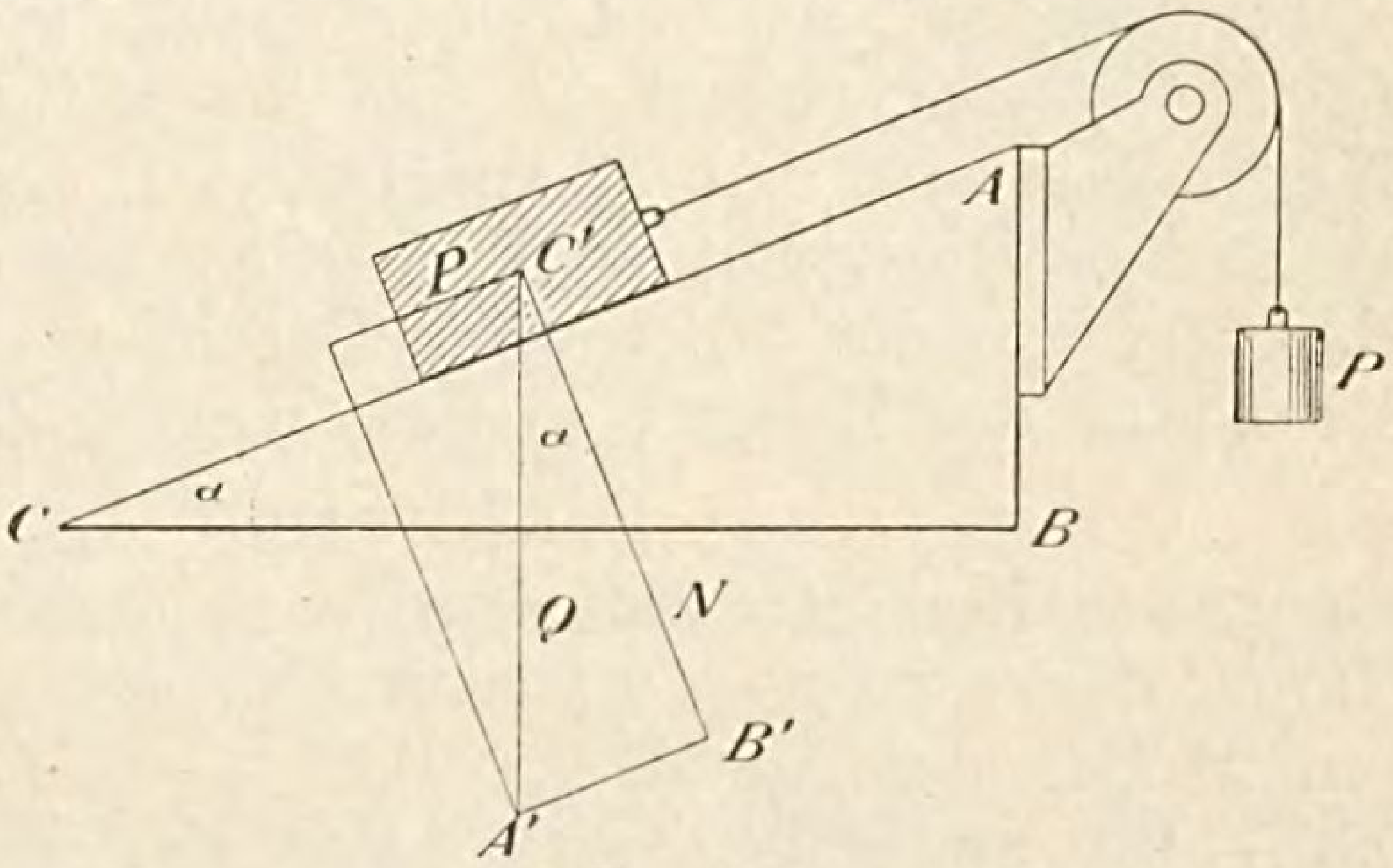


Fig. 20.

Die aufgelegte Last Q soll durch eine parallel zur Länge der schiefen Ebene wirkende Kraft im Gleichgewicht gehalten bezw. gehoben werden. Man zerlege, um diese Kraft zu finden, Q in zwei Componenten, die eine N senkrecht, die andere P parallel zur Länge AC.

N wird durch den Widerstand der schiefen Ebene aufgehoben, P ist die gesuchte Kraft. Aus der Aehnlichkeit der Dreiecke ABC und $A'B'C'$ folgt

$$P : Q = h : l \text{ oder } P = Q \cdot \frac{h}{l} = Q \cdot \sin \alpha \ldots . \quad (1)$$

$$\text{Ebenso} \qquad N = Q \cdot \frac{b}{l} = Q \cdot \cos \alpha \ldots . \quad (2)$$

wo α den Winkel bedeutet, welchen die schiefe Ebene mit dem Horizont bildet.

Nach (1) verhält sich Kraft zu Last wie Höhe zu Länge der schiefen Ebene. Um mittelst der schiefen Ebene das Lastgewicht Q um h m zu heben, muss die Arbeit $P.l$ aufgewendet werden, welche nach (1) $= Q.h$ ist, d. h. gleich der bei direkter Hebung aufzuwendenden (Art. 43).

48. Die Arbeit beim Heben ist unabhängig vom Weg. Um also einen schweren Punkt von C nach A zu befördern, muss man dieselbe Arbeit aufwenden, mag man ihn auf der schiefen Ebene von C nach A bringen, oder ihn auf der horizontalen ohne Arbeitsleistung (Art. 42) von C nach B schaffen und ihn dort nach A hinaufheben. Allgemein ergiebt sich als Folge des Satzes von der Erhaltung der Energie, dass die Arbeit, welche erforderlich ist, um einen schweren Punkt von irgend einem Punkt C zu irgend einem anderen A überzuführen unabhängig von dem Wege ist, auf welchem die Ueberführung geschieht.

49. Reibung. Die experimentelle Bestätigung von (1) wird erschwert durch die Reibung, welcher wir nicht Rechnung trugen. Stellt man nämlich AC horizontal, so sollte nach (1), da nun $h = o$ ist, die Last schon durch die kleinste Kraft in Bewegung gesetzt werden. Dagegen geschieht dies erfahrungsgemäss erst dann, wenn die Kraft einen gewissen, von verschiedenen Umständen abhängigen Werth erreicht hat. Wenn also auf einen festen Körper ein Zug wirkt, welcher ihn über eine feste Unterlage zu gleiten antreibt, so wirkt diese auf ihn mit einer Kraft, welche Reibung heisst, dem Zuge entgegengerichtet ist und ihn aufhebt bis zu einem gewissen Werth desselben, dem Maximalwerth R der Reibung. Nach Coulomb ist R dem Normaldruck N zwischen den Körpern proportional, unabhängig von der Grösse der Berührungsfläche, aber abhängig von der Natur der Körper, so dass man setzen kann:

$$R = \mu \cdot N \ldots . \quad (3)$$

wo μ, der Reibungscoefficient, eine absolute Zahl ist, die von der Natur der reibenden Flächen abhängt und z. B. für die Reibung von Metall auf Metall zu 0,25 — 0,15, von Holz auf Holz zu 0,5 — 0,2 angegeben wird. Um also einen 1 kg schweren Klotz über eine hölzerne Unterlage fortzuziehen, ist ein Zug von 0,5 — 0,2 kg nöthig. Die Reibung zwischen zwei festen Körpern nimmt in vielen Fällen etwas zu, wenn die Körper längere Zeit relativ zu einander ruhen. Unebenheiten, welche auch bei hochpolirten Gläsern vor-

handen sind und bei der Reibung zum Theil gebogen, zum Theil abgerieben werden, sind wahrscheinlich Ursache der letzteren.

50. Ruhewinkel. Legt man einen Klotz vom Gewicht Q auf die schiefe Ebene und vergrössert ihre Neigung α gegen den Horizont, so wird der Klotz auf ihr hinabgleiten, wenn die nach ihrer Länge genommene Componente P von Q (Fig. 20) gleich der Reibung, d. h. wenn $P = \mu . N$ oder nach (1) und (2) $Q . h/l = \mu . Q . b/l$, oder

$$\mu = \frac{h}{b} = \operatorname{tg} \alpha \ldots \tag{4}$$

geworden ist. Der hierdurch bestimmte kleinste Neigungswinkel, bei welchem das Hinabgleiten eintritt, heisst Ruhewinkel und wird für die Reibung von Sand auf Sand an aufgeschütteten Sandhaufen beobachtet.

51. Arbeit bei der Reibung, Räder. Um einen Kasten durch den Weg U über den Boden hin fortzuschleifen, muss die Arbeit $R . U$ gegen die Reibung geleistet werden. Ruht aber der Kasten auf einem Rade vom Umfang U (Schubkarren), so rollt dieses über den Boden hin, wobei die rollende Reibung geringfügig ist, gleitende Reibung aber nur noch auf die in ihren Lagern sich drehende Axe ausgeübt wird. Ist u der Umfang der Axe, so ist für die Weglänge U des Karrens die gegen die Reibung geleitete Arbeit $R' . u$, wenn R' den Reibungscoefficient für die Axenreibung bedeutet; sie ist, wenn $R' = R$ im Verhältniss $u : U$ kleiner, als im vorigen Fall; da aber $R' < R$, noch kleiner. Dasselbe Resultat findet man für den Fall eines auf mehreren gleichen Rädern laufenden Wagens, da die Reibung von der Grösse der Berührungsfläche unabhängig ist (Art. 49).

52. Friktionsräder. Nach demselben Princip lässt man eine Axe A, die man leicht beweglich machen will, nicht im Lager, sondern zwischen Friktionsrädern laufen (Fig. 21), wobei die Axe und die Friktionsräder an einander vorbei rollen. Ist U der Umfang eines Friktionsrades, u der Umfang seiner Axe, so ist bei einer ganzen Umdrehung des Friktionsrades, also bei einer Weglänge U eines Punktes des Umfangs von A, die gegen die Reibung geleistete Arbeit $u . R$, während sie für die gleiche Weglänge U den Werth $U . R$ hat, wenn A im Lager läuft. Nach diesem Princip wurden schon im Mittelalter die Axen schwerer Kirchenglocken aufgehängt.

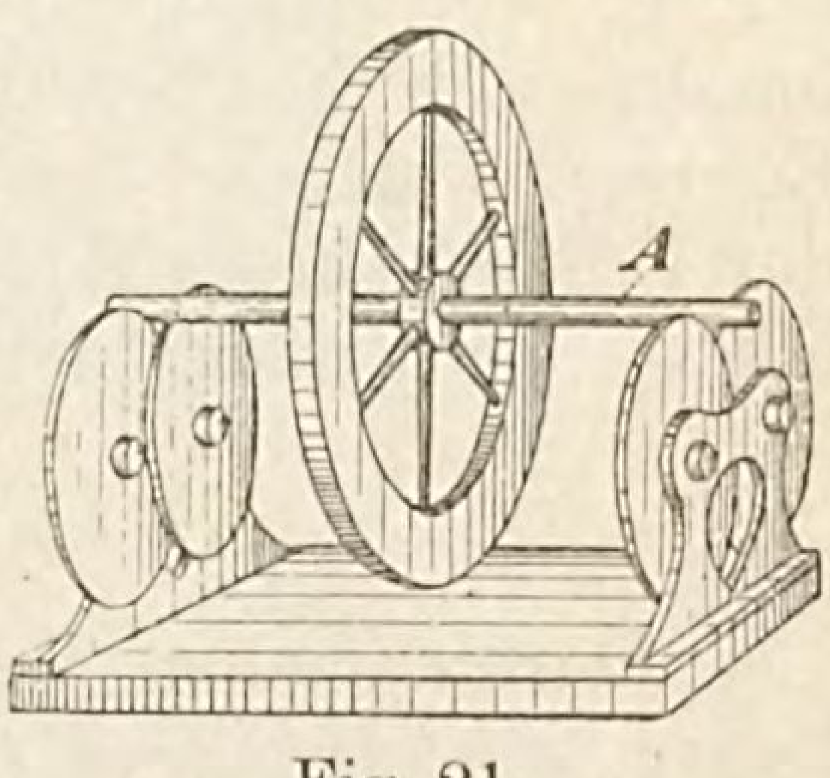


Fig. 21.

53. Scheinbarer Energieverlust bei der Reibung. An einem Klotz auf horizontaler Unterlage wirkt mittelst Schnur und Rolle in horizontaler Richtung die Kraft eines Gewichts (Fig. 22), welches dem Maximalwerth der Reibung gleich ist. Setzt man das System in Bewegung, so nimmt die Energie des sinkenden Gewichtes

ab, ohne dass die Energie des Klotzes, welcher seine Höhe über dem Boden nicht ändert, zunimmt. Hierbei geht also scheinbar Energie verloren; in Wahrheit wird sichtbare Energie in unsichtbare, nämlich Wärme verwandelt (Art. 337).

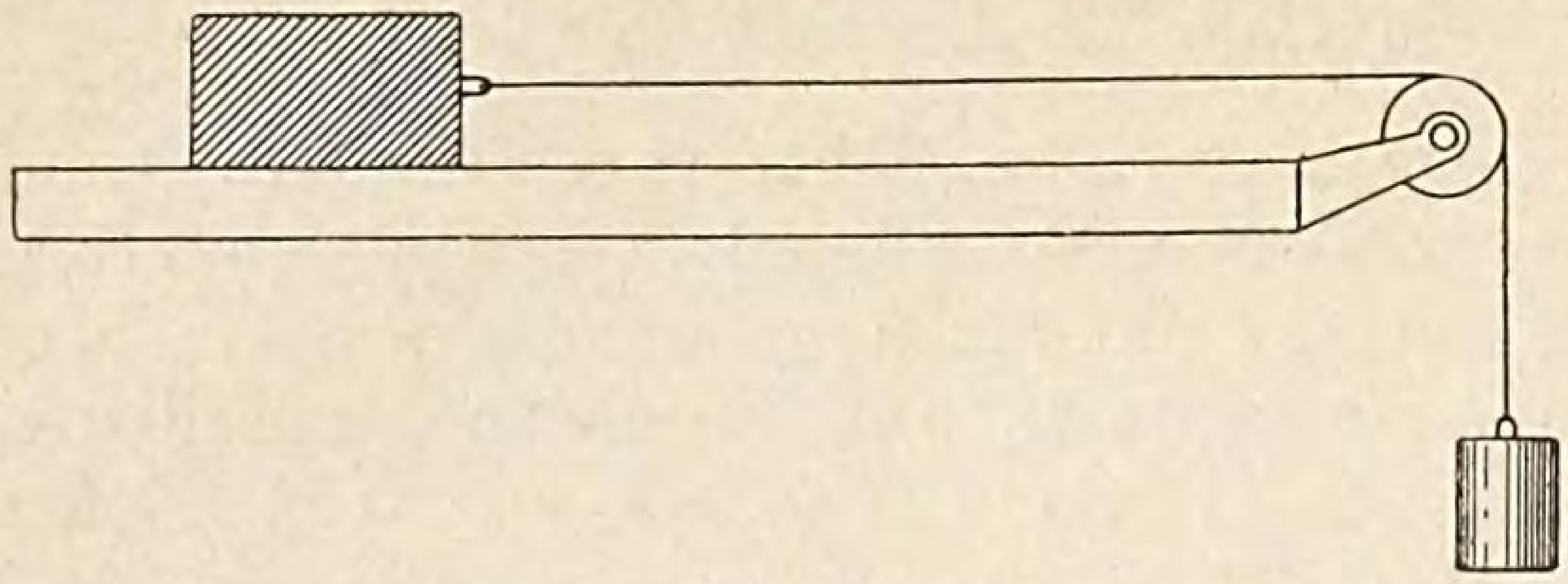


Fig. 22.

54. Die Schraube. Um einen graden Kreiscylinder werde ein rechtwinkliges Dreieck gewickelt, indem die eine Kathete der Cylinderaxe parallel festgehalten wird. Dann beschreibt die Hypotenuse eine Schraubenlinie. Der parallel der Cylinderaxe gemessene Abstand zweier Schraubenwindungen heisst die Höhe eines Schraubenganges. Wird der Cylinder mit einem der Schraubenlinie folgenden Grat versehen, so erhält man eine Schraubenspindel; wird ein über den Cylinder passender Hohlcylinder mit einer vertieften Nuth versehen, in welche die Schraubenspindel passt, so erhält man die zugehörige Schraubenmutter.

55. Schraubenbewegung. Wenn die Schraubenspindel sich in der Schraubenmutter bewegt, so dreht sie sich um die Cylinderaxe und rückt gleichzeitig in der Richtung der Cylinderaxe vor, um die Höhe eines Schraubenganges bei einer ganzen Umdrehung. Die Schraubenbewegung ist also aus einer Drehung um eine Axe und einer fortschreitenden Bewegung nach derselben Axe zusammengesetzt, wobei die Grösse der fortschreitenden zu der Grösse der drehenden Bewegung in einem bestimmten, von der Art der Schraube abhängigen Verhältniss steht.

56. Die Schraube als Maschine. Bei der Klemmschraube ist die Last der nach der Cylinderaxe gerichtete Druck des Widerlagers; am Umfang der Spindel, oder besser an einem mit ihr verbundenen Flügel wirkt die Kraft in der Richtung der Tangente des Kreises, welchen der Angriffspunkt der Kraft beschreibt. Sei U der Umfang dieses Kreises, h die Höhe eines Schraubenganges, dann liefert das Princip der Arbeit die Gleichgewichtsbedingung

$$P \,.\, U = Q \,.\, h \text{ oder } P = Q \cdot \frac{h}{U} \cdots \qquad (5)$$

Durch flachen Schraubengang und langen Flügel wird also ein hoher Wirkungsgrad erzielt.

Die Reibung verhindert bei der Klemmschraube das Zurückspringen nach Entfernung der Kraft.

Solange der Druck des Widerlagers nicht zu überwinden ist, hat man den Nachtheil des grossen Weges der Kraft. Bei den amerikanischen Klemmschrauben beginnt daher die Schraubenwirkung erst, wenn der Widerstand zu wirken anfängt.

57. Mikrometerschraube. Als solche dient die Schraube dazu, kleine Längsverschiebungen hervorzubringen und zu messen. Das

Princip der Mikrometerschraube kann an der Schraubenlehre Fig. 23 erläutert werden; diese dient dazu, die Dicke eines Drahtes oder einer Platte zu messen, welche zwischen die Schraubenspindel und das feste Widerlager gebracht wird. Die Höhe eines Schraubenganges ist 1 mm; die auf die Spindel centrisch aufgesetzte Scheibe oder Trommel ist in 100 gleiche Theile getheilt (in der Figur sind nur 20 angenommen).

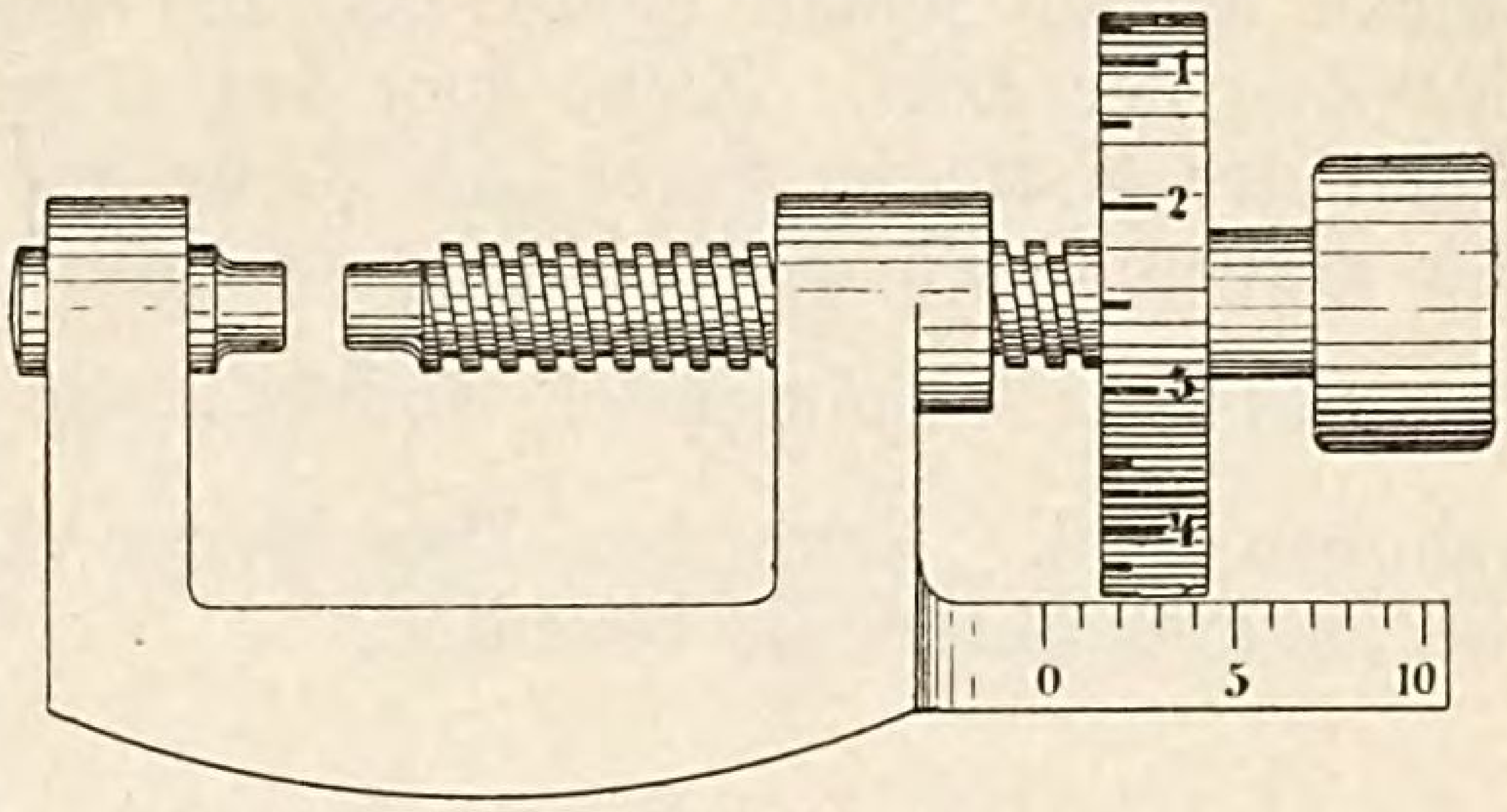


Fig. 23.

Einer Drehung um einen Trommeltheil entspricht also eine Längsverschiebung von $^1/_{100}$ mm.

58. Schlittenverschiebung. Um auf einen Schlitten die fortschreitende Bewegung der Schraubenspindel zu übertragen, ohne dass er an ihrer drehenden Bewegung theilnimmt, verkuppelt man beide bezüglich der fortschreitenden Bewegung mit einander, lässt sie aber bezüglich der drehenden Bewegung von einander unabhängig. Zu diesem Zweck versieht man (Fig. 24) die Schraubenspindel mit einer Kugel, deren Mittelpunkt in die Drehungsaxe fällt und welche von dem Schlitten A umfasst wird. Hält man die Schraubenmutter B fest, so macht der Schlitten A in seiner Führung die fortschreitende Bewegung der Spindel mit.

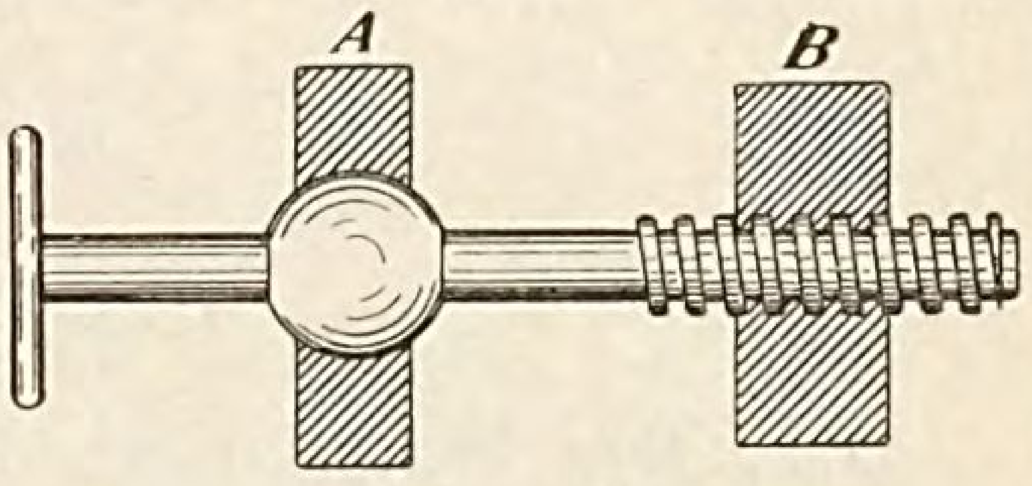


Fig. 24.

59. Der Hebel. Wirken an einem starren Hebel zwei Kräfte in einer Ebene senkrecht zur Drehungsaxe, so sind sie im Gleichgewicht, falls sie sich umgekehrt wie ihre Hebelarme verhalten (Art. 29). Der Hebel wirkt mithin als Maschine, wenn der Hebelarm der Kraft grösser, als der Hebelarm der Last ist. Das ist z. B. der Fall bei der Zange, bei welcher die Last, d. h. hier der Widerstand des gefassten Gegenstandes, an dem kurzen, die Kraft der Hand an dem langen Theil der Zange angreift. Wenn, wie hier, Kraft und Last an entgegengesetzten Seiten von der Axe angreifen, so heisst der Hebel zweiarmig. Der Nussknacker, bei dem die Last der Widerstand ist, welchen die Nuss dem Zerbrechen entgegensetzt, und Last und Kraft auf einerlei Seite von der Axe angreifen, ist ein einarmiger Hebel.

60. Differentialflaschenzug (Fig. 25). Zwei feste Rollen A und a sind auf einer gemeinschaftlichen Axe befestigt. L ist eine lose Rolle, an welcher die Last Q hängt.

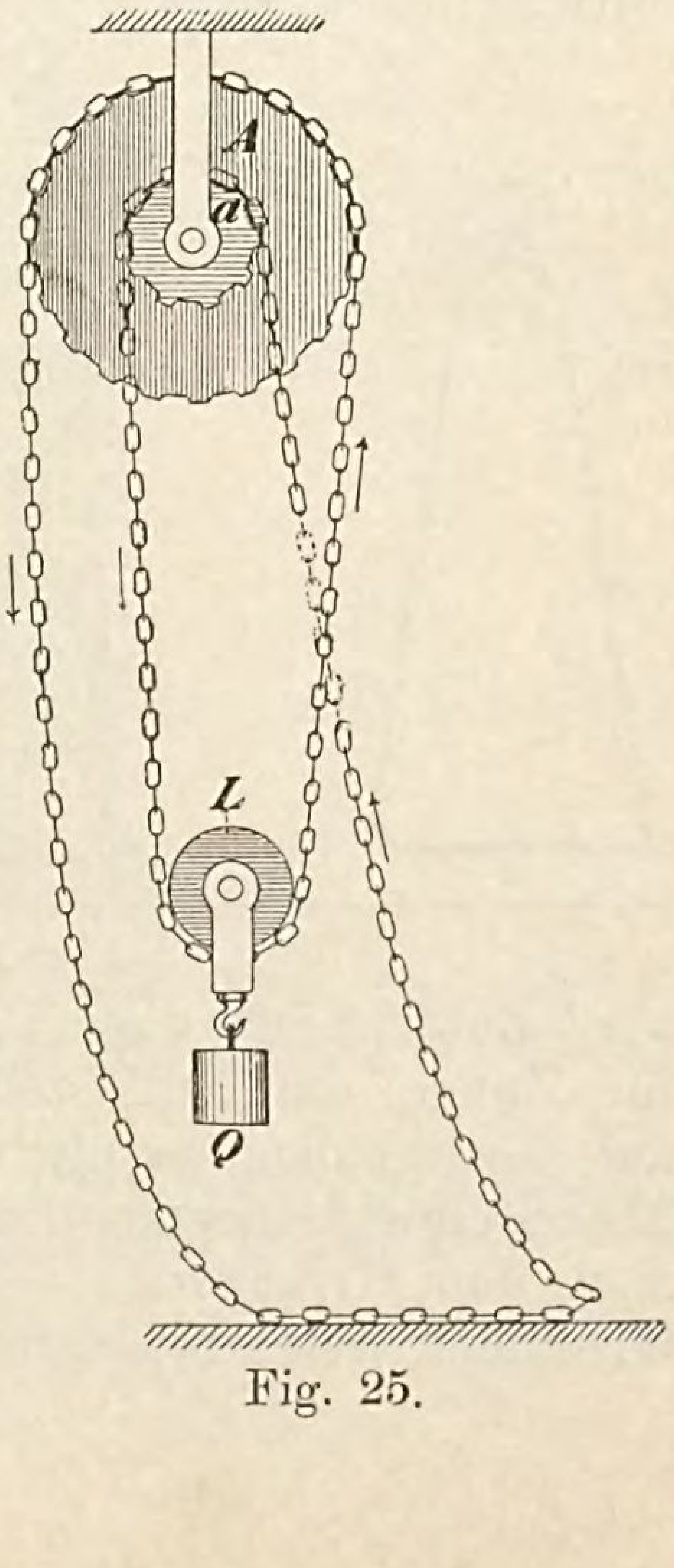


Fig. 25.

Um die Rollen geht eine zusammenhängende Kette herum, welche durch Speichen auf A und a am Rutschen gehindert ist. Zwei Kettenstücke hängen schlaff herab; auf die beiden anderen vertheilt sich der Zug der Last. Zieht man den ungespannten, um A gehenden Theil der Kette im Sinne des Pfeils um das Stück S fort, so wird der gespannte Theil auf A um das Stück S aufgewickelt, von a um das Stück s abgewickelt, wodurch die Last um die Höhe $\frac{S-s}{2}$ gehoben wird. Nach dem Princip der Arbeit ist folglich, wenn P die angewandte Kraft bedeutet,

$$S.P = \frac{S-s}{2} \cdot Q \text{ oder } P = \frac{1-\frac{s}{S}}{2} \cdot Q$$

Wenn R und r bzw. die Halbmesser der Rollen A und a vorstellen, so ist $s/S = r/R$ und daher

$$P = \frac{1-\frac{r}{R}}{2} \cdot Q = \frac{R-r}{2R} \cdot Q \dots . \qquad (6)$$

Cap. 4. Die Wage.

61. Die Wage dient dazu, zwei Gewichte der Grösse nach mit einander zu vergleichen. Der Wagebalken (Fig. 26) ist ein zweiarmiger, um die Mittelschneide drehbarer Hebel, welcher sich im stabilen Gleichgewicht befindet, wenn die durch seinen Schwerpunkt geführte Vertikallinie die Mittelschneide trifft und jener unterhalb der Mittelschneide liegt (Art. 35). Die am Wagebalken befestigte Zunge soll dann den Nullpunkt der Theilung treffen. Die Wagschalen hängen mittelst dachförmiger Lager an den Endschneiden, sind daher um diese drehbar und hängen im Gleichgewicht so, dass der Schwerpunkt der belasteten Schale unterhalb ihrer Endschneide in einer durch diese gehenden Vertikallinie liegt. Es wird bewirkt, dass auch nach Anbringung der unbelasteten Schalen die Zunge auf Null steht. Legt man alsdann gleiche Gewichte P auf die Schalen, so bleibt, wenn die Endschneiden symmetrisch zur Mittelschneide liegen oder die Wage gleicharmig ist, die Nullstellung nach dem Hebelgesetz bestehen, und daraus kann rückwärts auf die Gleichheit der aufgelegten Gewichte geschlossen werden.

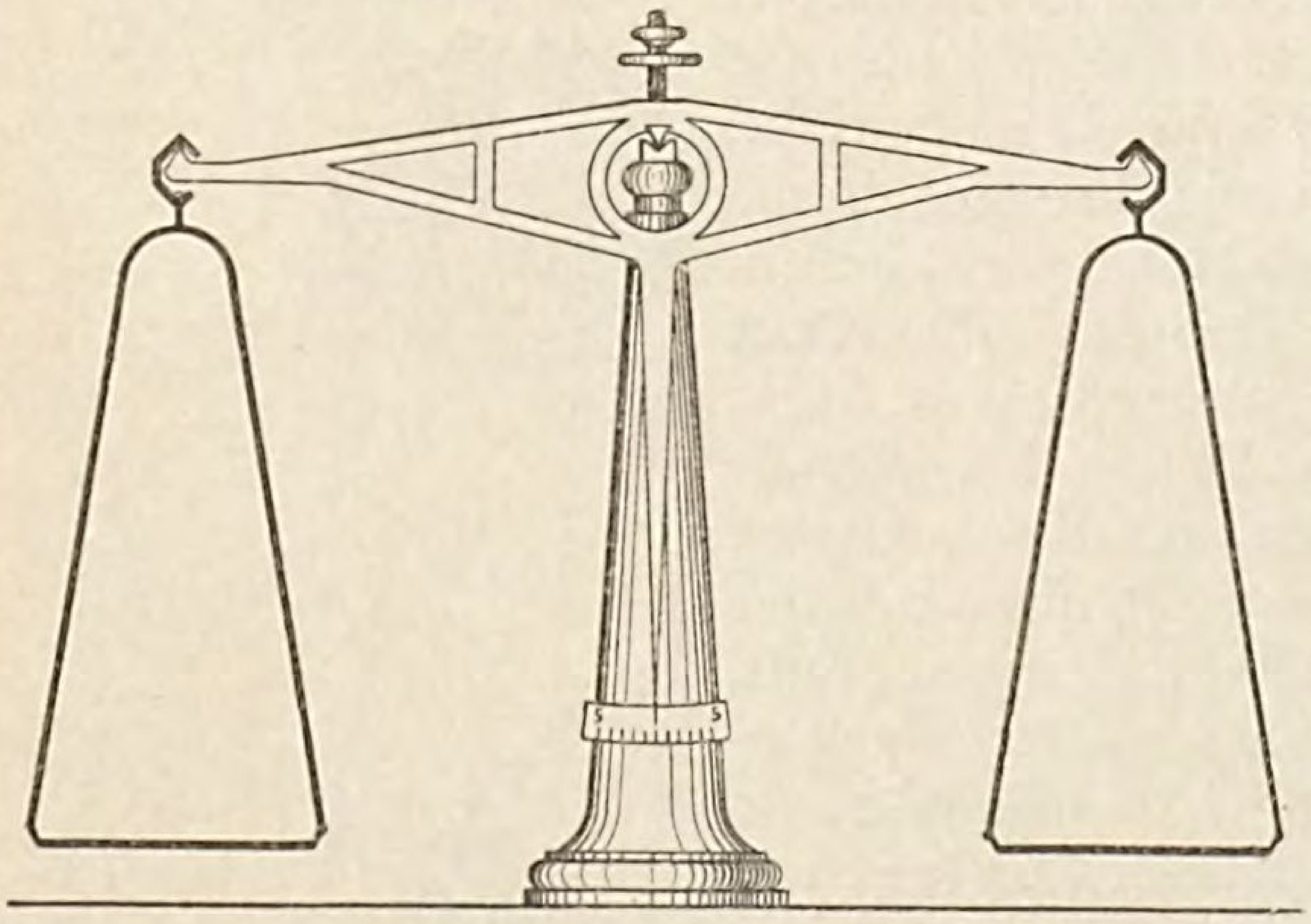


Fig. 26.

62. Empfindlichkeit. Ein Uebergewicht p auf der linken Schale (Fig. 27) drückt dieselbe hinunter und dreht den Balken, welcher in einer neuen Lage wieder zum Gleichgewicht kommt; es müssen also bei der Drehung des Balkens Kräfte auftreten, welche dem Uebergewicht entgegenwirken. Der Ausschlag für 1 mg Uebergewicht auf einer Seite heisst die Empfindlichkeit der Wage.

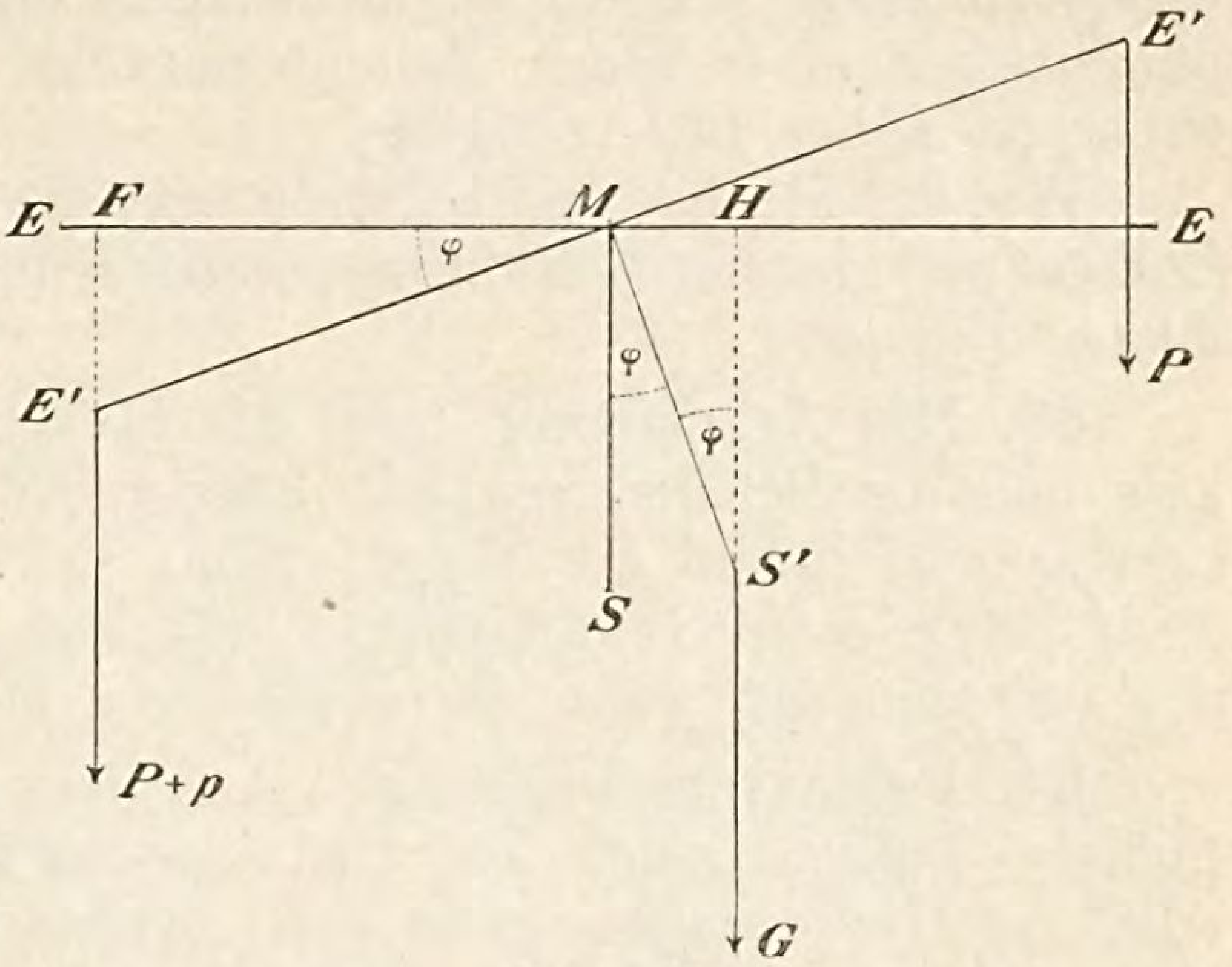


Fig. 27.

Es mögen (Fig. 27) die 3 Schneiden E, M, E, wie das bei einer guten Wage nahe zutreffen soll, in einer Ebene liegen; dann geht die Resultante der gleichen Gewichte P auch beim gedrehten Balken durch die Mittelschneide hindurch (Art. 33) und wird durch deren Widerstand aufgehoben; es kommt daher in diesem Fall auf die Gewichte P gar nicht an und die Empfindlichkeit wird unabhängig von der Belastung. Da indessen durch die Belastung und nach Maassgabe dieser der Balken etwas durchgebogen wird, so kann die gemachte Voraussetzung nie genau erfüllt sein.

Behalten wir sie bei, so ist die einzige Kraft, welche den Balken in seine alte Gleichgewichtslage zurück treibt, sein Gewicht, indem beim gedrehten Balken die durch seinen Schwerpunkt geführte Vertikale rechts an der Mittelschneide vorbeigeht; in der neuen Gleichgewichtslage muss das Drehungsmoment des Uebergewichts in Bezug auf die Mittelschneide M dem des Balkengewichts gleich sein.

Sei l der Abstand zwischen End- und Mittelschneide (die halbe Balkenlänge), φ der Ausschlag. $p \,.\, MF = p \,.\, l \,.\, \cos\varphi$ ist das statische Moment des Uebergewichts in Bezug auf M. Sei e der Abstand des Balkenschwerpunkts von der Mittelschneide, G das Balkengewicht. $G \,.\, MH = G \,.\, e \,.\, \sin\varphi$ ist das statische Moment des Balkengewichts.

Die Gleichgewichtsbedingung lautet also:

$$G \,.\, e \,.\, \sin\varphi = p \,.\, l \,.\, \cos\varphi \text{ oder}$$

$$\operatorname{tg}\varphi = p \cdot \frac{l}{G \,.\, e} \cdots \qquad (7)$$

Für kleine Winkel φ ist merklich $\operatorname{tg}\varphi = \varphi$ (Art. 3), und die Empfindlichkeit proportional

$$\frac{l}{G \,.\, e}$$

d. h. der Balkenlänge direkt, dem Produkt aus dem Balkengewicht in den Abstand des Balkenschwerpunkts von der Mittelschneide umgekehrt proportional.

Durch Hinaufschrauben der Regulirungsschraubenmutter Fig. 26 wird der Balkenschwerpunkt der Mittelschneide genähert und da-

durch die Empfindlichkeit der Wage gesteigert, zugleich aber (s. Art. 108) ihre Schwingungsdauer vergrössert und dadurch das Wägen erschwert. Die Halbschwingungsdauer oder die Zeit zwischen zwei Umkehrpunkten soll 10 sc. nicht übersteigen. Die Angabe der Empfindlichkeit einer Wage ohne gleichzeitige Angabe der Schwingungsdauer ist daher bedeutungslos.

Wie der Mechaniker Bunge gezeigt hat, sind Wagen mit kurzen Balken bei gleicher Schwingungsdauer empfindlicher, als Wagen mit langen Balken.

63. Die Arretirung hebt die Mittelschneide von ihrer Unterlage und die Schalen von den Endschneiden ab. Um die Schneiden zu schonen, bleibt die Wage, wenn sie nicht gebraucht wird und auch während die Gewichtstücke aufgelegt werden, arretirt und wird nur frei gemacht, wenn die Einstellung bestimmt werden soll.

64. Reiterverschiebung. Auf dem in 10 gleiche Theile getheilten Balken kann der Centigrammreiter, ein gebogener 1 cg schwerer Draht aufgesetzt werden; bezüglich des statischen Moments ist er auf dem Theilstrich 3 mit 3 mg auf der Schale gleichwerthig und macht daher mg-Gewichte entbehrlich.

65. Die Prüfung auf Gleicharmigkeit macht man, indem man beiderseits mit nominell gleichen Gewichten belastet und einen etwaigen Ausschlag merkt. Aendert dieser bei Vertauschung der Gewichte seinen Sinn, nicht aber seine Grösse, so ist die Wage gleicharmig.

66. Die Genauigkeit der Wage ist grösser als die irgend eines anderen physikalischen Instruments; eine Wage von mittlerer Feinheit erlaubt, das Gewicht eines etwa 100 g schweren Körpers bis auf 0,1 mg, also bis auf 1/Million des ganzen Gewichts, genau zu bestimmen.

67. Brückenwage. Die Brücke, auf welche die Last Q gelegt wird (Fig. 28), hängt einerseits bei A am Wagebalken und ruht andererseits auf einer Schneide a. Diese ist an einem Brett befestigt, welches einerseits bei b am Wagebalken hängt, andererseits um eine feste Schneide m sich drehen kann. Ist $MA : MB = ma : mb$, z. B. $= 1 : 3$, so bleibt die Brücke beim Schwingen sich selbst parallel und hebt oder senkt sich ebensoviel wie A. Es senken sich nämlich alsdann gleichzeitig A um 1 cm, B und damit b um 3 cm, a mithin um 1 cm, d. h. um ebensoviel als A. Ist also die Wagschale in einem Punkt C aufgehängt, welcher so liegt, dass $MA : MC = 1 : 10$, und P das auf sie gelegte Gewicht, so liefert das Princip der Arbeit

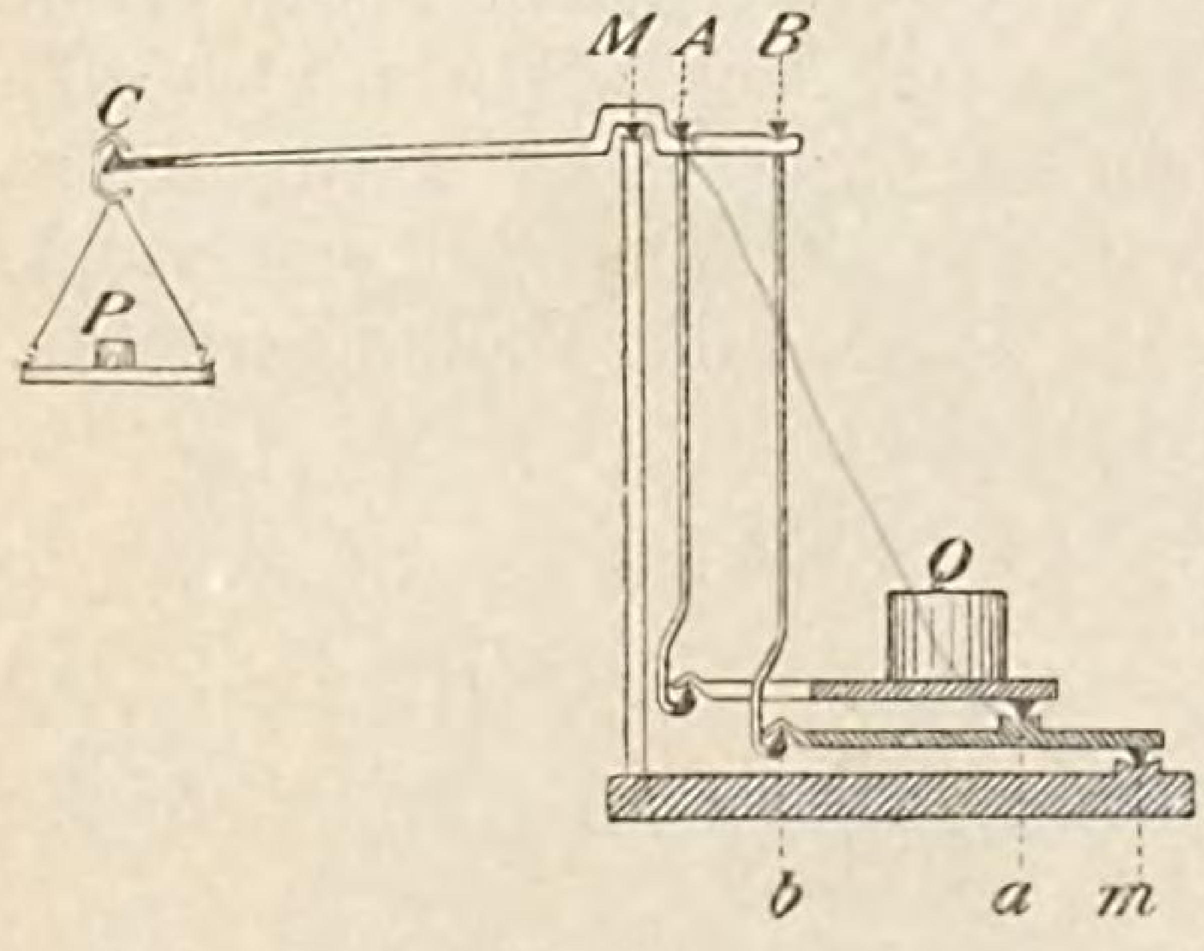


Fig. 28.

$$Q . 1 = P . 10 \text{ oder } Q = 10\,P.$$

Bei dieser Einrichtung nennt man die Brückenwage Decimalwage.

II. Abtheilung. Bewegung starrer Körper.

Cap. 5. Das zweite Bewegungsgesetz.

68. Beschleunigung. Eine Kraft, welcher nicht andere Kräfte das Gleichgewicht halten, ändert die Bewegung des Körpers, auf welchen sie wirkt, nach Geschwindigkeit, nach Richtung oder in beiden Hinsichten. Wir betrachten zunächst einen Körper, den man aus der Hand fallen lässt. Sein fortwährend wirkendes Gewicht ertheilt ihm dann eine stets wachsende Geschwindigkeit in der Richtung, in welcher es wirkt, d. h. in vertikaler Richtung nach unten. Beschleunigung heisst bei der gradlinigen Bewegung die in der Zeiteinheit erfolgende oder auf die Zeiteinheit reducirte Geschwindigkeitszunahme (Art. 10). Hörte die Kraft, das Gewicht, plötzlich zu wirken auf, so würde von demselben Moment an die Bewegung gleichförmig, d. h. die Geschwindigkeit constant werden: die Beschleunigung würde aufhören. Diese also ist die Veränderung, welche die Kraft, hier das Gewicht, in dem von ihr angegriffenen Körper hervorbringt, und deshalb setzen wir die Grösse der Kraft der von ihr hervorgebrachten Beschleunigung proportional. Der freie Fall ist erfahrungsgemäss eine gleichförmig beschleunigte Bewegung, d. h. die Beschleunigung ist bei ihm constant, oder die Geschwindigkeit wächst in jeder Sekunde um den gleichen Betrag, nämlich in Deutschland um die Geschwindigkeit von 981 cm in der Sekunde. Daraus folgt, dass die Schwere oder das Gewicht eines Körpers eine constante Kraft ist. Dasselbe kann auch daraus geschlossen werden, dass ein Gewicht der Feder einer Federwage an der Spitze und am Fuss eines Thurms die gleiche Verlängerung ertheilt. Vgl. indessen Art. 117.

69. Masse. Gleiche Kräfte (Art. 12) ertheilen verschiedenen Körpern verschiedene Beschleunigungen, ein kleines Bleigeschoss empfängt durch dieselbe Pulverladung eine grössere Anfangsgeschwindigkeit, als ein grosses. Als Ursache davon geben wir an, dass die Massen der verschiedenen Körper verschieden seien und sagen, die Massen zweier Körper seien gleich, wenn ihnen gleiche Kräfte die gleiche Beschleunigung ertheilen. Als Einheit der Masse benutzen wir nach allgemeiner Uebereinkunft die Masse eines in Paris aufbewahrten Platinstücks, des sog. kilogramme des archives oder einen Bruchtheil desselben. Die Masse n mag man sich vorläufig durch Vereinigung von n Einheitsmassen hergestellt denken.

70. Das zweite Bewegungsgesetz und das absolute Kraftmaass. Es hat sich nun gezeigt, dass man mit der Erfahrung im Einklang bleibt, wenn man die Grösse einer Kraft proportional setzt dem Produkt aus der Beschleunigung, welche sie einem Körper ertheilt, in die Masse dieses Körpers.

Setzt man nach Gauss die Kraft gleich jenem Produkt, also

$$\left.\begin{array}{c}\text{Kraft} = \text{Masse} \times \text{Beschleunigung} \\ K = m \cdot b\end{array}\right\} \ldots \quad (8)$$

so ist dadurch als Einheit der Kraft die bestimmt, welche der Masse *1* die Beschleunigung *1* ertheilt; denn für $m = 1$ und $b = 1$ wird $K = 1$.

Die Zahl, welche eine Masse angiebt, hängt nur von der Einheit der Masse, die Zahl, welche eine Beschleunigung angiebt, hängt nur von den Einheiten der Länge und der Zeit ab. Die Zahl, welche die Grösse einer Kraft in der oben definirten Einheit angiebt, hängt daher nur von den Einheiten der Masse, der Länge und der Zeit ab; man sagt von einer so ausgedrückten Grösse, sie sei in absolutem Maass ausgedrückt, und nennt die Einheit, in welcher sie ausgedrückt ist, ein absolutes Maass der Grösse. In den meisten Fällen benutzt man als Einheiten der Masse, Länge und Zeit das Gramm, das Centimeter und die Sekunde und sagt dann, die Grösse sei im C-G-S-system ausgedrückt. Eine Dyne nennt man die absolute Krafteinheit im C-G-S-system, also die Kraft, welche einer gramm-Masse eine Beschleunigung ertheilt gleich der Geschwindigkeit von 1 cm in der Sekunde.

Man bemerkt jetzt, dass das Art. 17 eingeführte Gravitationsmaass der Kraft das Gewicht der Masseneinheit ist, also im C-G-S-system das Gewicht einer gramm-Masse. Nach Gleichung (8) ist dieses in absolutem Maass = der Beschleunigung der Schwere, d. i. in Deutschland 981. Die Gravitationseinheit der Kraft enthält also dort 981 Dynen.

71. Masse und Gewicht. Man muss im Auge behalten, dass die Masse eines Körpers eine unveränderliche Grösse ist, sein Gewicht hingegen von seiner Lage gegen andere Naturkörper abhängt. Es ist schon auf der Erde an verschiedenen Orten verschieden und würde, wenn man den Körper in eine Entfernung von der Erde gleich der des Mondes brächte, auf den $^1/_{3600}$ Theil seines irdischen Werthes herabsinken. Dort aus der Ruhe gegen die Erde fallend würde daher der Körper nach Ablauf einer Sekunde nicht die Geschwindigkeit von 981 cm, sondern nur eine von 0,27 cm in der Sekunde erlangt haben. An einer Federwage hängend würde der Körper dort nur $^1/_{3600}$ des Ausschlages hervorbringen, den er an der Erdoberfläche bewirkt. Eine Flintenkugel dorthin gebracht würde ihr Gewicht beinahe ganz verlieren, ihre Masse aber ungeändert beibehalten und deshalb, aus einer Flinte abgeschossen, den getroffenen Körper nicht minder verletzen, als im Vollbesitz ihres irdischen Gewichts.

72. Bewegungsgrösse eines Körpers heisst das Produkt aus seiner Masse in seiner Geschwindigkeit, Masse × Beschleunigung ist daher auch die in der Zeiteinheit erfolgende Zunahme der Bewegungsgrösse und man kann (8) auch schreiben

Kraft = Zunahme der Bewegungsgrösse in der Zeiteinheit . . . . (8^a)

Jede der gleichbedeutenden Gleichungen (8) und (8^a) kann als Ausdruck des II. Newton'schen Bewegungsgesetzes angesehen werden, welches in Newton's Fassung lautet: die Aenderung der Bewegung ist proportional der wirkenden Kraft und erfolgt in der Richtung, in welcher die Kraft wirkt.

73. Stoss. Eine Kraft K wirke auf einen Körper während einer so kurzen Zeit t, dass er in derselben seine Lage nicht merklich ändert; man sagt dann, es wirke ein Stoss auf den Körper.

Seien v und v' die Geschwindigkeiten des Körpers vor und nach dem Stoss, welche wir als gleichgerichtet annehmen; Maass des Stosses ist die Aenderung der Bewegungsgrösse, welche er hervorbringt, also $m \, . \, (v' - v)$.

Sei die Kraft K während des Stosses constant, sie ist dann gleich der auf die Zeiteinheit reducirten Zunahme der Bewegungsgrösse, also $m \, . \, (v' - v) / t$. Daraus folgt: $m \, . \, (v' - v) = K \, . \, t$.

Ist also t sehr klein und K nicht sehr gross, dann ist die vom Stoss bewirkte Aenderung der Bewegungsgrösse sehr klein.

Legt man z. B. auf einen Glascylinder ein Kartenblatt, auf dieses eine Münze und schnellt das Kartenblatt unter der Münze fort, so wirkt die Reibung, welche die Münze fortzuziehen sucht, auf sie nur während sehr kurzer Zeit und ertheilt ihr keine merkliche Geschwindigkeit; die Münze fällt in den Cylinder hinein. Hängt man eine Glasscheibe an zwei dünnen Fäden auf und schiesst aus etwa 5 m Entfernung ein Bleigeschoss gegen die Scheibe, so wird sie durchbohrt, aber kaum bewegt und gewöhnlich auch nicht zertrümmert.

Cap. 6. Die Fallgesetze.

74. Endgeschwindigkeit und Fallzeit. Wir betrachten in den folgenden Artt. die Bewegung eines aus der Ruhe frei fallenden Körpers, auf welchen nur die Schwerkraft wirkt. Diese Bewegung ist nach Art. 68 eine gleichförmig beschleunigte; d. h. dass, wenn die constante Beschleunigung durch g bezeichnet wird, nach Verlauf von $1, 2, 3 \ldots t$ Sekunden die Geschwindigkeit des Körpers $1 \cdot g, 2 \cdot g, 3 \cdot g \ldots t \cdot g$ geworden ist. Die Endgeschwindigkeit v nach t Sekunden ist also

$$v = g \, . \, t \, \ldots . \qquad (9)$$

75. Fallraum und Fallzeit. Um den in t sc. zurückgelegten Weg zu finden, ziehen wir in Betracht, dass in gleichen Zeittheilchen jedesmal der gleiche Zuwachs an Geschwindigkeit erfolgt. Fährt nun ein Wagen eine Stunde lang, und beträgt die Fahrgeschwindigkeit in dem ersten Drittel dieses Zeitraumes 1 km per Stunde, in dem zweiten 2, in dem dritten 3 km per Stunde, so ist der in der ganzen Stunde zurückgelegte Weg $^1/_3 \cdot 1 + {^1/_3} \cdot 2 + {^1/_3} \cdot 3 = 2$ km; diesen Weg hätte der Wagen auch zurückgelegt, wenn er während der ganzen Stunde mit einer Geschwindigkeit gleich dem arithmetischen Mittel aus der Anfangs- und Endgeschwindigkeit, nämlich $\frac{1+3}{2} = 2$ km per Stunde gefahren wäre. Zu dem gleichen Resultat gelangt man, wenn man die Stunde in beliebig viele gleiche Zeitabschnitte theilt und die Voraussetzung macht, dass in jedem dieser Zeitabschnitte die Geschwindigkeit den gleichen Zuwachs erfährt. Diese Voraussetzung ist für den frei fallenden Körper erfüllt, welcher die Anfangsgeschwindigkeit o, nach t Sekunden die

Endgeschwindigkeit $g \cdot t$ besitzt, also in dieser Zeit denselben Weg zurücklegt, welchen er zurücklegen würde, wenn er fortwährend die Geschwindigkeit

$$\frac{o + g\,t}{2}$$

besässe. In diesem Fall würde er in t Sekunden den Weg

$$s = \frac{g\,t}{2} \cdot t = \frac{g\,t^2}{2}$$

zurücklegen, es ist also

$$s = \frac{g\,t^2}{2} \quad \ldots \quad (10)$$

Die Fallräume verhalten sich also wie die Quadrate der Fallzeiten; der in der ersten Sekunde zurückgelegte Fallraum ist $g/2$.

76. Endgeschwindigkeit und Fallraum. Eine Kugel falle von einem Thurm herab; aus der Höhe s desselben soll die Geschwindigkeit berechnet werden, mit welcher sie an seinem Fuss ankommt. Die benöthigte Fallzeit t ergiebt sich aus (10) zu

$$\sqrt{\frac{2s}{g}};$$

diese mit g multiplicirt ist nach (9) die gesuchte Endgeschwindigkeit v, also

$$v = \sqrt{2\,g\,s} \quad \ldots \quad (11)$$

Jede der drei Gleichungen (9)—(11) gilt für jede gleichförmig beschleunigte Bewegung ohne Anfangsgeschwindigkeit, wenn unter g die Beschleunigung verstanden wird.

77. Masse und Gewicht. Die Erfahrung lehrt, dass die Beschleunigung beim freien Fall, vorausgesetzt, dass ausser der Schwere keine andere Kraft auf den fallenden Körper wirkt, von der Natur des Körpers unabhängig ist. Bringt man in der That, um diese Voraussetzung zu erfüllen, so verschiedene Körper, wie Schrotkörner und Papier in ein luftleer gemachtes Rohr, so fallen alle gleich schnell. Die Beschleunigung, welche die Schwere in einem Körper hervorbringt, ist nun nach (8) gleich Gewicht/Masse und nach dem Vorstehenden von der Natur des Körpers unabhängig; daher besitzt ein Körper, dessen Gewicht n mal so gross ist, als das eines anderen, auch eine n mal so grosse Masse, als dieser, d. h. die Massen zweier Körper sind ihren Gewichten proportional (vgl. Art. 94).

Deshalb kann als Zweck der Wage auch bezeichnet werden, zwei Massen der Grösse nach zu vergleichen, und deshalb gewinnt der Schwerpunkt eines Körpers eine von der Schwerkraft gänzlich unabhängige Bedeutung, nämlich die eines Punktes, dessen Lage von der Massenvertheilung im Körper abhängt; er wird daher richtiger als Massenmittelpunkt des Körpers bezeichnet.

78. Fall auf der schiefen Ebene. Ein Körper auf schiefer Ebene wird nur durch die nach der Länge derselben abwärts gerichtete Componente des Gewichts bewegt, indem die senk-

recht zur Länge gerichtete Componente aufgehoben wird (Art. 47). Ist m die Masse des Körpers, so ist sein Gewicht in absolutem Maass nach (8) $= m \,.\, g$, die wirksame Componente desselben nach Art. 47 $m\, g \,.\, h/l$; dieselbe ertheilt dem Körper eine gleichförmig beschleunigte Bewegung, deren Beschleunigung,

$$\frac{m \,.\, g \,.\, h/l}{m} = g \cdot \frac{h}{l},$$

h/l mal kleiner, als beim freien Fall ist und welche sich aus diesem Grunde zur experimentellen Prüfung der Art. 74—76 entwickelten Gesetze der gleichförmig beschleunigten Bewegung besser, als der freie Fall eignet. In der That sind die grossen Endgeschwindigkeiten, welche beim freien Fall schon in den ersten Sekunden erreicht werden, zu diesem Zweck unbrauchbar, erstens wegen der durch sie verursachten grossen Störung durch den mit der Geschwindigkeit wachsenden Luftwiderstand (Art. 80), zweitens wegen der mit ihnen verknüpften, für Laboratoriumsversuche zu grossen Fallräume.

Man benutzt nach Galilei zu Fallversuchen auf der schiefen Ebene, um die Reibung herabzumindern, eine rollende Kugel, welche man zu bestimmtem Zeitpunkt los lässt. Wählt man die Fallräume wie $9 : 4 : 1$, wobei man die Kugel ihre Ankunft durch einen Anschlag markiren lässt, so findet man die Fallzeiten wie $3 : 2 : 1$. Hierdurch ist die Gleichung (10) Art. 75 und damit zugleich bewiesen, dass die untersuchte Bewegung eine gleichförmig beschleunigte, die Schwere folglich eine constante Kraft ist. Man kann auch zeigen, dass für eine Eisen- und eine Elfenbeinkugel die Fallzeit die gleiche ist und damit den Erfahrungssatz Art. 77 verificiren.

79. Die Atwood'sche Fallmaschine lieferte genauere Resultate, als die schiefe Ebene. Um eine Rolle, deren Axe auf Friktionsrädern läuft (Art. 52), ist eine Schnur geschlungen. Zwei gleiche Gewichte von der Masse M, an die Enden der Schnur gehängt, halten sich das Gleichgewicht. Fügt man nun auf der einen Seite ein kleines Uebergewicht m hinzu (Fig. 29), so wirkt auf das System die Kraft $m \,.\, g$, die zu bewegende Masse ist $2\,M + m$, die Beschleunigung,

$$\frac{m \,.\, g}{2M + m} = g \cdot \frac{m}{2\,M + m}$$

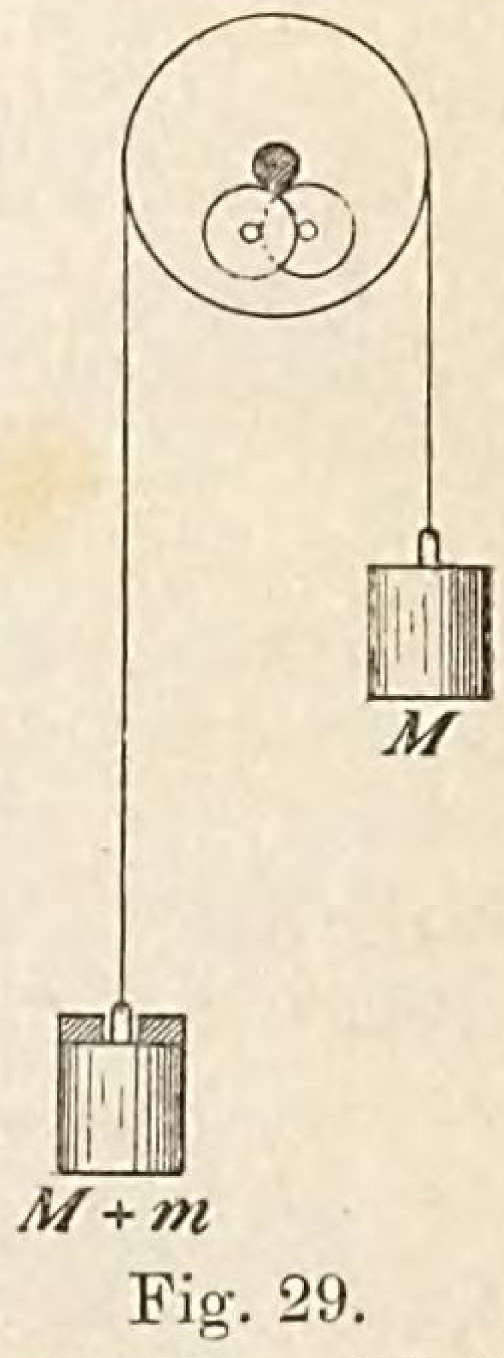


Fig. 29.

ist ein kleiner Bruchtheil von g, wenn m ein kleiner Bruchtheil von $2\,M$ ist. Der hier nicht berücksichtigte Umstand, dass auch die Rolle in Bewegung gesetzt wird, kommt einer Vermehrung der Masse des bewegten Systems gleich. Auch mit dieser Vorrichtung verificirt man das Gesetz, nach welchem die Fallräume sich wie die Quadrate der Fallzeiten verhalten. Der Anfang der Bewegung wird markirt, indem ein mit dem Apparat verbundenes zeitmessendes Pendel mit dem Schlage Null einen Teller fallen lässt, auf welchem bis dahin das Gewicht $M + m$ ruhte; die Ankunft des letztern wird auch hier durch einen Anschlag auf einen festen Teller markirt.

80. Luftwiderstand. Im lufterfüllten Raum fallen die verschiedenen Körper verschieden schnell, Schrot schneller als Papier, eine Bleikugel schneller als eine Wachskugel von gleicher Grösse. Dies rührt von einer Kraft her, welche die Luft auf den fallenden Körper ausübt, welche Luftwiderstand heisst und von der Geschwindigkeit sowie von der Gestalt, nicht aber von der Masse des fallenden Körpers abhängt, also bei gleicher Geschwindigkeit für eine Bleikugel ebenso gross ist, wie für eine Wachskugel von gleicher Grösse. Da aber jene ungefähr 12 mal mehr Masse als diese enthält, so ist nach (8) die durch den Luftwiderstand bewirkte Beschleunigung, welche stets als eine negative, d. h. als eine Verzögerung erscheint, grösser für die Wachs-, als für die Bleikugel; daher fällt in der Luft diese schneller, als jene.

Bei grösseren Geschwindigkeiten rührt der Luftwiderstand vorzugsweise von der Trägheit der Luft her, welche durch den bewegten Körper in Bewegung gesetzt wird (Art. 81); ist die Geschwindigkeit nicht zu gross, so kann der Luftwiderstand ihrem Quadrat proportional gesetzt werden. Fällt also ein Körper in der Luft, so nimmt mit wachsender Geschwindigkeit der Luftwiderstand zu, ist er gleich und entgegengesetzt dem Gewicht des Körpers geworden, so hebt er dieses auf und der Körper fällt dann mit constanter Endgeschwindigkeit v_1 weiter. Die letztere ist mithin durch die Gleichung

$$m \,.\, g = A \,.\, v_1^{\,2}$$

bestimmt, wenn man durch A eine von der Form, nicht aber von der Geschwindigkeit des Körpers abhängige Grösse bezeichnet. Daraus ergiebt sich

$$v_1^{\,2} = \frac{m \,.\, g}{A}$$

Für Kugeln verschiedener Grösse verhalten sich die Constanten A des Luftwiderstandes wie die Quadrate der Halbmesser, bei gleichem Material der Kugeln ihre Massen m wie die Cuben der Halbmesser, ihre Endgeschwindigkeiten folglich wie die Halbmesser; die Endgeschwindigkeiten sind also um so kleiner, je kleiner die Kugeln. Die Wolken bestehen aus kleinen Wasserkügelchen, welche wegen ihrer Kleinheit nur sehr geringe Endgeschwindigkeiten erlangen und so langsam fallen, dass die Wolken zu schweben scheinen. Doch kann bei so kleinen Endgeschwindigkeiten der Luftwiderstand nicht mehr dem Quadrat der Geschwindigkeit proportional gesetzt werden; er wird hier nach Stokes durch die Luftreibung (Art. 214) in bedeutendem Verhältniss vergrössert und durch sie wird die Endgeschwindigkeit noch erheblich verkleinert.

Cap. 7. Das d'Alembert'sche Princip.

81. Das d'Alembert'sche Princip. Zur Beantwortung gewisser Fragen ist es zweckmässig, das zweite Bewegungsgesetz von einem etwas veränderten Standpunkt aus zu betrachten. Sucht man durch die Muskelkraft einen Körper von grosser Masse in Bewegung zu setzen, etwa einen schweren auf Rädern ruhenden Wagen über horizontale, glatte Schienen hin fortzubewegen, so spürt man einen grossen

Widerstand. Was ist die Ursache dieses Widerstandes? Nicht das Gewicht des Wagens, welches durch den Gegendruck der Schienen aufgehoben wird, auch nicht, der Hauptsache nach, die Reibung. Denn es ist verhältnissmässig leicht, den fortrollenden Wagen in gleichförmiger Bewegung zu halten, und dabei hat man nur die Reibung zu überwinden. Der fragliche Widerstand tritt also nur auf, solange die Bewegung des Wagens beschleunigt wird, und soll, da er von der Trägheit der Materie herrührt, Trägheitswiderstand genannt werden. Auch der Luftwiderstand (Art. 80) rührt bei grösserer Geschwindigkeit vorzugsweise vom Trägheitswiderstand der Luft her, welche durch den in ihr bewegten Körper beschleunigt wird. Die Richtung des Trägheitswiderstandes ist entgegengesetzt der Kraft, seine Grösse setzen wir gleich der Kraft, welche ihn überwindet, d. h. = Masse $\times$ Beschleunigung; er hängt also vom Bewegungszustand des Körpers ab. Handelt es sich nun um einen einzelnen Massenpunkt, und fügt man in diesem Fall den Trägheitswiderstand der wirkenden Kraft hinzu, so hält er, als Kraft betrachtet, der wirkenden Kraft das Gleichgewicht.

Dieser Satz kann auf ein beliebiges System und einen beliebigen Theil eines solchen ausgedehnt werden: bringt man an jedem Massentheilchen eine Kraft an gleich dem Trägheitswiderstand dieses Theilchens, so halten diese Trägheitswiderstände den wirkenden Kräften das Gleichgewicht.

82. **Beispiele.** 1. Ein Mensch, der eine Last auf dem Kopf trägt, springe von einem erhöhten Standpunkt auf den Boden, welchen Druck wird er während des Sprunges von der Last verspüren? Die Gleichgewichtsbedingung der Kräfte an der Last ergiebt nach Hinzufügung des Trägheitswiderstandes den vertikal aufwärts gerichteten Gegendruck des Kopfes P

$$P = mg \text{ (Gewicht)} - mg \text{ (Trägheitswiderstand)} = o.$$

Der Druck des Gewichts wird durch den Trägheitswiderstand gänzlich aufgehoben [1].

2. Befindet sich der Mensch mit der auf dem Kopf ruhenden Last in einem Fahrstuhl, dem eine vertikal abwärts gerichtete Beschleunigung g' künstlich ertheilt wird, so ist

$$P = mg \text{ (Gewicht)} - mg' \text{ (Trägheitswiderstand)}.$$

Ist die Beschleunigung g' vertikal aufwärts gerichtet, so ist

$$P = mg + mg'.$$

3. Wird aber der Fahrstuhl mit constanter Geschwindigkeit auf oder abwärts bewegt, so ist der Druck derselbe wie in der Ruhe, da keine Beschleunigung, also auch kein Trägheitswiderstand vorhanden ist.

4. Ist ein Mensch, der eine Kugel in der Hand hält, auf einer Brückenwage im Gleichgewicht, und wirft er nun die Kugel in die Höhe, so ist der Druck P, den die Hand von der Kugel, so lange diese aufwärts beschleunigt wird, erfährt,

[1] Galilei, Discorsi übers. von v. Oettingen S. 58; in Ostwald's Klassikern der exakten Wissenschaften.

$P = mg$ (Gewicht der Kugel) $+ m . b$ (Trägheitswiderstand der Kugel) wenn b die Beschleunigung bedeutet. Die Wage wird daher zunächst nach der Seite ausschlagen, auf welcher der Mensch steht.

5. Der Zug der Pferde, welche einen Wagen aus der Ruhe anziehen, ist

$Z =$ Reibung $+$ Masse des Wagens $\times$ Beschleunigung desselben, und reducirt sich, wenn die Bewegung gleichförmig geworden ist, auf die Reibung.

6. Auf den Faden der Atwood'schen Fallmaschine wirkt auf Seite des schwereren, sinkenden Körpers, dessen Gewicht vermindert um dessen Trägheitswiderstand, auf Seite des leichteren, steigenden Körpers, dessen Gewicht vermehrt um dessen Trägheitswiderstand. Die Spannung des Fadens liegt daher zwischen den Gewichten beider Körper und beläuft sich z. B., wenn die Massen der Körper bzw. 600 und 400 g betragen, auf 480 g Gewicht; dieser Spannung entsprechend ist der Faden über seine natürliche Länge hinaus gedehnt.

Cap. 8. Wurfbewegung im Felde der Schwerkraft.

83. Vertikaler Wurf. In dem zweiten Bewegungsgesetz ist stillschweigend angenommen, dass die Beschleunigung, welche eine Kraft in einem Körper hervorbringt, von dessen Bewegungszustand unabhängig ist. So bringt die Schwere auch in einem vertikal aufwärts geschleuderten Körper die Beschleunigung g hervor, welche hier als Verzögerung erscheint. Nach t sc. ist die Geschwindigkeitsabnahme $g . t$, also die Endgeschwindigkeit v, wenn c die Anfangsgeschwindigkeit war,

$$v = c - g . t \dots \quad (12)$$

Der in t Sekunden zurückgelegte Weg s ist, da in jedem kleinsten Zeittheilchen die Geschwindigkeit um den gleichen Betrag abninmmt, nach Art. 75 so gross, wie wenn der Körper während der t sc. sich mit der Geschwindigkeit

$$\frac{c + c - g\,t}{2} = c - \frac{g\,t}{2}$$

bewegt hätte; also

$$s = c\,t - \frac{g\,t^2}{2} \dots \quad (13)$$

84. Steighöhe. Hat der Körper seinen höchsten Punkt erreicht, so ist seine Geschwindigkeit $v = o$ geworden. Dies findet nach (12) statt zu der Zeit t_1, welche, aus der Gleichung $o = c - g t_1$ bestimmt, sich $= c/g$ ergiebt; die erreichte Steighöhe h ist der Weg s, welchen (13) liefert, wenn dort $t = t_1$ gesetzt wird. Also

$$h = c \cdot \frac{c}{g} - \frac{1}{2} \cdot g \cdot \left(\frac{c}{g}\right)^2 \text{ oder}$$

$$h = \frac{c^2}{2g} \dots \quad (14)$$

Ist, wie bei einer Kanonenkugel, $c = 500$ m in der Sekunde, so ergiebt sich $h = 12\,740$ m, über $2\frac{1}{2}$ mal so gross, als die Höhe des

Mont-Blanc; eine Steighöhe, welche des Luftwiderstandes halber bei weitem nicht erreicht werden würde.

85. Kinetische und potentielle Energie. Nach dem gefundenen Resultat ist ein mit der Geschwindigkeit v vertikal aufwärts geschleuderter Körper im Stande, bis zur Höhe

$$h = \frac{c^2}{2g}$$

zu steigen, also, sein eigenes Gewicht hebend, Arbeit zu leisten, und repräsentirt deshalb vermöge seiner Geschwindigkeit eine bestimmte Menge disponibler Arbeitskraft oder Energie. Hat z. B. der Körper eine Geschwindigkeit von 16 m in der Sekunde, so kann er um die Höhe

$$\frac{16^2}{2 \,.\, 981} = 13 \text{ m}$$

steigen, repräsentirt also, wenn er 1 kg schwer ist, 13,0 mkg Energie. Man nennt die Energie, welche ein Körper vermöge seiner Geschwindigkeit besitzt, kinetische Energie, zum Unterschied von der Energie der Lage oder der potentiellen Energie, welche ein Körper besitzt vermöge seiner relativen Lage zu anderen Körpern und der Kräfte, welche zwischen ihm und diesen Körpern wirken; so ist die potentielle Energie eines m kg schweren h m über der Erde befindlichen Körpers $m \,.\, h$ mkg (Art. 46).

86. Die kinetische Energie in absolutem Maass, Erg. Die absolute Arbeitseinheit heisst im C-G-S-system Erg und ist die Arbeit, welche erforderlich ist, um den Angriffspunkt einer Dyne entgegen deren Richtung um 1 cm zu verschieben. Das Gewicht eines Körpers, dessen Masse m Gramm beträgt, ist $m \,.\, 981 = m\,g$ Dynen, die Arbeit, welche er, mit der Geschwindigkeit v cm aufwärts geschleudert, leisten kann, oder seine kinetische Energie nach Art. 84

$$m \,.\, g \cdot \frac{v^2}{2g} = {}^1\!/_2\, m v^2 \text{ Ergs.}$$

${}^1\!/_2\, m\, v^2$ ist also die kinetische Energie des Körpers in absolutem Maass.

87. Verwandlung von potentieller Energie in kinetische beim freien Fall. Ist ein Körper aus der Ruhe frei herabgefallen, so hat er die kinetische Energie ${}^1\!/_2\, m\, v^2$ gewonnen, wenn v seine Endgeschwindigkeit ist; die potentielle Energie $m\,g\,h$ verloren, wenn h die Fallhöhe vorstellt. Das Gesetz von der Erhaltung der Energie fordert die Gleichung

$$m\,g\,h = \frac{1}{2}\, m\, v^2 \; \ldots \qquad (15)$$

welche vermöge der Beziehung $v^2 = 2gh$ Art. 76 erfüllt ist.

88. Satz von der kinetischen Energie (lebendigen Kraft). Nach (15) ist beim freien Fall die Zunahme der kinetischen Energie gleich der von der Schwere geleisteten Arbeit. Dies ist ein besonderer Fall des Satzes, dass für jedes System die in irgend einer Zeit erfolgende Zunahme der kinetischen Energie gleich ist der in derselben Zeit von wirkenden Kräften geleisteten Arbeit, vermindert um die gegen wirkende Kräfte geleistete.

89. Zusammensetzung von Bewegungen. Auf einem in der Richtung AB fahrenden Schiffe (Fig. 30) bewege sich in der Richtung AC ein Körper. Es entsteht die Aufgabe, die Bewegung des letzteren relativ zur Erde zu bestimmen, wie man auch sagt, die beiden Bewegungen zusammenzusetzen oder ihre Resultirende zu finden. Die Bahn der resultirenden Bewegung kann in jedem Fall durch Construktion gefunden werden, anfänglich befinde sich der Körper in A (Fig. 30).

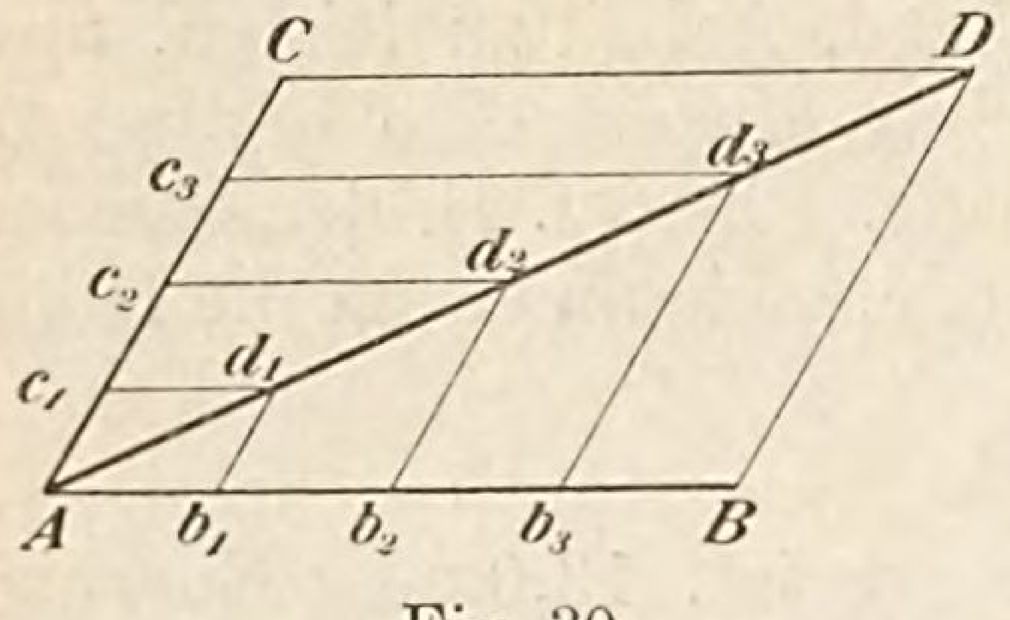


Fig. 30.

Mögen erstens die beiden Bewegungen gleichförmig sein, AB und AC ihre Geschwindigkeiten vorstellen. Nach $^1/_4''$ hat das Schiff und der Körper mit ihm in der Richtung AB das Stück $A\,b_1 = {}^1/_4\,AB$, der Körper auf dem Schiff in der Richtung AC das Stück $A\,c_1 = {}^1/_4\,AC$ zurückgelegt, befindet sich also im Eckpunkt d_1, des Parallelogramms $A\,b_1\,d_1\,c_1$. So kann für jeden Zeitpunkt der Ort des Körpers durch Construktion gefunden werden; es zeigt sich (Fig. 30), dass alle Punkte d auf der Diagonale AD des Parallelogramms $ABCD$ liegen; da weiter Proportionen bestehen wie $A\,d_1 : A\,d_2 = A\,b_1 : Ab_2 = 1 : 2$, so ist die resultirende Bewegung gleichförmig und die resultirende Geschwindigkeit wird nach Grösse und Richtung durch die Diagonale AD dargestellt.

Seien zweitens die Bewegungen nach AB und AC gleichförmig beschleunigte ohne Anfangsgeschwindigkeit, AB und AC seien die in der ersten Sekunde zurückgelegten Wege, welche den halben Beschleunigungen gleich sind (Art. 75). Führt man die Construktion wie im vorigen Fall für die Zeitpunkte $t = {}^1/_4'', {}^2/_4'', {}^3/_4'', {}^4/_4''$ aus

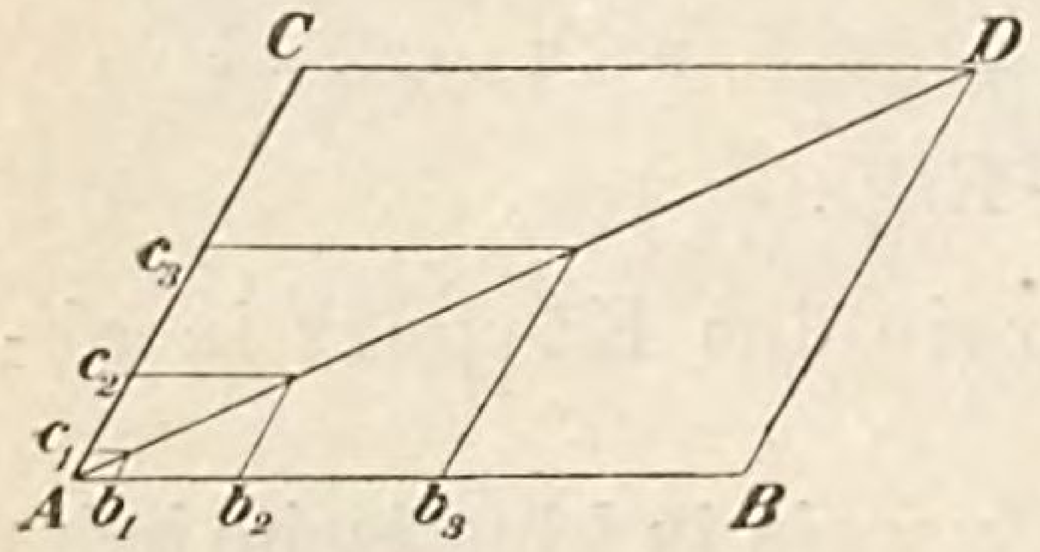


Fig. 31.

und berücksichtigt dabei, dass die zurückgelegten Wege sich hier wie die Quadrate der verflossenen Zeiten t verhalten (Art. 75), so findet man (Fig. 31), dass die resultirende Bewegung gleichförmig beschleunigt ist, und dass die Diagonale AD der in der ersten Sekunde zurückgelegte Weg, d. i. die halbe Beschleunigung in der resultirenden Bewegung ist. Stellen also AB und AC die Beschleunigungen selbst der zusammenzusetzenden Bewegungen dar, so stellt die Diagonale AD des Parallelogramms $ABCD$ die resultirende Beschleunigung nach Grösse und Richtung dar.

90. Satz vom Parallelogramm der Kräfte. Auf einen ursprünglich in A ruhenden Körper mögen zwei constante Kräfte wirken; die Beschleunigung, welche jede allein wirkend hervorbringen würde, sei nach Grösse und Richtung bzw. durch AB und AC dargestellt. Wirken die Kräfte zusammen, so bringt jede nicht nur dieselbe Beschleunigung, sondern, da die Kräfte constant, also von einander unabhängig sind, auch dieselbe Bewegung hervor, welche sie allein wirkend hervorbringt und welche eine gleichförmig beschleunigte in ihrer Richtung ist. Die resultirende Bewegung ist also nach Art. 89

gleichförmig beschleunigt und die Diagonale AD des Parallelogramms $ABCD$ Fig. 30 stellt die resultirende Beschleunigung nach Grösse und Richtung dar. Da aber die Kräfte sich wie die von ihnen hervorgebrachten Beschleunigungen verhalten, so stellt AD die Resultante der beiden Kräfte dar, wenn AB und AC die Kräfte selbst darstellen. Dies ist die Begründung des Satzes vom Parallelogramm der Kräfte durch das zweite Bewegungsgesetz. Vgl. Art. 20.

91. Der schiefe Wurf. Wird ein Körper mit der Anfangsgeschwindigkeit c nicht vertikal aufwärts, sondern, wie eine Flintenkugel, schräg aufwärts geschleudert, so tritt zu der gleichförmigen Bewegung in der Schussrichtung OA_1A_5 die gleichförmig beschleunigte Bewegung vertikal abwärts. Die resultirende Bahn kann daher nach der Regel des Art. 89 durch Construktion gefunden werden; diese ergiebt (Fig. 32), dass die resultirende Bahn Oa_1a_5 eine krumme Linie, eine sog. Parabel ist. Der Luftwiderstand bewirkt, dass in der Natur die resultirende Bahn etwas anders, und

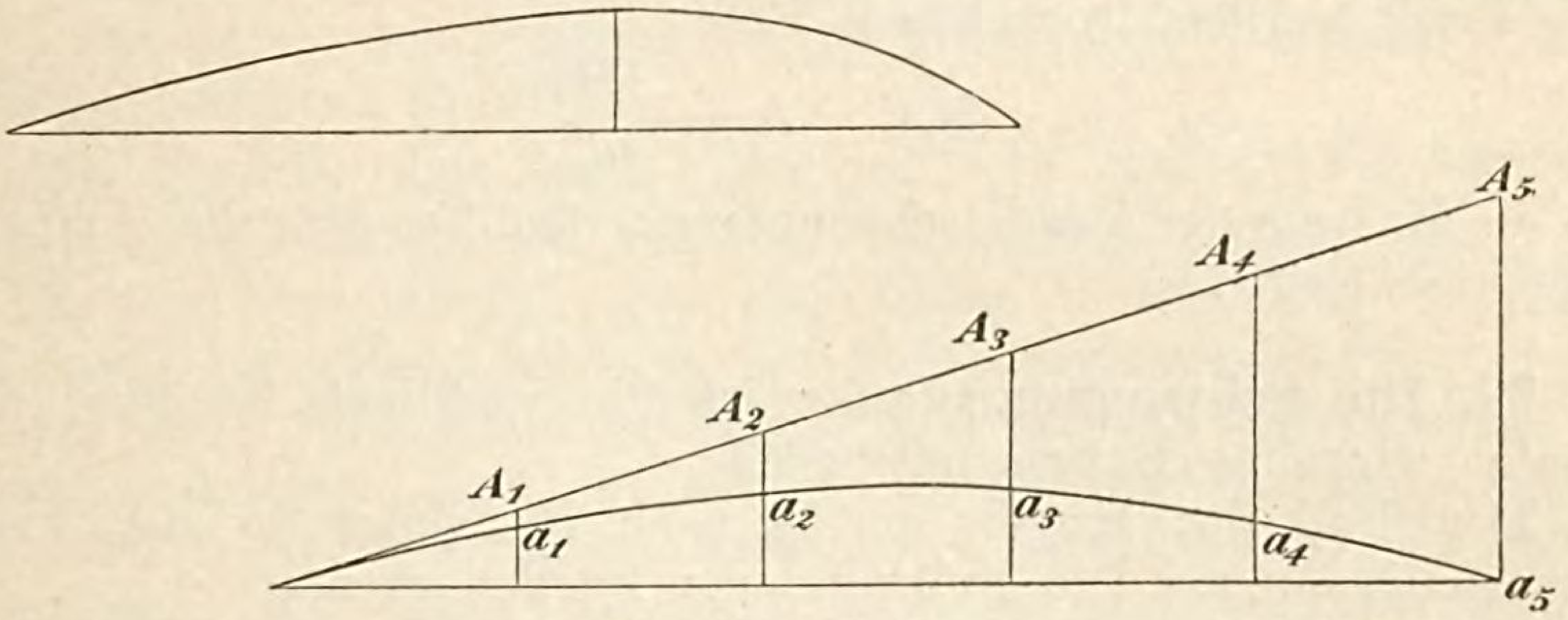


Fig. 32 und 33.

zwar so aussieht, wie Fig. 33 es zeigt. Diese Fragen kommen in der Theorie des Schiessens in Betracht.

Cap. 9. Von den Pendelschwingungen.

92. Mathematisches Pendel heisst eine ideale Vorrichtung, gebildet aus einem Massenpunkt, der an einem massen- und gewichtlosen Faden aufgehängt ist.

Ein an einem dünnen Faden hängender kleiner Körper kann annähernd als mathematisches Pendel behandelt werden. Aus seiner Gleichgewichtslage (Art. 35) herausgehoben und alsdann losgelassen vollführt das Pendel Fig. 34 hin- und hergehende Bewegungen, Schwingungen um seine Gleichgewichtslage. Der Winkel AFB (Fig. 34), welchen in einem Umkehrpunkt der Faden mit der Vertikalen bildet, heisst die Amplitude, die während eines Hin- und Herganges verstreichende Zeit die Schwingungsdauer.

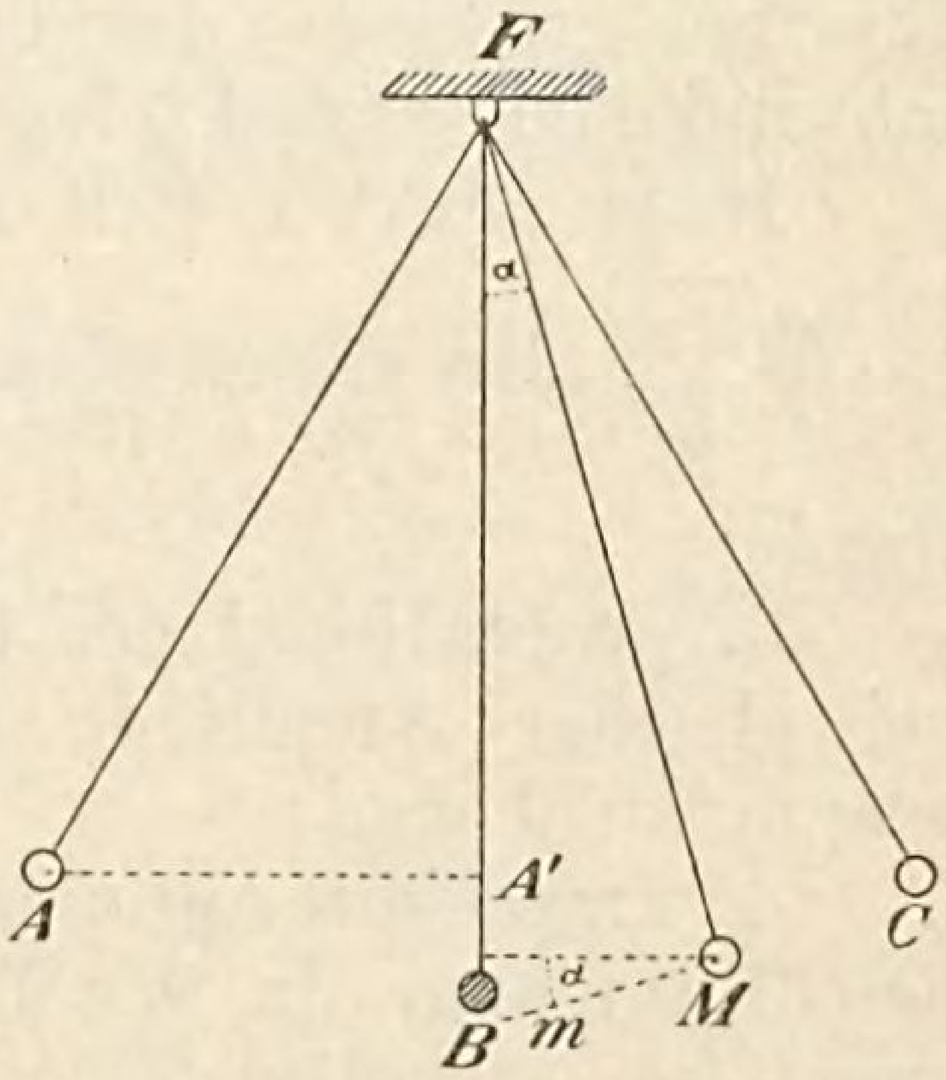


Fig. 34.

93. Energie der Pendelschwingungen. Eine ganze Schwingung kann in zwei Perioden des Fallens und zwei des Steigens zerlegt werden. Während des Fallens wird potentielle Energie in kinetische umgesetzt, während des Steigens findet die umgekehrte Verwandlung statt. Sofern das Pendel als isolirtes System behandelt werden kann, muss seine Energie, welche im Allgemeinen theils kinetisch, theils potentiell ist, constant sein; in den Umkehrpunkten A und C, wo die kinetische Energie verschwindet, ist die ganze Energie potentiell und hat den Werth $m \,.\, g \,.\, h$, wenn h den Höheunterschied $A'B$ zwischen einem Umkehrpunkt A und dem tiefsten Punkt B der Bahn bedeutet. Die Umkehrpunkte A und C müssen deshalb gleich hoch liegen, d. h. die Kugel bis zu einer Höhe ansteigen gleich der, von welcher sie herabfiel.

Sei l die Länge FA des Pendels, AB die Sehne zwischen A und B, so besteht nach einem Lehrsatz über den Kreis die Proportion

$$BA' : AB = AB : 2l.$$

Für kleine Amplituden kann die Sehne mit dem Bogen AB verwechselt werden, in welchem Fall

$$BA' = h = \frac{AB^2}{2\,l}$$

also die Energie der Pendelschwingungen dem Quadrat der Amplitude proportional ist.

94. Die Schwingungsdauer ist die wichtigste Grösse, deren Gesetze wir ohne Beweis mittheilen.

Der Fall der Kugel von A nach B erfolgt in der Viertelschwingungsdauer. Die Fallzeit beim Pendel ist nun

1. unabhängig von der Substanz und Grösse der Pendelkugel, da alle Körper gleich schnell fallen (Art. 77). Umgekehrt ist durch Versuche von Newton und durch noch genauere von Bessel die Unabhängigkeit der Schwingungsdauer von der Natur der Pendelkugel festgestellt und dadurch der schärfste Beweis für den Fundamentalsatz des Art. 77 geliefert worden.

Die Fallzeit beim Pendel ist 2. bei kleinen Amplituden, wie schon Galilei fand, unabhängig von der Amplitude, was daher rührt, dass bei grösseren Amplituden der grössere Weg mit grösserer Geschwindigkeit zurückgelegt wird.

Beim freien Fall ist der Fallraum $s = \frac{1}{2}\, g t^2$, die Fallzeit $t = \sqrt{\frac{2s}{g}}$, also proportional $\sqrt{\frac{Fallraum}{g}}$. Analog ist die Fallzeit beim Pendel

3. proportional der Quadratwurzel aus der Pendellänge, indem bei gleicher Amplitude die Fallräume AB den Pendellängen FA proportional sind;

4. umgekehrt proportional der Quadratwurzel aus der Fallbeschleunigung. In der That, an einem Ort, an welchem die Pendelkugel frei schneller fällt, als an einem anderen, fällt sie auch im Pendel schneller.

Die ganze Schwingungsdauer T ergiebt sich

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}} \cdot \cdot \cdot \cdot \qquad (15)$$

Ein Pendel, das zu einem Hingang eine Sekunde braucht, heisst ein Sekundenpendel. Für ein solches ist $T = 2$, also seine Länge

$$l_1 = \frac{g}{\pi^2} \cdot \cdot \cdot \cdot \qquad (16)$$

Für $g = 981$ cm ergiebt sich daraus die Länge des Sekundenpendels = 99,4 cm.

95. Bestimmung von g. g, die Fallbeschleunigung, ist das Maass für die Intensität der Schwerkraft an einem Ort und kann aus Beobachtungen am Pendel hergeleitet werden, wenn man die Pendellänge l und die Schwingungsdauer T gemessen hat. In der That ergiebt die Auflösung von (15) nach g

$$g = \frac{4\pi^2 l}{T^2} \cdot \cdot \cdot \cdot \qquad (15^a)$$

g kann aus jedem Fallversuch, am genauesten aber durch Pendelversuche bestimmt werden.

96. Einfluss der Luft. Die Luft wirkt auf die Pendelschwingungen erstens durch den von ihr verursachten Auftrieb (Art. 138), welcher eine Verminderung des scheinbaren Gewichts der Pendelkugel und damit eine Vergrösserung der Schwingungsdauer hervorbringt; zweitens durch die Reibungskräfte (Art. 214), welche in der Luft dadurch entstehen, dass sie von den Pendelschwingungen mitbewegt wird. Diese Kräfte bewirken auch eine Vergrösserung der Schwingungsdauer; aus beiden Gründen muss in die Gleichung 15^a für l ein etwas grösserer Werth, als die wirkliche Pendellänge eingesetzt werden. Eine weitere Folge der Luftreibung besteht darin, dass die Pendelschwingungen an Amplitude abnehmen und schliesslich erlöschen.

97. Pendelartige Schwingungen irgend eines Massenpunktes. Die Bewegung der Pendelkugel kann aufgefasst werden als eine Bewegung auf einer schiefen Ebene von veränderlicher Neigung; nämlich in jedem Punkt M der Bahn (Fig. 34) als eine Bewegung auf der schiefen Ebene Mm, welche mit der Horizontalen denselben Winkel α bildet, wie die zu Mm Senkrechte MF mit der Vertikalen BF; die Kraft, welche das Pendel in M die schiefe Ebene hinuntertreibt, ist also $= m \cdot g \cdot \sin \alpha$ (Art. 47).

Ist die Amplitude sehr klein, so kann (Art. 3) dafür $m \cdot g \cdot \alpha$ gesetzt und die Bahn als grade Linie angesehen werden. Die Entfernung der Pendelkugel von der Gleichgewichtslage B ist dann $MB = l \cdot \alpha$, also die Kraft dieser Entfernung proportional und für die Entfernung 1

$$\frac{m\, g\, \alpha}{l\, \alpha} = m \cdot \frac{g}{l} = D$$

Daher kann die Gleichung (15) auch geschrieben werden

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{D}} \cdot \cdot \cdot \qquad (15^b)$$

Bewegt sich also ein Massenpunkt auf einer geraden Linie unter der Wirkung einer sogenannten Direktionskraft D, welche nach einem festen Punkt gerichtet und der Entfernung von der Gleichgewichtslage proportional ist, so vollführt er Schwingungen nach Art des mathematischen Pendels von der Schwingungsdauer $T = 2\pi \cdot \sqrt{m/D}$.

98. Schwingungsform. Das Gesetz, nach welchem ein pendelartig schwingender Punkt sich bewegt, kann folgendermassen dargestellt werden. Möge der Umfang des Kreises Fig. 35 numerisch gleich der Schwingungsdauer gemacht werden, und der Punkt M des Kreises, welcher vom Anfang O um $OM = 1/m$ Schwingungsdauer absteht, den Zeitpunkt $1/m$ Schwingungsdauer nach Beginn der Bewegung vorstellen.

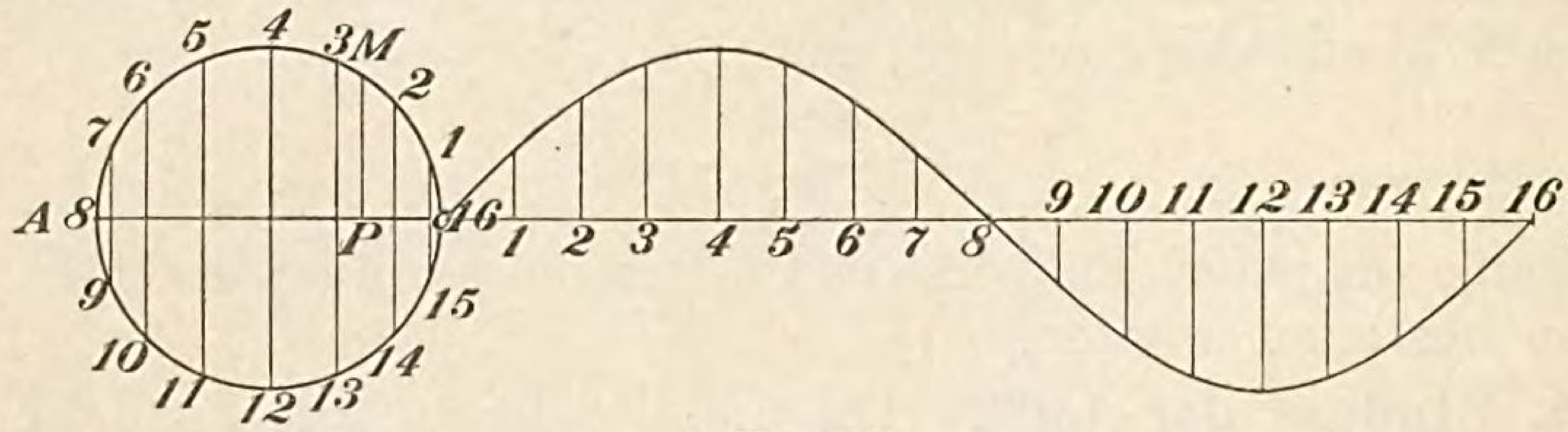


Fig. 35.

Die Entfernung des schwingenden Punktes von der Gleichgewichtslage zu irgend einem Zeitpunkt M ist dann das von M auf den Durchmesser OA gefällte Loth MP, nach der einen oder anderen Seite gerichtet, je nachdem das Loth die eine oder die andere Richtung hat. Eine andere Darstellung gewinnt man, wenn man den Kreis zu einer geraden Linie OA' ausstreckt und zu jedem Punkt M den Ausschlag senkrecht zu ihr aufträgt; man sagt dann, die Zeiten seien als Abscissen, die zugehörigen Ausschläge als Ordinaten aufgetragen. Die Endpunkte dieser bilden dann eine krumme, hier wellenförmige Linie, welche durch ihre Form das Schwingungsgesetz darstellt und welche man deshalb die Schwingungsform nennt. Nach Art. 89 kann diese Linie auch angesehen werden als die Resultirende einer nach PM gerichteten schwingenden und einer senkrecht dazu nach OA' gerichteten gleichförmigen Bewegung.

Cap. 10. Von der krummlinigen Bewegung.

99. Tangentiale und centripetale Componente der Beschleunigung. In dem Kreise Fig. 36 bewege sich ein Punkt. Die Geschwindigkeit desselben irgendwo in M hat die Richtung der Tangente des Kreises in M; würde der Punkt dort anfangen sich gleichförmig zu bewegen, so würde er mit der dort stattfindenden Geschwindigkeit in der Richtung dieser Tangente fortfliegen und auf ihr in der kleinen Zeit t den Weg MN' zurücklegen. Thatsächlich bewegt er sich in dieser Zeit durch den Bogen MN, welcher als mit seiner Sehne zusammenfallend anzusehen ist. Diese Bewegung ist zusammengesetzt (Art. 89) aus den Bewegungen

MN' und $MR = N'N$. Die erstere ist eine gleichförmige Bewegung, die zweite, da sie in M anhebt, jedenfalls eine beschleunigte; man kann sie in der kleinen Zeit t als eine gleichförmig beschleunigte ohne Anfangsgeschwindigkeit ansehen und daher setzen

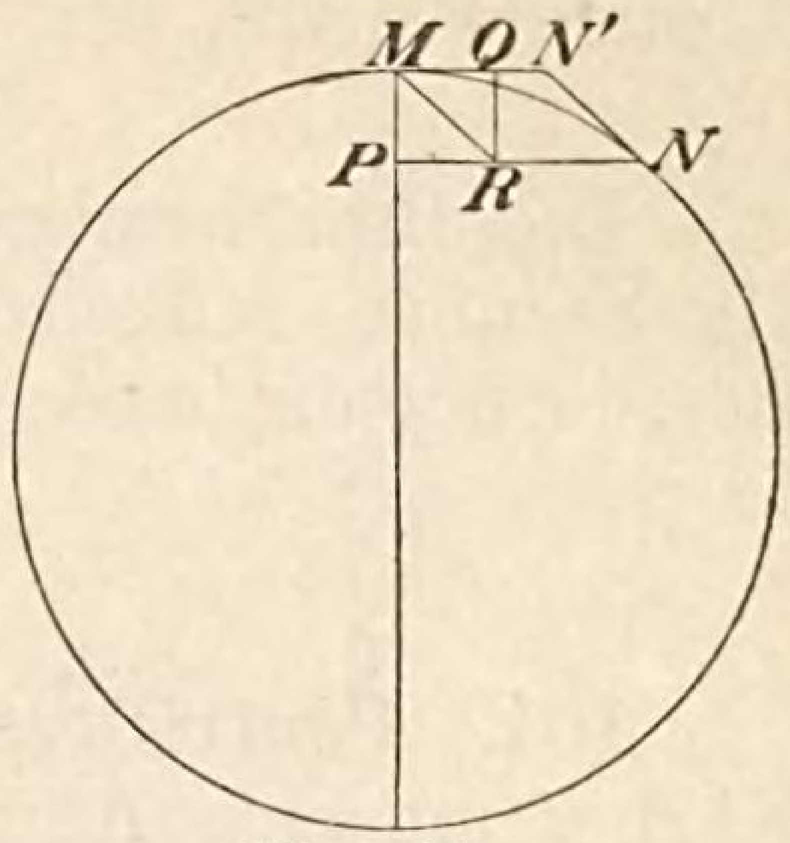


Fig. 36.

$$MR = \frac{1}{2} f \cdot t^2$$

f heisst die Beschleunigung in der Kreisbewegung und kann in zwei Componenten zerlegt werden, die eine MQ, die sog. tangentiale, nach der Tangente MN', die andere, die centripetale, nach MP, d. i. nach dem Mittelpunkt des Kreises gerichtet. Sei letztere b, so ist

$$MP = \frac{1}{2} b t^2 \ldots . \qquad (16^a)$$

Ist andererseits v die Geschwindigkeit in M, so ist

$$MN = v \cdot t$$

und, wenn r den Halbmesser des Kreises bedeutet,

$$MP : MN = MN : 2r.$$

Daher ist

$$MP = \frac{MN^2}{2r} = \frac{v^2 t^2}{2r} \ldots . \qquad (16^b)$$

woraus sich durch Vergleichung mit 16^a ergiebt

$$b = \frac{v^2}{r} \ldots . \qquad (16)$$

Ein kleines Stück jeder krummen Linie kann als Bogen eines Kreises angesehen werden, dessen Krümmungshalbmesser r von Punkt zu Punkt auf der Linie veränderlich ist. Daraus folgt, dass die Beschleunigung in beliebiger krummliniger Bahn in eine tangentiale und eine centripetale Componente zerlegt werden kann und dass letztere den Werth v^2/r hat.

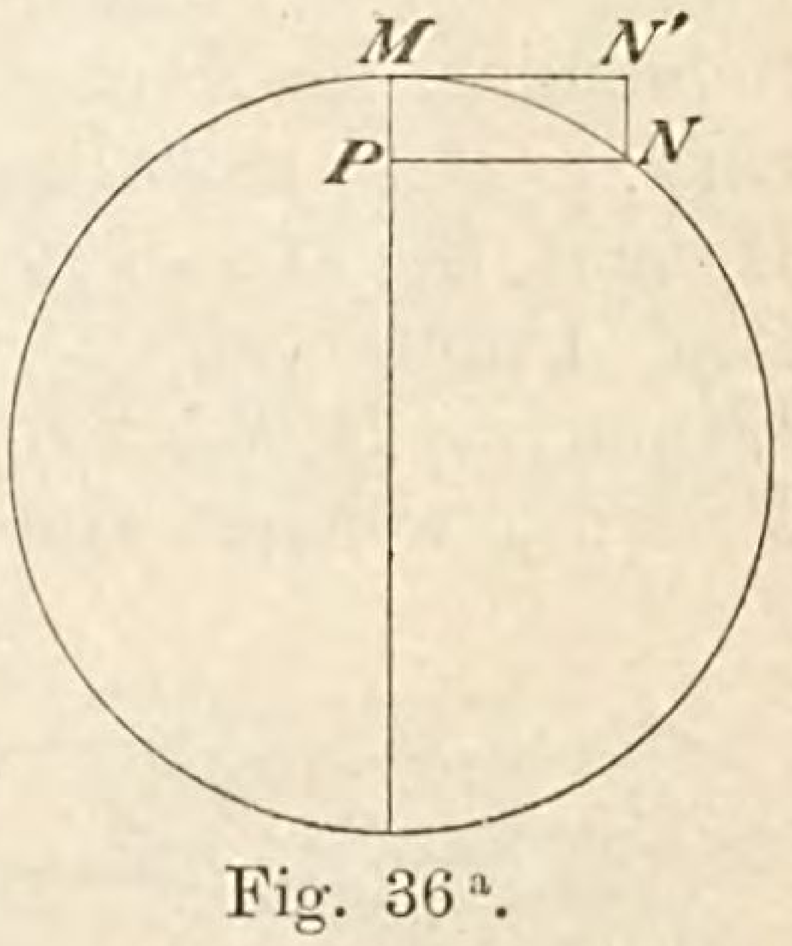


Fig. 36ª.

Fig. 36ª ist angenommen, dass die Bewegung im Kreise mit unveränderlicher Geschwindigkeit erfolgt. Dann ist die tangentiale Beschleunigung gleich Null und die gleichförmig beschleunigte Bewegung in der kleinen Zeit t wird durch $MP = \frac{1}{2} b t^2$ dargestellt.

100. Die Winkelgeschwindigkeit w eines um eine Axe sich drehenden Körpers ist numerisch gleich der Geschwindigkeit eines Punktes im Abstande *1* von der Drehungsaxe. Ist, wie z. B. bei einem graden Hohlcylinder, der sich um seine geometrische Axe dreht, ein solcher Punkt im Körper nicht vorhanden, so kann man ihn mit dem Körper fest verbunden und an dessen Bewegung Theil

nehmend hinzudenken. Die Geschwindigkeit v eines Punktes im Abstande r von der Drehungsaxe ist

$$v = r \cdot w \ldots . \qquad (17)$$

Die Beschleunigung β der Winkelgeschwindigkeit ist ihre auf die Sekunde reducirte Zunahme (Art. 10). Ist b die tangentiale Beschleunigung eines Punktes im Abstande r von der Drehungsaxe, so ist

$$b = r \cdot \beta \ldots . \qquad (18)$$

101. Centrifugaler Trägheitswiderstand. Dreht sich ein Körper um eine Axe mit der Winkelgeschwindigkeit w, so bewegt sich ein Punkt desselben im Abstande r von der Axe mit einer Geschwindigkeit $v = r \cdot w$ und erfährt also eine centripetale Beschleunigung

$$\frac{v^2}{r} = w^2 \cdot r.$$

Der „centrifugale Trägheitswiderstand" (Art. 81) P ist für diesen Punkt, wenn m dessen Masse ist,

$$P = m \cdot w^2 r \ldots . \qquad (19)$$

senkrecht zur Drehungsaxe und von ihr fortgerichtet; seine gewöhnliche Bezeichnung als Centrifugalkraft kann zu Missverständnissen Anlass geben, da er keine Kraft ist.

Für den Fall constanter Winkelgeschwindigkeit sind die centrifugalen die einzigen an den verschiedenen Körpertheilchen wirkenden Trägheitswiderstände, müssen (Art. 81) zusammen mit den wirkenden Kräften ein System geben, welches im Gleichgewicht ist und bewirken relative Verschiebungen der Körpertheilchen gegen einander, bis die dadurch geweckten Kräfte ihnen das Gleichgewicht halten.

102. Beispiel. Eine kleine m g wiegende Kugel sei an einem Faden von der Länge r cm befestigt, welcher, wie die Schnur einer Schleuder, im Kreise mit der Winkelgeschwindigkeit w geschwungen wird. Der centrifugale Trägheitswiderstand ist $P = m \cdot w^2 \cdot r$ Dynen. Sei $m = 100$ g, $r = 10$ cm, in der Sekunde mache der Faden zwei Umdrehungen, dann ist $w = 4\pi$ und $P = 100 \cdot (4\pi)^2 \cdot 10$ Dynen $= 16\,000\,\pi^2/981 = 161$ g-Gewicht; dies ist die Spannung des Fadens, welcher eine ihr entsprechende Verlängerung erfährt.

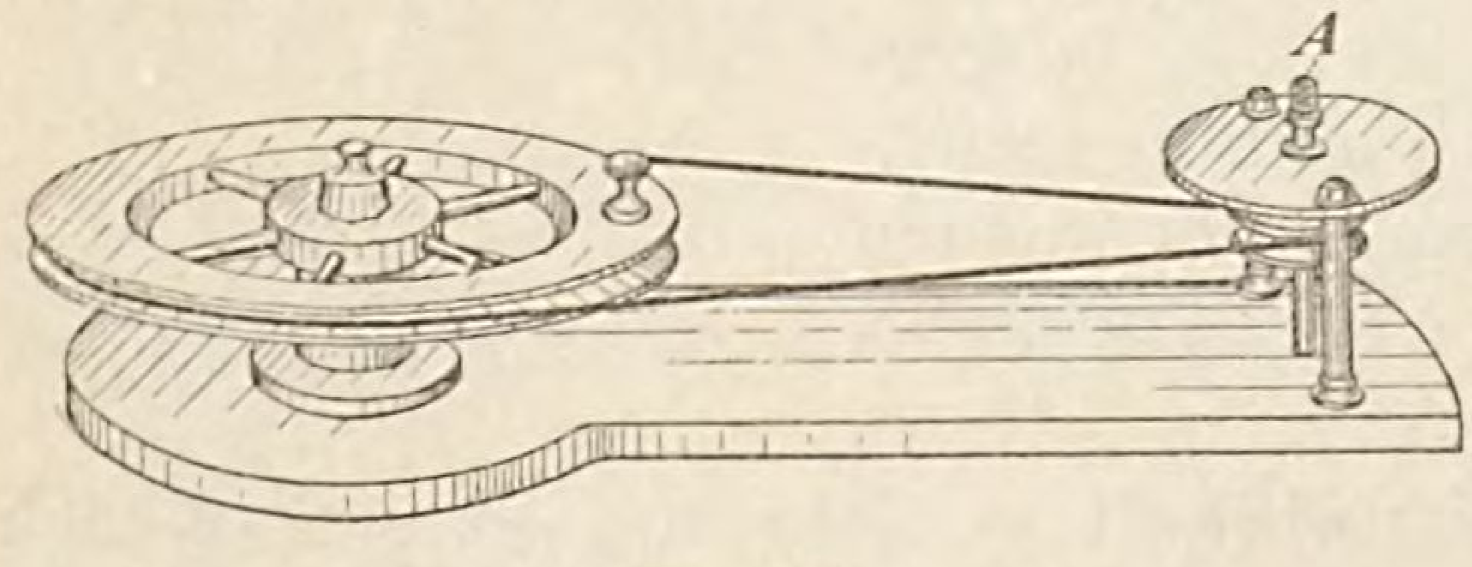


Fig. 37.

103. Die Schwungmaschine. Zwei horizontale, um vertikale Axen drehbare Scheiben, eine grössere und eine kleinere, sind durch eine zusammenhängende Schnur mit einander verkuppelt (Fig. 37); die Umfänge der Scheiben mögen sich wie 4 : 1 verhalten. Dreht man an der Kurbel Fig. 37 die grosse Scheibe zweimal herum, so macht dabei die kleine Scheibe, durch Reibung mitgenommen, acht Umdrehungen; die Schwungmaschine erlaubt also, mittelst kleiner

Winkelgeschwindigkeiten grössere herzustellen. Auf die Axe *A* der kleinen Scheibe Fig. 37 wird der Apparat aufgesetzt, welchem man eine grosse Winkelgeschwindigkeit ertheilen will.

104. Versuche mit der Schwungmaschine.

1. Auf der Axe *AB*, welche bei *A* auf die Schwungmaschine aufgesetzt wird, kann ein Ring *R* gleiten und ist mit ihr durch federnde Metallbänder verbunden (Fig. 38). Durch die centrifugalen Trägheitswiderstände wird das Federgestell am Ring abgeplattet (Fig. 38ª).

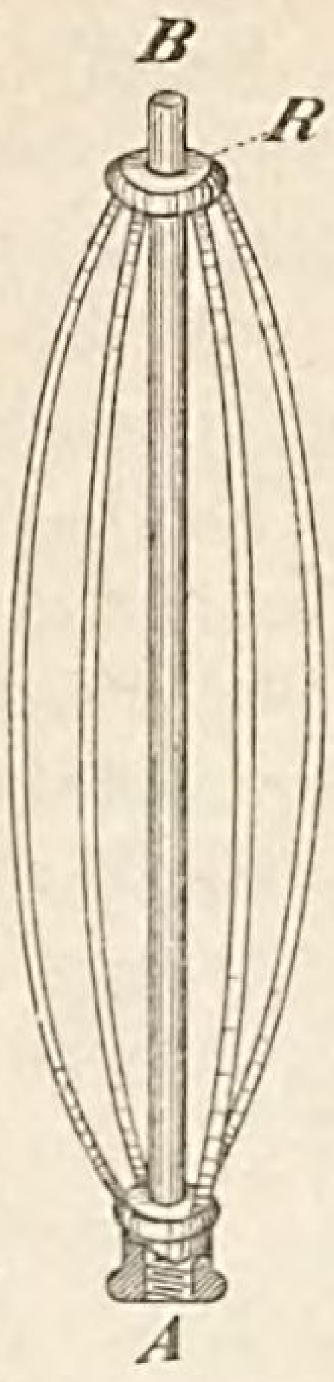


Fig. 38.

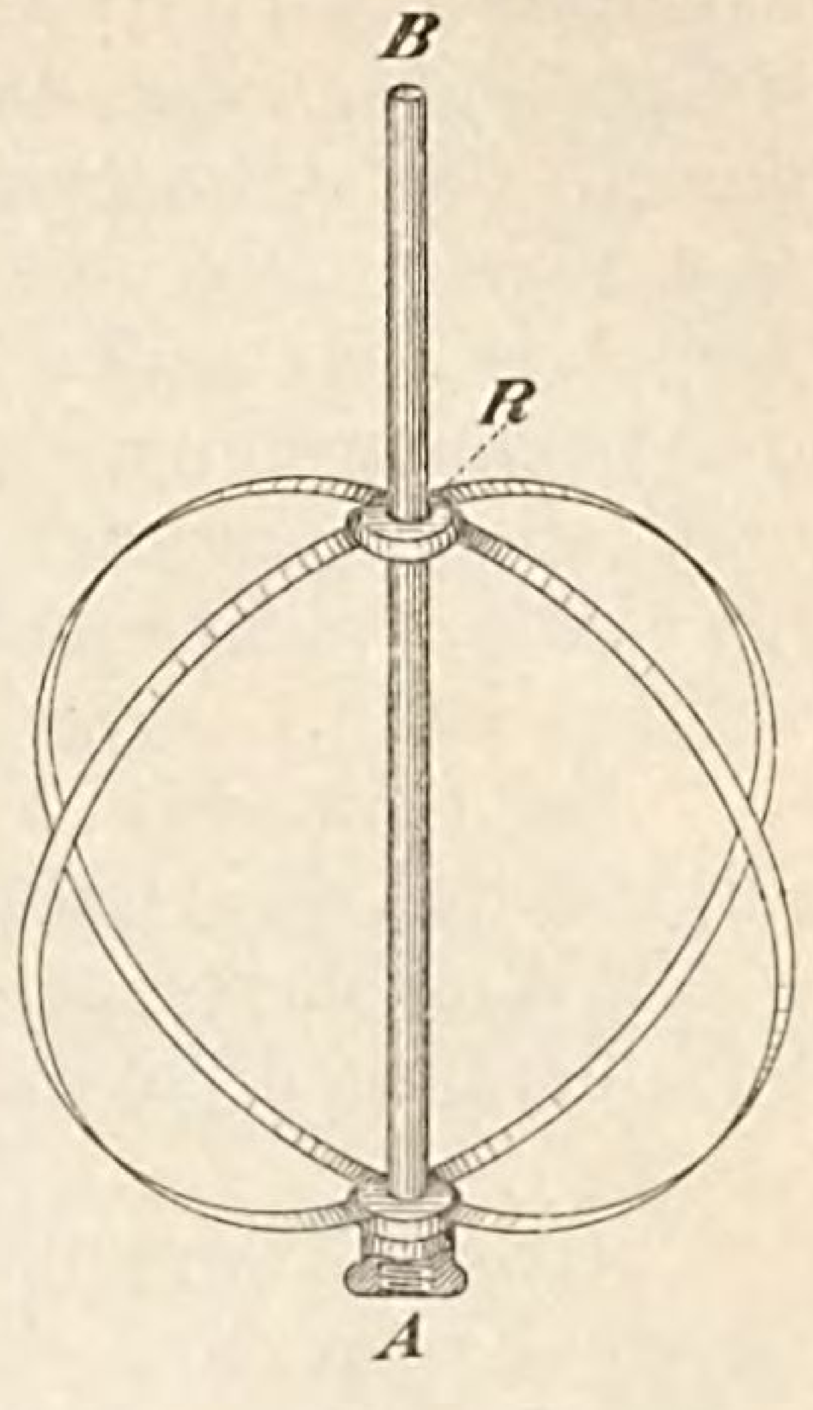


Fig. 38ª.

2. Durch Fäden verbundene Kugeln verschiedener Masse können längs eines Drahtes gleiten (Fig. 39). Der Rahmen, an welchem der Draht befestigt ist, wird bei *A* auf die Axe der Schwungmaschine aufgesetzt und dreht sich dann um die Axe *A B*. Sollen die centrifugalen Trägheitswiderstände sich das Gleichgewicht halten, so müssen sie entgegengesetzt gleich sein, also (Art. 101) die Massen der Kugeln sich umgekehrt wie ihre Entfernungen von der Drehungsaxe verhalten; ist diese Bedingung nicht erfüllt, so fliegen die Kugeln gegen den Rahmen nach der Seite des grösseren Trägheitswiderstandes.

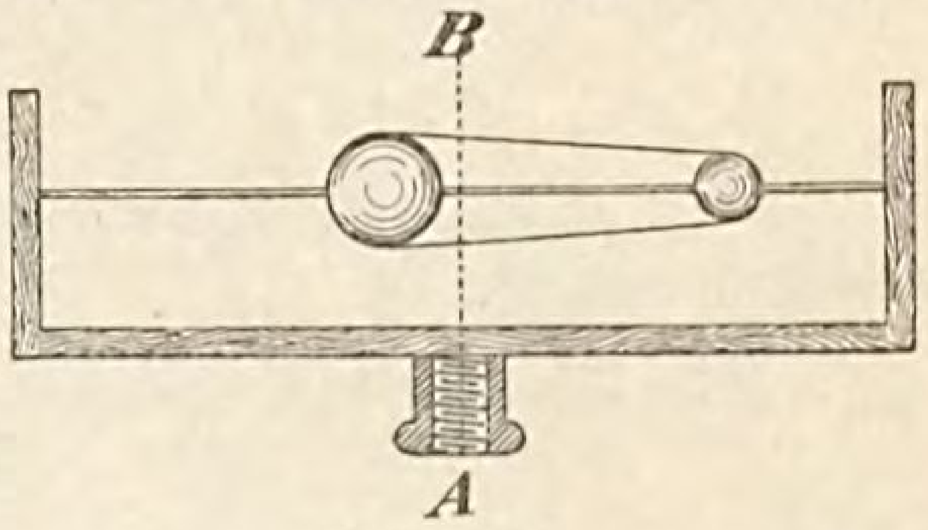


Fig. 39.

105. Beanspruchung der Drehungsaxe. Rotirt ein wenig nachgiebiger Körper, z. B. ein dicker Holzkörper, so bewirken die centrifugalen Trägheitswiderstände nur eine geringe Formänderung; praktisch reducirt sich hier ihre Wirkung auf eine Beanspruchung der Axe; auch diese Wirkung fällt fort, indem sie sich gegenseitig das Gleichgewicht halten, wenn der Körper ein Rotationskörper um die Drehungsaxe ist.

Cap. 11. Das physische Pendel.

106. Die correspondirende Pendellänge. Ein physisches Pendel ist ein Körper, der um eine horizontale Axe schwingen kann. Die in verschiedenen Abständen von der Drehungsaxe befindlichen Punkte schwingen in demselben anders oder haben eine andere Fallzeit, als wenn sie, aus der Verbindung mit ihren Nachbarn gelöst, wie in einem mathematischen Pendel schwingen würden.

Unter der correspondirenden Pendellänge versteht man für ein physisches Pendel die Länge d e s mathematischen Pendels, welches dieselbe Schwingungsdauer hat, wie das physische.

107. Zur Berechnung der correspondirenden Pendellänge bemerken wir, dass nach Art. 81 die Trägheitswiderstände, den wirkenden Kräften hinzugefügt, diesen das Gleichgewicht halten müssen. Da nun das Pendel ein um eine horizonzale Axe drehbarer Hebel ist, so muss in Bezug auf diese die Summe der Drehungsmomente der Trägheitswiderstände gleich und entgegengesetzt sein dem Drehungsmoment des Gewichts, welches im Schwerpunkt S angreifend gedacht werden kann.

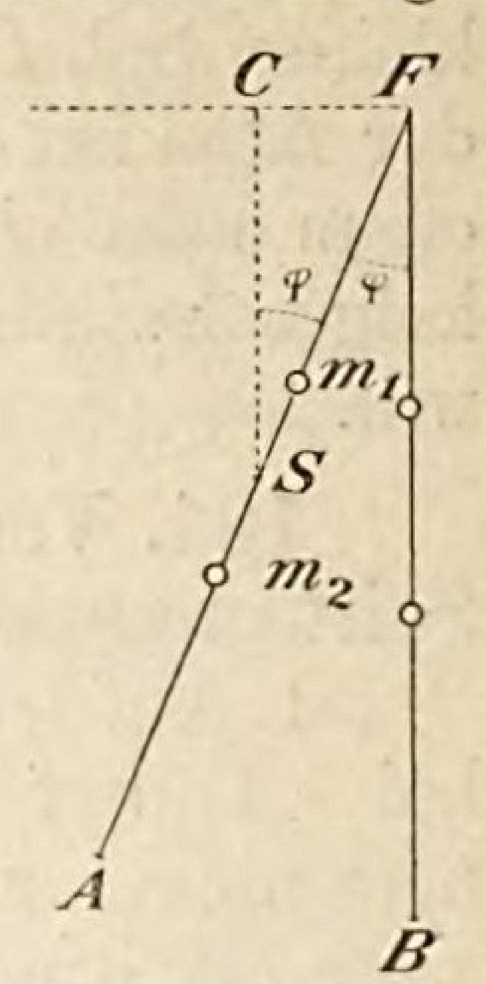


Fig. 40.

Sei (Fig. 40) $FS = e$ der Abstand des Schwerpunktes von der Drehungsaxe, M die Masse des Pendels, φ der Winkel, um welchen es aus seiner Gleichgewichtslage herausgedreht ist. Das Drehungsmoment des Gewichts ist

$$M \cdot g \cdot FC = M g \cdot e \sin \varphi.$$

Jeder Massenpunkt m_1 des physischen Pendels bewegt sich in einem Kreise um die Drehungsaxe. Die centrifugalen Trägheitswiderstände beanspruchen diese, werden aber durch ihren Widerstand aufgehoben. An einem Massenpunkt m_1 im Abstande r_1 von der Drehungsaxe wirkt, wenn β die Beschleunigung der Winkelgeschwindigkeit bedeutet, der tangentiale Trägheitswiderstand $m_1 \cdot r_1 \cdot \beta$; dessen Drehungsmoment ist $m_1 \cdot r_1 \cdot \beta \cdot r_1 = \beta \cdot m_1 r_1{}^2$; sämmtliche Trägheitswiderstände liefern das Drehungsmoment

$$\beta \cdot m_1 r_1{}^2 + \beta \cdot m_2 r_2{}^2 + \ldots = \beta \cdot J, \text{ wenn}$$

$$J = m_1 r_1{}^2 + m_2 r_2{}^2 + \ldots . \qquad (20)$$

gesetzt wird.

Es ist also

$$M g \cdot e \sin \varphi = \beta \cdot J$$

oder

$$\beta = \frac{M \cdot e}{J} \cdot g \sin \varphi \ldots . \qquad (21)$$

Reducirt sich das Pendel auf ein mathematisches, d. h. einen Massenpunkt an einem massen- und gewichtlosen Faden von der Länge l, so ist hierfür $e = l$, $J = m \cdot l^2$, und die Winkelbeschleunigung β wird in diesem Fall

$$\beta = \frac{m \cdot l}{m \cdot l^2} \cdot g \sin \varphi = \frac{1}{l} \cdot g \sin \varphi \ldots . \qquad (22)$$

Die Vergleichung von (21) und (22) lehrt, dass das physische Pendel bei gleichem Ausschlag φ dieselbe Winkelbeschleunigung erfährt, wie d a s mathematische, für welches

$$\frac{1}{l} = \frac{M e}{J}$$

oder dessen Länge l

$$l = \frac{J}{M e} \ldots . \qquad (23)$$

Zwei Pendel, die in jedem Moment die gleiche Winkelbeschleunigung erfahren, besitzen dieselbe Schwingungsdauer. Daher ist l die correspondirende Pendellänge.

108. Trägheitsmoment. Die Grösse J Gleichung (20) heisst das Trägheitsmoment des physischen Pendels in Bezug auf die Drehungsaxe. Das Trägheitsmoment eines Körpers in Bezug auf eine Axe ist nach (20) die Summe der Trägheitsmomente seiner Theile in Bezug auf diese Axe, das Trägheitsmoment eines Massenpunktes m im Abstande r von der Axe ist $m\,r^2$. Bei der Winkelgeschwindigkeit w ist die Geschwindigkeit dieses Massenpunktes $r\,w$, seine kinetische Energie $\frac{1}{2}\,m\,.\,r^2\,w^2$. Daraus folgt, dass die kinetische Energie eines um eine Axe sich drehenden Körpers $\frac{1}{2}\,J\,.\,w^2$ ist.

Nach (23) ist die correspondirende Pendellänge

$$= \frac{\text{Trägheitsmoment}}{\text{Masse} \times \text{Abstand des Schwerpunktes v. d. Drehungsaxe.}}$$

109. Die Bestimmung der correspondirenden Pendellänge kann, wenn das Pendel eine einfache geometrische Gestalt hat, durch Rechnung nach dieser Formel ausgeführt werden. Das ist z. B. der Fall eines Fadenpendels, das aus einer an einem Faden aufgehängten, homogenen Kugel besteht; das Trägheitsmoment kann hier durch Ausmessung und Rechnung ermittelt werden. Auf der durch den Schwerpunkt senkrecht zur Drehungsaxe gezogenen Linie heisst derjenige Punkt, welcher um die correspondirende Pendellänge unterhalb der Drehungsaxe liegt, der Schwingungsmittelpunkt; er liegt in dem erwähnten Beispiel etwas unterhalb des Kugelmittelpunktes.

Ohne Rechnung bestimmt man die correspondirende Pendellänge beim Reversionspendel. Durch eine Stange (Fig. 41) sind zwei Schneiden S_1 und S_2 hindurchgeführt, welche ihre Schärfen gegen einander kehren. Das Pendel kann also sowohl um die eine, als auch, von unten nach oben umgedreht, um die andere Schneide schwingen. Auf der Pendelstange verschiebbare Gewichte werden so lange verstellt, bis das Pendel dieselbe Schwingungsdauer zeigt, mag es um die eine oder die andere Schneide schwingen. Dann ist, wie hier nicht bewiesen wird, die correspondirende Pendellänge gleich dem Abstande der beiden Schneiden.

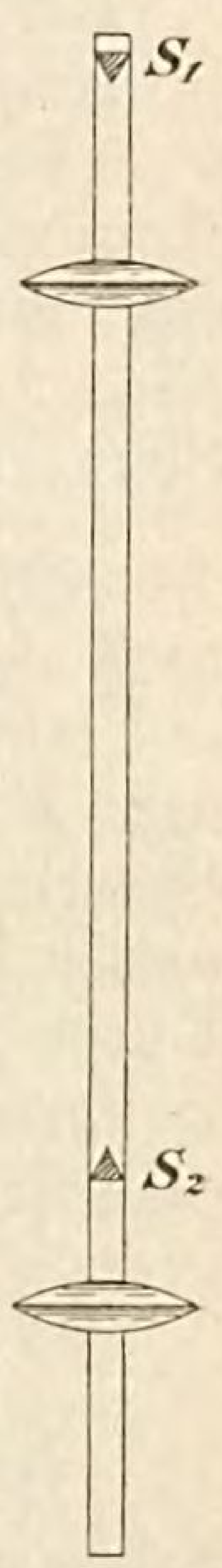


Fig. 41.

110. Die Bestimmung von g durch das physische Pendel erfordert die Ermittlung der correspondirenden Pendellänge l und die Messung der Schwingungsdauer T; aus l und T berechnet man g nach der Formel 15ª Art. 95.

Indem man derartige Pendelversuche an verschiedenen Punkten der Erdoberfläche anstellte, hat man g mit der geographischen Breite φ veränderlich gefunden; die Beobachtungen lassen sich durch die Formel

$$g = 983{,}19\ (1 — 0{,}005282 \cos^2 \varphi)$$ [1]

oder abgekürzt

$$g = 983{,}19 \left(1 — \frac{\cos^2 \varphi}{189}\right) \cdot \cdot \cdot \cdot \qquad (24)$$

[1] R. Helmert, Höhere Geodäsie, 1884, S. 241.

zusammenfassen, wo g sich auf das Meeresniveau bezieht. g ist also kleiner am Aequator ($\psi = 0$) als an den Polen ($\psi = 90^0$) um $^1/_{189}$ des Betrages an den Polen. Mit wachsender Höhe über dem Meeresniveau nimmt g ab, per Meter um 0,3 Milliontel oder 0,2 Milliontel des am Meeresniveau stattfindenden Werthes, je nachdem der betrachtete Punkt in der Luft oder auf breitem Festland gelegen ist. Für die bei Fallversuchen in Betracht kommenden Höhendifferenzen ist daher die Schwere eine merklich constante Kraft (Art. 68).

Die folgende Tabelle enthält für einige Orte die Werthe von g und die Länge l_1 des Sekundenpendels (Art. 94).

	Breite	Höhe	g	l
Paris	48° 50′ 11″	60 m	980,95 cm	99,392 cm
Greenwich	57° 29′ 38″	6 m	981,18 cm	99,415 cm
Berlin	52° 30′ 17″	40 m	981,28 cm	99,424 cm
Aequator	0°	0 m	978,00 cm	99,092 cm

Ein Pendel, das in Paris Sekunden schlägt, muss also am Aequator verkürzt werden, wenn es auch dort Sekunden anzeigen soll, ein Fadenpendel um 3 mm. Eine derartige Beobachtung machte Richer i. J. 1672 und entdeckte dadurch, dass die Intensität der Schwere an der Erdoberfläche veränderlich ist.

111. Pendeluhr. Ein physisches Pendel ist der Hauptbestandtheil der von Huygens erfundenen Pendeluhr. Das gezahnte Steigrad wird durch ein Gewicht oder durch Federkraft gedreht. Hinter dem Rade schwingt das Pendel und der mit demselben verbundene Sperrhaken bewirkt, in die Zähne des Steigrades einfallend, dass dieses bei jeder Pendelschwingung um einen Zahn weiter sich dreht. Durch kleine Stösse, welche beim Abschwingen des Sperrhakens das Zahnrad diesem im Sinne seiner augenblicklichen Bewegungsrichtung ertheilt, wird der Energieverlust des Pendels an die Umgebung gedeckt.

Cap. 12. Das Gravitationsgesetz.

112. Das Newton'sche Gravitationsgesetz. Die Ursache der Schwere fand Newton in dem von ihm entdeckten Gesetze der allgemeinen Gravitation, welches lautet: zwei wägbare Theilchen wirken auf einander so, als ob sie sich aus der Ferne anzögen mit einer Kraft, welche dem Quadrat ihrer Entfernung umgekehrt, ihren Massen direkt proportional ist. Der zweite Theil des Gesetzes besagt in Folge der Definition gleicher Massen (Art. 69), dass zwei Körper, welchen gleiche Kräfte die gleiche Beschleunigung ertheilen, auf einen dritten Körper dieselbe Anziehung ausüben.

Seien m und m' die Massen der Theilchen, r ihre Entfernung, f die Kraft, mit welcher die Masse 1 eine ihr gleiche in der Entfernung 1 anzieht, die sog. Gravitationsconstante, K die zwischen m und m' wirkende Anziehungskraft, so kann das Gravitationsgesetz geschrieben werden

$$K = f \cdot \frac{m \cdot m'}{r^2} \quad \ldots . \qquad (25)$$

113. Ursache der Schwere. Das Gewicht eines Massentheilchens m an der Erdoberfläche ist der Hauptsache nach die Resultante der Gravitationskräfte, welche alle Massentheile der Erde auf dasselbe ausüben (Fig. 42). Nun lehrt die Attraktionsrechnung, dass die Gravitationskraft einer nach Newton's Gesetz wirkenden Kugel, die überall oder auch nur in allen gleich weit vom Centrum entfernten Theilen die gleiche Beschaffenheit zeigt, in einem ausserhalb ihrer liegenden Punkt so gross ist, als ob ihre ganze Masse in ihrem Mittelpunkt vereinigt sei. Wäre also die Erde eine so beschaffene, ruhende Kugel, so wäre das Gewicht der Masseneinheit oder die Intensität der Schwere, wenn M die Erdmasse, R den Erdhalbmesser vorstellt, an der Erdoberfläche

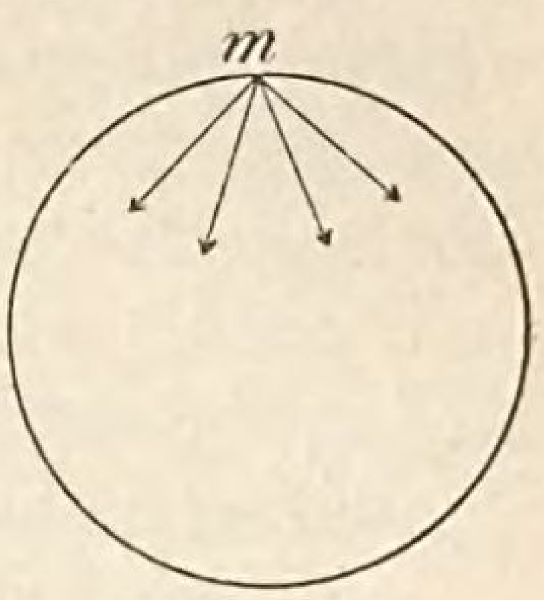


Fig. 42.

$$f\cdot\frac{M}{R^2},$$

in der Höhe h über der Erdoberfläche

$$f\cdot\frac{M}{(R+h^2)}$$

Hierdurch erklärt sich einerseits die Abnahme der Intensität der Schwere mit zunehmender Höhe h über dem Meeresniveau (Art. 110) und andererseits die Geringfügigkeit dieser Abnahme per Meter, da der Erdhalbmesser $R = 40\,000\,000/2\,\pi$ m sehr gross gegen eine Erhebung $h = 1$ m ist.

114. Aenderung der Schwere auf der Erdoberfläche. Aber weiter müsste unter den gemachten Annahmen die Intensität der Schwere am Meeresniveau überall an der Erdoberfläche die gleiche sein, was den Pendelversuchen widerspricht. Nun treffen in der Wirklichkeit die gemachten Annahmen nicht genau zu, denn

1. ruht die Erde nicht, sondern dreht sich um die von Pol zu Pol gehende Axe. Für einen auf der Erde ruhenden Körper ergiebt sich daraus ein centrifugaler Trägheitswiderstand (Art. 101), welcher überall senkrecht zur Drehungsaxe und von ihr fortgerichtet, am Aequator also der Erdattraktion direkt entgegengerichtet ist; er schwächt dort den von der Erdattraktion herrührenden Druck auf die Unterlage auf dieselbe Weise, wie in dem Beispiel Art. 82,2 eine vertikal abwärts gerichtete Beschleunigung den Druck einer Last auf den Kopf eines Menschen schwächt.

Allgemein ist der auf die Masseneinheit an irgend einer Stelle A (Fig. 43) im Abstande r von der Erdaxe wirkende centrifugale Trägheitswiderstand $r \,.\, w^2 = AC$, wenn w die Winkelgeschwindigkeit der Erde bedeutet; er setzt sich mit der auf die Masseneinheit wirkenden Erdattraktion AB zu einer Resultante AD zusammen, welche das Gewicht der Masseneinheit, d. i. die Intensität der Schwere nach Grösse und Richtung darstellt. An den Polen ist $r = o$, dort wirkt die Erdattraktion ungeschwächt, an allen anderen Orten der Erde wird

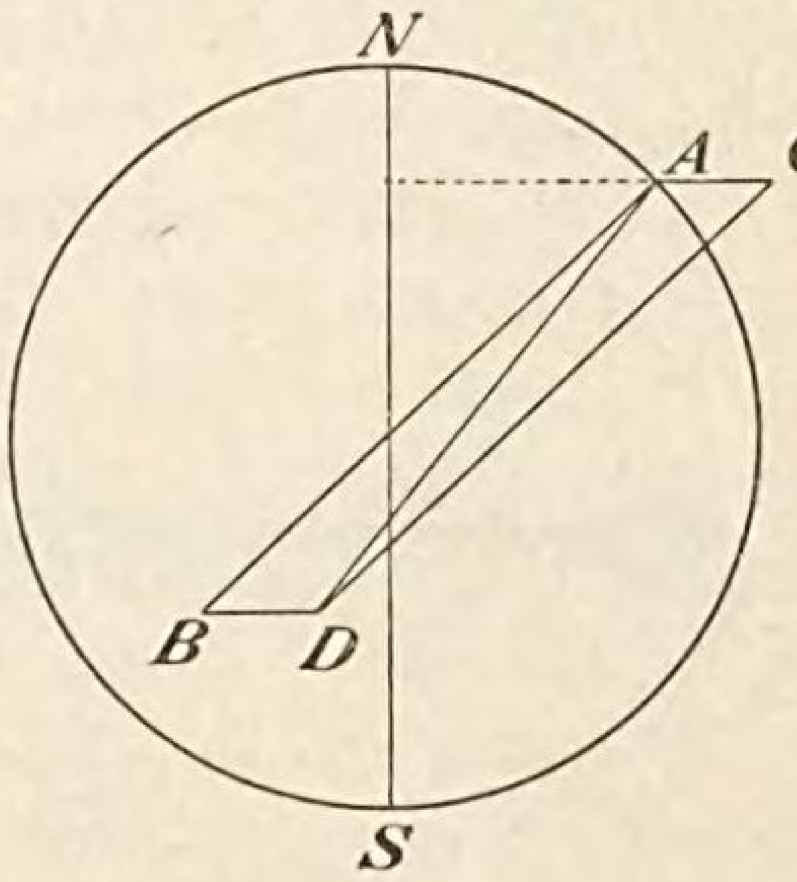


Fig. 43.

die Wirkung der Erdattraktion durch den centrifugalen Trägheitswiderstand geschwächt, am meisten am Aequator, wo er am grössten und der Erdattraktion grade entgegengerichtet ist. Daher muss die Schwere von den Polen gegen den Aequator hin abnehmen und zwar, wie sich aus der bekannten Winkelgeschwindigkeit der Erde ergiebt, um $^1/_{291}$ des Werthes an den Polen, während die Pendelversuche eine Abnahme um $^1/_{189}$ ergeben. Es ist aber

2. die Erde genau genommen keine Kugel, sondern nahezu ein an den Polen abgeplattetes Rotationsellipsoid. In Folge davon ist die Erdattraktion an den Polen etwas grösser, als am Aequator, und berücksichtigt man diesen Umstand, so ergiebt sich in der That die beobachtete Abnahme der Schwere von den Polen nach dem Aequator um $^1/_{189}$ des an den Polen stattfindenden Betrages.

115. In der Bewegung des Mondes um die Erde fand Newton den ersten schlagenden Beweis seines Gesetzes. Nach demselben nimmt die Erdattraktion mit zunehmender Entfernung von der Erde ab und ist in einer Entfernung vom Erdmittelpunkt, welche der des Mondes, nämlich 60 Erdhalbmessern gleichkommt, $^1/_{60^2}$ oder $^1/_{3600}$ mal so klein, als an der Erdoberfläche; in dieser Entfernung muss also die Fallbeschleunigung g', von den im Art. 114 erörterten Nebenumständen abgesehen, sein

$$g' = \frac{1}{60^2} \cdot g.$$

Obgleich ein Fallversuch in dieser Entfernung nicht zu machen ist, so kann doch die Fallbeschleunigung in derselben aus der Bewegung des Mondes abgeleitet werden. Derselbe läuft in einer nahezu kreisförmigen Bahn mit der Geschwindigkeit v um die Erde, erfährt also eine centripetale Beschleunigung $= v^2/R'$, wenn R' den Halbmesser der Mondbahn bedeutet. Diese centripetale Beschleunigung wird nun nach Newton dem Monde durch die Erdattraktion ertheilt, sie ist die Fallbeschleunigung g' in der fraglichen Entfernung, d. h. es ist

$$g' = \frac{v^2}{R'}.$$

Aus der bekannten Geschwindigkeit v des Mondes und dem Halbmesser R' der Mondbahn berechnet ergiebt sich aus dieser Gleichung g' in Uebereinstimmung mit dem Gravitationsgesetz $= {}^1/_{60^2} \cdot g$.

116. Die Kepler'schen Gesetze, von Kepler aus astronomischen Beobachtungen hergeleitet, lieferten Newton eine weitere Bestätigung des Gravitationsgesetzes.

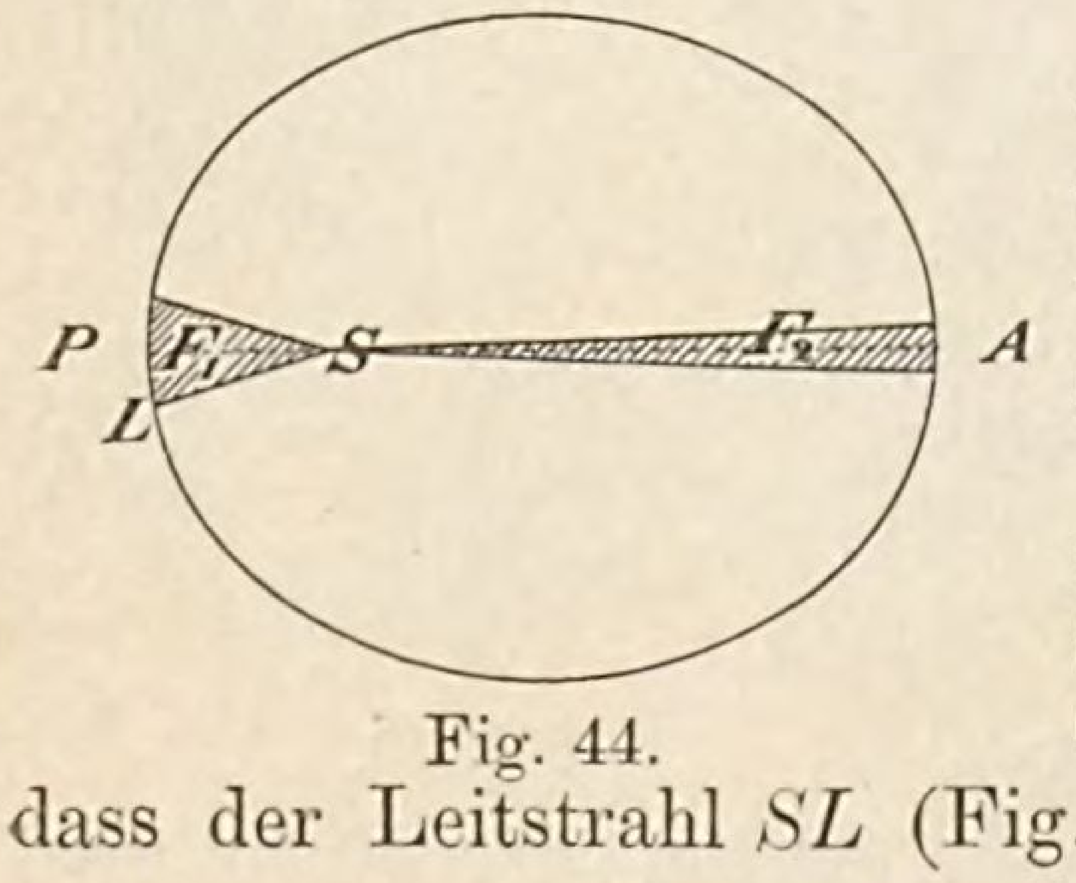


Fig. 44.

Nennen wir Leitstrahl eines Planeten seine Verbindungslinie mit der Sonne, so bewegt sich nach dem ersten Gesetz ein Planet um die Sonne S so, dass der Leitstrahl SL (Fig. 44) in gleichen Zeiten gleiche Flächen

F_1 und F_2 beschreibt. Nach dem zweiten Gesetz ist die Bahn eines Planeten eine Ellipse, in deren einem Brennpunkt die Sonne steht. Nach dem dritten Gesetz verhalten sich für zwei verschiedene Planeten die Quadrate der Umlaufszeiten wie die Cuben der grossen Axen ihrer Bahnellipsen.

Diese Gesetze erklären sich unter der Annahme, dass die Planetenbewegungen unter der Wirkung der von der Sonne ausgeübten Gravitationskraft geschehen.

Die von dem ersten Gesetz geforderte Gleichheit der Flächen F_1 und F_2 bedingt, dass bei P der kleinere Leitstrahl mit seinem Endpunkt einen grösseren Bogen beschreibt, als bei A der grössere Leitstrahl in derselben Zeit, dass also die Planetengeschwindigkeit in der Sonnennähe oder dem Perihel P grösser ist, als in der Sonnenferne oder dem Aphel A; in Uebereinstimmung mit dem Gesetz von der Erhaltung der Energie, da beim Uebergang von A nach P der Planet gegen die Sonne fällt, potentielle Energie verliert und daher kinetische Energie von demselben Betrage gewinnen muss.

Allgemein lässt sich aus dem ersten Gesetz nur ableiten, dass die auf einen Planeten wirkende Kraft nach der Sonne hingerichtet ist; dass sie sich umgekehrt wie das Quadrat der Entfernung von der Sonne verhält, folgt erst aus dem zweiten Gesetz.

Bei der Erklärung des dritten Gesetzes wollen wir die von Kreisen wenig abweichenden Bahnellipsen wie Kreise vom Halbmesser R behandeln. Ist v die Geschwindigkeit eines Planeten, so ist die centripetale Beschleunigung $\frac{v^2}{R} = \frac{\left(\frac{2R\pi}{T}\right)^2}{R}$ proportional mit R/T^2, wenn T die Umlaufszeit bedeutet. Da aber nach dem dritten Gesetz T^2 mit R^3 proportional ist, so verhalten sich die centripetalen Beschleunigungen zweier Planeten wie $1/R^2$; d. h. ihre Fallbeschleunigungen gegen die Sonne verhalten sich in Uebereinstimmung mit Newton's Gesetz umgekehrt wie die Quadrate ihrer Entfernungen von der Sonne.

117. Gravitationsconstante, Erdmasse. Das Gewicht eines Körpers a entsteht durch die Attraktion der ungeheuren Erdmasse; so kommt es, dass die Attraktion eines Körpers A von einer zu Laboratoriumsversuchen geeigneten Grösse nur einen sehr kleinen Bruchtheil des Gewichts von a ausmacht. Gleichwohl kann man diese Attraktion messen, z. B. nach Jolly dadurch, dass man sie auf den an einer sehr empfindlichen Wage aufgehängten Körper a wirken lässt. Bei diesen Versuchen hingen an den Schalen einer Wage an Drähten zwei weitere Schalen, so dass die unteren Schalen 21 m tiefer, als die oberen lagen. Der Körper a war eine mit Quecksilber gefüllte Hohlkugel aus Glas, im Ganzen 1 kg schwer. Wurde zunächst a von der oberen auf die untere Schale gebracht, so nahm

wegen der damit verbundenen Annäherung an den Erdmittelpunkt das Gewicht von a um 31,686 mg zu. Lag aber unter der unteren Schale eine Bleikugel von 1 m Durchmesser (A), wobei die Centraldistanz zwischen A und a 0,569 m betrug, so war die Gewichtszunahme um 0,589 mg grösser. Dieser Betrag ist die Gravitationskraft zwischen A und a, da die Wirkung zwischen A und dem a äquilibrirenden Gegengewicht auf einer der oberen Schalen wegen der hier 43 mal grösseren Entfernung zu vernachlässigen war.

Das Resultat derartiger Versuche ist, dass eine homogene Kugel, deren Masse 1 kg ist, eine ihr gleiche bei einer Entfernung von 1 m der Kugelmittelpunkte anzieht mit einer Kraft gleich $1/p = 1/149000$ Milliontel kg Gewicht. M/R^2 mal so gross ist die Kraft, mit welcher die Erdmasse M, im Erdmittelpunkt concentrirt gedacht, auf 1 kg-Masse an der Erdoberfläche, also in der Entfernung des Erdhalbmessers R wirkt; und diese Kraft ist gleich 1 kg Gewicht. Daher ist

$$\frac{M}{R^2} \cdot \frac{1}{p} = 1 \text{ oder}$$
$$M = R^2 . p \text{ kg},$$

wo R in Metern auszudrücken ist.

Berechnet man M aus dieser Gleichung, so ergiebt sich, dass die Erde ungefähr 5,57 mal so viel Masse enthält, als eine Wasserkugel der gleichen Grösse von der Temperatur 4° C.

Cap. 13. Zur Erde relative Bewegungen, welche von der Erdrotation abhängen.

118. Abweichung eines frei fallenden Körpers von der Vertikalen. Vermöge der Axendrehung der Erde hat ein Punkt auf ihr eine um so grössere Geschwindigkeit in westöstlicher Richtung, je weiter er von der Drehungsaxe entfernt ist, also die Spitze eines Thurms eine etwas grössere, als der Fuss desselben. Eine von der Thurmspitze fallende Kugel behält im Fallen die westöstliche Geschwindigkeit der Thurmspitze bei und weicht daher von der Vertikalen ein wenig nach Osten in einer zum Meridian senkrechten Richtung ab, was der Versuch bestätigt.

119. Einfluss der Erdrotation auf die Windrichtung. Auf der nördlichen Halbkugel nimmt die westöstliche Geschwindigkeit von Süden nach Norden ab. Eine Kugel, die auf der nördlichen Halbkugel nach Norden hin abgeschossen wird, behält die grössere westöstliche Geschwindigkeit ihres Ausgangspunktes bei, und eilt im Fluge der Erdoberfläche voraus; die Flugrichtung weicht relativ zur Erde nach der Rechten des nachschauenden Beobachters von der Süd-Nordrichtung ab; das letztere Resultat ergiebt sich aus ähnlicher Betrachtung für eine von Norden nach Süden geschossene Kugel. Durch dieselbe Wirkung wird auf der nördlichen Halbkugel eine Luftströmung, die Anfangs als Südwind auftritt, in einen süd-

westlichen, ebenso ein Nordwind in einen nordöstlichen Wind verwandelt.

120. Der Foucault'sche Pendelversuch. Ein Pendel, bestehend aus einem langen, dünnen Faden, an welchem eine schwere Kugel hängt, behält seine Schwingungsebene im Raume unverändert bei, wie man auch den Aufhängepunkt bewegen mag. Denkt man sich dasselbe an einem Pol der Erde aufgehängt, so dreht sich die Erde in 24 Stunden um 360° von Westen nach Osten gegen die im Raume feste Schwingungsebene, welche in Folge dessen relativ zur Erde in derselben Zeit um denselben Winkel von Osten nach Westen sich dreht. Am Aequator wird durch die Erddrehung die Schwingungsebene relativ zur Erde nicht gedreht, in mittleren Breiten liegt die relativ zur Erde stattfindende Drehung zwischen 0° und 360°. Der Versuch wurde von Foucault sowohl ersonnen als auch mit dem erwarteten Erfolge im Pantheon zu Paris angestellt.

121. Zur Geschichte[1]. Das Hebelgesetz, der älteste Satz der Statik, war schon Archimedes (287—212 v. Chr.) bekannt. Der Satz vom Parallelogramm der Kräfte, von Stevin (1548—1620) in einigen Fällen benutzt, wurde von Newton und Varignon an die Spitze der Statik gestellt (Art. 20) und von jenem als Consequenz des zweiten Bewegungsgesetzes erkannt (Art. 90).

Das Princip der virtuellen Bewegungen (Art. 45) wurde schon von Galilei in einigen Fällen gebraucht, von Joh. Bernouilli (1667—1748) allgemein ausgesprochen und von Lagrange (1736—1813) zur Grundlage der Statik gemacht.

Die Lehre von der Bewegung wurde von Galilei (1564—1642) als eine „neue Wissenschaft" gegründet und auf die Gesetze des freien Falls, des Wurfs und des mathematischen Pendels angewandt (Cap. 6—9). Huygens (1629—1695) fand den Ausdruck der centripetalen Beschleunigung (Art. 99) und löste das Problem des physischen Pendels. Newton (1642—1726) endlich stellte die allgemeinen Gesetze der krummlinigen Bewegung auf und fasste zum ersten Mal die Sätze der Mechanik zu einem systematischen Lehrgebäude zusammen, welches die Grundlage unseres heutigen mechanischen Wissens bildet (Principia mathematica philosophiae naturalis, erschienen 1687).

Durch das d'Alembert'sche Princip (d'Alembert 1717—1783) (Cap. 7) wurden die Fragen der Bewegung auf Fragen des Gleichgewichts zurückgeführt; ein Beispiel dafür liefert die Art. 107 gegebene Berechnung der correspondirenden Pendellänge (Jacob Bernouilli 1654—1705).

In dem Newton'schen Gravitationsgesetz werden die Erscheinungen der irdischen Schwere sowie alle bekannten Bewegungen der Himmelskörper einem Satze untergeordnet; es ist eines der bedeutendsten Naturgesetze, sofern die Bedeutung eines solchen um so grösser ist, je wichtiger und zahlreicher die Thatsachen sind, welche es zusammenfasst (Art. 1).

[1] Vgl. E. Mach, Die Mechanik in ihrer Entwicklung, historisch-kritisch dargestellt. Leipzig 1883.

III. Abschnitt. Mechanik der Flüssigkeiten.

I. Abtheilung. Gleichgewicht der Flüssigkeiten.

Cap. 1. Der Schwere entzogene Flüssigkeit.

122. Definition der Flüssigkeit. Bewegt man die Hand im Wasser hin und her, so langsam, dass die Wassertheilchen nur sehr kleine Beschleunigungen empfangen, Trägheitswiderstände (Art. 81) nicht merklich werden, so spürt man keinen Widerstand, obgleich mit der Bewegung der Hand eine Formänderung der Wassermasse verknüpft ist. Versucht man andererseits einen beweglichen Stempel, welcher einen ganz mit Wasser gefüllten Cylinder abschliesst, in diesen hineinzudrücken, so spürt man einen sehr grossen, für die rohe Beobachtung unüberwindlichen Widerstand; in dem letzteren Fall müsste das Wasser, wenn es nachgeben sollte, auf einen kleineren Raum zusammengepresst werden.

Auf diese Thatsachen gründet sich folgende Definition: eine vollkommene Flüssigkeit ist ein Körper, welcher der kleinsten formändernden Kraft nachgiebt, wenn mit der Formänderung keine Volumänderung verbunden ist. Die Flüssigkeiten der Natur verhalten sich in der Ruhe wie vollkommene Flüssigkeiten, nicht aber in der Bewegung, wenn bei dieser relative Verschiebungen der Theilchen gegen einander stattfinden (s. Art. 214).

123. Druck des Wassers. Befindet sich in einem Cylinder Wasser zwischen zwei beweglichen Stempeln A und B (Fig. 45), und drückt man auf A, so merkt man, dass ähnlich, wie wenn zwischen A und B eine Feder gelagert wäre (Art. 13), der Druck sich durch das Wasser von A nach B fortpflanzt; damit der Stempel B sich nicht bewege, muss man einen Gegendruck auf ihn wirken lassen. Ursache des Drucks, den das Wasser ausübt, ist, ähnlich wie bei der Feder, eine kleine Zusammendrückung desselben. Und wie im Fall der Feder hat auch im Fall des Wassers der Druck im Innern desselben eine bestimmte Bedeutung.

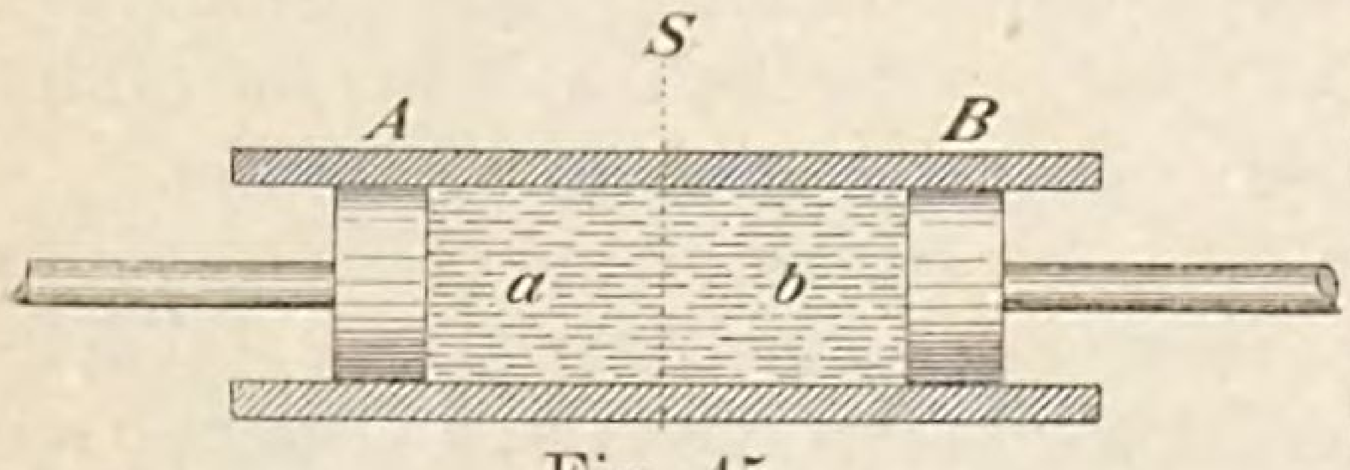


Fig. 45.

Denkt man sich nämlich (Fig. 45) die Wassermasse im Cylinder durch einen Schnitt bei S in zwei Theile a und b getheilt, so ist der Druck auf die Schnittfläche S die Resultante der Kräfte, welche die Wassermasse a auf die Wassermasse b ausübt; sie ist gleich und entgegengesetzt der Resultante der Kräfte, welche b auf a ausübt.

124. Axiom. Im Folgenden machen wir Gebrauch von dem selbstverständlichen Satz, dass Gleichgewichtsbedingungen, welche bei

verringerter Beweglichkeit eines Systems sich ergeben, nothwendige Gleichgewichtsbedingungen für das unveränderte System sind; dabei denken wir uns die Beweglichkeit der betrachteten Flüssigkeit so verringert, dass wir Theile von ihr erstarrt denken.

125. Der Druck in einer Flüssigkeit ist stets senkrecht zur gedrückten Fläche. Beweis. Von der Wassermasse in einem Gefäss (Fig. 46) denken wir uns den Theil unter der Horizontalebene AB erstarrt, desgleichen die sehr flache Scheibe S, dieselbe aber auf der starren Fläche AB absolut leicht, d. h. ohne jede Reibung verschiebbar, was der Definition der Flüssigkeit nach zulässig ist. Die Wirkung, welche die starre, glatte Oberfläche AB auf S ausübt, ist also ein Druck senkrecht zu AB. Wäre nun der Druck, den

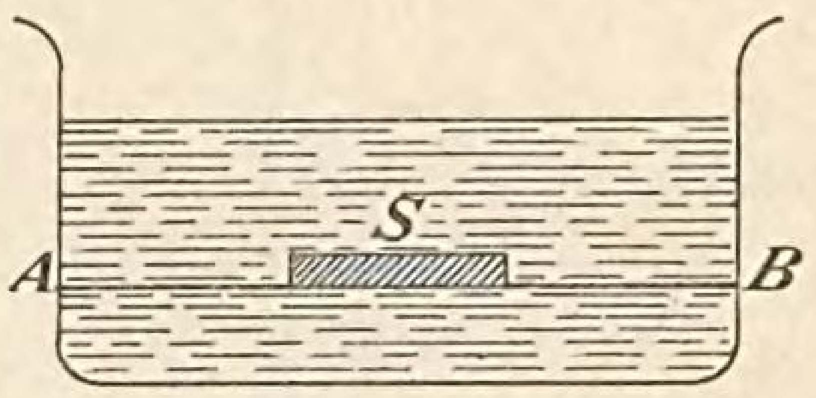


Fig. 46.

die Flüssigkeit auf die obere Fläche der Scheibe ausübt, schief gegen diese Fläche gerichtet, so würde er die Scheibe auf AB verschieben und dieselbe könnte nicht im Gleichgewicht sein. Daher ist nothwendig der Druck senkrecht zur oberen Fläche der Scheibe gerichtet.

126. In ruhender Flüssigkeit versteht man unter dem **hydrostatischen Druck** an einer Stelle den auf die Flächeneinheit fallenden, bzw. den auf die Flächeneinheit reducirten (Art. 10) Druck an dieser Stelle.

127. In einer **der Schwere entzogenen Flüssigkeit** ist der hydrostatische Druck überall und nach allen Richtungen hin derselbe. Beweis. Man denke sich in ein mit Flüssigkeit gefülltes Gefäss (Fig. 47) zwei durch bewegliche Stempel verschlossene Cylinder vom Querschnitt 1 bei A und B eingesetzt. Die Kräfte P und Q, welche auf die Stempel wirken müssen, um sie im Gleichgewicht zu halten, sind dann die hydrostatischen Drucke bei A und B. Man denke sich nun den Stempel bei A etwas hineingeschoben und den Stempel bei B um ebensoviel herausbewegt, so dass also eine Volum-

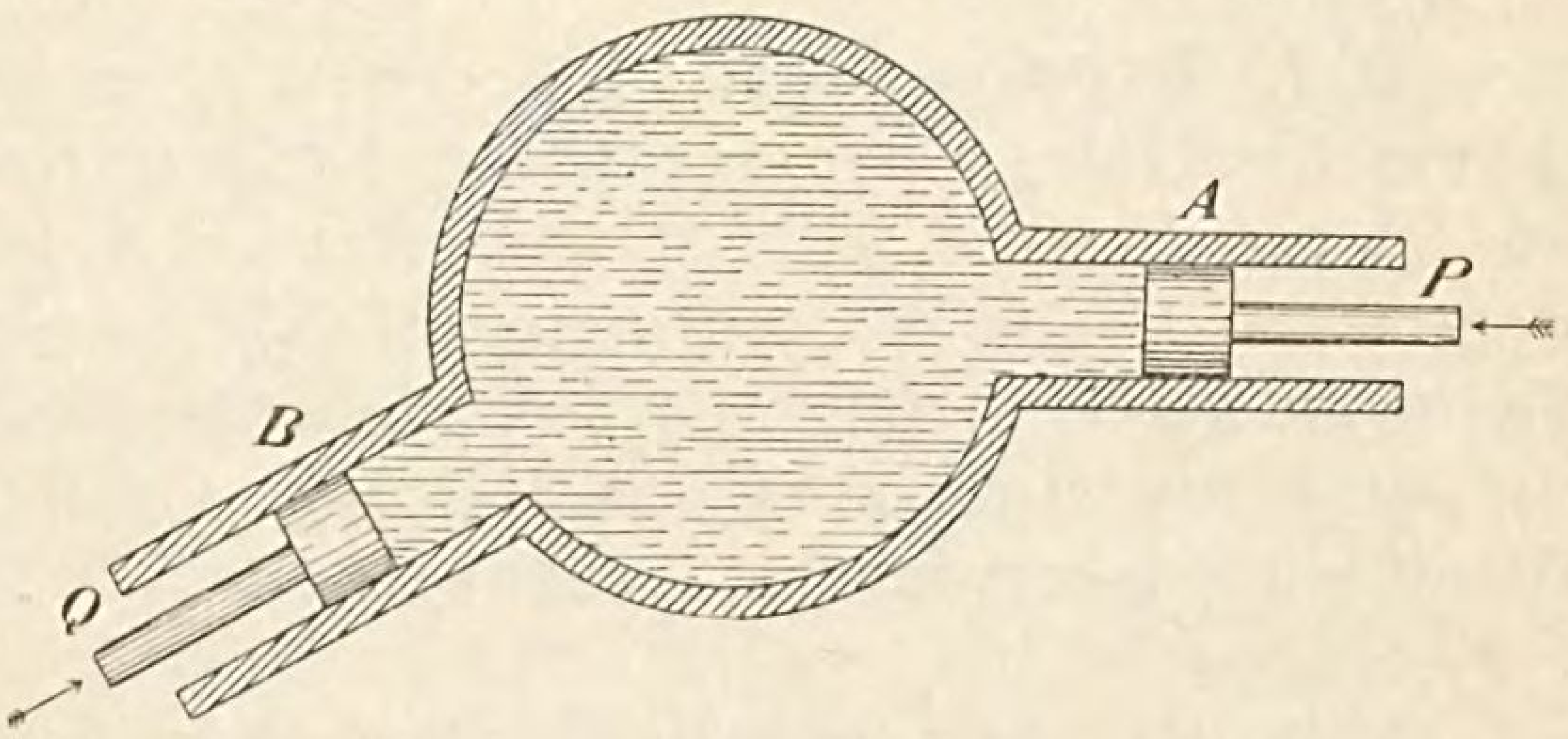


Fig. 47.

änderung der Flüssigkeit nicht eintritt und die Drucke constant bleiben. Dann muss nach Art. 45 die von P geleistete Arbeit gleich der gegen Q geleisteten sein, also, da die Wege der Angriffspunkte gleich sind, $P = Q =$ dem überall gleichen hydrostatischen Druck p; w. z. b. w.

128. Die hydraulische Presse. Enthält der Stempel bei B nicht eine, sondern 100 Flächeneinheiten, so wird auf jede derselben

der Druck p ausgeübt, es ist dann $P = p$, $Q = 100\,p = 100\,P$ und man hat eine Maschine, durch welche man eine Last Q heben kann durch eine Kraft kleiner als die Last. Bewegt sich aber in diesem Fall der Stempel bei A um 1 cm einwärts, so bewegt sich der Stempel bei B nur um $^1/_{100}$ cm auswärts, da bei ungeändertem Druck das Volumen des Wassers ungeändert bleibt. Das Princip der Arbeit (Art. 43) ist also erfüllt.

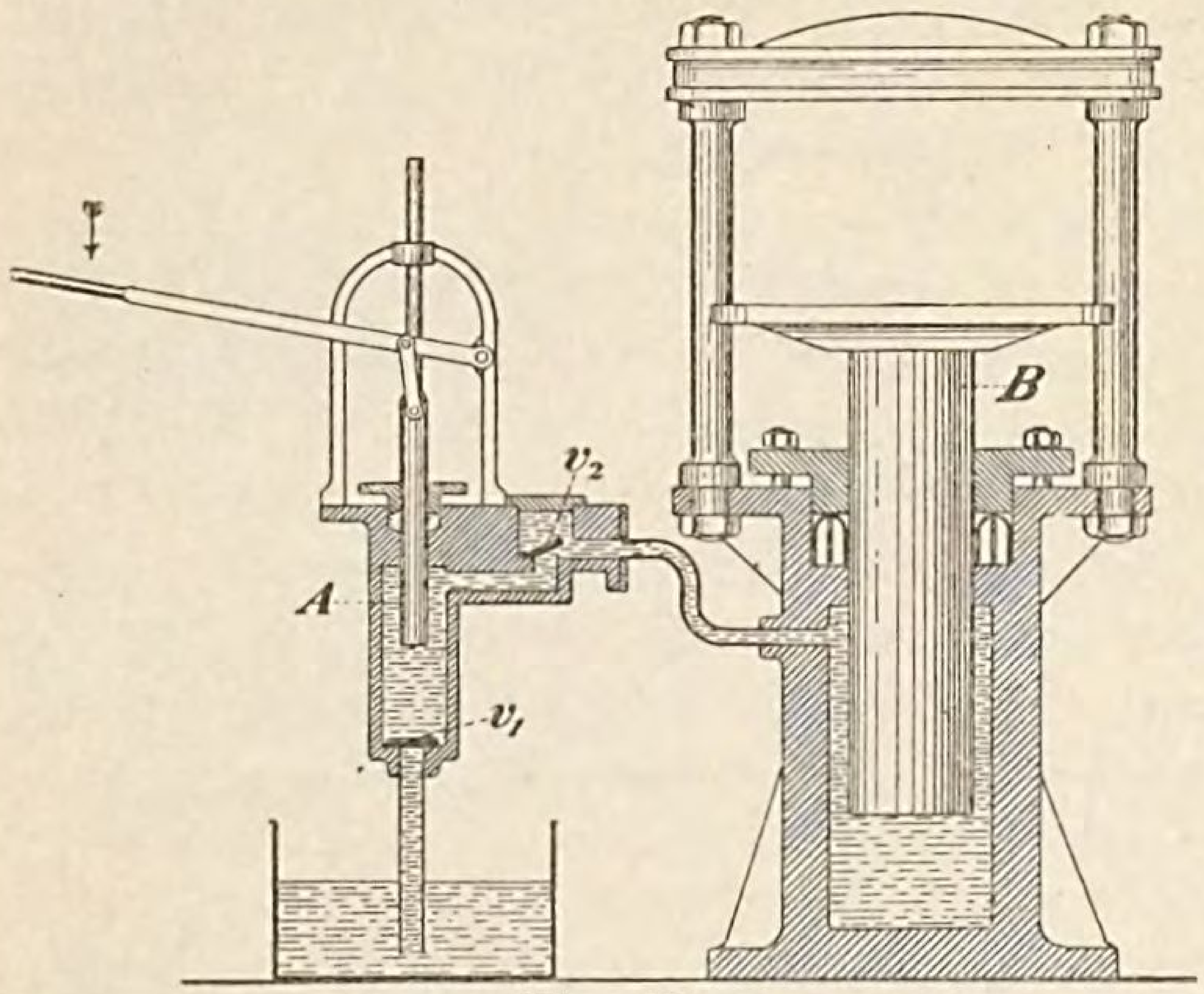


Fig. 48.

Die erklärte Maschine heisst eine hydraulische Presse. Fig. 48 zeigt sie in der Form, in welcher man sie benutzt. Die ganze Wassermasse ist hier durch ein gegen B hin sich öffnendes Ventil v_2 in zwei Theile getheilt. Steigt der kleine Stempel A, so bleibt v_2 durch den Druck auf der Seite von B geschlossen und es tritt durch das sich öffnende Ventil v_1 Wasser in den kleinen Cylinder. Geht der kleine Stempel abwärts, so schliesst sich v_1, während v_2 sich öffnet und man hat jetzt die entwickelten Beziehungen zwischen Kraft und Last. Der Theil der Maschine, welcher sich auf der Seite von A bis an den zweiten Cylinder erstreckt, ist nichts Anderes, als eine Druckpumpe (Art. 162). Der zusammenzupressende Gegenstand wird, wie die Figur zeigt, zwischen den Stempel bei B und ein festes Widerlager gelegt.

129. Druckwasser. Ist der grosse Stempel vom Querschnitt F um die Höhe h bei constantem hydrostatischem Druck p gestiegen, so ist an ihm die mechanische Arbeit $F.p.h = V.p$ geleistet worden, wenn V das Wasservolum vorstellt, welches dabei in den grossen Cylinder getreten ist. Liefert also ein Reservoir das Wasservolum V unter dem hydrostatischen Druck p (Druckwasser), so liefert es damit eine mechanische Arbeitsgrösse $= p.V$.

130. Der hydrostatische Druck in der hydraulischen Presse. Der kleine Stempel habe einen Querschnitt von $^1/_2$ qcm und sei an einem Hebel mit der Uebersetzung von 1 : 6 befestigt. Ein Druck von 25 kg Gewicht auf den Hebel bringt dann einen Druck von 150 kg Gewicht auf den Stempel und einen hydrostatischen Druck von 300 kg Gewicht auf's Quadratcentimeter hervor.

Communicirt das Wasser in der Presse mit dem Wasser, welches einen Dampfkessel füllt, so werden die Wandungen des Kessels dem in der Presse vorhandenen hydrostatischen Druck ausgesetzt und auf ihn geprüft. Bricht dabei die Wand, so tritt doch

keine Explosion, kein heftiges Fortschleudern von Bruchstücken ein, da nach einer sehr kleinen Ausdehnung des Wassers die sehr kleine Zusammendrückung desselben und damit der von dieser verursachte grosse Druck aufhört. Die grosse Druckkraft aber vermag, da sie während einer nur sehr kurzen Zeit wirkt, einem Bruchstück keine erhebliche Bewegungsgrösse zu ertheilen (Artt. 72 u. 73). Ganz anders verhielte es sich, wenn dabei Dampf unter hohem Druck in dem Kessel vorhanden wäre (vgl. Art. 396).

Cap. 2. Schwere Flüssigkeit.

131. In einer schweren Flüssigkeit ist der Druck in allen Punkten einer und derselben Horizontalebene gleich gross. Beweis. Einen graden dünnen horizontalen Wassercylinder mit ebenen vertikalen Endflächen *1* und *2* (Fig. 49) denke man sich erstarrt, desgleichen das Wasser um den Cylindermantel herum, so dass eine unbewegliche, starre Röhre entsteht, in welcher der kleine Cylinder ohne jede Reibung verschiebbar ist. Sein Gewicht wird dann durch den Widerstand der festen Röhre aufgehoben, die einzigen auf ihn noch wirkenden Kräfte sind die Drucke auf die gleichen Endflächen *1* und *2*. Daher müssen diese Drucke gleich sein und mit ihnen die Drucke auf die Flächeneinheit, d. h. die hydrostatischen Drucke in *1* und *2*.

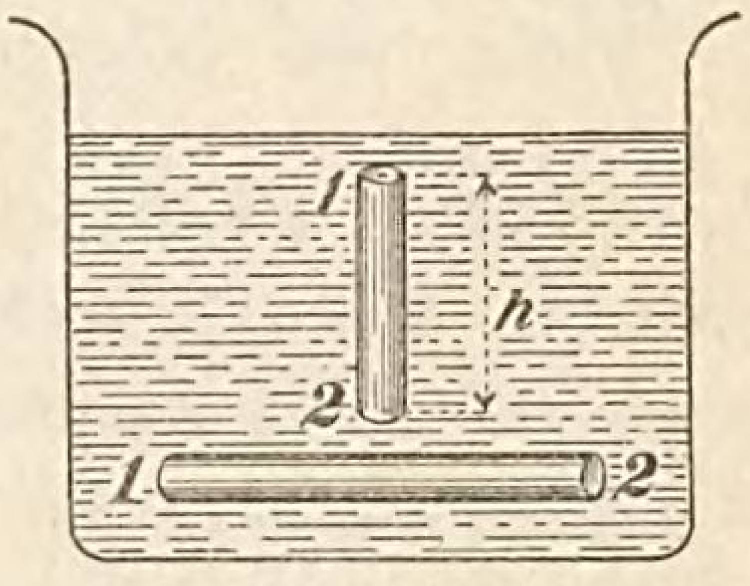


Fig. 49.

132. Druckzunahme mit der Tiefe. Ist aber der kleine Cylinder vertikal in seiner nun vertikalen Röhre verschiebbar, so wirkt ausser den auf die horizontalen Endflächen *1* und *2* ausgeübten Drucken das Gewicht des Cylinders vertikal abwärts. Giebt man diesem den Querschnitt *1*, so sind die Drucke auf die Endflächen *1* und *2* die hydrostatischen Drucke p_1 und p_2; ist G das Gewicht des Cylinders, so erfordert das Gleichgewicht, da p_2 aufwärts, p_1 abwärts ausgeübt wird, die Bedingung

$$p_2 = p_1 + G.$$

Daraus ergiebt sich der wichtige Fundamentalsatz: Der hydrostatische Druck in einer schweren Flüssigkeit nimmt mit der Tiefe zu, der Druckunterschied in zwei horizontalen Schichten ist gleich dem Gewicht eines sie verbindenden vertikalen Flüssigkeitscylinders, dessen Basis 1 qcm beträgt.

Kann, wie Fig. 50, ein die beiden Horizontalebenen $A_1 A'_1$ und $C_1 H$ verbindender, grader vertikaler Cylinder nicht gelegt werden, ohne aus der Flüssigkeit herauszutreten, so kann doch eine solche Verbindung successive zwischen den Horizontalebenen $A' A'_1$ und

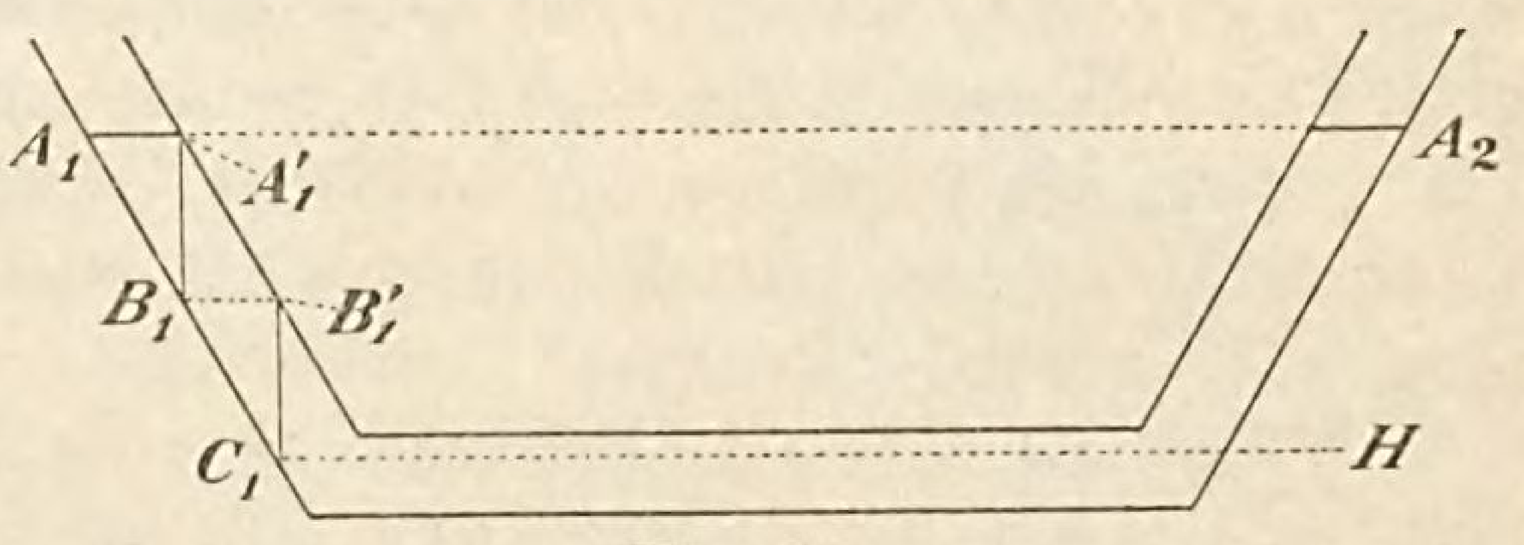


Fig. 50.

$B_1B'_1$; $B_1B'_1$ und C_1H hergestellt werden; der $A_1A'_1$ und C_1H verbindende vertikale Cylinder besteht hier aus den Theilen A'_1B_1 und B'_1C_1 und der ausgesprochene Satz bleibt bestehen.

133. Hydrostatische Drucke durch Flüssigkeitshöhen ausgedrückt. Im Fall so wenig zusammendrückbarer Flüssigkeiten wie Wasser kann man bei der Berechnung des Gewichts jenes Cylinders von der Zusammendrückung der Flüssigkeit absehen; der Druckunterschied zwischen zwei horizontalen Schichten vom Niveauunterschied h ist dann gleich dem Gewicht von h ccm Flüssigkeit zu setzen. Diesen Druckunterschied bezeichnet man oft in abgekürzter Redeweise als den Druck einer Flüssigkeitssäule von h cm Höhe oder noch kürzer als den Druck von h cm Flüssigkeit. Ein hydrostatischer Druck von 10 cm Wasser bedeutet folglich einen Druck auf's qcm gleich dem Gewicht von 10 ccm Wasser oder gleich 10 g Gewicht (Art. 141).

134. Freie Flüssigkeitsoberfläche und Trennungsfläche zweier Flüssigkeiten. Steigt man von irgend zwei Punkten A_1 und A_2 einer zusammenhängenden, nur der Schwere unterworfenen Flüssigkeit in vertikaler Richtung bis zu einer und derselben Horizontalebene hinab, so muss man, wenn die Flüssigkeit im Gleichgewicht ist, auf denselben Druck kommen; das ist aber nur dann der Fall, wenn *1* und *2* in derselben Horizontalebene liegen. Befindet sich Flüssigkeit in zwei (Fig. 50) oder mehreren mit einander zusammenhängenden (communicirenden) Röhren, so besteht die freie Oberfläche aus zwei oder mehreren von einander getrennten Theilen; auch diese müssen, wie dieselbe Betrachtungsweise ergiebt, in einer und derselben Horizontalebene liegen. Allgemein liegt also die freie Oberfläche einer nur der Schwere unterworfenen Flüssigkeit im Falle des Gleichgewichts in einer Horizontalebene.

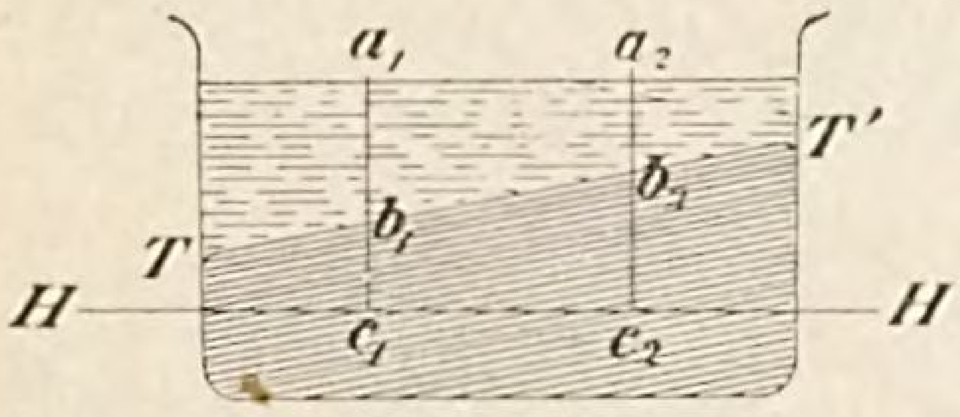


Fig. 51.

Befinden sich zwei verschiedene nur der Schwere unterworfene Flüssigkeiten, z.B. Quecksilber und Wasser, über einander in einem Gefäss, so muss auch ihre Trennungsfläche TT' für den Fall des Gleichgewichts horizontal sein. Denn wäre sie es, wie Fig. 51 angenommen, nicht, so würde man, von den beiden Punkten a_1 und a_2 der horizontalen Wasseroberfläche bis an die Horizontalebene HH' zu den Punkten c_1 und c_2 hinabsteigend, in c_1 einen Druck finden gleich der Wassersäule a_1b_1 vermehrt um die Quecksilbersäule b_1c_1; in c_2 einen Druck gleich der Wassersäule a_2b_2 vermehrt um die Quecksilbersäule b_2c_2. Da 1 ccm Quecksilber ein anderes Gewicht als 1 ccm Wasser hat, so sind die beiden Drucke nur gleich, wenn $a_1b_1 = a_2b_2$, $b_1c_1 = b_2c_2$, also TT' horizontal ist.

Wird die Trennungsfläche aus der horizontalen Gleichgewichtslage herausgebracht (Fig. 51), so ist, wenn das Quecksilber sich unten befindet, der Druck in c_2 grösser als in c_1, da 1 ccm Quecksilber mehr wiegt, als 1 ccm Wasser; daher bewegt sich die Trennungs-

fläche in die Gleichgewichtslage zurück und das Gleichgewicht ist stabil. Wäre das Wasser unten, so würde der Druck in c_1 grösser als in c_2 sein, und das Gleichgewicht wäre labil. Es ist also stabil, wenn die specifisch schwerere Flüssigkeit (Art. 141) sich unten befindet.

135. Eine freie Flüssigkeitsoberfläche ist eine Niveaufläche. Ausser der Schwerkraft können noch andere Kräfte, z. B. Capillaritäts- und magnetische Kräfte auf eine Flüssigkeit wirken; stets muss für den Fall des Gleichgewichts die freie Oberfläche so gestaltet sein, dass in jedem Punkt derselben die Resultante aller zu den hydrostatischen Drucken hinzutretenden Kräfte senkrecht zur Oberfläche, dass, wie man sagt, letztere eine Niveaufläche ist. Denn für ein flaches, der Oberfläche anliegendes Scheibchen kann diese Resultante durch den senkrecht zur Scheibenfläche wirkenden hydrostatischen Druck nur in dem Fall aufgehoben werden, wenn sie diesem Druck entgegengerichtet, also senkrecht zur Oberfläche ist.

136. Erläuternde Versuche. 1. Senkt man (Fig. 52) einen unten durch eine lose Platte verschlossenen vertikalen Cylinder in Wasser ein, so wird der Druck in der Tiefe auf die Platte aufwärts ausgeübt und diese durch ihn angedrückt. Ohne dass die Platte abfällt, kann man Wasser in den Cylinder giessen, ist sie, wie ein Stück Papier, von unmerklichem Gewicht, so viel, bis das Wasser innen und aussen gleich hoch steht.

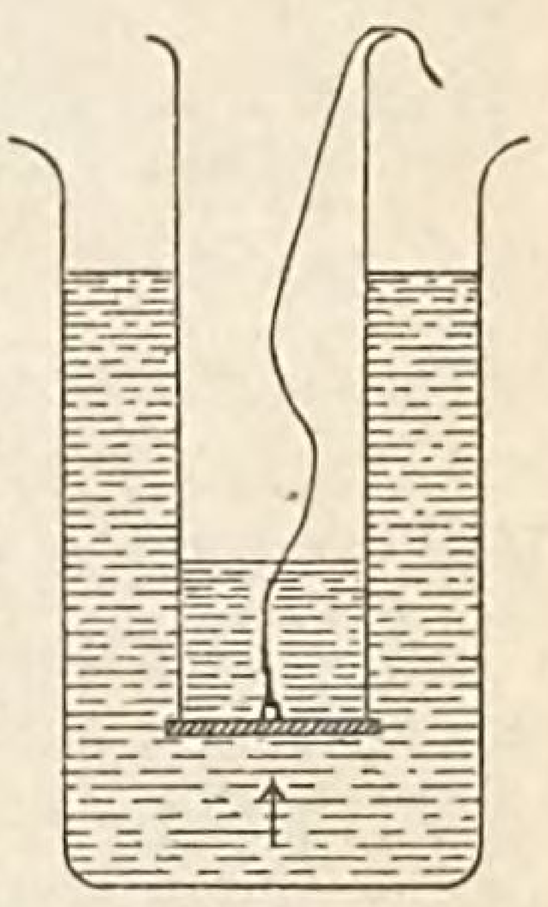


Fig. 52.

2. Wird (Fig. 53) der bewegliche Boden eines kurzen vertikalen Rohres immer durch die gleiche Kraft angedrückt, und setzt man Gefässe a, b, c von verschiedener Form auf jenes Rohr, so fällt der Boden ab und tritt Ausfluss des Wassers stets dann ein, wenn es bis zu einer bestimmten Höhe in die Gefässe eingefüllt ist, welches auch deren Gestalt sein mag; denn von dieser ist die Druckzunahme mit der Tiefe unabhängig.

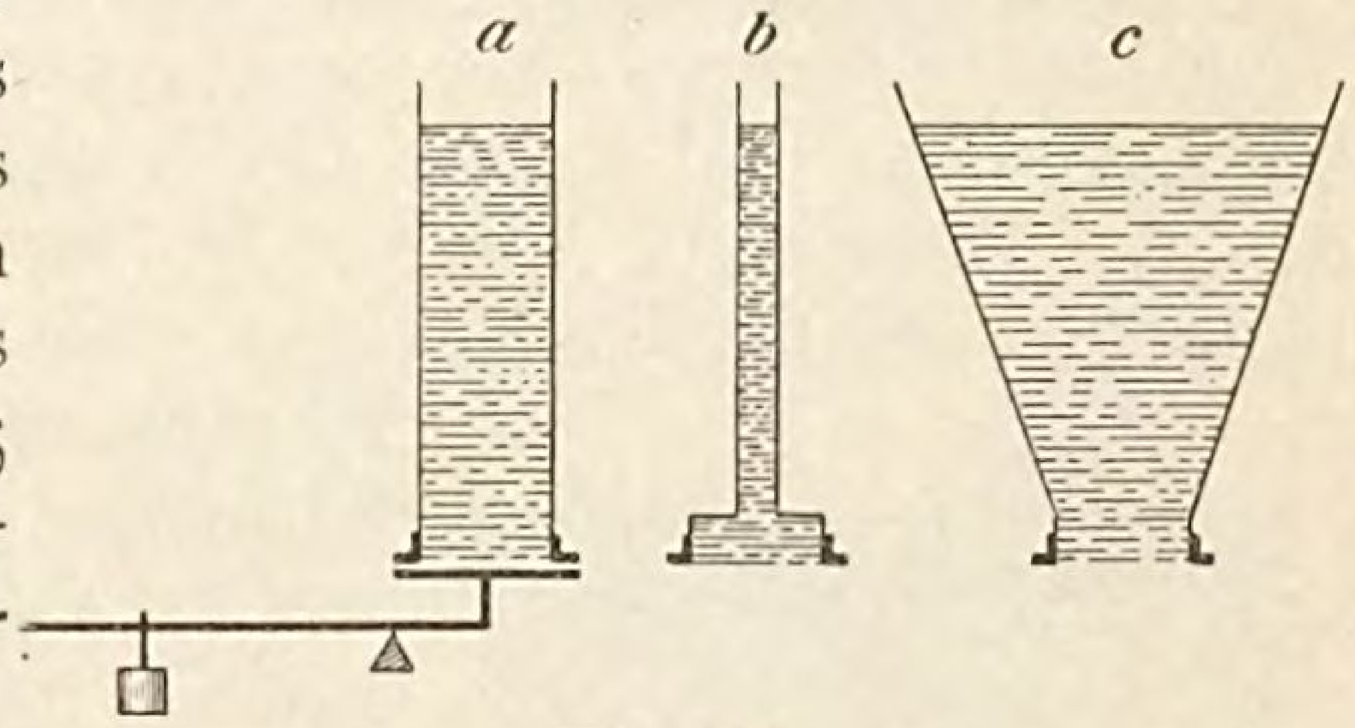


Fig. 53.

3. Der ganze Druck des Wassers auf den Boden des Gefässes (Fig. 54) ist nach Art. 132 gleich dem Gewicht einer Wassermasse vom Volumen $ABCD$. Setzt man aber das Gefäss auf eine Wage, so ist die Wirkung des Wassers auf diese die Resultante sämmtlicher Wasserdrucke, also des vertikal abwärts gerichteten Drucks auf den Boden und der vertikal aufwärts gerichteten Drucke auf die Flächen a und b. Diese Resultante findet man nach Art. 132 gleich dem Gewicht der ganzen Wassermasse, welches also

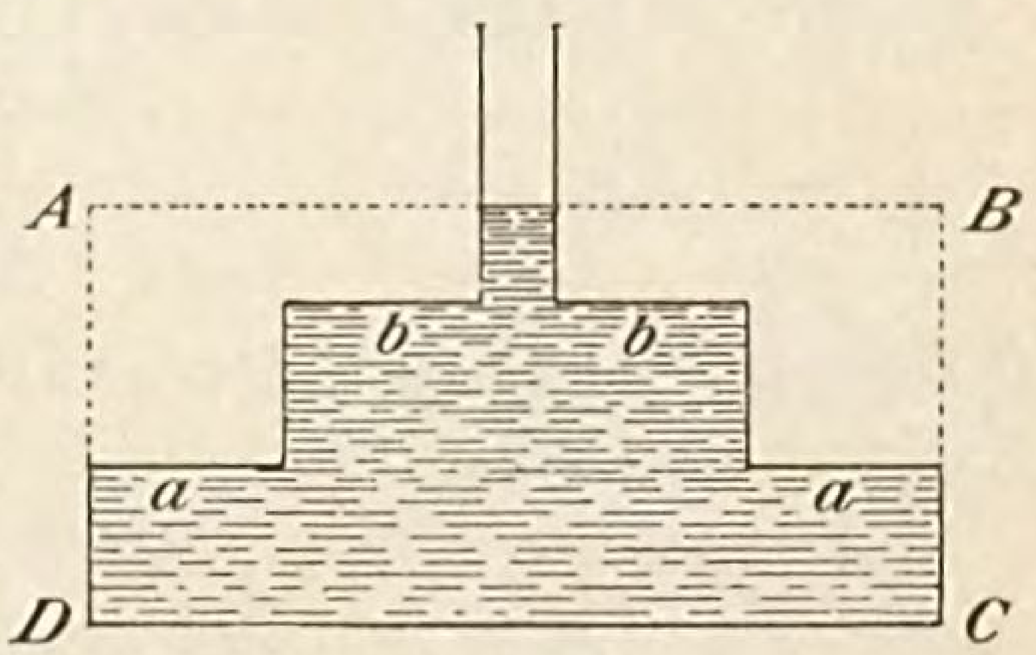


Fig. 54.

von der Wage richtig angegeben wird. (Hydrostatisches Paradoxon.)

137. Das Archimedes'sche Princip über den Auftrieb beruht auch auf der Zunahme des Drucks mit der Tiefe. Taucht man einen starren Körper in eine Flüssigkeit, so wirken die Flüssigkeitsdrucke an jeder Stelle der Körperoberfläche senkrecht zu dieser. Das Resultat dieser Druckwirkungen übersieht man leicht in dem einfachen Fall (Fig. 55), in welchem ein rechtwinkliges Parallelopiped mit vertikalen Längskanten untergetaucht ist. Wäre der hydrostatische Druck überall der gleiche, so würden sich die Drucke sämmtlich aufheben; er ist in einer und derselben Horizontalebene der gleiche und daher heben sich die horizontalen Drucke auf je zwei in einer Horizontallinie liegende gleich grosse Theilchen H und H_1 der vertikalen mit AD parallelen Flächen auf. Nicht so die vertikalen Drucke auf die horizontalen Endflächen AB und CD; da nämlich der Druck mit der Tiefe zunimmt, so wird CD stärker aufwärts, als AB abwärts gedrückt. Die Resultante beider Drucke ist ihrem Unterschied gleich, vertikal aufwärts gerichtet und heisst Auftrieb. Der Unterschied der hydrostatischen Drucke bei D und A ist gleich dem Druck einer Flüssigkeitssäule von der Höhe AD (Art. 133), der Auftrieb mithin gleich diesem Unterschied multiplicirt mit der Grundfläche des Parallelepipeds, d. h. gleich dem Gewicht einer Flüssigkeitsmasse vom Volumen des Parallelepipeds oder gleich dem Gewicht der vom Parallelopiped verdrängten Flüssigkeitsmasse.

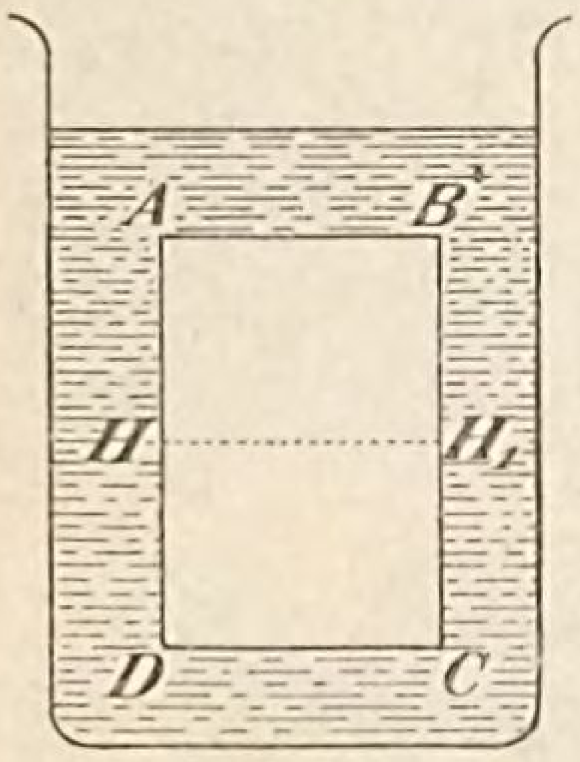


Fig. 55.

138. Allgemeiner Beweis. Wir denken uns einen beliebigen Theil der Flüssigkeitsmasse abgesondert (Fig. 56). Derselbe ist im Gleichgewicht und dieses wird nicht gestört, wenn man ihn erstarrt denkt. Die Kräfte, die auf ihn wirken, sind sein in seinem Schwerpunkt S angreifendes Gewicht und die auf die Oberfläche wirkenden Flüssigkeitsdrucke. Da letztere ersterem das Gleichgewicht halten, so müssen sie eine vertikal aufwärts gerichtete Resultante haben, welche dem Gewicht der abgesonderten Flüssigkeitsmasse gleich ist und in deren Schwerpunkt angreift. Der Auftrieb irgend eines Körpers in einer Flüssigkeit ist folglich gleich dem Gewicht der verdrängten Flüssigkeitsmasse und geht durch deren Schwerpunkt, den Mittelpunkt des Auftriebs, hindurch. In ihm kann, wenn es sich um einen starren Körper handelt, der Auftrieb stets angreifend gedacht werden.

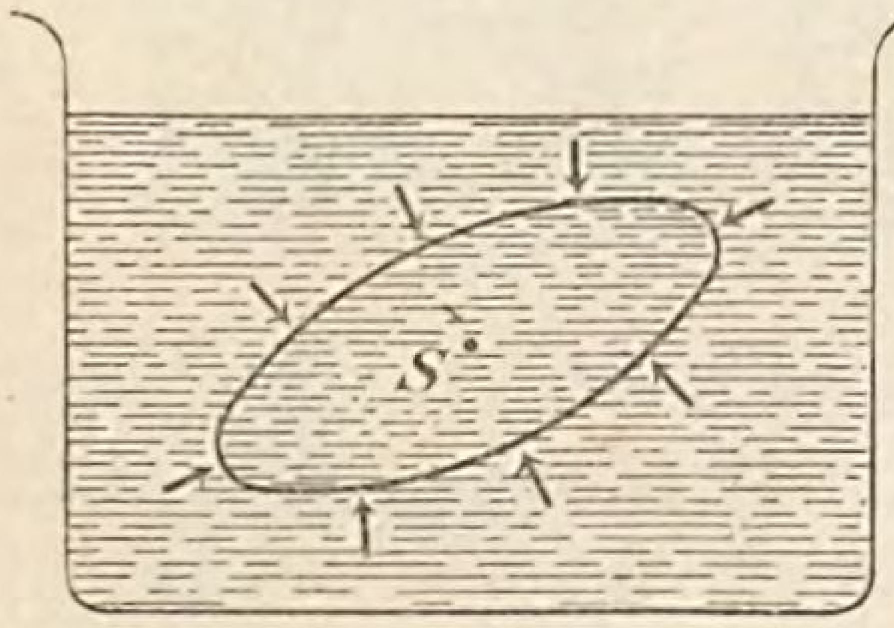


Fig. 56.

Zusatz. Wird die Flüssigkeit der Schwere entzogen gedacht, so ist das Gewicht des abgesonderten Theils gleich Null und alsdann müssen auch die auf die Oberfläche desselben ausgeübten Druckkräfte die Resultante Null ergeben. Befindet sich also ein starrer

Körper in einer Flüssigkeit von überall gleichem hydrostatischem Druck, so heben die auf seine Oberfläche ausgeübten Druckkräfte einander auf.

139. Scheinbarer Gewichtsverlust eines Körpers in einer Flüssigkeit. Taucht ein an einer Wage aufgehängter Körper in eine Flüssigkeit, so wirkt an dem Wagebalken das Gewicht des Körpers vermindert um den Auftrieb, d. i. das scheinbare Gewicht des Körpers in der Flüssigkeit. Man pflegt in abgekürzter Redeweise zu sagen, ein in eine Flüssigkeit tauchender Körper erleide einen Gewichtsverlust gleich dem Gewicht der verdrängten Flüssigkeitsmasse, obgleich das wahre Gewicht des Körpers sich durch das Eintauchen nicht ändert.

Um dieses Resultat experimentell zu bewahrheiten, hängt man an der einen Seite eines Wagebalkens eine Röhre, an diese einen Cylinder, der gerade in die Röhre passt und bringt die Wage zum Einstehen. Taucht man jetzt den Cylinder in Wasser unter, so schlägt der Wagebalken auf der Seite des Cylinders nach oben aus, wird aber wieder zum Einstehen gebracht, wenn man die Röhre mit Wasser bis zum Rande füllt.

140. Das Schwimmen. Je nachdem das Gewicht eines Körpers grösser oder kleiner ist, als das einer Flüssigkeitsmasse von seinem Volumen, geht er in der Flüssigkeit unter oder kann in ihr im Gleichgewicht schwimmen. Damit letzteres der Fall sei, muss der Körper 1. soweit in die Flüssigkeit eingesunken sein, dass der Auftrieb in ihr dem Körpergewicht gleich ist und 2. in eine solche Lage gedreht sein, dass sein Schwerpunkt S und der Mittelpunkt A des Auftriebs in einer Vertikallinie liegen. Liegt dabei S unterhalb A, so ist das Gleichgewicht immer stabil, da die in S und A angreifenden Kräfte den ein wenig aus seiner Gleichgewichtslage herausgedrehten Körper in diese zurückdrehen. Aber auch in dem entgegengesetzten, häufig vorkommenden Fall kann das Gleichgewicht stabil sein. Das ist z. B. der Fall bei einer kugelförmig gekrümmten Schale (Fig. 57).

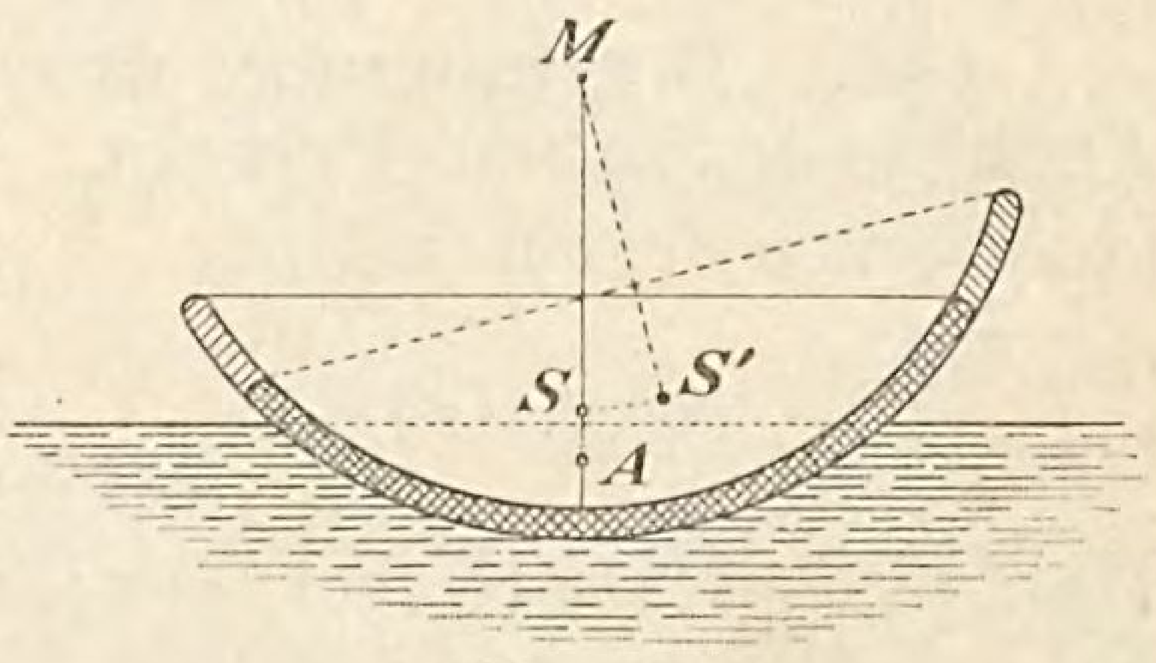


Fig. 57.

Wird diese, wie in der Figur, um den Kugelmittelpunkt M etwas aus ihrer Gleichgewichtslage herausgedreht, so ändert der Mittelpunkt des Auftriebs seine Lage nicht, während der Körperschwerpunkt von S nach S' rückt. Die in S' und A angreifenden Kräfte treiben die Schale in ihre Gleichgewichtslage zurück.

Ein bis zu einer gewissen Tiefe ins Wasser tauchender Mensch kann in demselben im Gleichgewicht sein, wenn auf ihn eine vertikal aufwärts gerichtete Kraft wirkt gleich der Differenz zwischen dem Körpergewicht und dem Auftrieb; eine Kraft, welche durch passende Bewegungen der Arme und Beine vermöge des Trägheitswiderstandes des Wassers gewonnen werden kann. Jene Differenz ist für das

salzige Meerwasser ungefähr halb so gross, als für Flusswasser, daher schwimmt man in jenem viel leichter, als in diesem.

Cap. 3. Specifisches Gewicht.

141. Specifisches Gewicht, Dichtigkeit, specifisches Volumen. Def. Das specifische Gewicht einer homogenen Substanz ist das Gewicht der Substanz getheilt durch das Gewicht einer Wassermasse von 4^0 vom Volumen der Substanz.

Die Temperaturangabe ist nothwendig, weil das Gewicht eines bestimmten Wasservolumens von der Temperatur des Wassers abhängt, die Temperatur 4^0 ist mit Rücksicht auf eine besondere Eigenschaft des Wassers gewählt (Art. 319).

Def. Die Dichtigkeit einer homogenen Substanz ist die Masse derselben in der Volumeneinheit.

Die Dichtigkeiten verschiedener Substanzen verhalten sich wie ihre specifischen Gewichte, aber das specifische Gewicht ist eine unbenannte Zahl, unabhängig von den gewählten Einheiten, die Dichtigkeit ist eine benannte Zahl und daher abhängig von den gewählten Einheiten. Das specifische Gewicht des Wassers von 4^0 ist $= 1$. Da 1 ccm Wasser von 4^0 1 g Masse enthält, so ist im C-G-system die Dichtigkeit des Wassers bei 4^0 auch $= 1$, mithin in diesem System die Dichtigkeit numerisch gleich dem specifischen Gewicht. Da aber 1 ccm Wasser von 4^0 1000 kg Masse enthält, so ist die Dichtigkeit des Wassers von 4^0 im Met-Kg-system $= 1000$.

Def. Das specifische Volumen einer Substanz ist das Volumen der Masseneinheit derselben; es ist der umgekehrte Werth der Dichtigkeit.

142. Bestimmung des specifischen Gewichts nach dem Archimedes'schen Princip. In Folge dieses Princips ist für einen homogenen festen Körper

$$\text{Spec. Gew.} = \frac{\text{Gew. d. Körpers}}{\text{Gew.-Verlust in Wasser von } 4^0}.$$

Man wird praktisch den Gewichtsverlust in Wasser von t^0 bestimmen. Es ist aber nach demselben Princip für einen und denselben Körper:

$$\frac{\text{Gew.-Verlust in Wasser v. } t^0}{\text{Gew.-Verlust in Wasser v. } 4^0} = \text{Spec. Gew. d. Wassers von } t^0.$$

Daraus ergiebt sich für einen homogenen festen Körper:

$$\text{Spec. Gew.} = \frac{\text{Gew. d. Körpers}}{\text{Gew.-Verlust in Wasser v. } t^0} \cdot \times \text{spec. Gew. d. Wassers v. } t^0.$$

Bei der praktischen Ausführung der Methode hängt man an die eine Seite des Balkens einer Wage eine kurze Wagschale (Fig. 58), an diese an einem dünnen Faden (Menschenhaar) den zu untersuchenden Körper und bringt die Wage zum Einstehen. Man taucht den Körper unter Wasser und legt Gewichtsstücke p auf die kurze

Schale, bis die Wage wieder einsteht; p ist der Gewichtsverlust. Einen **dünnen** Faden braucht man, um Störungen durch die Oberflächenspannung (Art. 216 ff.) zu vermeiden. Luftblasen, welche an dem untergetauchten Körper haften, verdrängen, ohne das Gewicht des Körpers merklich zu beeinflussen, auch Wasser, lassen den Gewichtsverlust zu gross erscheinen und sind daher sorgfältig zu vermeiden.

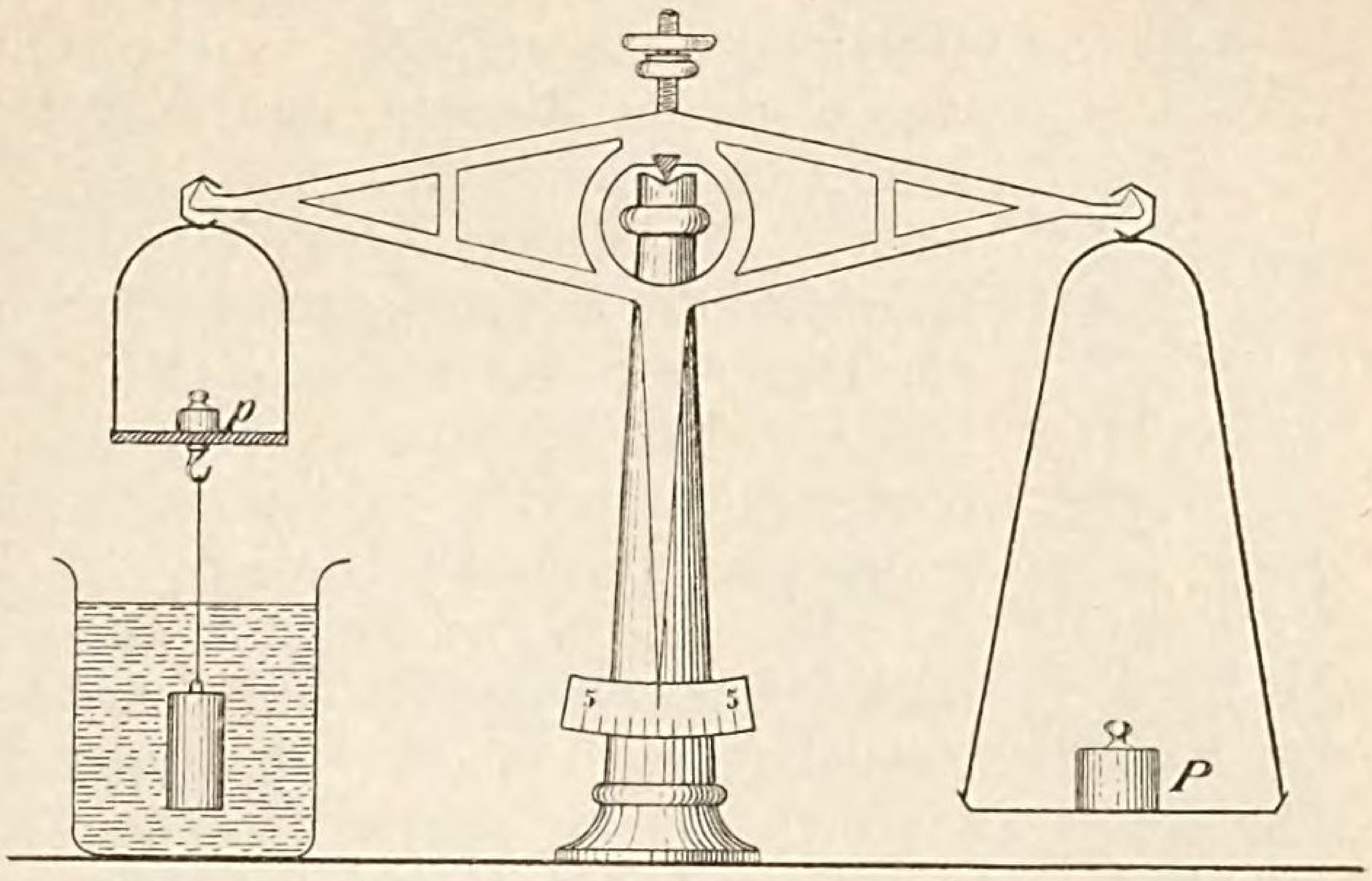


Fig. 58.

Nach demselben Princip findet man das Spec. Gew. einer Flüssigkeit $= \frac{\text{Gew.-Verlust eines Körpers in d. Flüssigk.}}{\text{Gew.-Verlust desselb. Körpers in Wasser v. } t^0} \times$ spec. Gew. d. Wassers v. t^0. Bei der Mohr'schen Wage ist jener Körper ein kleines Thermometer, welches zugleich die Temperatur angiebt.

143. Das Pyknometer ist ein Glassgefäss, welches bis zu einer Marke mit Flüsigkeit gefüllt werden kann. Das Gewicht des leeren Pyknometers sei P, des mit Flüssigkeit bis zur Marke gefüllten $P+F$; F ist das Gewicht einer Flüssigkeitsmasse vom Pyknometervolum. W sei, in derselben Weise bestimmt, das Gewicht einer Wassermasse vom Pyknometervolum; F/W ist das specifische Gewicht der Flüssigkeit. Das Resultat muss auch hier mit dem specifischen Gewicht des Versuchswassers multiplicirt werden.

Bringt man in das mit Wasser gefüllte Pyknometer einen festen Körper, so ist die Gewichtszunahme $\triangle$ des Pyknometers gleich dem Gewicht des Körpers G vermindert um die von ihm verdrängte Wassermasse W, $\triangle = G - w$. Aus $\triangle$ und G ergiebt sich w, das specifische Gewicht des festen Körpers ist G/w. So bestimmt man das specifische Gewicht pulverförmiger Körper, welche im Wasser unlöslich sind.

Die Artt. 141 und 142 beschriebenen Methoden beruhen auf dem Satz, dass die Gewichte gleicher Volumina verschiedener homogener Substanzen sich wie deren specifische Gewichte verhalten.

144. Das Skalenaräometer ist ein passend beschwerter, mit langem dünnem Halse versehener Glaskörper (Fig. 59), welcher beim Schwimmen um so tiefer in eine Flüssigkeit eintaucht, je kleiner ihr specifisches Gewicht ist; in der That jedesmal so weit, dass das Aräometergewicht gleich dem Gewicht der Flüssigkeitsmasse ist,

welche von dem schwimmenden Aräometer verdrängt wird, oder welche ein Volumen hat gleich dem eintauchenden Aräometervolum. Ist also das Aräometer von unten ab dem Volumen nach getheilt, so ermittelt man bei zwei mit verschiedenen Flüssigkeiten angestellten Versuchen die Volumina gleicher Gewichte dieser Flüssigkeiten, Volumina, welche sich umgekehrt wie die specifischen Gewichte der Flüssigkeiten verhalten. Gewöhnlich sind am Halse des Instruments (Fig. 59) die specifischen Gewichte angegeben, d. h. die an der Flüssigkeitsoberfläche stehende Zahl am schwimmenden Aräometer giebt das specifische Gewicht der Flüssigkeit an.

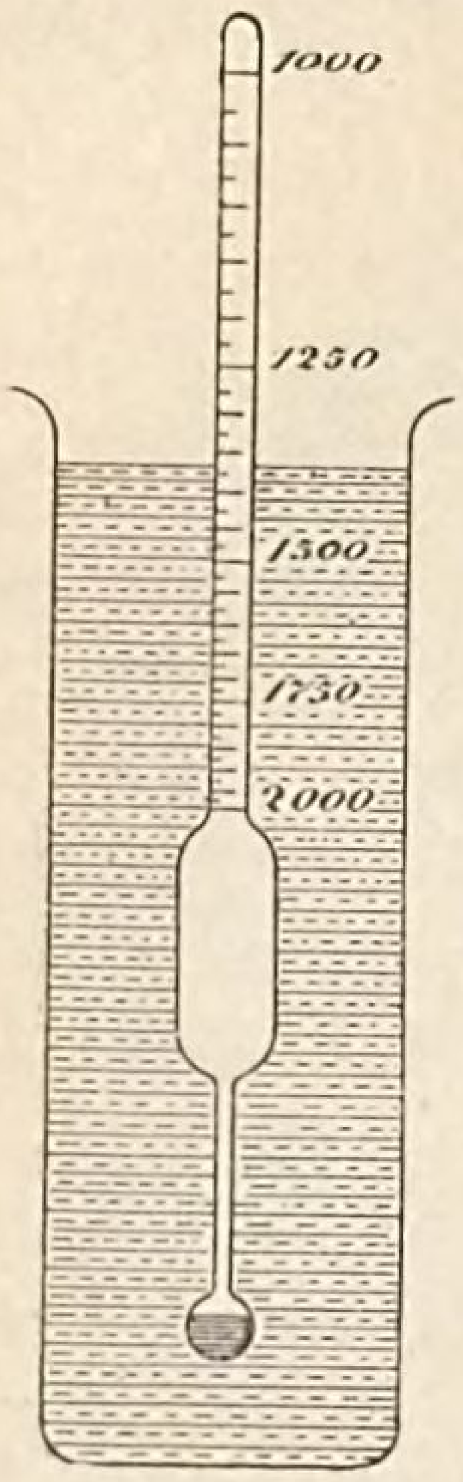


Fig. 59.

Bei den in der Technik angewandten Aräometern nach Baumé ist der Hals in Grade getheilt; n^0 Baumé bezeichnen bei 17,5° C. das specifische Gewicht

$$s = \frac{146{,}78}{136{,}78 + n} \text{ oder } \frac{146{,}78}{146{,}78 - n}$$

je nachdem die Flüssigkeit specifisch leichter oder schwerer als Wasser ist.

145. Methode der communicirenden Röhren. Sämmtliche besprochene Methoden zur Bestimmung des specifischen Gewichts der Flüssigkeiten bedürfen genau genommen einer Correktion, welche von der Wärmeausdehnung des angewandten festen Körpers abhängt, sei es des zur Bestimmung des Gewichtsverlustes benutzten, sei es des Pyknometergefässes, sei es des Aräometerkörpers. Diese Correktion fällt fort bei der Methode der communicirenden Röhren. Man giesst von der specifisch schwereren Flüssigkeit, z. B. Quecksilber, etwas in ein U-förmiges Rohr (Fig. 60) und füllt von der specifisch leichteren Flüssigkeit, z. B. Wasser, in dem einen Schenkel auf. Sind h_1 und h_2 die Höhen der freien Oberflächen A_1 und A_2 über der gemeinschaftlichen horizontalen Trennungsfläche H_1H_2, so findet man nach dem Fundamentalsatz Art. 132, von A_1 und A_2 hinabsteigend, den in der Ebene H_1H_2 stattfindenden hydrostatischen Druck in Gravitationsmaass bzw. h_1s_1 und h_2s_2, wenn s_1 und s_2 die Dichtigkeiten bedeuten. Es ist also (Art. 131) $h_1s_1 = h_2s_2$ oder

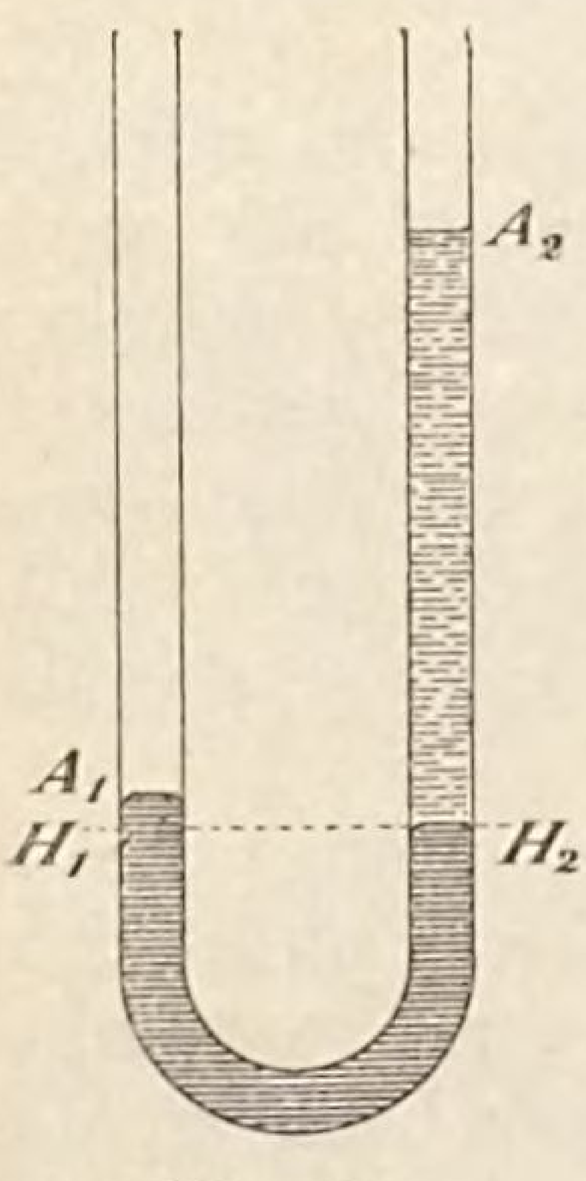


Fig. 60.

$$h_2 : h_1 = s_1 : s_2 \tag{26}$$

d. h. die specifischen Gewichte der beiden Flüssigkeiten verhalten sich umgekehrt wie ihre Höhen über der gemeinschaftlichen Trennungsfläche. Vgl. Art. 315. Die Gleichung (26) lässt sich auch so in Worte fassen, dass die Höhen zweier aus verschiedenen Flüssigkeiten gebildeten Säulen, welche durch die Schwere den gleichen hydrostatischen Druck hervorbringen (Art. 133), sich umgekehrt wie die specifischen Gewichte dieser Flüssigkeiten verhalten.

146. Die specifischen Gewichte einiger Körper sind in der folgenden Tabelle verzeichnet. Bei den festen Körpern beziehen sich die Zahlen auf mittlere Lufttemperatur.

Platin	21,5	Glas, gewöhnliches	2,5—2,7
Gold	19,3	Wachs	0,96—0,97
Blei	11,4	Quecksilber 0°	13,596
Silber	10,5	Glycerin 15°	1,26
Schmiedeeisen	7,8	Schwefelkohlenstoff 20°	1,264
Gusseisen	7,1—7,7	Alkohol 15°	0,794
Gussmessing	8,4	Aether 15°	0,720

Cap. 4. Vom Luftdruck.

147. Der Einfluss der Zusammendrückbarkeit der Luft. Die Luft ist auch eine Flüssigkeit, dass sie ihrer optischen Eigenschaften halber für gewöhnlich unsichtbar ist, ändert nichts an der mechanischen Behandlung. Doch ist bei der Luft die Zusammendrückbarkeit so gross, dass sie nicht mehr, wie beim Wasser vernachlässigt werden kann.

Die Luft ist auch eine schwere Flüssigkeit, der hydrostatische Druck der Luft oder, wie man hier kurz sagt, der Luftdruck, ist daher nach Art. 132 in einer horizontalen Schicht, welche um h cm tiefer als eine andere liegt, grösser als in dieser um das Gewicht einer vertikalen, h cm hohen, diese Schichten verbindenden Luftsäule von 1 qcm Querschnitt. Der Luftdruck ist an verschiedenen Stellen dieser Säule ein verschiedener, grösser an höher, kleiner an tiefer gelegenen Stellen, daher ist auch die Dichtigkeit der Luft an jenen kleiner als an diesen, denn einem bestimmten Druck entspricht nach Art. 123 eine bestimmte Zusammendrückung oder Dichtigkeit, beide Eigenschaften sind, einander bedingend, mit einander verknüpft. Die grosse Zusammendrückbarkeit der Luft bringt es also mit sich, dass wir das Gewicht der Säule nicht so einfach, wie beim Wasser, Art. 133, wo constante Dichtigkeit vorausgesetzt werden durfte, berechnen können.

Doch kann man den von der ganzen atmosphärischen Luftsäule herrührenden Luftdruck experimentell bestimmen durch das Barometer.

148. Messung des Luftdrucks. In eine U-förmig gebogene Glasröhre von 1 m Schenkellänge mit einem offenen und einem durch einen Hahn verschliessbaren Schenkel (Fig. 61[a]) fülle man bei offenem Hahn Quecksilber ein, so dass es in beiden Schenkeln ungefähr $^1/_2$ m hoch steht. Der Luftdruck wirkt vertikal abwärts auf die Quecksilberoberfläche A, allein in gleicher Stärke auf die Quecksilberoberfläche B, daher halten die auf A und B ausgeübten Drucke sich das Gleichgewicht und das Quecksilber steht nach dem Satz über die communicirenden Röhren in beiden Schenkeln gleich hoch. Will man also eine Wirkung des auf A ausgeübten Luftdrucks sehen, so muss man den auf B ausgeübten fortschaffen. Dies geschieht, indem man den Hahn schliesst und Quecksilber aus dem offenen in den geschlossenen

Schenkel laufen lässt, bis in diesem alle Luft durch Quecksilber ersetzt ist. Richtet man jetzt das Urohr auf, so dass es vertikal zu stehen kommt, so sinkt das Quecksilber in dem geschlossenen Schenkel etwas herab, bleibt aber an einem Punkte *B* stehen (Fig. 61[b]). Sofern man alle Luft aus dem geschlossenen Schenkel herausgeschafft hat, ist der Druck über dem Quecksilber bei *B*, wo ein luftleerer Raum, ein sog. Torricellisches Vacuum, nichts sich befindet, was einen Druck ausüben könnte, gleich Null; die Quecksilbersäule *BC* wird durch den auf *A* ausgeübten Luftdruck getragen, sowie die Quecksilbersäule A_1H_1 Fig. 60 durch den auf H_2 ausgeübten Wasserdruck getragen wird.

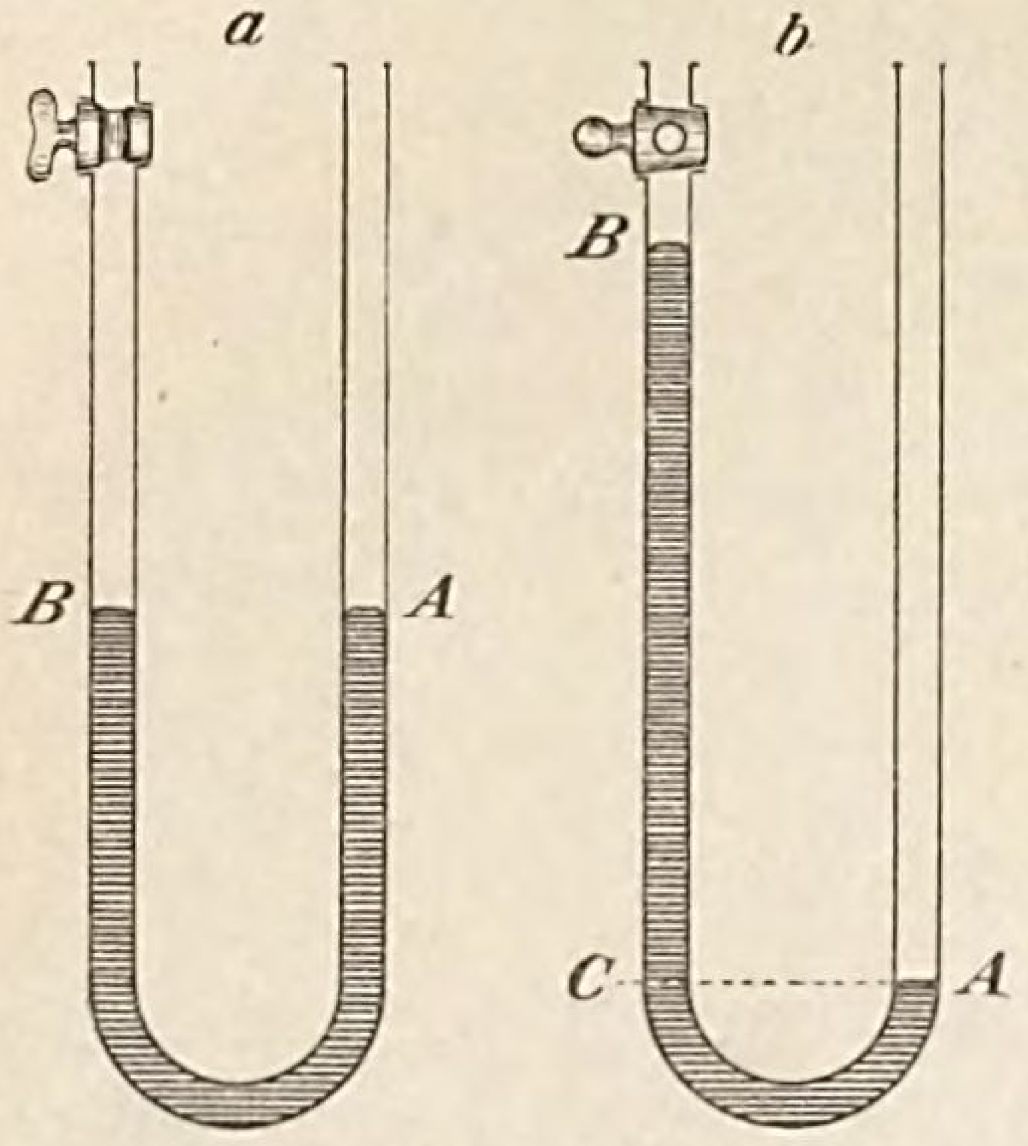


Fig. 61.

Nach Art. 131 ist der hydrostatische Druck in dem mit *A* in einer Horizontalebene liegenden Punkte *C* des Quecksilbers gleich dem in *A* stattfindenden, d. i. gleich dem Luftdruck; der Druck in *C* ergiebt sich, durch Absteigen von *B* aus beurtheilt, gleich dem Druck einer Quecksilbersäule von der Höhe *BC*; dieser ist folglich gleich dem Luftdruck.

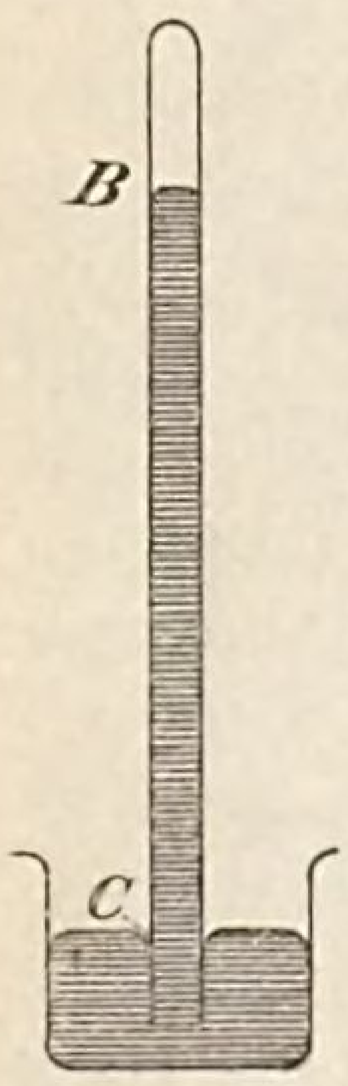


Fig. 62.

Zu demselben Resultat gelangt man, wenn man nach Torricelli eine einerseits geschlossene, anderseits offene etwa meterlange Röhre mit Quecksilber füllt, dieselbe mit dem Finger verschliesst und alsdann unter Quecksilber (Fig. 62) öffnet. Der auf das Quecksilber aussen ausgeübte Luftdruck ergiebt sich wie im vorigen Fall gleich dem Druck der Quecksilbersäule *BC*.

149. Der Luftdruck in Gravitationsmaass. Sei $BC = b$ cm, σ das specifische Gewicht des Quecksilbers. Dann ist der Luftdruck gleich dem Gewicht von *b* ccm Quecksilber, d. h. gleich $b \cdot \sigma$ g-Gewicht aufs Quadratcentimeter. Ist, während das Quecksilber die Temperatur 0^0, also das specifische Gewicht 13,596 hat, $b = 76$ cm gefunden, so ist der Luftdruck $76 \times 13{,}596 = 1033$ g-Gewicht, etwas grösser als 1 kg-Gewicht aufs Quadratcentimeter. Diesen Druck nennt man den Druck einer Atmosphäre.

150. Barometer. Die im Art. 148 beschriebenen zur Messung des Luftdrucks dienenden Vorrichtungen heissen Barometer; dem Princip nach ist die erste Vorrichtung ein Heberbarometer, die zweite ein Gefässbarometer. Pascal und Otto von Guericke ersetzten das Quecksilber im Barometer durch Wasser; dabei wurde nach Art. 145 für $b = 76$ cm Quecksilber die barometrische Säule $BC = 13{,}6 \times 76 = 1033$ cm; entsprechend wurden die durch Aenderungen des Luftdrucks verursachten Längenänderungen der Säule *BC* vergrössert.

151. Körper in der Luft. Die Resultante der auf die geschlossene Oberfläche eines Körpers ausgeübten Druckkräfte der Luft ist nach dem Zusatz Art. 138 gleich Null, falls von der Druckzunahme mit der Tiefe abgesehen wird. Der Körper wird daher in seinen Bewegungen durch den hydrostatischen Luftdruck nicht behindert oder beeinflusst. Berücksichtigt man die Druckzunahme mit der Tiefe, so ist jene Resultante der Auftrieb, d. i. das Gewicht der Luftmasse, welche der Körper verdrängt. Der menschliche Körper, von der Entstehung an dem Luftdruck angepasst, spürt nichts von demselben, nur grosse Veränderungen des Luftdrucks werden unangenehm empfunden, sei es eine grosse Druckabnahme bei der Besteigung eines hohen Berges, sei es eine grosse Druckzunahme bei tiefem Absteigen unter Wasser in der Taucherglocke.

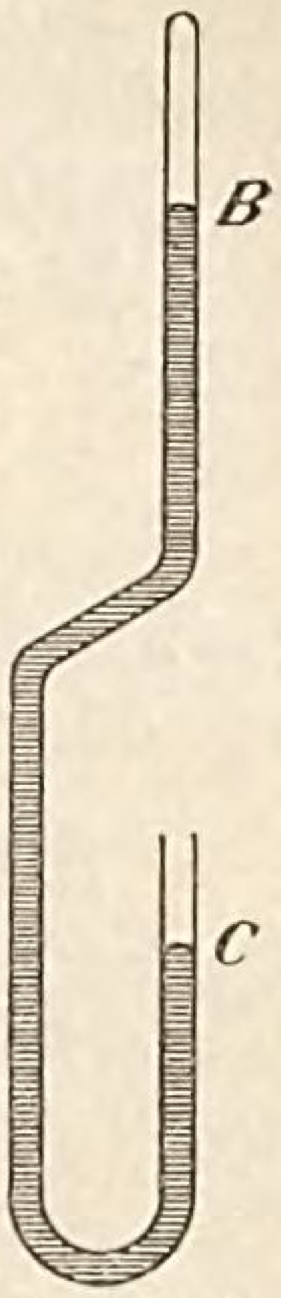


Fig. 63.

152. Wird ein Barometer durch eine luftdicht schliessende Glocke von der äussern Luft abgesperrt, so ändert sich sein Stand, also der Luftdruck unter der Glocke nicht, obgleich die Wirkung des Gewichts der über dem Barometer gelagerten, bis zur Grenze der Atmosphäre sich erstreckenden Luftsäule nun abgeschnitten ist. In der That hat dieses Gewicht vor dem Ueberstülpen der Glocke den gemessenen Luftdruck und die ihm entsprechende Dichtigkeit der Luft hervorgebracht; diese Dichtigkeit und deshalb auch der mit ihr verknüpfte Druck bleibt beim Ueberstülpen der Glocke ungeändert. Den Aenderungen des äusseren Luftdrucks folgt aber das von der äusseren Luft abgesperrte Barometer nicht mehr.

Im Innern eines Hauses ist der Luftdruck derselbe wie draussen, da die äussere Luft mit der inneren durch zahlreiche Spalten und Ritzen communicirt.

153. Reducirten Barometerstand nennt man die Höhe einer Quecksilbersäule von 0°, welche durch ihr Gewicht einen hydrostatischen Druck gleich dem Luftdruck hervorbringt. Der reducirte Barometerstand in Centimetern multiplicirt mit dem specifischen Gewicht des Quecksilbers bei 0°, d. i. 13,596, ist gleich dem Luftdruck in g-Gewicht aufs Quadratcentimeter (Art. 149).

154. Abgelesenen Barometerstand nennt man bei einem Quecksilberbarometer den Niveauunterschied zwischen der im Vacuum und der in der Luft befindlichen Quecksilberoberfläche.

Die Ablesung geschieht bei dem Bunsen'schen Heberbarometer (Fig. 63) bei vertikal gestelltem Rohr durch eine auf dasselbe eingeätzte Millimetertheilung.

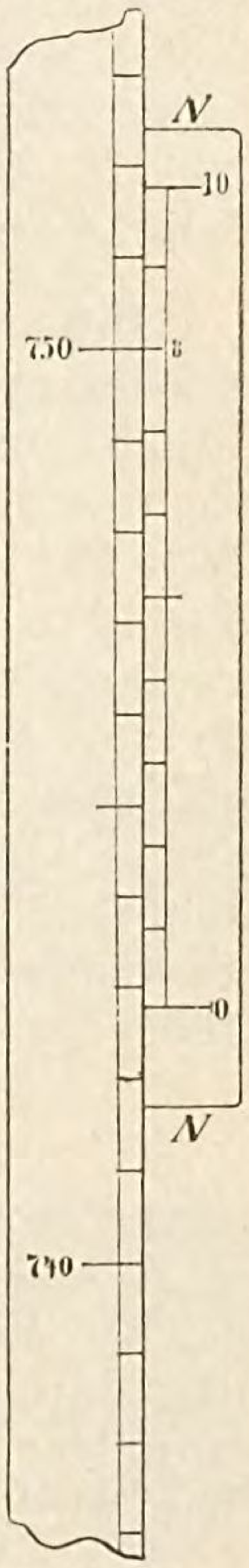


Fig. 64.

Die Gefässbarometer besitzen eine in Millimeter getheilte

Messingskala, deren Nullpunkt in einer auf das äussere Niveau einstellbaren Spitze liegt; ein längs der Skala verschiebbarer Zeiger wird auf die Quecksilberkuppe eingestellt. Mit dem Zeiger ist ein kleiner Maassstab *NN* (Fig. 64), der sog. Noniusmaassstab verbunden, dessen Nullpunkt in der Zeigerlinie liegt. Im vorliegenden Fall sind 10 Noniustheile gleich 9 Skalentheilen, ein Noniustheil mithin $^9/_{10}$ Skalentheil und die Differenz zwischen einem Skalentheil und einem Noniustheil, die sog. Angabe des Nonius, $^1/_{10}$ Skalentheil, hier $^1/_{10}$ Mill. Steht also der Zeiger zwischen zwei Skalentheilen, so giebt die Ordnungszahl des ersten mit einem Skalenstrich coincidirenden Noniusstrichs die Zehntelmillimeter an. In der Fig. 64 ist die Ablesung 742,8 mm.

155. Die Temperaturkorrektion. Ist die Temperatur des Quecksilbers im Barometer höher als 0°, so ist der abgelesene Barometerstand (b) grösser, als er bei der Quecksilbertemperatur 0° sein würde (b_0), da wärmeres Quecksilber specifisch leichter als kälteres ist. Sei t die Temperatur des Quecksilbers, sein specifisches Gewicht bei t^0 und 0° bzw. σ und σ_0, so ist nach Art. 145 $b_0 : b = \sigma : \sigma_0$ oder $b_0 = b\,\sigma/\sigma_0$. Berücksichtigt man ausserdem die Ausdehnung des Maassstabes, an welchem man den Barometerstand abliest, so ergiebt sich, dass man auf 0° reducirt, indem man bei einem Glasmaassstab $0{,}00017 \,.\, b \,.\, t$, bei einem Messingmaassstab $0{,}00016 \,.\, b \,.\, t$ von dem bei der Quecksilbertemperatur t abgelesenen Barometerstand b abzieht.

156. Die Capillardepression. Die Quecksilberkuppe im Barometerrohr, der sog. Meniskus, ist von oben gesehen convex (Fig. 61 und 62 bei *B*) und übt eben deshalb, wie eine gespannte Haut, einen vertikal abwärts gerichteten Druck, den sog. Capillardruck aus (Art. 221); dieser kommt zu dem Druck, welchen die Quecksilbersäule durch ihr Gewicht allein ausübt, hinzu. Beim Gefässbarometer ist daher der in Centimetern Quecksilber ausgedrückte Capillardruck, die sog. Capillardepression, zur Berechnung des reducirten Barometerstandes dem abgelesenen hinzuzuzählen. Die Capillardepression nimmt mit abnehmender Röhrenweite zu, ist aber nicht nur von der Röhrenweite, sondern ausserdem von der durch uncontrollirbare Umstände bedingten Höhe des Meniskus abhängig; je nach der Höhe des Meniskus wird sie

für 5 mm Röhrendurchmesser zu 0,47 — 1,80 mm
„ 10 „ „ zu 0,15 — 0,37 „

angegeben. Beim Heberbarometer würde der Capillardruck, da er innen und aussen in entgegengesetztem Sinne ausgeübt wird, bei gleicher Weite der beiden Schenkel ohne Wirkung sein, wenn er nicht durch die erwähnten Nebenumstände beeinflusst würde. Normalbarometer macht man so weit, dass die Capillardepression sehr klein wird.

157. Auskochen des Barometers. An der Luft aufbewahrtes Glas ist von einer Wasserhaut (Art. 236) überzogen, welche Luft

und andere Gase absorbirt enthält und in ein Vacuum hinein mitsammt diesen Gasen theilweise verdampft. Gelangen diese gasförmigen Körper in das Torricellische Vacuum, so beeinträchtigen sie dessen Güte, bringen einen Druck auf das Quecksilber innen hervor und machen das Barometer unrichtig. Man vermeidet diesen Fehler dadurch, dass man das Quecksilber in kleinen Portionen einfüllt und jede Portion im Barometerrohr auskocht; dabei wird die Wasserhaut ausgetrieben.

158. Aneroidbarometer gewöhnlicher Construktion enthalten eine durch eine gewellte, dünne Neusilberplatte verschlossene, luftleer gemachte Kapsel. Die Platte wird durch den äusseren Luftdruck eingedrückt, mehr oder weniger, je nachdem er stärker oder schwächer ist, und ihre kleinen Bewegungen werden durch eine Hebelübersetzung in vergrössertem Maassstabe auf einen Zeiger übertragen. Das Instrument muss durch Vergleichung mit einem Quecksilberbarometer geaicht werden; es ist leichter transportabel, aber viel grösseren Veränderungen unterworfen und daher viel weniger zuverlässig als dieses.

Fig. 65

159. Abnahme des Luftdrucks mit wachsender Höhe, barometrisches Höhenmessen. In einem Punkte M der Atmosphäre (Fig. 65) sei der Barometerstand b, in M', l cm höher, b'. Von M nach M' nimmt der Druck ab um l cm Luft (s. Art. 133) oder, wenn die auf der kleinen Strecke MM' als constant anzusehende Dichtigkeit der Luft durch s, die des Quecksilbers durch σ bezeichnet wird, um $l \,.\, s/\sigma$ cm Quecksilber (Art. 145). Daher ist $b - b' = l \,.\, s/\sigma$ oder

$$\frac{b-b'}{l} = \frac{s}{\sigma} \; \ldots . \qquad (27)$$

$(b-b')/l$, die Abnahme des Barometerstandes per Centimeter Aufstieg, ist nach der vorstehenden Formel der Dichtigkeit der Luft proportional, wird also um so kleiner, je weiter man sich von der Erdoberfläche entfernt. Ist an der Erdoberfläche der Barometerstand 76 cm, die Temperatur 0°, so ist dort $s = 0{,}001293$ g im ccm, daher die Abnahme des Barometerstandes

$$\frac{0{,}001293}{13{,}596} = 0{,}000095 \text{ cm}$$

Quecksilber per Centimeter Aufstieg oder per Meter Aufstieg nahezu 0,1 mm Quecksilber, eine Grösse, welche durch ein feines Aneroid leicht gemessen wird.

Aus der Formel (27) wird unter Zugrundelegung des Boyle-Mariotte'schen Gesetzes (Art. 193) die Abnahme des Barometerstandes mit wachsender Höhe für beliebig grosse Höhendifferenzen durch die Integralrechnung gefunden. Die Formel, welche die Höhendifferenz h zweier Punkte M_0 und M mit den Barometerständen

b_0 und b in M_0 und M verknüpft, lautet für Luft von mittlerem Feuchtigkeitsgehalt:

$$h = 18432 \text{ m} (\log b_0 - \log b)(1 + 0{,}0039\, t), \tag{28}$$

wo log den gemeinen Logarithmus bedeutet.

Mittelst dieser hypsometrischen Formel findet man die Höhe h eines Berges aus den Barometerständen am Fuss (M_0) und am Gipfel (M); die Temperatur der Luft geht in die Formel ein, weil wärmere Luft specifisch leichter als kältere ist.

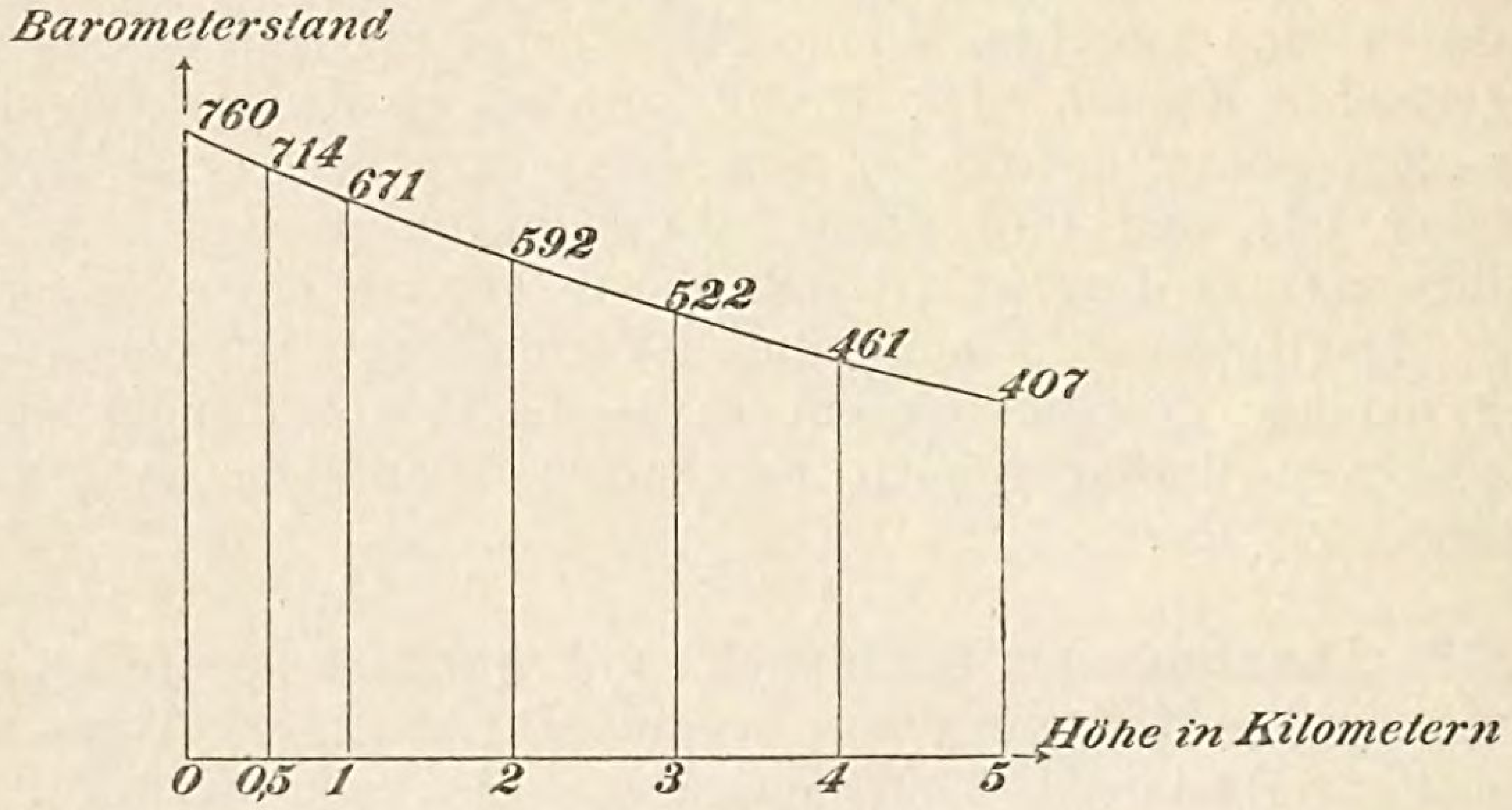


Fig. 66.

Fig. 66 sind für die Lufttemperatur 0° die Höhen über der Meeresoberfläche in Kilometern als Abscissen, die zugehörigen Barometerstände in Millimetern als Ordinaten aufgetragen; der Barometerstand an der Meeresoberfläche, welcher mit dem Ort auf der Erde sich etwas verändert, ist gleich 760 mm gesetzt. In einer Höhe gleich der des Mont-Blanc (4810 m) beträgt der Barometerstand unter diesen Umständen 417 mm.

Cap. 5. Wirkungen des Luftdrucks (Pumpen).

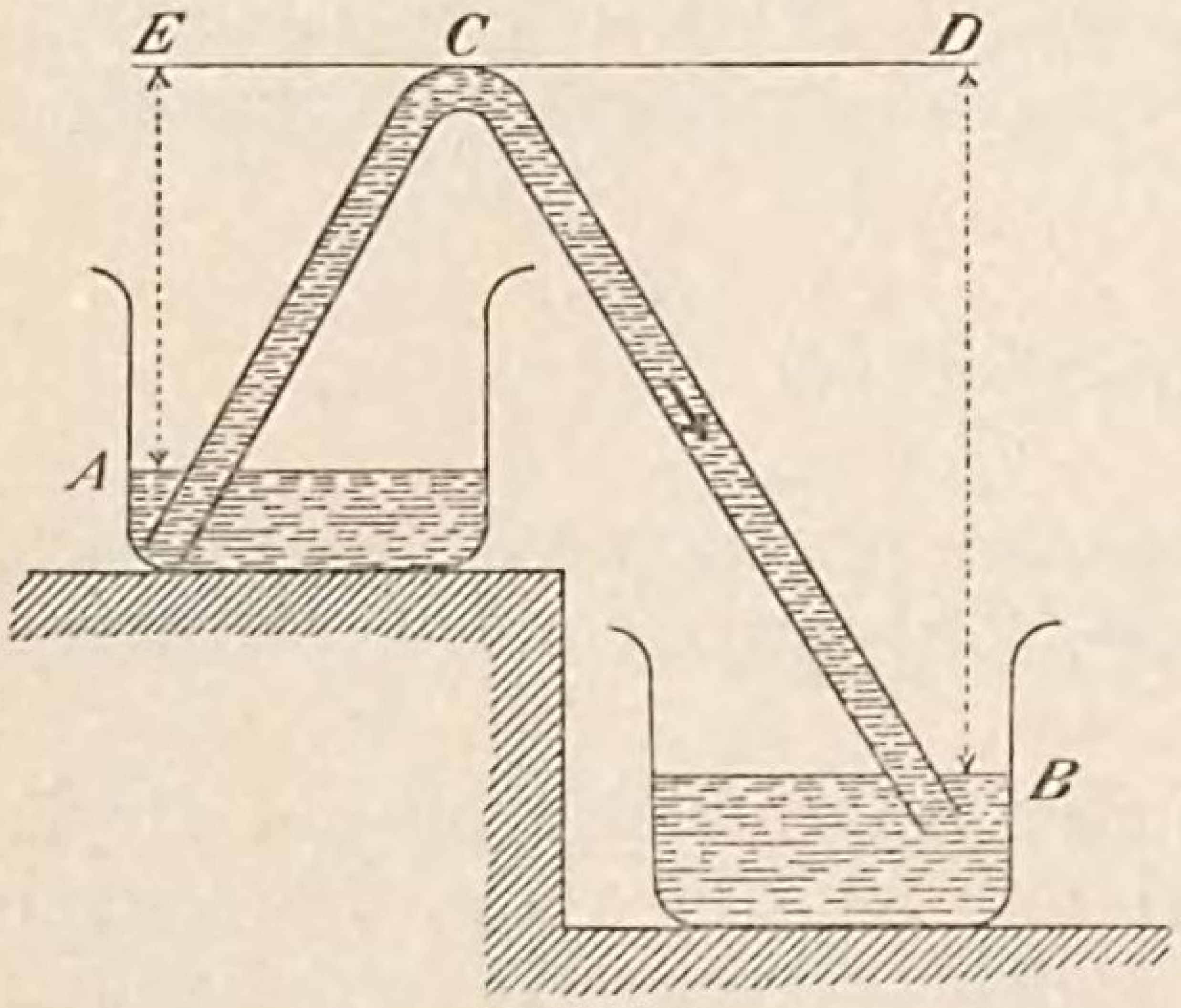


Fig. 67.

160. Ein **Heber**, Fig. 67, ist eine gebogene, beiderseits offene Röhre mit einem kürzeren und einem längeren Schenkel. Tauchen die offenen Schenkel in Wassermassen, welche sich in getrennten Gefässen A und B befinden, liegt die freie Oberfläche von A höher als die von B, und ist der Heber ganz mit Wasser gefüllt, so fliesst dieses aus A durch den Heber nach B. Der Druck im Heber bei C bleibt nämlich auf der Seite von B um die Wassersäule BD, auf der Seite von A nur um die Wasser-

säule AE hinter dem Luftdruck zurück, daher ist der Druck bei C auf der Seite von A grösser als auf der Seite von B.

Auf die Grösse des Luftdrucks, welcher auf die freien Oberflächen von A und B ausgeübt wird, kommt es hierbei nicht an, und wenn der Heber mit Wasser gefüllt bliebe, so würde er auch im luftleeren Raum fortfahren zu laufen. In diesem Fall ist aber bei C kein Druck, sondern ein Zug oder eine Spannung vorhanden (Art. 13), in Folge deren das Wasser bei C zerreisst. Der Heber beruht daher auf dem Luftdruck nur insofern, als dieser das Zerreissen des Wassers verhindert.

161. Die Saugpumpe. Das Saugrohr AB (Fig. 68) taucht unten in ein Wasserreservoir und schliesst oben mit dem Bodenventil *1* ab. Ein zweites Ventil *2* befindet sich in dem durchbohrten Kolben K; beide Ventile werden durch einen von oben wirkenden Druck geschlossen, durch einen von unten wirkenden geöffnet. Der Kolben K kann durch den Hebel H unter luftdichtem Schluss im Kolbenrohr auf- und abbewegt werden.

Bewegt man den Kolben aufwärts, so entsteht unter ihm ein luftverdünnter Raum, wobei das Kolbenventil durch den von oben wirkenden Ueberdruck geschlossen, das Bodenventil aber durch den von unten wirkenden geöffnet wird; Luft strömt aus dem Saugrohr in das Kolbenrohr und der äussere Luftdruck treibt Wasser in dem Saugrohr in die Höhe.

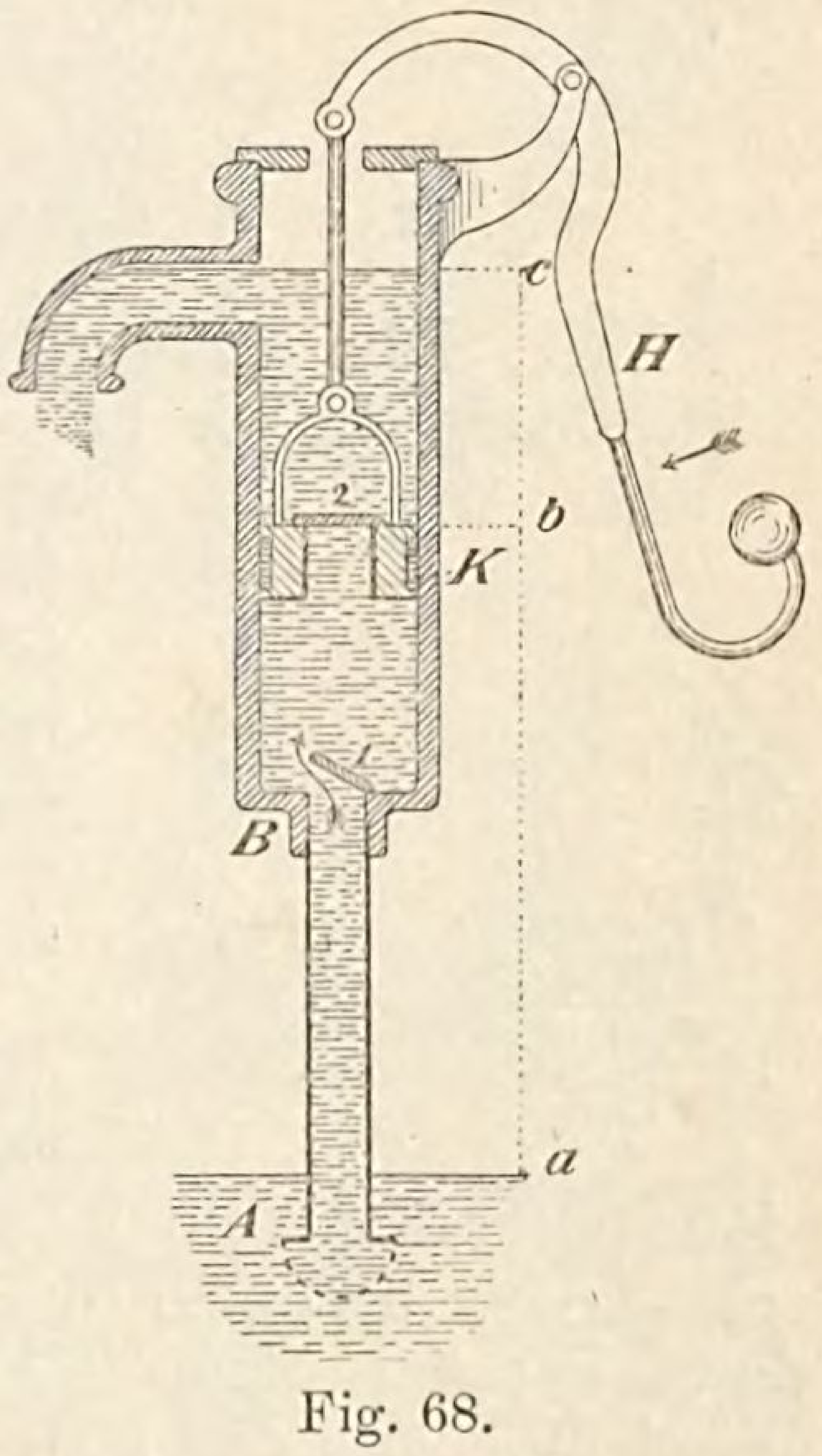


Fig. 68.

Bewegt man den Kolben abwärts, so wird die Luft unter dem Kolben verdichtet, wobei das Bodenventil sich schliesst und das Kolbenventil, sobald der Luftdruck unter dem Kolben den atmosphärischen übertrifft, sich öffnet; Luft tritt aus dem Kolbenventil ins Freie.

Hat man durch Wiederholung dieses Verfahrens die Luft aus dem Saug- und Kolbenrohr ausgepumpt, so tritt Wasser an die Stelle der Luft durch das Kolbenventil hindurch und wird schliesslich durch den steigenden Kolben zum Ausfluss gebracht.

Ist die ganze Pumpe mit Wasser gefüllt, so wirkt auf den Kolben von oben der Luftdruck vermehrt um die Wassersäule cb, von unten der Luftdruck vermindert um die Wassersäule ab; es ist also beim Pumpen der hydrostatische Druck einer Wassersäule zu überwinden, deren Höhe ac sehr nahe gleich der Niveaudifferenz zwischen der Ausflussöffnung und dem Wasserspiegel des Reservoirs ist.

Da der Luftdruck eine Wassersäule, die länger als 10,3 m ist, nicht zu heben vermag (Art. 150), so kann, selbst wenn die Pumpe in allen Theilen völlig luftdicht schliesst, bei einer 10,3 m übertreffenden

Länge des Saugrohrs das Wasser nicht in das Kolbenrohr gelangen. Es wird erzählt, dass diese Thatsache, von Florentiner Pumpenmachern bemerkt und Galilei mitgetheilt, die Veranlassung zur Entdeckung der Gesetze des Luftdrucks gegeben habe.

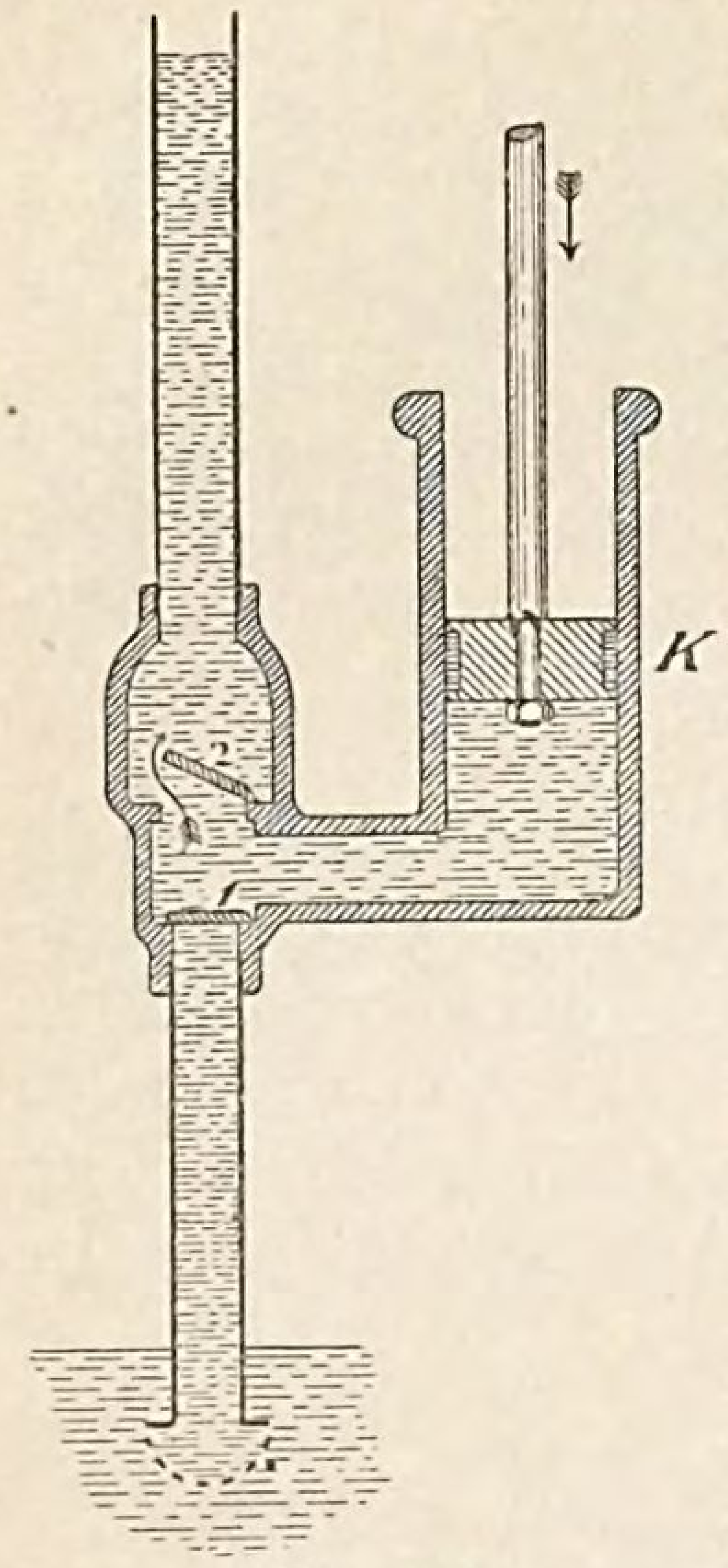


Fig. 69.

162. Die Druckpumpe (Fig. 69). Geht der massive Kolben K aufwärts, so schliesst sich das Ventil *2* und durch das sich öffnende Ventil *1* tritt Wasser ein, geht der Kolben abwärts, so schliesst sich das Ventil *1* und das Wasser wird durch das sich öffnende Ventil *2* in das Steigrohr gepresst.

163. Eine **Compressionsluftpumpe** ist Fig. 179 Art. 396 abgebildet. Geht der massive Kolben K auswärts, so schliesst sich das Ventil v des Recipienten R, hat der Kolben die Eintrittsstelle E für die Luft passirt, so strömt diese in den Cylinder und wird bei der Einwärtsbewegung des Kolbens durch das sich öffnende Ventil v in den Recipienten eingetrieben.

164. Die Luftpumpe. (Fig. 70.) In dem Cylinder oder Stiefel kann ein wie bei der Saugpumpe eingerichteter Kolben auf und abbewegt werden; unten am Stiefel befindet sich der Hahn H. Der Recipient R, aus welchem die Luft entfernt werden soll, ist gewöhnlich eine Glocke mit abgeschliffenem Rande, welcher, eingefettet und auf einen abgeschliffenen Teller gedrückt, einen luftdichten Verschluss herstellt.

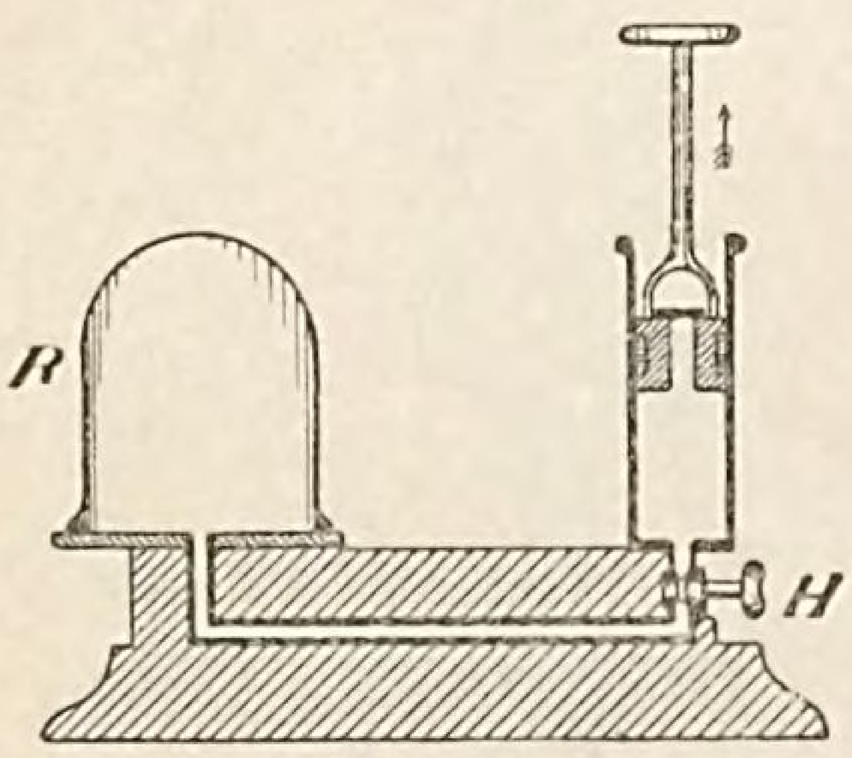


Fig. 70.

Bewegt man bei geöffnetem Hahn H den Kolben im Stiefel auswärts, so schliesst sich das Kolbenventil, und aus dem Recipienten strömt Luft in den Stiefel; bewegt man demnächst bei geschlossenem Hahn H den Kolben im Stiefel einwärts, so strömt durch das sich öffnende Kolbenventil Luft aus dem Stiefel ins Freie. Durch Wiederholung dieses Verfahrens wird aufs Neue Luft aus dem Recipienten herausgeschafft. Der zu erreichenden Luftverdünnung ist aber auch bei völlig luftdichtem Abschluss der Theile eine Grenze gesetzt durch den schädlichen Raum, so nennt man den Raum, welcher zwischen Hahn und Kolbenventil im Stiefel noch übrig bleibt, wenn der Kolben seine einwärts gerichtete Bewegung vollendet hat. Dann ist nämlich das Kolbenventil geöffnet und der schädliche Raum mit Luft von der Dichtigkeit der atmosphärischen gefüllt. Zieht man hierauf bei geschlossenem Hahn den Kolben in die Höhe, so verbreitet sich diese Luft in den Stiefel und erfüllt ihn mit einer Dichtigkeit, unter welche die der Luft im Recipienten nicht gebracht werden kann.

Bei den zweistiefligen Luftpumpen strömt in den einen Stiefel, wenn der Kolben in demselben auswärts geht, Luft aus dem Recipienten ein, während gleichzeitig aus dem andern, dessen Kolben dabei einwärts geht, Luft ins Freie ausgetrieben wird. Hat man die durch den schädlichen Raum gesteckte Grenze der Luftverdünnung erreicht, so wird der eine Stiefel *B* vom Recipienten abgesperrt, communicirt aber mit dem andern Stiefel *A* dann, wenn der Kolben in *B* auswärts, in *A* einwärts geht. Hat also der Kolben in *A* seine einwärts gerichtete Bewegung vollendet, so befindet sich in dem nunmehr von der atmosphärischen Luft abgeschlossenen, aber mit dem Stiefel *B* communicirenden schädlichen Raum von *A* verdünnte Luft; daher kann die Luftverdünnung im Recipienten weiter als zuvor fortschreiten. Aus dem Stiefel *B* wird, wenn der Kolben in ihm einwärts geht, die Luft ins Freie ausgetrieben.

165. Das Vacuummeter. Den kleinen im ausgepumpten Recipienten noch übrigen Luftdruck misst man durch das Vacuummeter oder Manometer, ein abgekürztes Heberbarometer, Fig. 71, dessen offenes Ende mit dem Recipienten communicirt. Solange der Druck in diesem grösser ist als der Druck der Quecksilbersäule *AB* (Fig. 71[a]) wird das Quecksilber im geschlossenen Schenkel gegen das Glas aufwärts angedrückt. Ist der Druck im Recipienten kleiner als *AB* geworden, so sinkt das Quecksilber im geschlossenen Schenkel, der Luftdruck ist gleich der Quecksilbersäule *A′B′* (Fig. 71[b]).

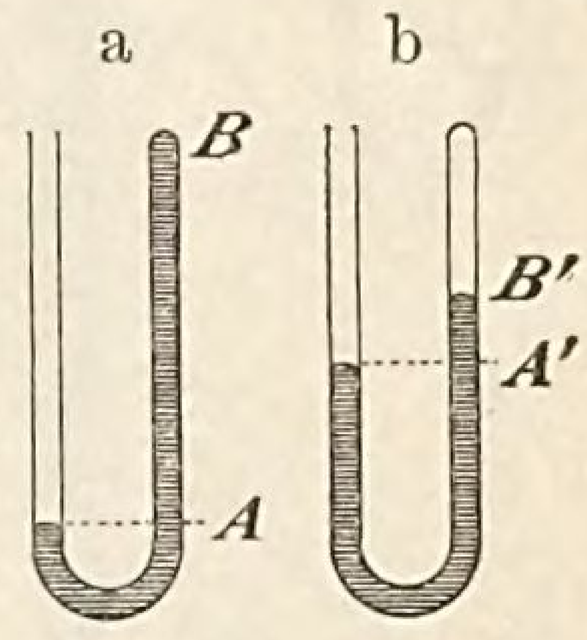


Fig. 71.

166. Luftpumpenversuche. Befindet sich im Innern eines Hohlkörpers Luft von dem Druck der äusseren, so sieht man keine Wirkung dieser Drucke, welche, nachdem sie eine kleine Zusammendrückung der Wand hervorgebracht haben, sich aufheben. Verringert man aber den Druck innen oder aussen, so kann der auf der anderen Seite ausgeübte unter geeigneten Umständen bemerkbar werden. Hierauf beruhen die gewöhnlichen Luftpumpenversuche. Eine mit Luft gefüllte Blase bläht sich unter der Glocke der Luftpumpe auf, wenn man evacuirt; eine Blase, welche ein Gefäss verschliesst, wird eingedrückt und, falls sie hinreichend trocken ist, zersprengt, wenn man innen evacuirt. Besonders berühmt ist der Versuch von Otto v. Guericke mit den Magdeburger Halbkugeln, welche, 0,67 Ellen im Durchmesser, von je 8 an jeder Seite ziehenden Pferden nur mit der grössten Anstrengung auseinander gerissen wurden, wenn der von ihnen eingeschlossene Raum luftleer gemacht war. Der Versuch wurde auf dem Reichstage zu Regensburg i. J. 1654 angestellt.

167. Die Quecksilberluftpumpen von Töpler, Poggendorff, Geissler u. a. beruhen auf wiederholter Herstellung eines Torricelli'schen Vacuums, in welches die Luft aus dem Recipienten entleert wird. Fig. 72 zeigt eine der verschiedenen Formen dieser Pumpen.

Man hebt das durch den biegsamen Kautschukschlauch S mit dem Rohr R verbundene, Quecksilber enthaltende Gefäss Q soweit, dass die in der Kugel K befindliche Luft unter einen den atmosphärischen übersteigenden Druck gesetzt wird. Dieselbe, nach Aussen hin durch das Quecksilber in dem engen Rohr A, nach dem Recipienten zu durch das Glasventil v abgeschlossen, wird dadurch zusammengedrückt und bei a ausgetrieben. Ist dies geschehen, so ist K sowie das Auslassrohr A ganz mit Quecksilber gefüllt. Senkt man alsdann Q hinreichend weit, so fällt das Quecksilber in R bis c, und in das entstehende Vacuum strömt Luft aus dem Recipienten durch das sich öffnende Glasventil v ein. Dieses funktionirt in der beschriebenen Weise, indem es vom steigenden Quecksilber gegen die Oeffnung o gedrückt wird, bei sinkendem Quecksilber abfällt und die Oeffnung o frei macht. Ist der Recipient luftleer, so hat die im Auslassrohr gehobene Quecksilbersäule Barometerhöhe.

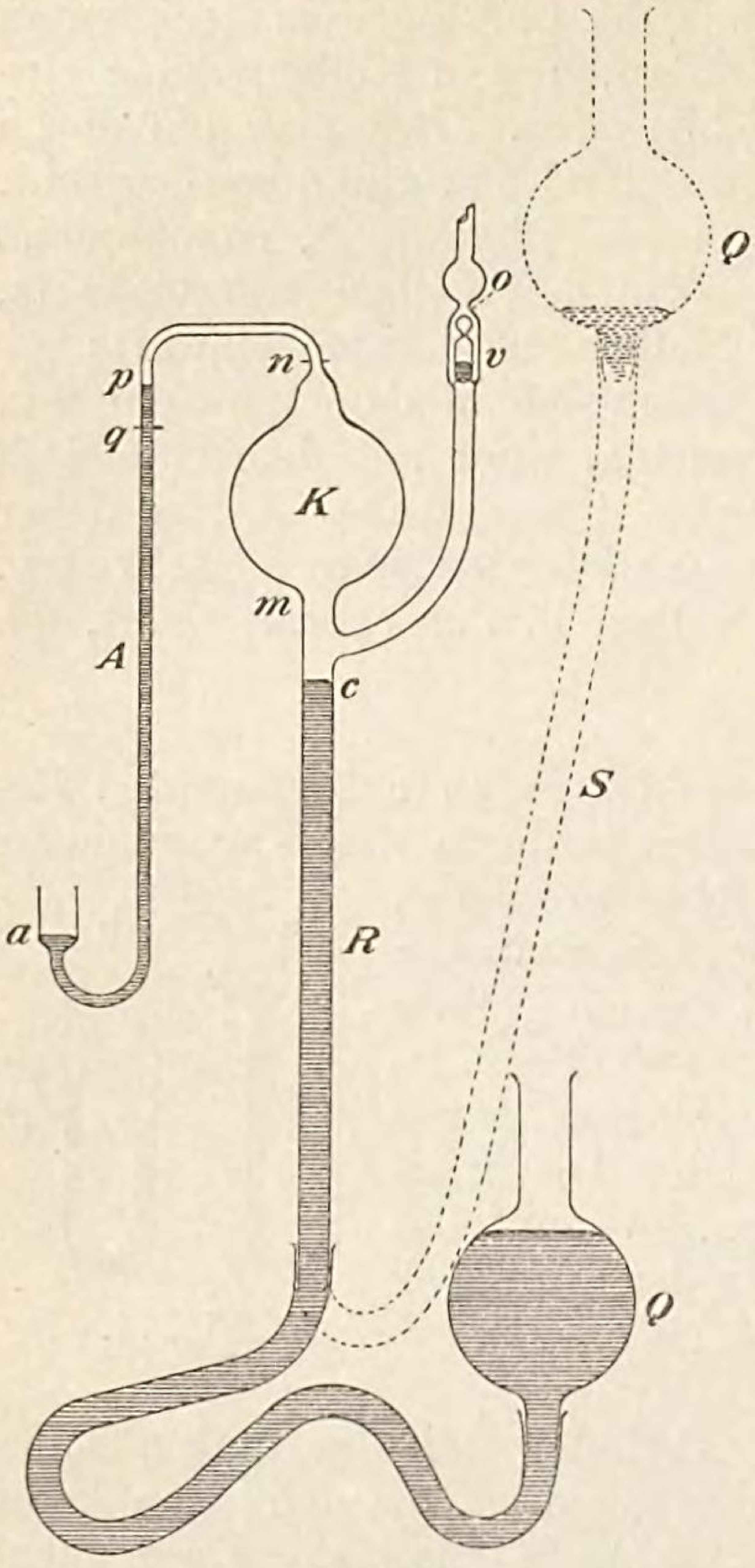


Fig. 72.

Die Verbindung zwischen der Pumpe und den zu evacuirenden Gefässen wird durch Glasschliffe hergestellt, welche man am besten mit Quecksilberverschluss versieht. Der Theil S Fig. 73 ist auf S' aufgeschliffen, das Quecksilber im Gefäss G wird durch Capillaritätskräfte (Art. 221) am Eindringen in den sehr engen Raum zwischen den Schliffstücken, in welchen der Luftdruck es einzutreiben sucht, gehindert und bildet so den Verschluss. Hähne, nach diesem Princip hergestellt, müssen durch ein Schmiermittel geschmeidig gemacht werden.

Eine solche Pumpe ist in allen Theilen absolut luftdicht, der zu erreichenden Luftverdünnung wird eine Grenze nur dadurch gesteckt, dass das letzte kleine Luftbläschen nicht mehr ausgetrieben wird.

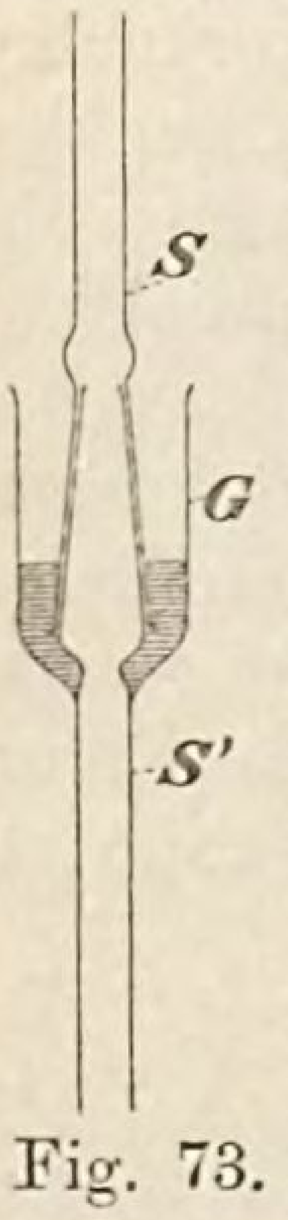


Fig. 73.

168. Druckmessung nach Mac Leod. Den kleinen in der Pumpe zurückgebliebenen, durch ein Quecksilbermanometer nach Art. 165 nicht mehr messbaren Druck bestimmt man folgendermassen. Nachdem man sich den Stand des Quecksilbers im Auslassrohr (bei p Fig. 72) gemerkt hat, hebt man Q. Ist das Queck-

silber in R bis m gekommen, so ist eine Luftmasse vom Volumen V der Kugel abgesperrt. Man hebt Q weiter, bis das Quecksilber in K bei n steht. Ist dabei das Quecksilber im Auslassrohr A von p bis q gesunken, so ist die Luft, welche das Volumen V unter dem unbekannten Druck x erfüllte, auf das Volumen $nq = v$ zusammengepresst, wobei ihr Druck bis zu dem in A messbaren Druck $pq = h$ angewachsen ist. Nach dem Boyle-Mariotte'schen Gesetz (Art. 193) ist nun $x : h = v : V$, woraus sich $x = h \cdot v/V$ ergiebt. V und v müssen bekannt sein.

In Abwesenheit von Wasserdampf ist durch Pumpen der beschriebenen Art der Luftdruck im Recipienten auf 0,000012 mm Quecksilber erniedrigt worden. Doch ist jedenfalls ausser dem Luftrest noch gesättigter Quecksilberdampf anwesend, dessen Druck sich bei 15° auf mehr als 1 Tausendstel mm beläuft.

Cap. 6. Vom Gewicht der Luft.

169. Die Dichtigkeit der Luft bestimmt man, indem man einen Glasballon wägt, erst, während er mit Luft gefüllt ist, alsdann, nachdem man die Luft aus ihm durch Auspumpen entfernt hat. Die Differenz der Wägungsergebnisse getheilt durch das Volumen des Ballons ist die Dichtigkeit der ursprünglich in ihm vorhandenen Luft. Man hat so gefunden, dass die Dichtigkeit der 0,04 Volumprocente Kohlendioxyd enthaltenden Luft bei 0° und dem Druck einer Quecksilbersäule von 0° und 76 cm Höhe, den sogenannten Normalverhältnissen der Temperatur und des Drucks, 0,001293 g im ccm beträgt. Dieser Werth bezieht sich auf 45° geogr. Breite und Meeresniveau, Angaben, welche die Intensität der Schwere (Art. 110) und damit erst den Druck von 76 cm Quecksilber bestimmen. Denn 76 cm Quecksilber repräsentiren einen hydrostatischen Druck gleich $76 \times 13{,}596 \cdot g$ Dynen, wenn g die Beschleunigung der Schwere bedeutet; derselbe hängt also von g ab. Unter den gewöhnlichen Verhältnissen des Drucks und der Temperatur enthält 1 ccm 1,2 mg Luft.

170. Reduktion der Wägungen auf den luftleeren Raum. Der Auftrieb in solcher Luft beträgt per ccm 1,2 mg, welche auf einer feinen Wage der gewöhnlich benutzten Art mehrere Skalentheile Ausschlag geben; er ist daher bei feinen Wägungen zu berücksichtigen.

Die Wage steht ein, wenn

$$w - a = w' - a'$$

ist, wo w das Gewicht des Körpers, w' das der Gewichtsstücke, a den Auftrieb des Körpers, a' den der Gewichtsstücke in der Luft bedeutet. Es ist also

$$w = w' + a - a'.$$

Es handle sich um ein 25 g schweres Glasstück vom specifischen Gewicht 2,5; das specifische Gewicht der Messinggewichte sei 8,4. Dann ist

$$a = \frac{25}{2{,}5} \cdot 1{,}2\,\text{mg} = 12\,\text{mg}$$

$$a' = \frac{25}{8,4} \, 1,2 \text{ mg} = 3,6 \text{ mg}.$$

Die Correction auf den luftleeren Raum ist 8,4 mg dieser Betrag, um welchen das Glas zu leicht erscheint, ist den Gewichtsstücken hinzuzufügen.

171. Der Luftballon. In gewöhnlicher Luft ist der Auftrieb per Cubikmeter 1,2 kg Gewicht, per 500 Cubikmeter (Ballon von Charles 1783) 600 kg Gewicht. Ist ein Luftballon dieser Grösse mit Leuchtgas gefüllt, und ist dessen specifisches Gewicht $^1/_2$ mal so gross, als das der Luft, so bleibt noch eine vertikal aufwärts gerichtete Kraft von 300 kg Gewicht über, welche, vermindert um das Gewicht des Ballons, seine Steigkraft darstellt.

II. Abtheilung. Bewegung der Flüssigkeiten.

Cap. 7. Das Torricelli'sche Theorem.

172. Das Torricelli'sche Theorem. Ein Wassertheilchen in einem offenen mit Wasser gefüllten Gefäss liege an der Gefässwand an einer Stelle, deren Niveau (Fig. 74) h cm tiefer ist, als das Niveau der freien Oberfläche S. Es steht dort unter einem Druck, welcher den atmosphärischen Luftdruck um h cm Wasser übertrifft und wird folglich austreten, wenn dort ein Loch in die Gefässwand gebohrt wird.

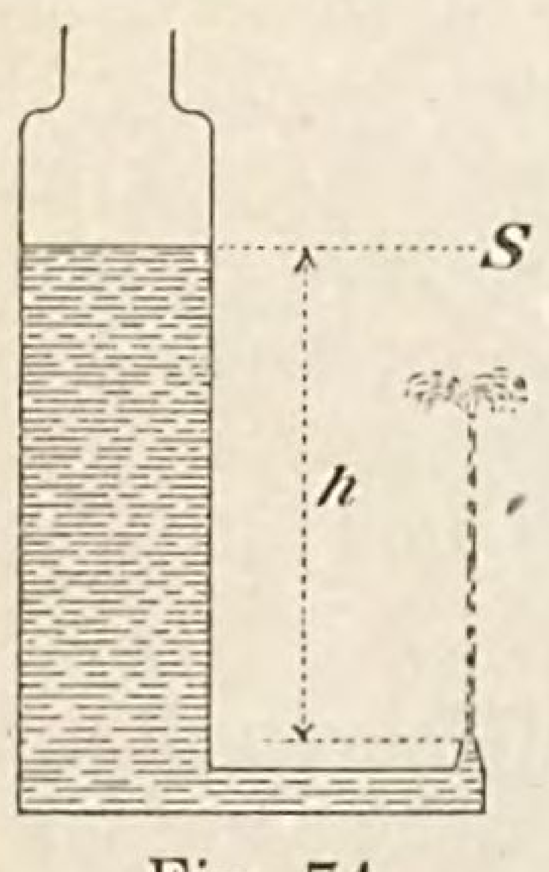


Fig. 74.

Wenn ein Wassertheilchen austritt, so sinkt der Wasserspiegel im Gefäss; die Wassermasse im Niveau der Ausflussöffnung vermehrt sich dabei um die Masse m des austretenden Theilchens, während die Wassermasse im Niveau S sich um den gleichen Betrag vermindert. Die Wassermasse m besitzt aber in dem Niveau S den Betrag $m \cdot g \cdot h$ an potentieller Energie mehr, als unten im Niveau der Ausflussöffnung (Art. 87); es ist also mit dem Vorgang ein Verlust an potentieller Energie $= m \cdot g \cdot h$ verbunden. Dieser muss durch den Gewinn an kinetischer Energie gedeckt werden, mit welcher das Wassertheilchen austritt; ist v die Geschwindigkeit, mit welcher es ausfliesst, so ist seine Energie $^1/_2\, mv^2$. Daher muss sein

$$mgh = \frac{1}{2} mv^2 \quad \text{oder}$$

$$v = \sqrt{2gh} \ldots . \qquad (29)$$

d. h. die Geschwindigkeit, mit welcher Wasser unter dem Druck einer Wassersäule von der Höhe h ausfliesst, ist gleich der Geschwindigkeit eines Körpers, welcher aus der Ruhe um die Höhe h frei herabgefallen ist. Mit derselben Geschwindigkeit fliesst jede andere Flüssigkeit aus, deren Oberfläche S sich um dieselbe Höhe h über der Ausflussöffnung befindet.

Richtet man den Strahl aufwärts, indem man die Ausflussöffnung nach oben kehrt (Fig. 74), so sollte nach diesem Resultat der Strahl bis zur Höhe des Niveaus S springen (vgl. Art. 85). Auch wenn man ihn etwas schräge richtet, so dass die steigenden Wassertheilchen durch die herabfallenden nicht behindert werden, erreicht er nicht die theoretische Höhe, theils wegen des Luftwiderstandes, theils weil der Reibung halber die Ausflussgeschwindigkeit kleiner, als die theoretische ist.

173. Mariotte'sche Flasche. Sinkt das Wasserniveau innen, so nimmt die Druckhöhe h und damit die Ausflussgeschwindigkeit ab. Um diese constant zu halten, verschliesst man (Fig. 75) das Gefäss durch einen Pfropfen und steckt durch diesen ein beiderseits offenes Rohr in das Wasser. Sinkt das Wasser im Gefäss, so wird die Luft in dem letzteren verdünnt, der äussere Luftdruck treibt in dem Rohr das Wasser herab, bis es schliesslich ganz herausgetreten ist und die Luft von aussen in Blasen eintritt. Dann herrscht an der Mündung des Rohres innen dauernd Atmosphärendruck und der constante Ueberdruck, unter welchem das Wasser ausfliesst, ist die Niveaudifferenz h zwischen der Röhrenmündung innen und der Ausflussöffnung.

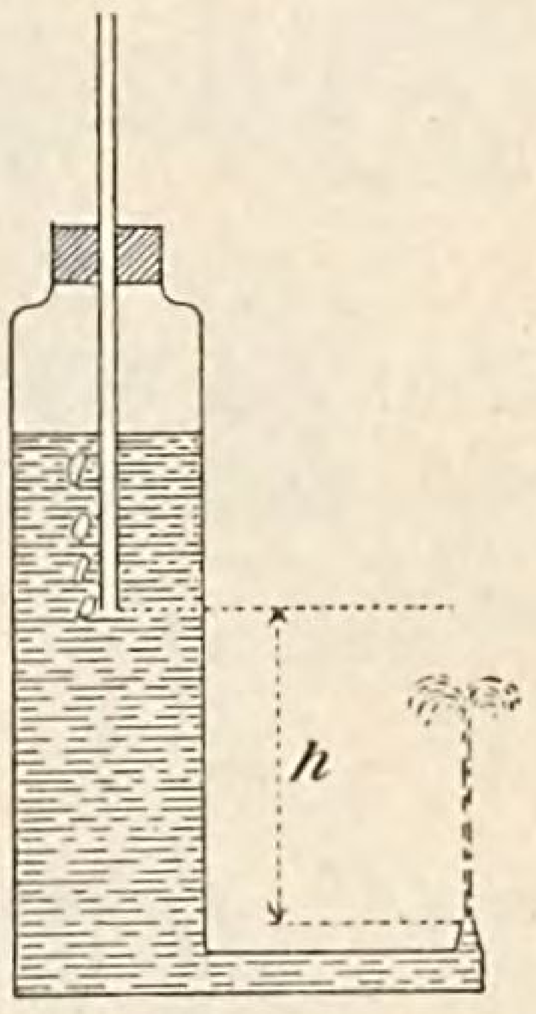


Fig. 75.

174. Ausflussmenge. Tritt der Strahl in schiefer oder horizontaler Richtung aus, so beschreibt er in Folge der Schwere eine Parabel (Art. 91). Auf die Ausflussmenge ist die Schwere ohne Einfluss; denkt man die letztere fort und nimmt an, dass die Geschwindigkeit v des ausfliessenden Wassers senkrecht zur Ebene der Ausflussmündung ist, so würde nach Ablauf einer Sekunde ein Wassercylinder ausgetreten sein, dessen Basis der Querschnitt q der Ausflussöffnung, dessen Höhe der in der Sekunde von einem Wassertheilchen zurückgelegte Weg v, dessen Volumen also $v \cdot q$ ist (Fig. 76). Der Versuch ergiebt nur 62 % der theoretischen Ausflussmenge. Dies rührt daher, dass die Geschwindigkeit des Wassers an der Ausflussöffnung nicht senkrecht zu dieser ist; in Folge davon tritt dicht hinter der Ausflussöffnung eine Zusammenziehung des Strahles ein.

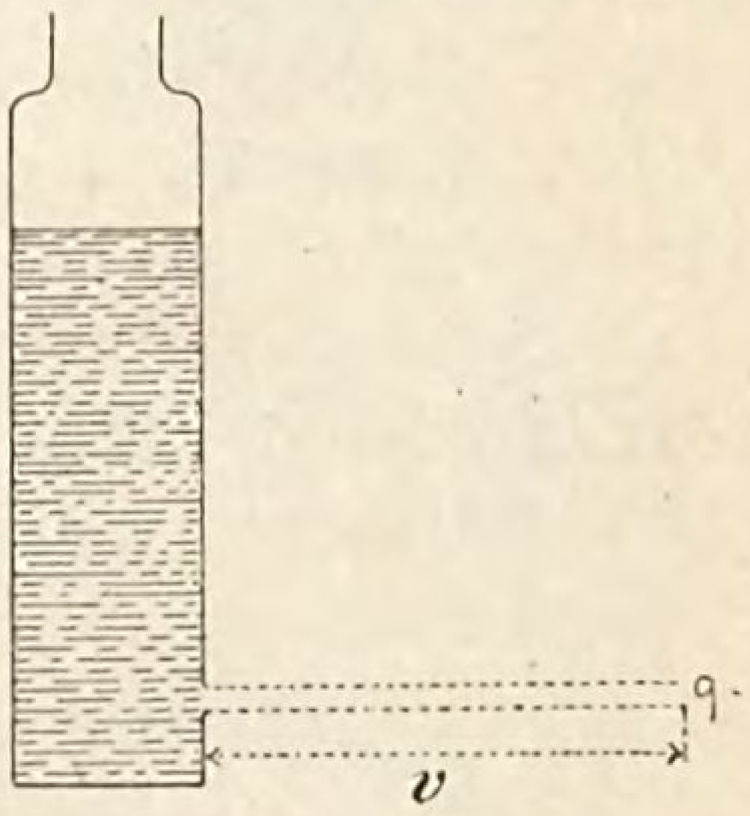


Fig. 76.

175. Wasserstrahlpumpe. Die Ausflussöffnung werde (Fig. 77) mit einem schwach conisch nach aussen sich erweiternden horizontalen Ansatzstück versehen. Ist die Ausflussgeschwindigkeit nicht zu klein, so legt sich das Wasser an die Wand des Ansatzstücks an, dasselbe stets ganz mit Wasser ausfüllend, und die Geschwindigkeit ist noch immer nahezu senkrecht zur Ausflussöffnung. Ist v die Geschwindig-

keit, mit welcher das Wasser am freien Ende A des Ansatzstücks in die Luft austritt, so ist nach den Erörterungen des Art. 172

$$v^2 = 2gh \ldots . \quad (29)$$

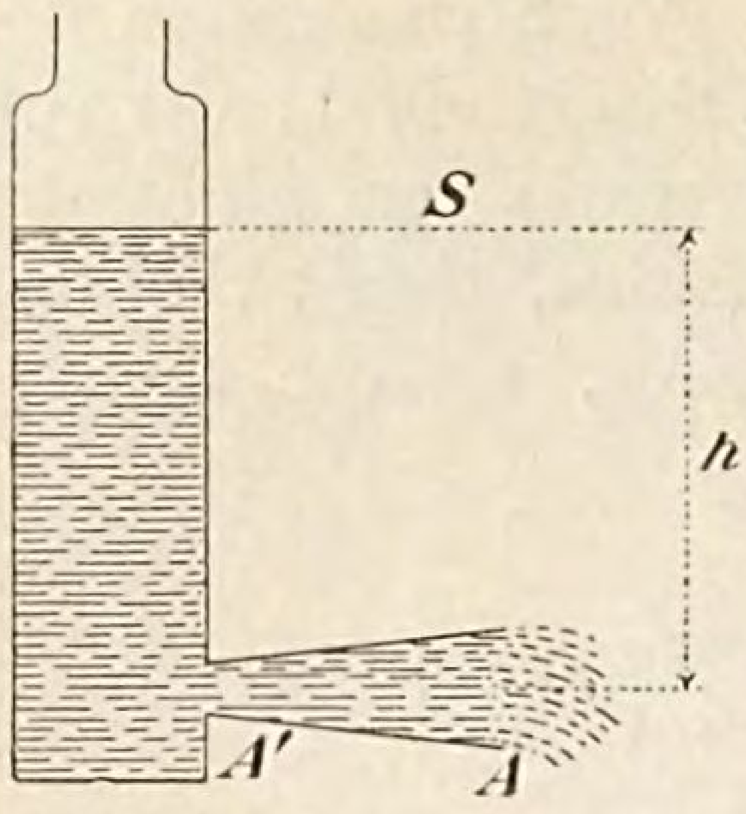


Fig. 77.

Allein die Geschwindigkeit v' an der Ausflussöffnung A' selbst ist jetzt nothwendigerweise grösser. Denn da der Conus stets mit Wasser gefüllt ist, so muss durch den kleineren Querschnitt q bei A' dasselbe Wasservolumen fliessen, wie durch den grösseren bei A, es ist also (Art. 174) $q'.v'. = q . v$ oder

$$\frac{v'}{v} = \frac{q}{q'} \ldots . \quad (30)$$

d. h. die Geschwindigkeiten an zwei Stellen des Strahles verhalten sich umgekehrt wie die Querschnitte an diesen Stellen.

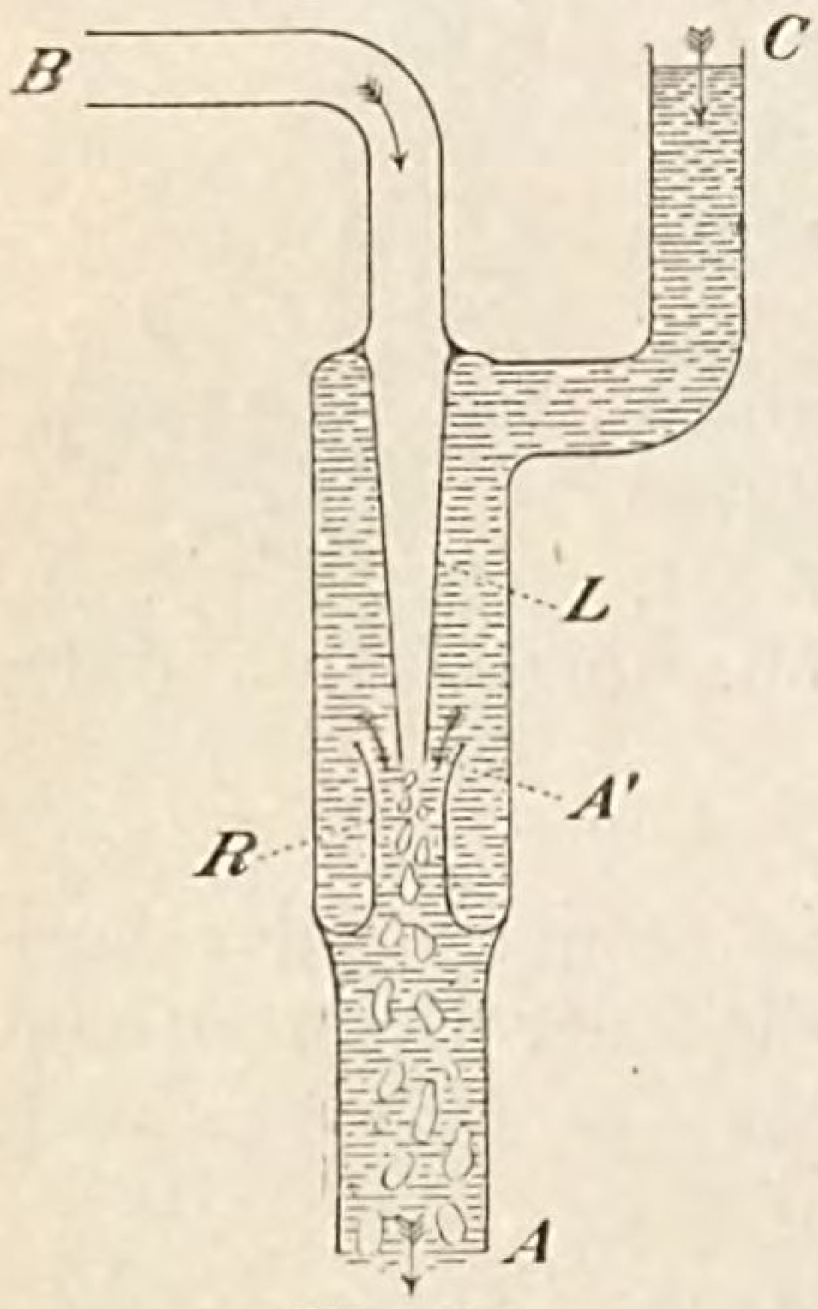


Fig. 78.

Ein Wassertheilchen erleidet also auf seinem Wege von A' nach A eine Verzögerung. Da die Schwere auf die horizontale Geschwindigkeit ohne Einfluss ist, so sind die einzigen Kräfte, welche jene Verzögerung bewirken können, die Druckkräfte im Wasser. Diese müssen also der Bewegung entgegenwirken, ein Wassertheilchen auf seinem Wege von A' nach A in der Richtung von A nach A' stärker als in der entgegengesetzten Richtung gedrückt werden, der Druck von A gegen A' hin abnehmen, in A grösser sein als in A'.

Sei h' in Wasserhöhe der Druckunterschied zwischen dem Niveau S und A', dann ist der Druckunterschied zwischen A und A' gleich $h' - h$. Aber nach dem Torricelli'schen Theorem ist

$$v'^2 = 2gh' \ldots . \quad (31)$$

mithin nach (29), (30) und (31):

$$\frac{h'}{h} = \frac{v'^2}{v^2} = \left(\frac{q}{q'}\right)^2 \quad \text{und}$$

$$h' - h = h\left(\left(\frac{q}{q'}\right)^2 - 1\right) \ldots . \quad (32)$$

Ist also die Druckhöhe h oder, nach (29), die Geschwindigkeit v gross genug, so kann die Druckverminderung $h' - h$ so gross, der Druck in A' soweit unter den in A herrschenden Atmosphärendruck erniedrigt werden, dass die Vorrichtung als wirksame Luftpumpe zu gebrauchen ist. Befindet sich nämlich in A' die Mündung eines mit einem Recipienten verbundenen Rohres, so wird Luft aus dem Recipienten nach A' hinströmen und mit dem Wasser fortgeführt werden.

Dies ist das Princip der Wasserstrahlpumpe. Eine zweckmässige Form zeigt Fig. 78. Das Wasser tritt bei C ein, der Querschnitt q liegt an der Austrittstelle A und der kleinste durchströmte Quer-

schnitt q' ist der Ring bei A' zwischen dem Rohr R und dem Rohr L, durch welches die Luft einströmt.

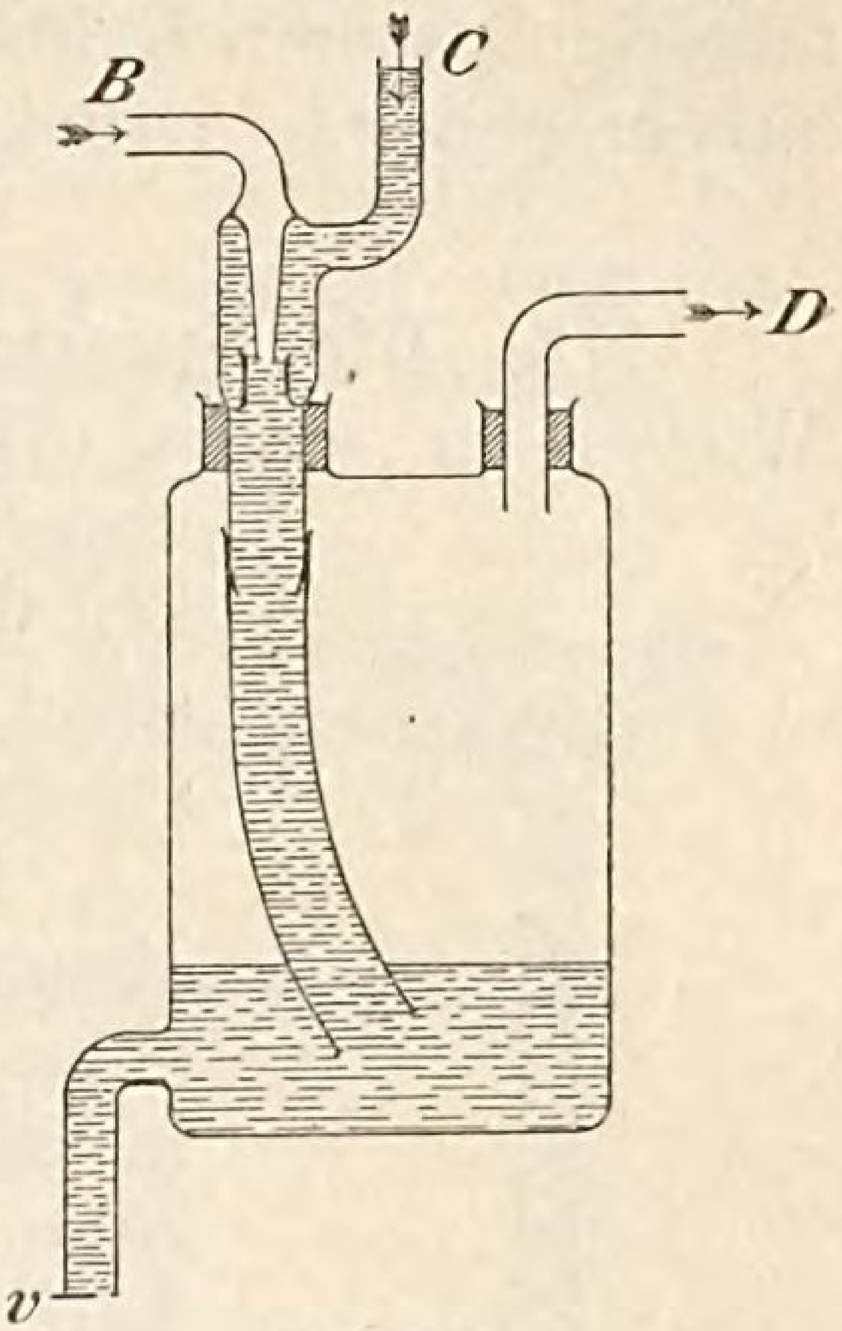


Fig. 79.

176. Gebläse. Mündet das Ende B von L ins Freie, so wird die bei B fortwährend einströmende atmosphärische Luft mit dem Wasser fortgeführt. Setzt man alsdann (Fig. 79) die kleine Pumpe in ein Gefäss ein, welches mit einer Ausflussöffnung für das Wasser versehen ist, so sammelt sich in dem Gefäss die Luft über dem Wasser; dieses bildet, wenn sein Ausfluss, durch den Schieber v regulirt, nicht zu rasch erfolgt, einen Abschluss gegen die Atmosphäre und die Luft wird bei D herausgeblasen. Die Vorrichtung stellt ein Gebläse dar, welches im Laboratorium, z. B. zum Betriebe einer Glasbläserlampe, mit Vortheil verwandt wird.

177. Hydrostatischer und hydrodynamischer Druck. Würde das Wasser Fig. 77 in Ruhe sein, so wäre der Druck bei A und A', d. i. in Punkten, die in derselben Horizontalebene liegen, der gleiche. Ist das Wasser in Bewegung, so ist der Druck in A' kleiner als in A. Man kann also den Druck in bewegter Flüssigkeit, den hydrodynamischen Druck, nicht nach denselben Regeln, wie den Druck in ruhender Flüssigkeit, den hydrostatischen, berechnen.

Stationär heisst ein Strahl, in welchem an jeder Stelle die Geschwindigkeit mit der Zeit sich nicht ändert. In jedem der Schwere entzogenen stationären Strahl von veränderlichem Querschnitt muss der hydrodynamische Druck von einem grösseren Querschnitt A gegen einen kleineren A' hin abnehmen. Der Beweis dafür ist im Art. 175 enthalten und kann nach Art. 82 auch folgendermassen formulirt werden. An einem Wassertheilchen muss der Trägheitswiderstand den Druckkräften das Gleichgewicht halten; jener hat, da die Beschleunigung in der Richtung von A nach A' hin stattfindet, die Richtung von A' nach A; die entgegengesetzte Richtung von A nach A' hin muss also die Resultante der Druckkräfte haben, d. h. das Theilchen von A nach A' hin stärker, als in der entgegengesetzten Richtung gedrückt werden, der Druck von A nach A' hin abnehmen.

Allgemein lässt sich zeigen, dass in jedem stationären, der Schwere entzogenen Strahl in incompressibler Flüssigkeit die Summe aus dem Druck p auf die Flächeneinheit und der kinetischen Energie der Volumeneinheit constant sein muss, d. h., wenn s die Dichte der Flüssigkeit bedeutet,

$$p + \frac{1}{2} s v^2 = p' + \frac{1}{2} s v'^2 \quad \text{oder}$$

$$p - p' = \frac{1}{2} s (v'^2 - v^2) \ldots . \qquad (33)$$

Zu dieser nur von der Bewegung herrührenden Druckdifferenz zwischen den Punkten A und A' tritt die von der Schwere oder anderen äusseren Kräften herrührende, nach hydrostatischen Principien zu berechnende Druckdifferenz hinzu.

178. Die Sprengel'sche und Bunsen'sche Pumpe. Fliesst Wasser in einem cylindrischen Strahl, d. h. in einem Strahl von unveränderlichem Querschnitt, so ist die Geschwindigkeit des Wassers überall die gleiche und der Unterschied zwischen hydrodynamischem und hydrostatischem Druck fällt fort.

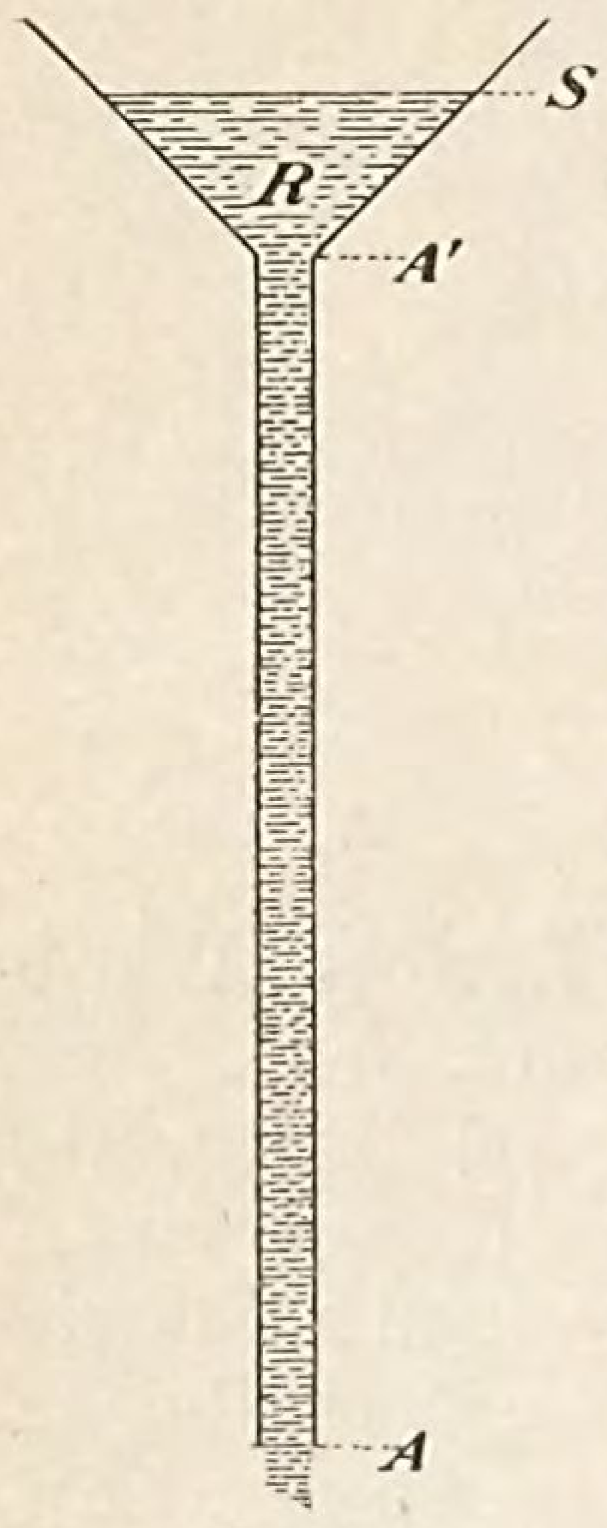


Fig. 80.

In der Bunsen'schen Pumpe fliesst Wasser aus einem grösseren Reservoir R (Fig. 80) durch ein enges, vertikales, cylindrisches Rohr aus. Der Druck in diesem nimmt, ebenso wie wenn das Wasser ruhte, von der Ausflussöffnung A, wo Atmosphärendruck herrscht, bis nach A' hin ab um die Höhe der Wassersäule AA'; ist also diese 10,3 m lang, so wäre bei normalem Barometerstand, wenn die Wassersäule nicht zerrisse, in A' der Druck gleich Null; aus einem in A' eingeführten, mit einem Recipienten verbundenen Röhrchen wird die Luft abgesaugt. Die Druckabnahme von S, wo Atmosphärendruck herrscht, bis A' entspricht der Beschleunigung, welche das Wasser auf dem Wege von S nach A' hin erfährt.

In der Sprengel'schen Pumpe lässt man anstatt des Wassers Quecksilber fallen; das Fallrohr braucht hier bei 76 cm Luftdruck nur eine Länge von etwas über 76 cm zu haben. Der Recipient bleibt trocken und es kann in ihm ein Vacuum von ungefähr derselben Güte, wie durch die Art. 167 beschriebenen Quecksilberpumpen hergestellt werden.

179. Das Gasometer dient zur Aufbewahrung von Gasen; Fig. 81 zeigt eine einfache Form desselben. Ein unten offener, vertikaler Hohlcylinder, eine Glocke, taucht mit dem offenen Ende in Wasser, oben mündet ein durch einen Hahn H verschliessbares Rohr in die Glocke ein. Nachdem dieselbe ganz mit Wasser gefüllt ist, lässt man das Gas aus dem Entwicklungsapparat durch den Hahn H eintreten; es steht im Gasometer unter einem Druck, welcher den atmosphärischen um die Wasserhöhe h übertrifft. Dieser Druck kann durch Belastung der Glocke vermehrt, durch einen an sie angebrachten nach oben wirkenden Zug, wie Fig. 81, vermindert werden.

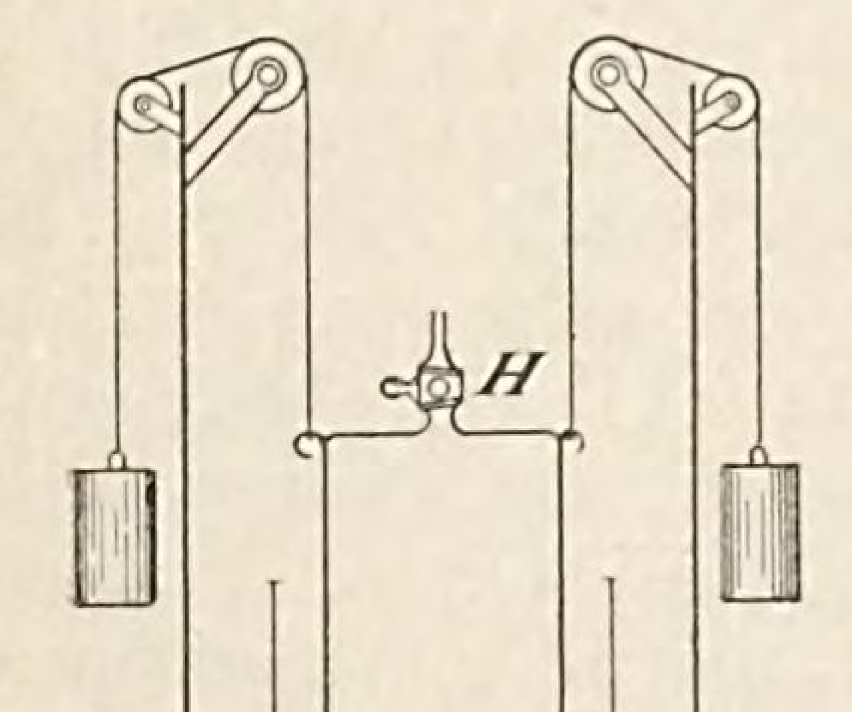


Fig. 81.

180. Ausflussgeschwindigkeit der Gase. Oeffnet man den Hahn H des gefüllten Gasometers, so fliesst das Gas unter dem Ueberdruck der Wassersäule h aus. Tritt dabei ein Gastheilchen aus der Glocke bei H aus, so tritt dafür ein Wassertheilchen von demselben Volumen unten in sie ein und ein gleiches Wassertheilchen verschwindet an dem um h höheren Niveau des die Glocke umspülenden Wassers. Es tritt also, wie Art. 172, bei diesem Vorgang ein Verlust an potentieller Energie um $m\,g\,h$ ein, wenn m die Masse des Wassertheilchens bedeutet. Dieser Verlust muss durch die kinetische Energie gedeckt werden, mit welcher das Gastheilchen, dessen Masse m' sei, ausfliesst; wenn v die Ausflussgeschwindigkeit des Gases ist, so muss demnach sein

$$m g h = \frac{1}{2} m' v^2; \qquad \text{woraus folgt:}$$

$$v = \sqrt{2 g h \cdot \frac{m}{m'}}\,.$$

m und m' sind Massen an Wasser und an Gas, welche das gleiche Volumen einnehmen und welche sich daher wie die specifischen Gewichte des Wassers und des Gases verhalten. Setzt man jenes $= 1$, dieses $= s$, so ergiebt sich

$$v = \sqrt{2 g h \cdot \frac{1}{s}} \cdot \cdot \cdot \cdot \qquad (34)$$

d. h. die Ausflussgeschwindigkeiten verschiedener Gase unter dem Druck derselben Wassersäule verhalten sich umgekehrt wie die Quadratwurzeln aus den specifischen Gewichten der Gase.

h/s ist nach Art. 145 die Höhe einer Gassäule vom specifischen Gewichte s, welche durch die Schwere denselben Ueberdruck, wie eine Wassersäule von der Höhe h hervorbringt. Der Art. 172 gegebene Ausdruck des Torricelli'schen Theorems in Worten bleibt daher bestehen, wenn man in demselben das Wort Wasser durch das Wort Luft ersetzt.

Das Torricelli'sche Theorem bestimmt auch die Geschwindigkeit, mit welcher das Leuchtgas aus den Brennern strömt. Bei 10 m Aufstieg in der Stadt nimmt der atmosphärische Luftdruck nach Art. 159 um etwa 1 mm Quecksilber, der Druck im Leuchtgase, wenn dessen specifisches Gewicht nur $^1/_2$ mal so gross als das der Luft ist, nur um $^1/_2$ mm Quecksilber ab; bei 10 m Aufstieg wächst also der Ueberdruck, unter welchem das Leuchtgas ausströmt, um $^1/_2$ mm Quecksilber oder um 6,8 mm Wasser, eine im Verhältniss zu dem mittleren Ueberdruck des Leuchtgases (30 mm Wasser) bedeutende Grösse.

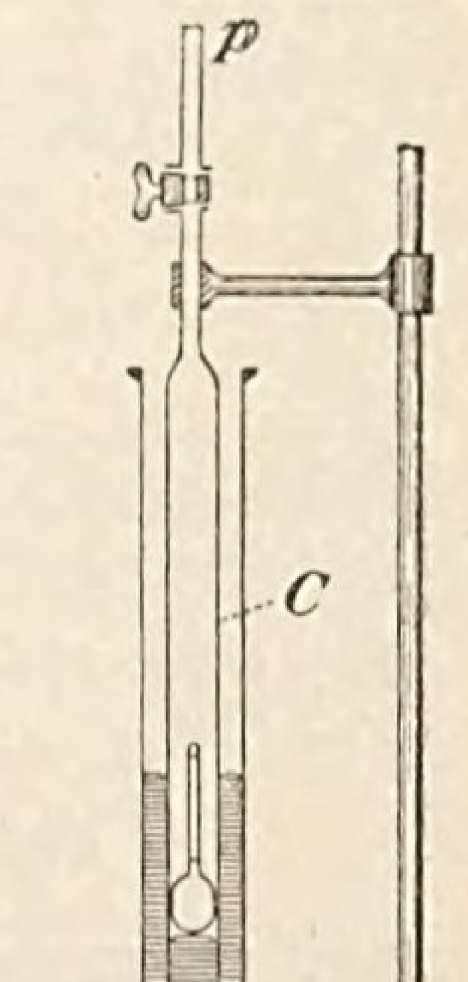


Fig. 82.

181. Bunsen's Apparat zur Vergleichung des specifischen Gewichts der Gase. Die Glasröhre C (Fig. 82) repräsentirt das Gasometer, die Ausflussöffnung kann oberhalb des

Hahns aufgesetzt werden und ist ein sehr feines Loch in einer dünnen Platinplatte p, ein Loch in dünner Wand, damit die Reibung, welche das Torricelli'sche Gesetz stören würde, möglichst klein ist. Die Sperrflüssigkeit ist Quecksilber. Nachdem man das Rohr C durch den Hahn mit dem zu prüfenden Gase gefüllt hat, drückt man C bei geschlossenem Hahn in das Quecksilber ein; ist dadurch der gewünschte Ueberdruck hergestellt, so klemmt man C fest. Oeffnet man, nachdem die Ausflussöffnung aufgesetzt ist, den Hahn, so fliesst das Gas aus, wobei das innere Quecksilberniveau und zugleich ein auf demselben ruhender Schwimmer sich hebt; man misst die Zeit, in welcher der Schwimmer um ein Gewisses steigt, nämlich die Differenz der Zeiten, zu denen zwei an dem Schwimmer angebrachte Marken vor dem äusseren Quecksilberniveau vorbeigehen. Bei zwei mit verschiedenen Gasen angestellten Versuchen verhalten sich die gemessenen Zeitdifferenzen wie die Ausflusszeiten für ein bestimmtes Gasvolumen unter demselben Ueberdruck oder umgekehrt wie die Ausflussgeschwindigkeiten oder nach Gleichung (34) direkt wie die Quadratwurzeln aus den specifischen Gewichten der beiden Gase.

182. Druckdifferenzen in Gasstrahlen. Die Art. 175 und 177 entwickelten Gesetze über die Druckdifferenzen in Flüssigkeitsstrahlen von veränderlichem Querschnitt lassen sich für Luftstrahlen durch folgende Versuche nachweisen.

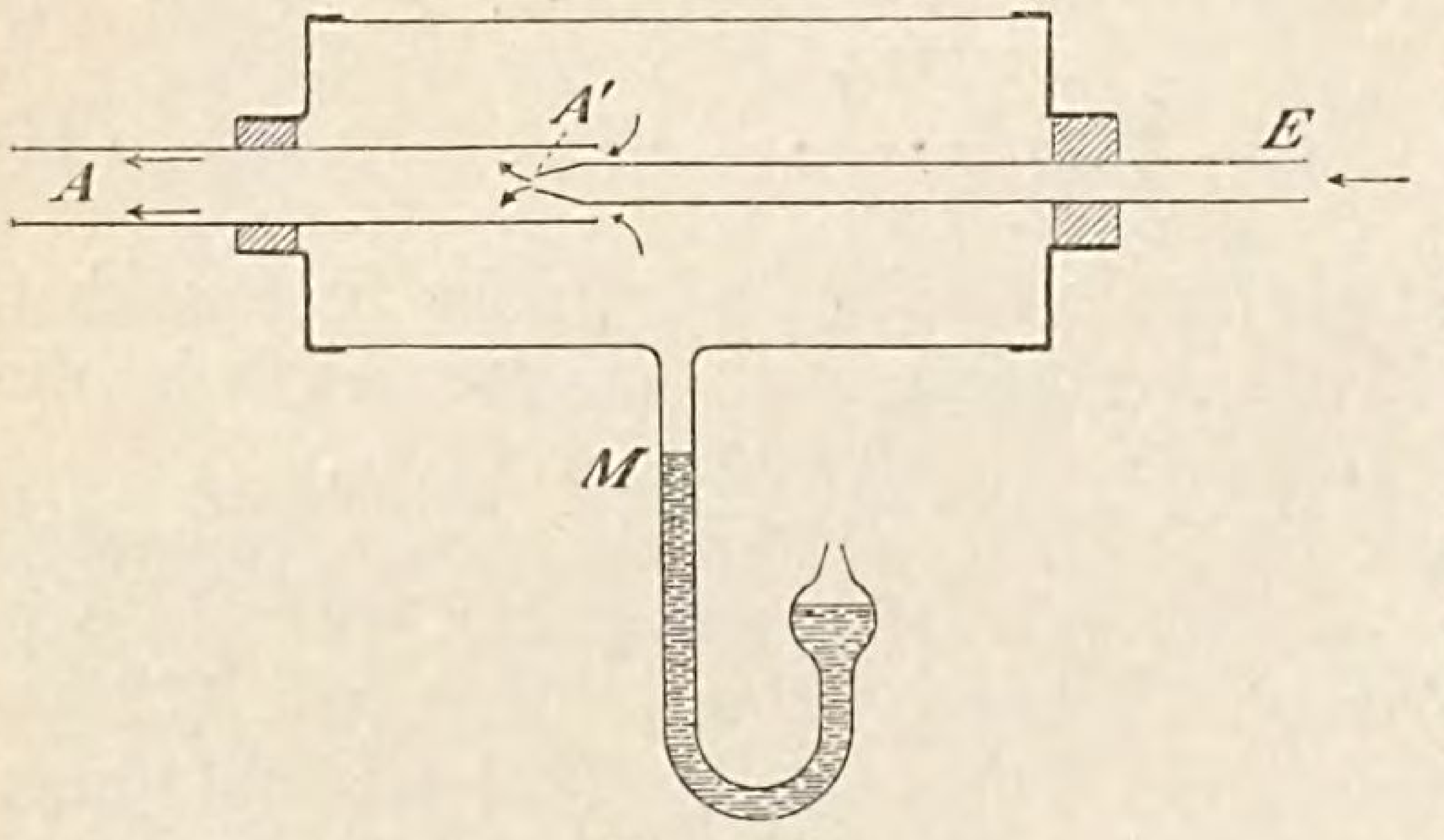


Fig. 83.

Bläst man in die Vorrichtung Fig. 83 bei E Luft ein, so entsteht ein Luftstrahl $EA'A$, welcher bei A' einen kleineren Querschnitt als bei A hat, wo der atmosphärische Druck herrscht. Der Druck bei A' ist daher kleiner als dieser, welcher das Wasser im Manometer M nach Innen zu in die Höhe treibt.

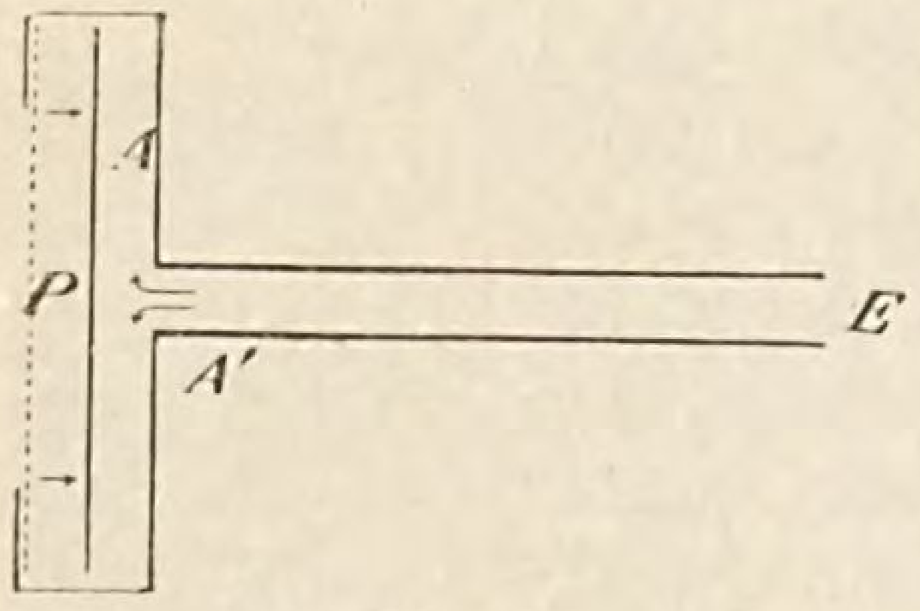


Fig. 84.

Bläst man in die Vorrichtung Fig. 84 bei E Luft ein, so entsteht ein Luftstrahl $EA'A$, welcher bei A, wo Atmosphärendruck herrscht, breiter, als bei A' ist; bei A' wird daher der Druck unter den atmosphärischen erniedrigt, welcher die bewegliche Platte P gegen E hintreibt; es ergiebt sich das auffällige Resultat, dass die Platte P sich in einer Richtung bewegt entgegengesetzt derjenigen, in welcher man bläst.

Auf demselben Princip beruhen der Zerstäuber, der gebräuchliche Inhalationsapparat, sowie

183. Der Bunsen'sche Brenner. Das Leuchtgas tritt (Fig. 85) aus einer Spitze unten im Brenner bei A' in einem nach oben sich ver-

breiternden Strahle aus, welcher sichtbar wird, wenn man nach Entfernung des Rohres R den Gasstrahl entzündet. In Folge der bei A' entstehenden Druckverminderung treibt der atmosphärische Luftdruck durch die Löcher L Luft ein, welche sich mit dem Leuchtgase mischt. Das so entstehende Gemisch von Leuchtgas und Luft wird an der oberen Mündung des Brenners entzündet.

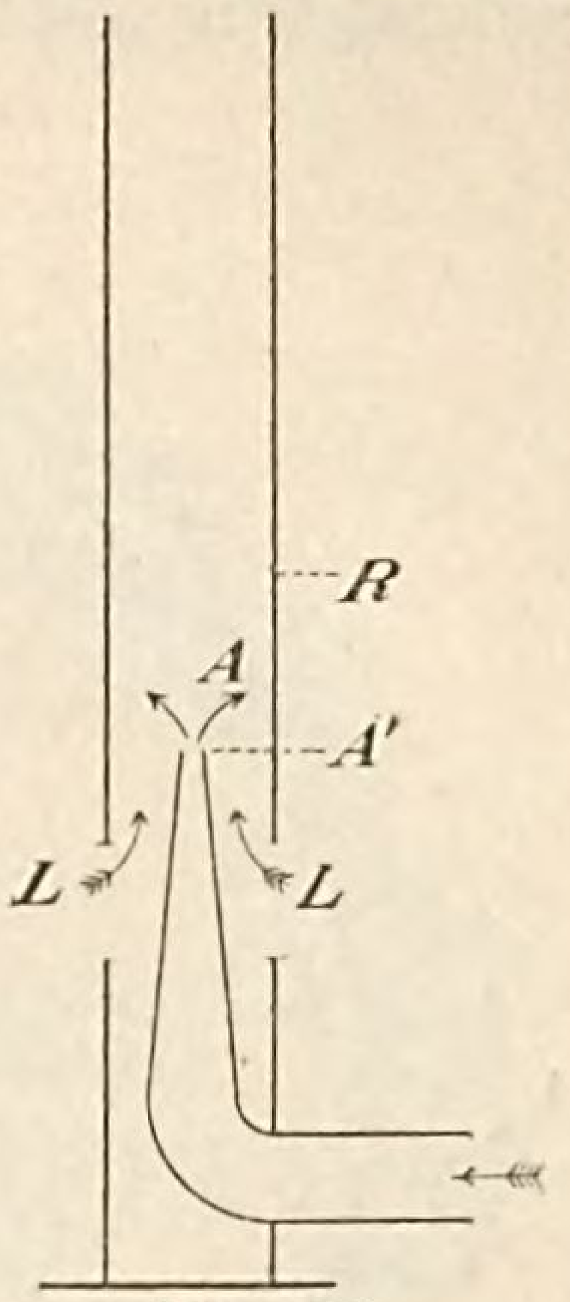


Fig. 85.

Cap. 8. Wasserkrätef und Wasserräder.

184. Wasserkraft, Effekt, Pferdekraft, Watt. Ein hochgelegenes Wasserreservoir, aus welchem Wasser in die Tiefe befördert werden kann, repräsentirt Energie der Lage, wie ein Gewicht, das auf den Boden sinken kann. Wasser, welches sich in Bewegung befindet, repräsentirt kinetische Energie wie jeder bewegte Körper. Eine grössere Wassermasse, welche, sei es potentielle, sei es kinetische Energie liefern kann, heisst eine Wasserkraft.

Def. Effekt ist die in der Zeiteinheit geleistete Arbeit.

Der Effekt einer Wasserkraft ist die Arbeit, welche sie in der Sekunde zu liefern vermag. So ist der Effekt eines hochgelegenen Wasserreservoirs, welches in der Sekunde 25 kg Wasser an eine um 6 m tiefere Stelle liefern kann, 150 mkg in der Sekunde. Als Einheit des Effekts benutzt man in der Technik die Pferdekraft, d. i. einen Effekt von 75 mkg in der Sekunde. Die oben bezeichnete Wasserkraft ist also eine solche von $150/75 = 2$ Pferdekräften.

An einem Ort der Erde, an welchem $g = 981$ cm ist, bedeutet eine Pferdekraft eine Leistung von $75 . 1000 . 100 . 981 = 736 . 10^7$ Ergs in der Sekunde (Art. 86). Ein Effekt von 10^7 Ergs in der Sekunde heisst ein Watt. Eine Pferdekraft ist also gleich 736 Watts.

185. Das oberschlächtige Rad. Die Energie eines hochgelegenen Gewichts kann man in nützliche Arbeit umsetzen, indem man es als Kraftgewicht in einer Maschine auf den Boden sinken lässt; um die Energie eines hochgelegenen Wasserreservoirs in nützliche Arbeit umzusetzen, braucht man einen Apparat, welcher durch das Wasser, wenn es in die Tiefe stürzt, in Bewegung gesetzt und unter Arbeitsleistung gegen widerstehende Kräfte in Bewegung gehalten wird. Ein solcher Apparat ist z. B. das oberschlächtige Wasserrad Fig. 86. Die Kästen an der Peripherie füllen sich mit dem auflaufenden Wasser, wenn sie auf der Seite A sich befinden, sie entleeren sich jedesmal, ehe sie auf die Seite B kommen. Das Rad dreht sich hauptsächlich, weil das Drehungsmoment der gefüllten Kästen in Bezug auf die horizontale Drehungsaxe grösser, als das der leeren ist. Mit der Welle des Rades kann z. B. die Welle eines Mühlrades verkuppelt werden, in welchem Falle die nützliche

Arbeit in der gegen die Reibung beim Zermahlen des Getreides geleisteten besteht. Dabei wird nur ein Theil der verbrauchten Energie des Wassers in nützliche Arbeit umgesetzt; ein Theil wird zur Arbeitsleistung gegen die im Wasserrad stattfindende Reibung verwandt, ein anderer Theil setzt sich in kinetische Energie des Wassers um, welches das Rad mit einer gewissen Geschwindigkeit verlässt.

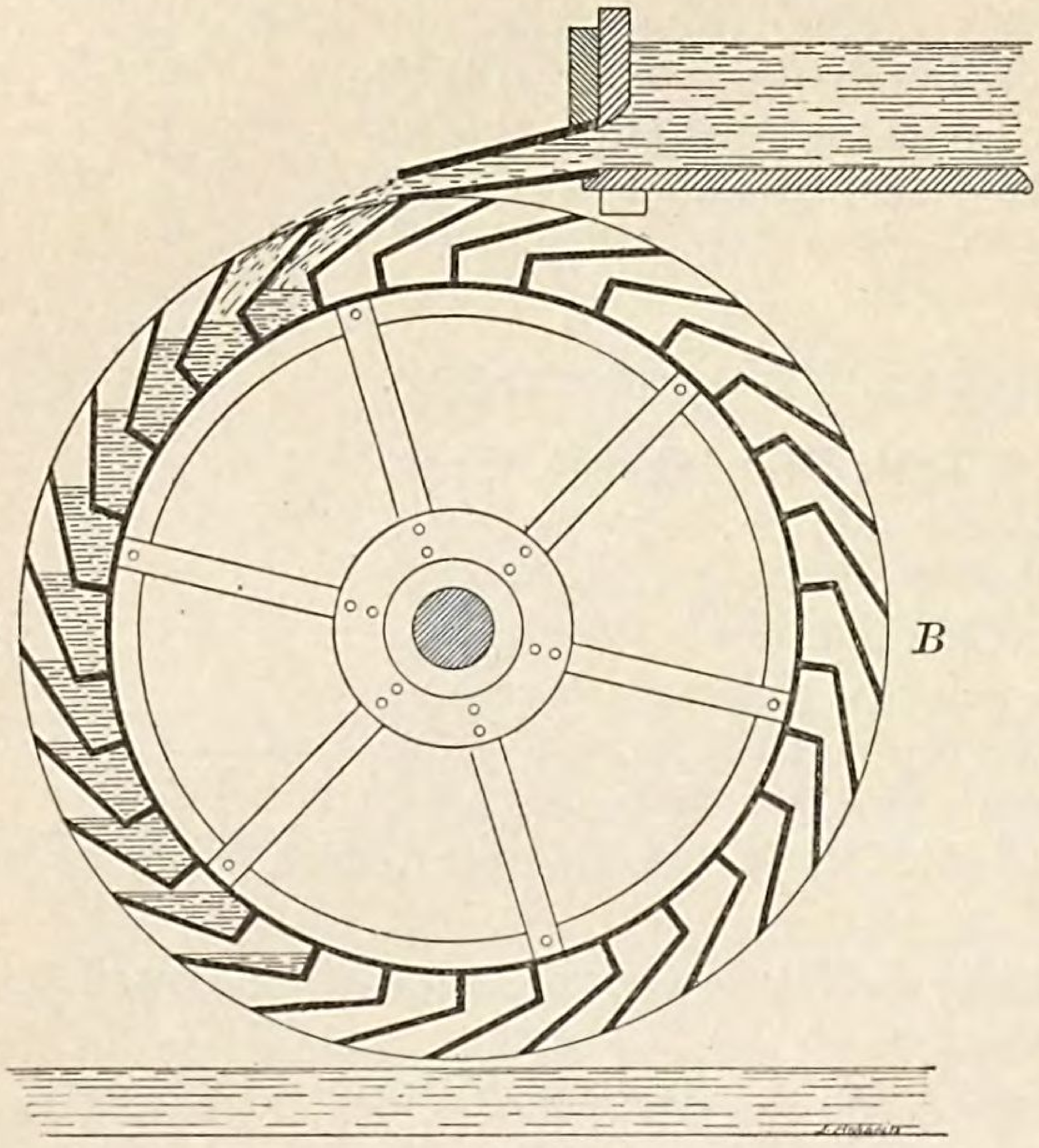


Fig. 86.

186. Motor, Effekt eines Motors. Einen Apparat, durch welchen Energie irgend welcher Art zum Theil in nützliche Arbeit umgesetzt wird, nennt man einen Motor; das oberschlächtige Rad ist ein Wassermotor. Der Effekt eines Motors ist die nützliche Arbeit, welche er in der Sekunde liefert und wird in Pferdekräften angegeben; er hängt von der Geschwindigkeit ab, mit welcher der Motor läuft.

187. Der Prony'sche Zaun dient dazu, den Effekt eines Motors zu bestimmen. Zwei Holzbacken, welche die Welle W des Motors theilweise umfassen (Fig. 87), können durch Schrauben gegen diese angedrückt werden. Mit den Backen ist ein längerer Arm verbunden und auf diesem ein Laufgewicht verschiebbar; die Bewegung des Armes ist durch zwei Hemmungen begränzt. Man zieht zunächst bei laufendem Motor die Schrauben an, bis durch die wachsende Reibung der Welle an den Backen der Motor die gewünschte Geschwindigkeit angenommen hat; hierauf verschiebt man das Laufgewicht, bis der Arm freisteht, sich also weder gegen die eine noch gegen die andere Hemmung lehnt. Dann ist das bezüglich der Wellenaxe genommene Drehungsmoment des Laufgewichts (P kg) vermehrt um das Drehungsmoment des im Armschwerpunkt angreifenden Armgewichts (G kg) dem Drehungsmoment der an den

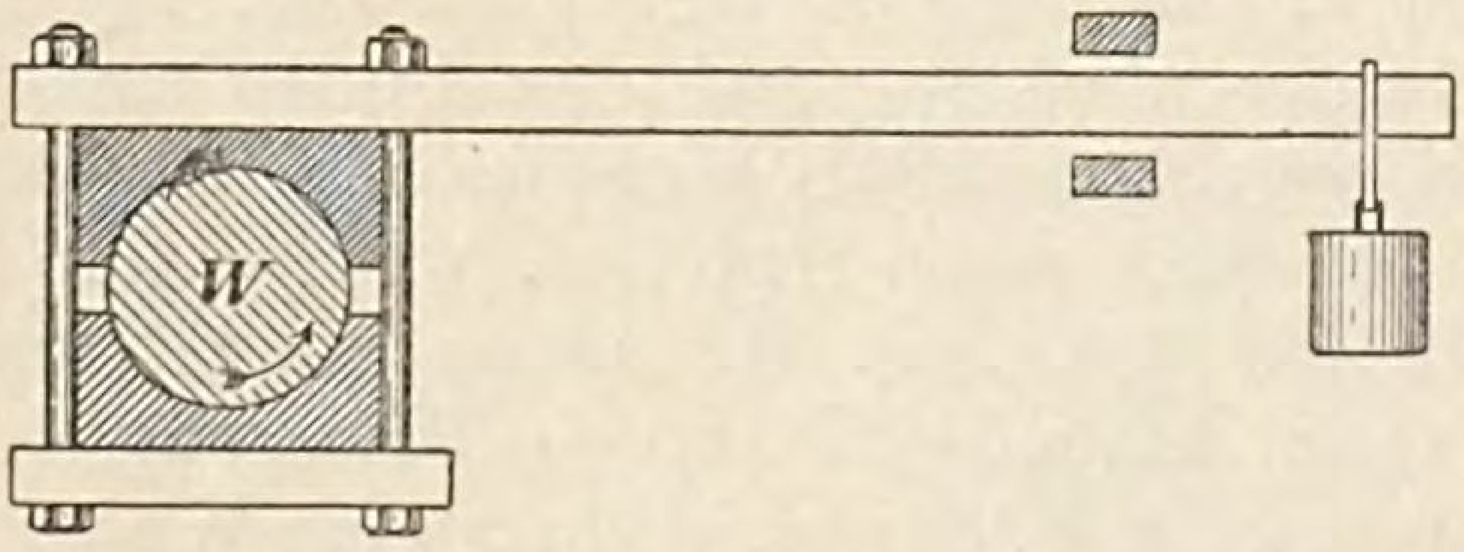


Fig. 87.

Backen angreifenden Reibung (R kg) gleich. Sind die Hebelarme, an welchen P, G, R wirken, p, g, r m, wo r den Halbmesser der Welle vorstellt, so muss folglich sein

$$R \,.\, r = P \,.\, p + G \,.\, g.$$

Andererseits wird gegen die Reibung die Arbeit $R \,.\, 2\pi r$ bei einer Umdrehung geleistet (Art. 51); erfolgen deren n in der Sekunde, so ist der Effekt des Motors

$$E = \frac{n \,.\, 2\pi r R}{75} = \frac{2\pi n (P p + G g)}{75} \text{ Pferdekräfte.}$$

188. Der Nutzeffekt oder Wirkungsgrad eines Motors ist das Verhältniss der von ihm gelieferten, durch den Prony'schen Zaun gemessenen Arbeit zu der in derselben Zeit ihm zugeführten Energie. Nach Art. 185 ist jene stets kleiner als diese, der Nutzeffekt daher ein echter Bruch, welchen man in Procenten angiebt. Gute oberschlächtige Räder liefern einen Nutzeffekt bis zu 80 Proc.

IV. Abschnitt. Elasticität, Viskosität, Oberflächenspannung, Diffusion, Absorption.

Cap. 1. Elasticität.

189. Elasticität. Nach Art. 13 und 123 sind die in festen und flüssigen Körpern auftretenden Druck- und Zugkräfte nichts Anderes, als die Reaktionen dieser Körper gegen eine Deformation, d. i. gegen eine Form- oder Volumänderung. Die Eigenschaft der Körper, eine solche Reaktion auszuüben, heisst Elasticität und es ist die Aufgabe der Elasticitätslehre, den Zusammenhang zwischen Deformation und elastischer Reaktion zu ermitteln.

190. Flüssiger und fester Körper. Eine Flüssigkeit zeigt nach Art. 122 keine Reaktion gegen eine Formänderung, wenn mit dieser keine Volumänderung verknüpft ist. Eine Flüssigkeit ist daher ein Körper, welcher nur Elasticität des Volumens, keine Elasticität der Gestalt besitzt. Dagegen besitzt, wie alltägliche Erfahrungen lehren, ein fester Körper auch Elasticität der Gestalt.

191. Gasförmige und tropfbare Flüssigkeit.

Def. Ein Gas füllt, der Schwere entzogen, jeden ihm dargebotenen Raum als homogene Masse aus. Eine tropfbare Flüssigkeit nimmt bei hinreichender Grösse des ihr dargebotenen Raumes einen von diesem unabhängigen bestimmten Raum ein.

192. Volumelasticität.

Def. Wird eine Flüssigkeit durch eine Druckzunahme zusammengedrückt, so setzt man die

$$\text{Compression} = \frac{\text{Dichtigkeitszunahme}}{\text{Ursprüngliche Dichtigkeit}}$$

$$\text{Zusammendrückbarkeit} = \frac{\text{Compression}}{\text{Druckzunahme}}$$

$$\text{Volumelasticität} = \frac{\text{Druckzunahme}}{\text{Compression.}}$$

Die Volumelasticität ist also das Umgekehrte der Zusammendrückbarkeit; eine Flüssigkeit besitzt eine um so grössere Elasticität, je kleiner ihre Zusammendrückbarkeit ist. Bei diesen Definitionen ist stillschweigend angenommen, dass die Temperatur der Flüssigkeit bei der Zusammendrückung constant gehalten wird. Will man dieses besonders hervorheben, so spricht man von der isothermen Zusammendrückbarkeit oder der isothermen Volumelasticität. Vgl. Art. 349.

193. Das Boyle-Mariotte'sche Gesetz ist in folgenden gleichbedeutenden Aussprüchen enthalten: Bei constanter Temperatur ist 1. das Volumen einer Gasmasse ihrem Druck umgekehrt proportional; 2. ihre Dichtigkeit ihrem Druck direkt proportional; 3. das Produkt aus ihrem Druck in ihr Volumen constant.

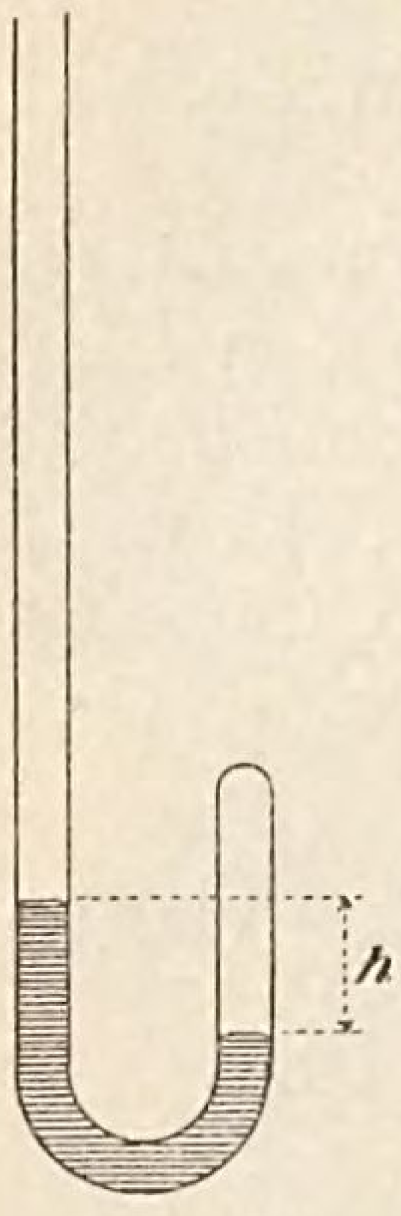


Fig. 88.

194. Versuche über das Boyle-Mariotte'sche Gesetz.

1. In ein U-förmig gebogenes Glasrohr (Fig. 88) mit einem langen offenen und einem kürzeren geschlossenen Schenkel giesst man durch jenen Quecksilber ein und sperrt dadurch im geschlossenen Schenkel ein bestimmtes Luftvolumen ab; dieses steht unter einem Druck gleich dem Barometerstand b vermehrt um die Quecksilbersäule h (Fig. 88), also unter einem Druck gleich einer Quecksilbersäule von der Höhe $b + h$. Füllt man alsdann in den offenen Schenkel Quecksilber ein, bis das Volumen der abgeschlossenen Luft auf die Hälfte verkleinert ist, so findet man den Druck $b + h$ doppelt so gross als zuvor.

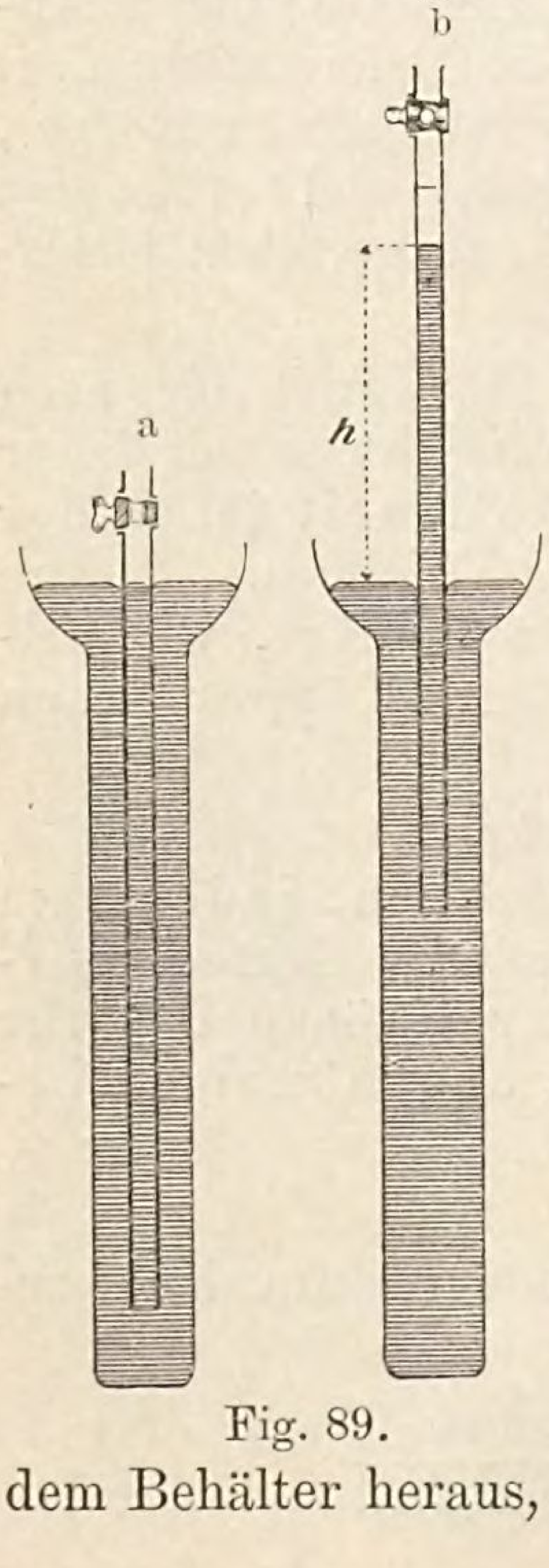


Fig. 89.

2. Um das Gesetz für Drucke, welche kleiner als der atmosphärische sind, zu bewahrheiten, taucht man (Fig. 89) ein dem Volumen nach von oben getheiltes, oben durch einen Hahn verschliessbares, unten offenes Glasrohr in einen etwas tiefen mit Quecksilber gefüllten Behälter. Man stellt bei offenem Hahn das innen und aussen gleich hoch stehende Quecksilber auf die Volummarke 1 ein (Fig. 89[a]) und schliesst den Hahn; dann befindet sich in dem Rohr eine Luftmasse, welche unter dem atmosphärischen Druck b das Volumen 1 einnimmt. Zieht man alsdann das Rohr aus dem Behälter heraus, bis das Quecksilber an der Volummarke 2 steht

(Fig. 89[b]), so findet man den Druck $b - h$, unter welchem die Luft jetzt steht $= b/2$.

195. Elasticität eines Gases. Drückt man Gas vom Druck p und einer Dichtigkeit, die $= 1$ gesetzt werde, auf die Hälfte des ursprünglichen Volumens zusammen, so wird die Dichtigkeit $= 2$, die Compression ist dabei (Art. 192) $= 1$, die Druckzunahme, wenn die Temperatur constant gehalten wird, $= p$. Die isotherme Elasticität eines Gases ist daher seinem Drucke gleich.

196. Abweichungen vom Boyle-Mariotte'schen Gesetz. Nach Versuchen von Regnault, Cailletet, Amagat u. A. ist das Boyle-Mariotte'sche Gesetz nicht genau richtig. Sauerstoff, Stickstoff, Luft sind unter gewöhnlichen Verhältnissen der Temperatur bei gewöhnlichem Druck mehr, von einem gewissen höheren, für die verschiedenen Gase verschiedenen Druck an weniger compressibel, als das Boyle-Mariotte'sche Gesetz es angiebt; nur der Wasserstoff widersteht bei allen Drucken der Compression in höherem Maasse, als jenes Gesetz es verlangt. Bei 13,1° wird Kohlendioxyd unter einem Druck von 48—49 Atmosphären tropfbar flüssig (Art. 396) und zeigt bei der Annäherung an diesen Druck eine sehr hohe Zusammendrückbarkeit; auch bei Atmosphärendruck ist die Abweichung von dem Gesetz in diesem Sinne hier verhältnissmässig gross. Aehnlich verhalten sich andere Gase unter entsprechenden Verhältnissen.

Unter gewöhnlichen Bedingungen des Drucks und der Temperatur kann das Boyle-Mariotte'sche Gesetz mit hinreichender Annäherung als gültig betrachtet werden.

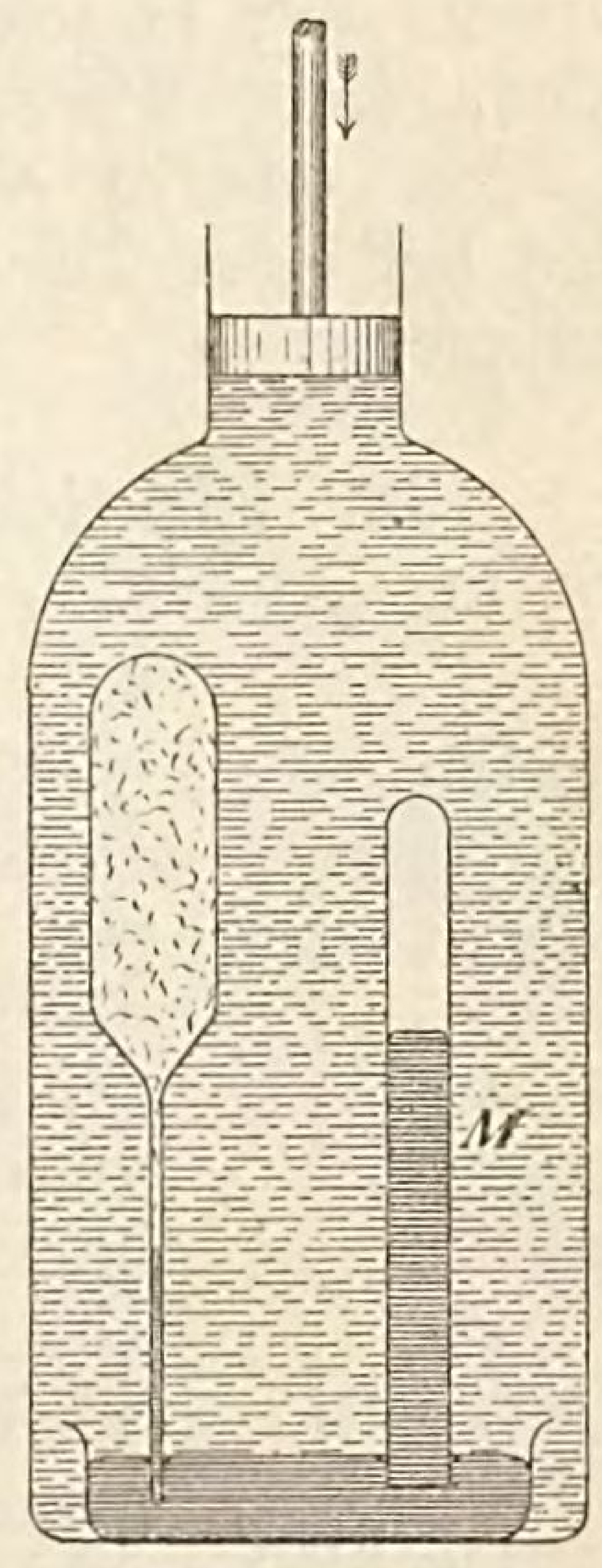


Fig. 90.

197. Elasticität der tropfbaren Flüssigkeiten. Die tropfbaren Flüssigkeiten sind unter gewöhnlichen Umständen sehr wenig zusammendrückbar; Wasser in einem Gefäss giebt dem Druck so wenig nach, dass es zunächst zweifelhaft ist, ob Zusammendrückung des Wassers oder Erweiterung des Gefässes die Ursache davon ist. Ein solcher Zweifel findet nicht statt, wenn man nach Oersted das Gefäss von innen und von aussen dem gleichen Druck aussetzt. Die zu untersuchende Flüssigkeit ist (Fig. 90) in einem birnförmigen Gefäss enthalten, welches nach unten zu in ein enges Rohr ausläuft; dieses taucht in Quecksilber, welches die Flüssigkeit absperrt. Das Ganze befindet sich in einem grösseren mit Wasser gefüllten Gefäss, in welchem man den Druck durch Einpumpen von Wasser mittelst einer Druckpumpe bis auf etwa 10 Atmosphären erhöht; der Druck pflanzt sich auf die in dem birnförmigen Gefäss enthaltene Flüssigkeit fort und man sieht das Quecksilber in dem engen Rohr steigen.

Dies rührt nun unzweifelhaft von einer Compression der Flüssig-

keit her; denn ein hydrostatischer Druck, welcher auf die innere und äussere Wand eines Gefässes in gleicher Stärke wirkt, verkleinert nothwendig dessen Rauminhalt. Man denke sich (Fig. 91) eine massive Glasmasse von aussen dem hydrostatischen Druck p ausgesetzt; dabei verkleinert sich das Volumen jedes Theils, also rückt bei der Zusammendrückung die den schraffirten Theil begränzende Oberfläche S nach innen vor. Dasselbe muss stattfinden, wenn man den schraffirten, inneren Theil der Glasmasse durch eine Flüssigkeit ersetzt und diese ebenfalls unter den Druck p gebracht denkt.

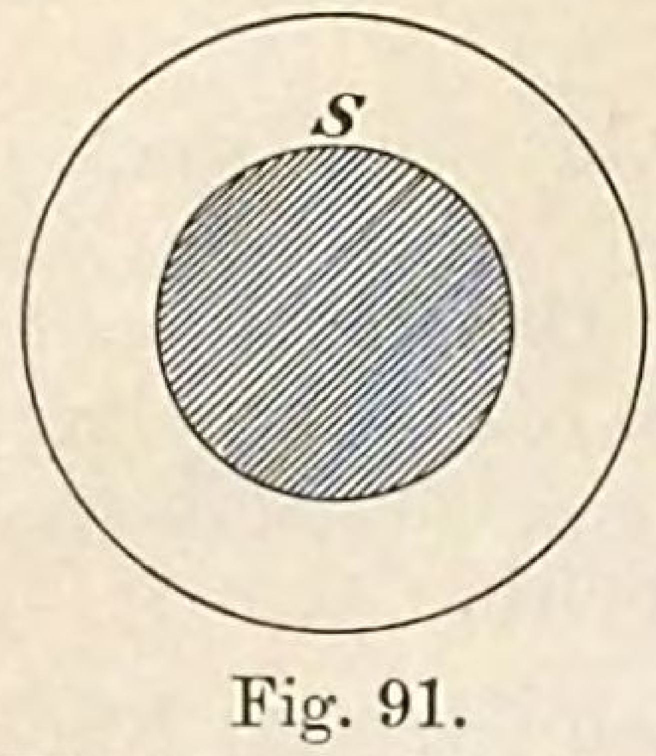


Fig. 91.

Die Zusammendrückung der Flüssigkeit erscheint also in dem Oersted'schen Apparat zu klein; um die wahre Zusammendrückung aus der scheinbaren zu erhalten, muss man zu dieser die Zusammendrückung des Gefässes hinzuzählen. Zur Messung des im Apparat herrschenden Drucks dient das mit Luft gefüllte, unten offene, in Quecksilber tauchende Manometer M; aus der Zusammendrückung der Luft wird nach dem Boyle-Mariotte'schen Gesetz, eventuell unter Rücksichtnahme auf Art. 196, der Druck berechnet.

Durch das beschriebene Oersted'sche Piezometer hat man die Zusammendrückbarkeit des Wassers bei 10° gleich 48/Million, die des Quecksilbers bei 0° gleich 3/Million gefunden, wobei Einheit des Drucks der Druck einer Atmosphäre ist (Art. 149). Der Rauminhalt einer Wassermasse, welche beim Druck einer Atmosphäre 1 Liter oder 1 Million Cubikmillimeter einnimmt, verkleinert sich also bei einer Druckzunahme von einer Atmosphäre um 48 Cubikmillimeter.

198. Elasticität fester Körper. Ein vertikaler Pfeiler, den wir uns gewichtlos vorstellen, werde im Vacuum durch ein Gewicht belastet (Fig. 91ª). Denkt man sich den Pfeiler durch einen horizontalen Schnitt S in zwei Theile A und B getheilt, so übt der untere B auf den oberen A eine vertikal aufwärts gerichtete Druckkraft aus, welche dem aufgelegten Gewicht gleichkommt. Dagegen ist der Druck auf die vertikalen Seitenflächen von aussen, folglich auch von innen gleich Null. Es werden also im Innern des Pfeilers Druckkräfte wohl in vertikaler, nicht aber in horizontaler Richtung ausgeübt. In der That ist in einem festen Körper der Druck im Allgemeinen nach verschiedenen Richtungen ein verschiedener; damit hängt zusammen, dass ein fester Körper auch Elasticität der Gestalt zeigt (Art. 190).

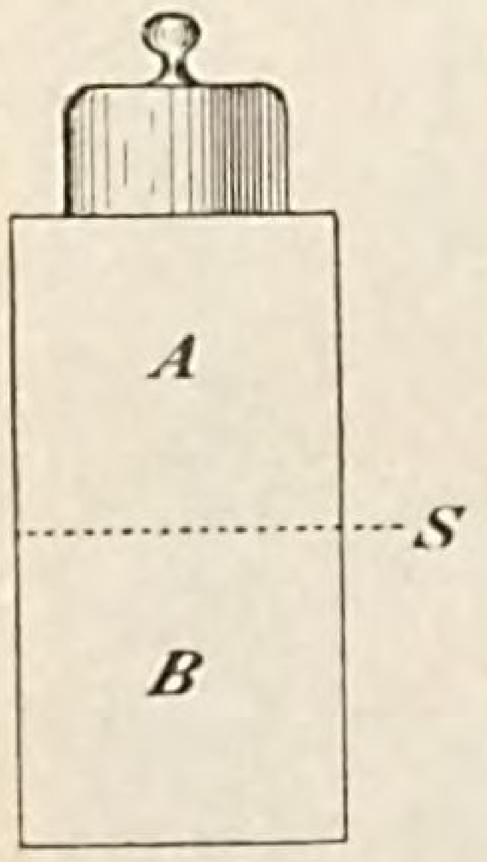


Fig. 91ª.

199. Isotroper und anisotroper Körper.

Def. Homogen heisst ein Körper, welcher sich an jeder Stelle gleich verhält.

Def. Isotrop oder anisotrop heisst ein homogener Körper, je

nachdem er sich nach verschiedenen Richtungen hin gleich oder verschieden verhält.

Wir betrachten im Folgenden einige der wichtigsten Formänderungen isotroper fester Körper.

200. Längsdilatation und Quercontraction. Ein vertikal hängender Draht erleidet, wenn er belastet wird, eine Ausdehnung in die Länge und eine Zusammenziehung in die Quere; letztere beobachtet man leicht an einem Kautschukrohr, dem man eine beträchtliche Dehnung ertheilt. Umgekehrt erleidet ein festes vertikales Prisma, wenn es belastet wird, eine Zusammendrückung in der vertikalen Längsrichtung und eine Ausdehnung in die Quere; beides wird an einem stark gedrückten Kautschukprisma leicht bemerkt.

201. Elasticitätscoefficient. Etwas näher betrachten wir den Fall des gedehnten Drahtes. Da an den Enden jeder Längeneinheit des Drahtes, welches auch seine Länge sei, gleiche und entgegengesetzte Zugkräfte gleich dem angehängten Gewicht wirken (Art. 13), so ist die Verlängerung der Längeneinheit, d. i.

$$\frac{\text{Verlängerung}}{\text{Ursprüngliche Länge}} = \text{Längsdilatation}$$

unabhängig von der Länge. Man vergleiche den analogen Fall einer gedehnten Spiralfeder.

Seien zwei gleiche neben einander hängende Drähte von 1 qmm Querschnitt mit je n kg-Gewicht belastet; sie erfahren dann die gleiche Verlängerung und diese wird ungeändert bleiben, wenn die Drähte zu einem mit $2n$ kg-Gewicht belasteten Draht vereinigt werden. Unter dem Zug versteht man die auf die Einheit des Querschnitts fallende Zugkraft, also

$$\frac{\text{Zugkraft}}{\text{Querschnitt}} = \text{Zug.} = \left(\frac{\text{Gewicht}}{\text{Querschnitt}}\right)$$

Nach dem Gesagten ändert die Längsdilatation sich nicht, solange der Zug ungeändert bleibt; sie hängt daher, solange Drähte von demselben Material in Betracht gezogen werden, nur von dem Zuge ab und das Experiment zeigt, dass sie, wenn klein, dem Zuge proportional ist (Hooke'sches Gesetz). Man kann daher schreiben:

$$\text{Längsdilatation} = \text{Zug} \cdot \frac{1}{E} \cdot \cdot \cdot \cdot \qquad (35)$$

Der nur von dem Material abhängige Quotient Zug/Längsdilatation $= E$ heisst Elasticitätscoefficient.

Die folgende Tabelle enthält die Elasticitätscoefficienten einiger Metalle in kg-Gewicht aufs qmm nach Angaben von Rankine.

	Elasticitätscoefficient.	Festigkeit.
Stahlstab	25 000	81
Eisendraht	17 800	60
Kupferdraht	11 900	42
Messingdraht	10 000	35

Belastet man also einen Stahldraht von 1 qmm Querschnitt mit 25 kg-Gewicht, so ist die Längsdilatation $^1/_{1000}$; ist der unbelastete Stahldraht 1 m lang, so beträgt seine Verlängerung 1 mm. Die in der 3. Kolumne verzeichnete Festigkeit ist der kleinste Zug, durch welchen ein Draht zerrissen wird; dies tritt bei einem Stahldraht von 1 qmm Querschnitt ein, wenn die Belastung den Werth von 81 kg-Gewicht erreicht.

202. Das Verhältniss $\frac{\text{Quercontraktion}}{\text{Längsdilatation}} = \mu$. Unter der Quercontraktion versteht man die Verkürzung einer Querlinie dividirt durch deren ursprüngliche Länge. Das Verhältniss μ = Quercontraktion/Längsdilatation muss experimentell bestimmt werden und liegt für die verschiedenen Substanzen zwischen 0 und $^1/_2$. Sehr klein ist es für Kork, ungefähr $^1/_4$ für Glas, nahezu $^1/_2$ für Kautschuk und gequollenen Leim. Kennt man für ein isotropes festes Material E und μ, so lehrt die Elasticitätstheorie alle Formänderungen berechnen, welche durch irgend welche Kräfte hervorgebracht werden.

203. Cubische Dilatation oder Compression bei einseitigem Zug oder Druck. Ein Stab, dessen Länge l und dessen Querschnitt ein Quadrat von der Seite b ist, werde in der Längsrichtung gedehnt. Sein Volumen, das ursprünglich $l \cdot b^2$ war, wird dadurch $l\,(1+\lambda)\cdot\{b\,(1-\beta)\}^2$, wenn λ die Längsdilatation, $\beta = \mu\,.\,\lambda$ die Quercontraktion vorstellt. Bei den wichtigsten Materialien, wie Metall, Holz, Glas, sind λ und β sehr kleine Brüche, deren Quadrate und Produkte im Verhältniss zu den Brüchen λ und β selbst nicht in Betracht kommen und daher weggelassen werden können. Damit ergiebt sich das Volumen nach der Dehnung $= l \cdot b^2\,\{1+\lambda\,(1-2\mu)\}$. Unter der cubischen Dilatation versteht man die Ausdehnung der Volumeneinheit, d. i. Volumzunahme/ursprüngliches Volumen; sie ist bei einseitigem Zug nach dem Obigen gleich $\lambda\,(1-2\mu)$, am grössten für $\mu = o$, am kleinsten, nämlich o, für den Gränzwerth $\mu = {}^1/_2$. Ist Z der Zug, so ist $\lambda = Z/E$, die cubische Dilatation also

$$\frac{Z}{E}(1-2\mu).$$

Die cubische Compression bei einseitigem Druck D findet man ebenso gleich

$$\frac{D}{E}(1-2\mu).$$

204. Cubische Dilatation oder Compression bei allseitigem Zug oder Druck. Wird ein Würfel von allen Seiten einem Druck von D kg-Gewicht auf's qmm ausgesetzt, so summiren sich die drei kleinen cubischen Compressionen, welche von den in drei zu einander rechtwinkligen Richtungen ausgeübten Drucken herrühren, und die cubische Compression bei allseitigem Druck wird

$$\frac{D}{E}\cdot 3(1-2\mu),$$

die Zusammendrückbarkeit (Art. 192)

$$\frac{3(1-2\mu)}{E}.$$

205. Biegung. Ein Stab von rechteckigem Querschnitt werde auf zwei feste Lager aufgelegt und in der Mitte durch P kg-Gewicht belastet. Für die Senkung s der Mitte, den sogenannten Pfeil der Biegung, liefert die Elasticitätstheorie den Werth

$$s = \frac{1}{4}\frac{P}{E}\cdot\frac{l^3}{a^3 b}\cdots\quad(36)$$

wo l die Länge des Stabes, b seine Breite, a seine Dicke, d. i. die Querdimension vorstellt, nach welcher das Gewicht wirkt. Sofern der Elasticitätscoefficient E in kg-Gewicht auf's qmm ausgedrückt ist, müssen l, a, b in mm ausgedrückt werden.

206. Torsion. Ein Draht werde am einen Ende festgeklemmt, der andere Endquerschnitt werde um die Drahtaxe gedreht. Die Drehung, welche dabei die einzelnen Drahtquerschnitte ausführen, kann man an Papierstreifen beobachten, welche man in gleichen Abständen längs des Drahtes an diesem befestigt, so dass sie vor der Drehung alle in einer Ebene liegen. Man findet dabei, dass die Drehung eines Querschnittes mit seiner Entfernung vom festgehaltenen Ende wächst und zwar dieser Entfernung proportional ist.

Die beschriebene Formänderung heisst Torsion, der Winkel, um den der eine Endquerschnitt gegen den anderen verdreht ist, der Torsionswinkel. Bei der Torsion erleidet zwar der Draht als Ganzes betrachtet keine Formänderung, wohl aber erleiden eine solche die Theile des Drahtes. Man betrachte ein Theilchen, das vor der Torsion (Fig. 92[a]) ein sehr kleines ausserhalb der Drahtaxe liegendes rechtwinkliges Parallelepiped ist; die Höhenrichtung $a\ d$ desselben laufe der Drahtaxe parallel, die in a endigende, in der Figur nach hinten laufende Kante der Grundfläche möge radial gerichtet sein, d. h. verlängert die Drahtaxe treffen; wegen der Kleinheit des Parallelepipeds wird für die in b endigende parallele Kante sehr nahe das Gleiche gelten.

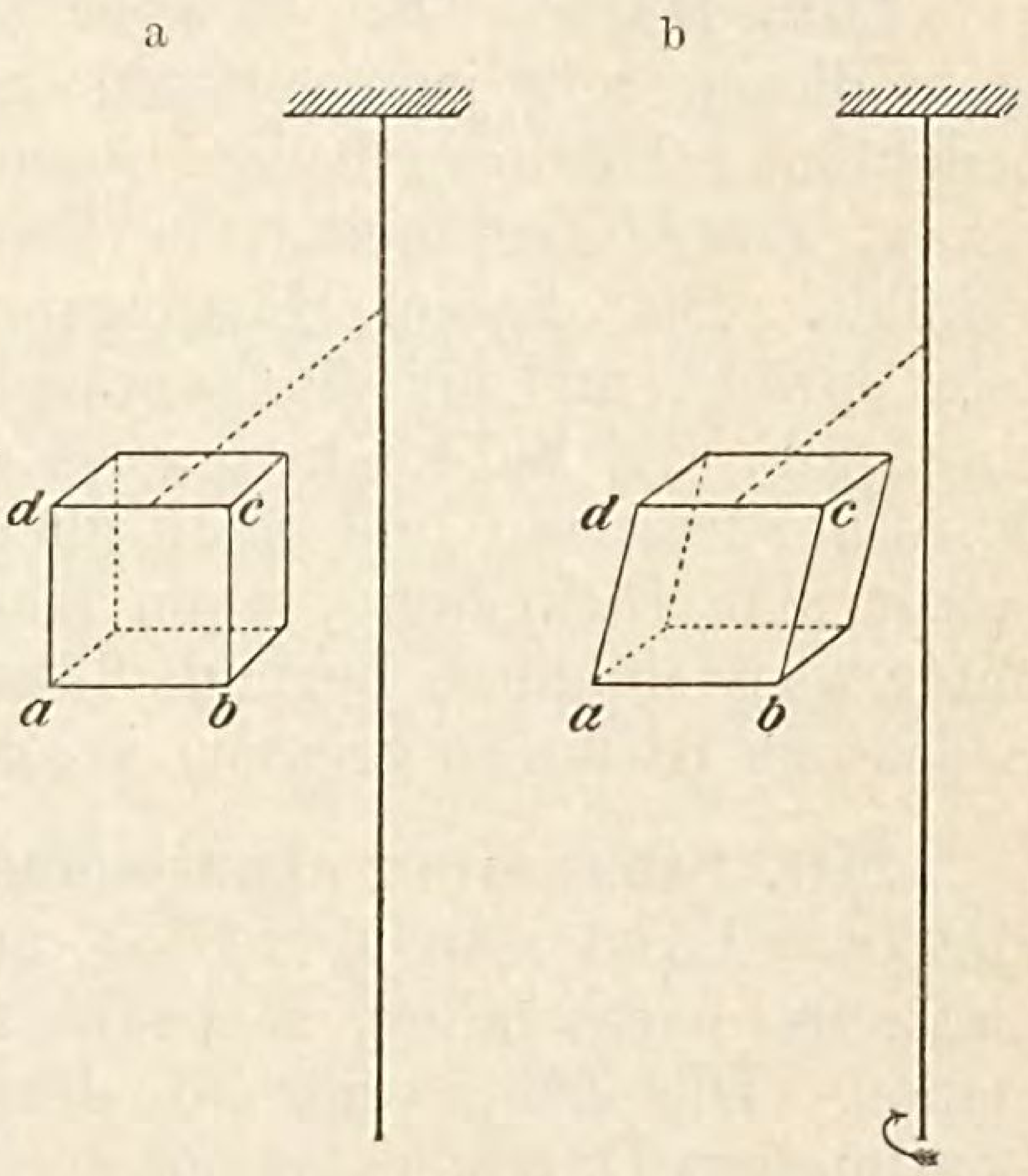


Fig. 92.

Dieses vor der Torsion rechtwinklige Parallelepiped ist durch die Torsion in ein schiefwinkliges verwandelt worden (Fig. 92[b]); es hat, wie man sagt, eine Schiebung erlitten, wobei die eine Diagonale $a\ c$ der vorderen Seitenfläche sich verlängert, die andere $b\ d$ sich um ebensoviel verkürzt hat, das Volumen des Parallelepipeds aber ungeändert geblieben ist. Schiebung und Torsion sind also Formänderungen, bei welchen das Volumen ungeändert bleibt.

Wird die Torsion durch eine im freien Endquerschnitt senkrecht zur Drahtaxe wirkende Kraft hervorgebracht, deren Drehungsmoment in Bezug auf die Drahtaxe M ist, dann liefert die Elasticitätstheorie für den Torsionswinkel φ den Werth

$$\varphi = \frac{2}{\pi} \frac{M \cdot l}{r^4} \cdot \frac{2(1+\mu)}{E} \ldots \quad (37)$$

wenn l die Länge, r den Halbmesser des Drahtes vorstellt.

207. Elastische Nachwirkung. Belastet man einen Draht oder Stab durch ein Gewicht, so nimmt die Verlängerung noch geraume Zeit nach Herstellung der Belastung etwas zu; entfernt man das Gewicht, so wird die Verlängerung vollständig erst geraume Zeit später rückgängig. Dieses Phänomen, welches zuerst von W. Weber an Seidenfäden studirt wurde, heisst die elastische Nachwirkung. Auch bei der Biegung und Torsion wird Nachwirkung beobachtet. Stahl und Glas zeigen verhältnissmässig bedeutende Nachwirkung, sehr grosse das Kautschuk.

208. Dehnbarer und spröder Körper. Bleibt nach Entfernung der gestaltsändernden Kräfte eine dauernde oder permanente Gestaltsänderung zurück, so sagt man, die Elasticitätsgränze sei überschritten. Ein Körper heisst dehnbar oder spröde, je nachdem er erst bei grosser oder schon bei sehr kleiner Ueberschreitung der Elasticitätsgränze in Stücke geht. Blei ist dehnbar, Glas spröde.

209. Härte. Ein Körper heisst härter als ein anderer, wenn man diesen mit jenem ritzen kann. Man kann dem Stahl eine bedeutende Härte ertheilen, wenn man ihn zum Glühen erhitzt und darauf durch Eintauchen in kaltes Wasser oder Oel sehr schnell abkühlt. Bei diesem Härtungsprocess wird der Stahl gleichzeitig sehr spröde, und für die Verwendung zu Instrumenten ist die Härte eine gute, die Sprödigkeit aber eine schlechte Eigenschaft. Einen Theil der letzteren und damit allerdings auch einen Theil der ersteren macht man rückgängig, wenn man den Stahl anlässt, d. h. auf eine unter der Glühhitze liegende Temperatur erwärmt; die Wirkung des Anlassens ist um so grösser, je stärker dabei der Stahl erhitzt wurde.

210. Stoss einer elastischen Kugel auf eine feste elastische Platte. Lässt man eine Glas- oder Elfenbein-Kugel auf eine Glasplatte frei herab fallen, so prallt sie von dieser ab und springt wieder empor. Die Zeit, während deren dabei eine Kugel von einigen Centimetern Durchmesser mit der Unterlage in Berührung ist, hat die Grössenordnung des zehntausendsten Theils der Sekunde, ist äusserst klein; die Wirkung der Unterlage auf die Kugel ist daher als Stoss zu bezeichnen (Art. 73).

Hat die Kugel die Unterlage mit der Geschwindigkeit v getroffen, so bewegt sie sich zunächst nach dem ersten Bewegungsgesetz weiter abwärts, wie die Feile in dem Versuch des Art. 11; dabei erfolgt eine Zusammendrückung des Materials um die Berührungsstelle herum, an welcher die Kugel eine Abplattung erfährt. Der Druck der Unterlage

wirkt aufwärts auf die Kugel, also der Richtung ihrer Bewegung entgegen. Ist durch diese Kraft die abwärts gerichtete Geschwindigkeit Null geworden, d. h. hat die Unterlage der Kugel die aufwärts gerichtete Geschwindigkeit v ertheilt und dadurch die abwärts gerichtete Geschwindigkeit v vernichtet, so beginnt die zweite Periode des Stosses. In ihr wird durch die Elasticität die Abplattung der Kugel rückgängig gemacht, wobei die Unterlage, fortwährend aufwärts auf die Kugel drückend, dieser eine aufwärts gerichtete Geschwindigkeit ertheilt, vermöge deren sie wieder emporspringt. Würde die zweite Periode des Stosses der ersten völlig congruent verlaufen, würde insbesondere auf die Kugel bei gleicher Gestalt derselben in beiden Perioden dieselbe Kraft wirken, so würde in der zweiten Periode die Kugel aufs Neue die aufwärts gerichtete Geschwindigkeit v empfangen und vom Luftwiderstand abgesehen bis zu der Höhe ansteigen, von welcher sie herabfiel. In Wirklichkeit verlässt die Kugel die Unterlage mit einer Geschwindigkeit, die kleiner ist, als v.

Dass in der That beim Stoss eine Abplattung der Kugel stattfindet, zeigt man, indem man sie auf eine berusste Unterlage (Glasplatte) fallen lässt. An der Stelle, an welcher der Stoss erfolgt, findet sich dann nach demselben ein kleiner schwarzer Kreis auf der Kugel, auf einem entsprechenden Kreise ist der Russ von der Unterlage weggenommen.

Wird die Platte in einer schiefen Richtung von der Kugel getroffen, so lässt der Stoss die in der Ebene der Platte liegende Componente der Geschwindigkeit ungeändert, kehrt aber die Richtung der zur Platte normalen Componente um. Lässt er diese Componente der Grösse nach ungeändert, so springt die Kugel von der Platte unter demselben Winkel ab, unter welchem sie auftraf.

211. Centraler Stoss zweier elastischer Kugeln. Die Mittelpunkte der Kugeln mögen sich auf derselben Graden bewegen, z. B. (Fig. 93) in derselben Richtung. Damit die Kugeln sich treffen, muss die Geschwindigkeit v_1 der hinteren, grösser als die v_2 der vorderen sein. Während der ersten Periode des Stosses werden die Kugeln um die Berührungsstelle herum abgeplattet und gleichen sich die Geschwindigkeiten zu einer gemeinschaftlichen c aus. Da die Kugeln auf einander gleiche Kräfte von entgegengesetzter Richtung ausüben (Art. 16), so ist (Art. 72) der Zuwachs an Bewegungsgrösse für die eine gleich der Abnahme der Bewegungsgrösse für die andere; die Summe der Bewegungsgrössen der Kugeln bleibt die gleiche, also

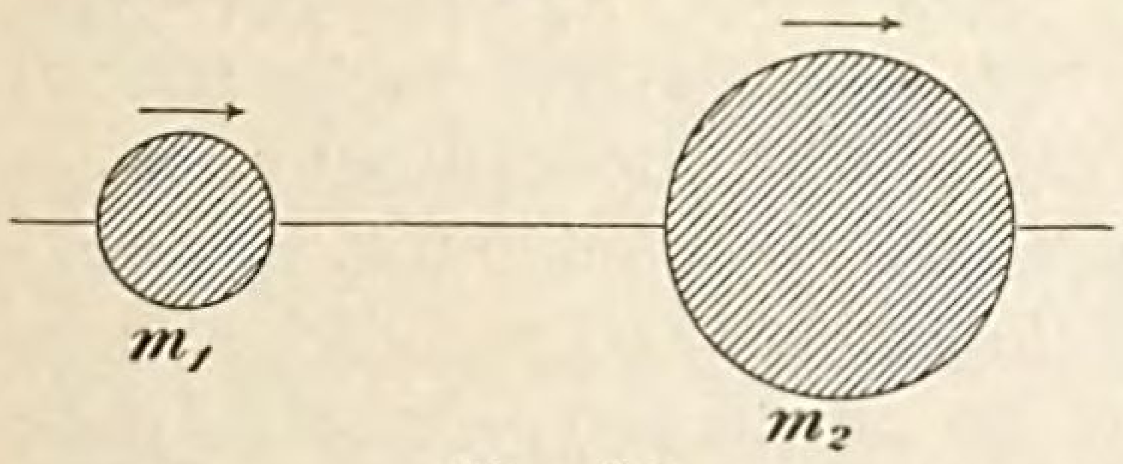


Fig. 93.

$$(m_1 + m_2) \cdot c = m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 \tag{38}$$

woraus c berechnet werden kann.

Die vordere Kugel hat dabei den Geschwindigkeitszuwachs $c - v_2$ erfahren; verläuft, wie wir annehmen wollen, die zweite Periode des Stosses, bei welcher die Abplattungen rückgängig werden, völlig

congruent der ersten, so empfängt diese Kugel in der zweiten Periode noch einmal den Geschwindigkeitszuwachs $c - v_2$ und ihre Geschwindigkeit nach dem Stoss, v'_2, wird

$$\left.\begin{array}{ll} & v'_2 = v_2 + 2(c - v_2) = 2c - v_2 \\ \text{Ebenso} & v'_1 = \qquad\qquad\qquad 2c - v_1 \end{array}\right\} \dots \quad (39$$

Sind die Massen der Kugeln gleich ($m_1 = m_2$), so ist nach (38)

$$c = \frac{v_1 + v_2}{2}$$

und nach (39) $v'_2 = v_1$ $v'_1 = v_2$: die Kugeln vertauschen dann ihre Geschwindigkeiten. Trifft also eine Kugel eine ihr gleiche ruhende, so kommt jene zur Ruhe, während diese mit der Geschwindigkeit jener fort fliegt. Um dies zu zeigen, hängt man zwei gleiche Elfenbeinkugeln 1 und 2 neben einander auf, so dass sie sich gerade berühren, hebt die Kugel 1 wie ein Pendel auf und lässt sie gegen die andere 2 fallen; dann kommt 1 nahe zur Ruhe, während 2 nahe bis zu der Höhe aufsteigt, von welcher 1 herabfiel; genau ist dies nicht der Fall, da die oben gemachte Annahme nicht genau zutrifft.

212. Die kinetische Theorie der Gase. Man hat versucht, die Eigenschaft der Elasticität aus hypothetischen Annahmen über die Konstitution der Materie abzuleiten. Von derartigen Hypothesen ist erfolgreich gewesen eine über die Konstitution der Gase, die sogenannte kinetische Theorie der Gase. Ein Gas besteht nach dieser Hypothese aus gleichen von einander getrennten Theilchen, sogenannten Molekeln, und zwar muss man sich in 1 ccm Luft unter den Normalverhältnissen des Drucks und der Temperatur die ungeheure Zahl von 5000 Mill. × Mill. × Mill. Theilchen vorstellen. Die Molekeln sind in lebhafter Bewegung, aber keine Bewegungsrichtung ist vor der anderen bevorzugt, man muss sich also vorstellen, dass von den in 1 cmm enthaltenen Theilchen nach einer Richtung durchschnittlich dieselbe Zahl von Molekeln sich bewegt, als nach irgend einer andern; daher erscheint das Gas trotz dieser Bewegungen als ein ruhendes. Der Raum, den die Molekeln selbst einnehmen, ist verschwindend klein gegen den Raum, welchen das Gas erfüllt: alle in einem Zimmer befindlichen Luftmolekeln, so zusammengebracht, dass sie sich berühren, erfüllen einen Raum, der verschwindend klein gegen den Raum des Zimmers ist. Kräfte üben die Molekeln nur bei unmittelbarer Berührung auf einander aus, bewegen sich folglich, von äusseren Kräften abgesehen, gradlinig (Art. 11), bis sie an andere oder an eine Wand stossen; dann aber prallen sie ab, wie elastische Kugeln von einander oder von elastischen Wänden.

Diese Hypothese macht es zunächst verständlich, dass ein Gas jeden ihm dargebotenen Raum ausfüllt. Der Druck des Gases auf eine Gefässwand rührt nach ihr von den Stössen der Molekeln gegen die Wand her.

Das Gas möge den Raum eines Würfels von der Seite 1 cm einnehmen. N sei die Zahl der Molekeln im ccm, wir nehmen vereinfachend an, dass zwischen je zwei gegenüberliegenden Wänden

$^1/_3\,N$ Molekeln in Richtungen senkrecht zu diesen Wänden hin und her fliegen, legen allen Molekeln dieselbe Geschwindigkeit u bei und sehen von den Zusammenstössen derselben unter einander ab. Eine Wand, die eine Molekel zurückwirft, ertheilt dieser die Bewegungsgrösse $2mu$ (Art. 210), dieselbe Bewegungsgrösse von entgegengesetzter Richtung würde die Molekel der Wand ertheilen, wenn diese frei beweglich wäre. Eine Molekel fliegt $u/2$ mal in der Sekunde zwischen den zwei Wänden hin und her und $^1/_3\,N$ derartiger Molekeln sind vorhanden. Daraus ergiebt sich, dass eine frei bewegliche Wand durch die Stösse der Molekeln in der Sekunde die Bewegungsgrösse

$$2mu \cdot \frac{u}{2} \cdot \frac{1}{3} N = \frac{1}{3} m N u^2$$

empfangen würde; dies ist also nach Art. 72 die Kraft, welche durch die Stösse auf die Wand ausgeübt wird oder, da die Wand 1 qcm Fläche besitzt, der von ihnen herrührende hydrostatische Druck p

$$p = {}^1/_3\,N \,.\, m u^2 \,.\,.\,.\,. \qquad (40)$$

Nimmt man an, dass bei constanter Temperatur die Molekulargeschwindigkeit ungeändert bleibt, so ist bei constanter Temperatur der Druck des Gases der Zahl N der Molekeln in der Raumeinheit, d. i. der Dichte des Gases proportional, wie es das Boyle-Mariotte'sche Gesetz verlangt.

Die Abweichungen von diesem Gesetz rühren daher, dass die gemachten Voraussetzungen nicht genau zutreffen; die schwachen, noch vorhandenen anziehenden Kräfte unterstützen die Compression, wirken also dahin, das Gas mehr compressibel zu machen, als es das genannte Gesetz verlangt; in entgegengesetztem Sinn wirkt der Umstand, dass der von den Molekeln eingenommene Raum doch nicht ganz gegen den vom Gase eingenommenen verschwindet. Bei gewöhnlichem Druck überwiegt in der Regel der erste Faktor, nur beim Wasserstoff der zweite (Art. 196).

Eine Hypothese, wie die geschilderte kinetische Theorie der Gase, kann nützlich sein, indem sie die Eigenschaften der Körper verständlich macht und zur Entdeckung neuer Thatsachen führt. Werden ihre Consequenzen mit der Erfahrung im Einklang gefunden, so ist sie als zulässig, keineswegs aber als in der Natur wirklich zutreffend erwiesen.

Den tropfbaren und festen Aggregatzustand erklärt man dadurch, dass hier bei der grösseren Nähe der Molekeln die Wirkung der anziehenden Kräfte zwischen ihnen mehr hervortritt; doch ist die Hypothese besonders für die festen Körper noch wenig durchgearbeitet.

213. Die Molekularkräfte und die molekularen Bewegungen. Unter den gemachten Annahmen sind zwei nicht hypothetisch, sondern erfahrungsmässig begründet. Erstens die Behauptung, dass die Theilchen eines scheinbar ruhenden Körpers in Bewegung sind; dies folgt aus Thatsachen, welche die Wärme betreffen (Art. 339). Zweitens die Behauptung, dass zwischen den Theilchen der Körper anziehende Kräfte, sogenannte Molekularkräfte, wirken. Wären diese

Kräfte nicht vorhanden, so würde ein in der Hand gehaltener fester Körper durch die Wirkung der Schwerkraft in Stücke gehen. Zieht man einen in Wasser tauchenden Glasstab aus dem Wasser heraus, so bleibt ein Tropfen an dem Glase hängen; würde das Glas nicht das Wasser anziehen, so würde die Schwerkraft den Tropfen vom Glase abreissen. Nähert man den Glasstab der Wasseroberfläche, so bemerkt man nichts von der Anziehung, so lange noch ein wahrnehmbarer Zwischenraum zwischen Glas und Wasser vorhanden ist; die Molekularkräfte wirken also nur in äusserst kleiner, vielleicht unmessbarer Entfernung. Daraus ist endlich ersichtlich, dass die vom Glase in merklicher Entfernung befindlichen Theilchen eines am Glase hängenden Tropfens nicht durch die Anziehung des Glases auf das Wasser, sondern nur durch die Anziehung von Wasser auf Wasser getragen werden. Man nennt die molekulare Anziehung, welche Wasser auf Wasser ausübt, eine Cohäsionskraft, die, welche Glas auf Wasser ausübt, eine Adhäsionskraft.

Aus der kinetischen Theorie der Gase ist ersichtlich, dass man die Elasticität als eine Folge der molekularen Kräfte und der molekularen Bewegungen zu betrachten hat; das gleiche gilt von den nunmehr zu behandelnden Erscheinungen der Viskosität, Oberflächenspannung, Diffusion und Absorption.

Cap. 2. Viskosität.

214. Viskosität oder innere Reibung der Flüssigkeiten. Eine horizontale Glasscheibe, Fig. 94, taucht, an einem Draht aufgehängt, mehrere Centimeter tief in Glycerin ein. Dreht man das obere Drahtende um die Drahtaxe, so wird auch die Scheibe durch die Torsionskraft in Umdrehung versetzt, und man bemerkt an der Bewegung der Korkstückchen *K*, dass die Bewegung sich auf die freie Oberfläche fortpflanzt. Der Versuch zeigt, dass die der Scheibe anliegende Flüssigkeitsschicht von jener mitgenommen wird; weiter, dass eine Flüssigkeitsschicht, an einer benachbarten hingleitend, diese mitnimmt, also auf sie einen Zug ausübt, welcher die Richtung der Bewegung hat, nicht senkrecht zu der angegriffenen Fläche, sondern, wie bei der Reibung fester Körper, in ihr liegt. Die Ursache dieses Zuges nennt man die innere Reibung oder Viskosität der Flüssigkeit. Die Flüssigkeiten der Natur besitzen alle Viskosität, sind daher keine vollkommenen Flüssigkeiten (Art. 122 und 125). Auch die Luft zeigt innere Reibung. Auf die vertikale Axe der Schwungmaschine (Art. 103) setze man eine horizontale Metallscheibe und hänge über sie parallel mit ihr in 1 cm Entfernung eine Glasscheibe an einem dünnen Faden auf. Versetzt man die Metallscheibe in etwas lebhafte Umdrehung, so fängt bald auch die Glasscheibe, durch innere Reibung der Luft mitgenommen, an, sich mitzudrehen.

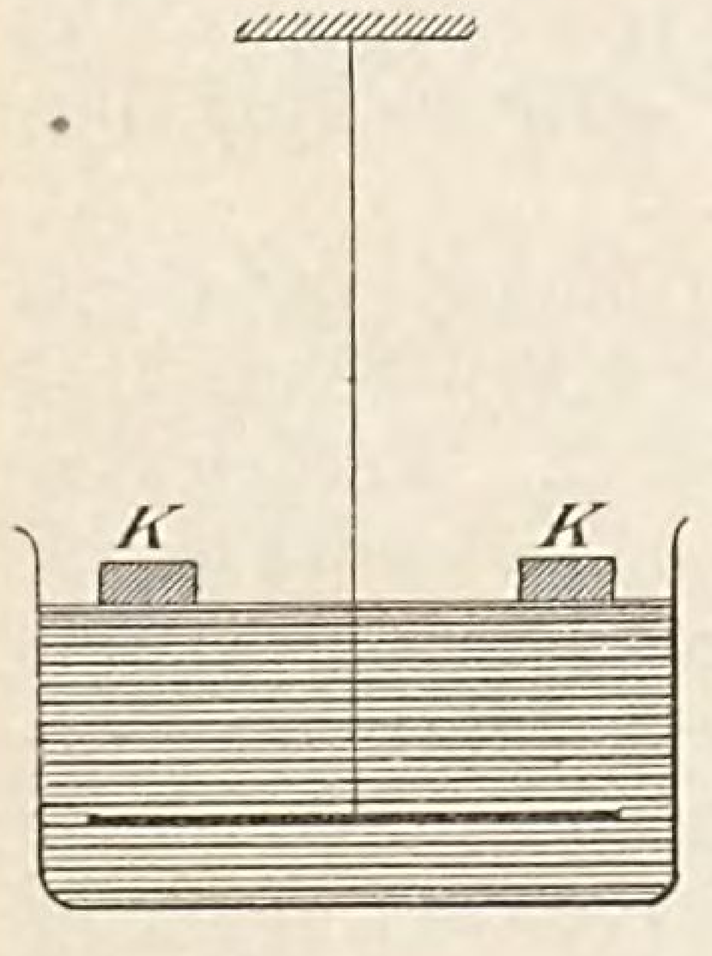


Fig. 94.

Die Grösse der inneren Reibung ist für die verschiedenen Flüssigkeiten bei gleichen Bewegungsverhältnissen von sehr verschiedener Grösse. Bei gewöhnlicher Temperatur ist sie, für Wasser = 1 gesetzt, für Luft 0,018, für Olivenöl ungefähr 87, für Glycerin ungefähr 300.

215. Das Poiseuille'sche Gesetz. Von der inneren Reibung hängt auch die Geschwindigkeit ab, mit welcher eine Flüssigkeit unter Druck durch ein enges Rohr, ein sogenanntes Capillarrohr fliesst. Die der Röhrenwand anliegende Schicht bleibt dabei in Ruhe, die Geschwindigkeit nimmt gegen die Axe hin zu. In Folge dieser Bewegungen zerfällt die Flüssigkeitsmasse in dem Rohr in concentrische Hohlcylinder, welche unter Reibung über einander hingleiten. Dass die Bewegung in der beschriebenen Weise vor sich geht, bemerkt man, wenn man in ein Rohr wie Fig. 95[a] erst gelbes, dann durch Alkannawurzel roth gefärbtes Oel giesst, wobei anfänglich die verschieden gefärbten Oelmassen in einem Querschnitt Q aneinanderstossen. Fliesst die Flüssigkeit unter schwachem Druck aus, so sieht man, wie das rothe Oel in zugespitztem Strahl (Fig. 95[b]) in das gelbe einschiesst. Das die Ausflussgeschwindigkeit bestimmende Gesetz wurde von Poiseuille, einem französischen Arzte, durch Versuche ermittelt, später von Andern theoretisch begründet. Es ist

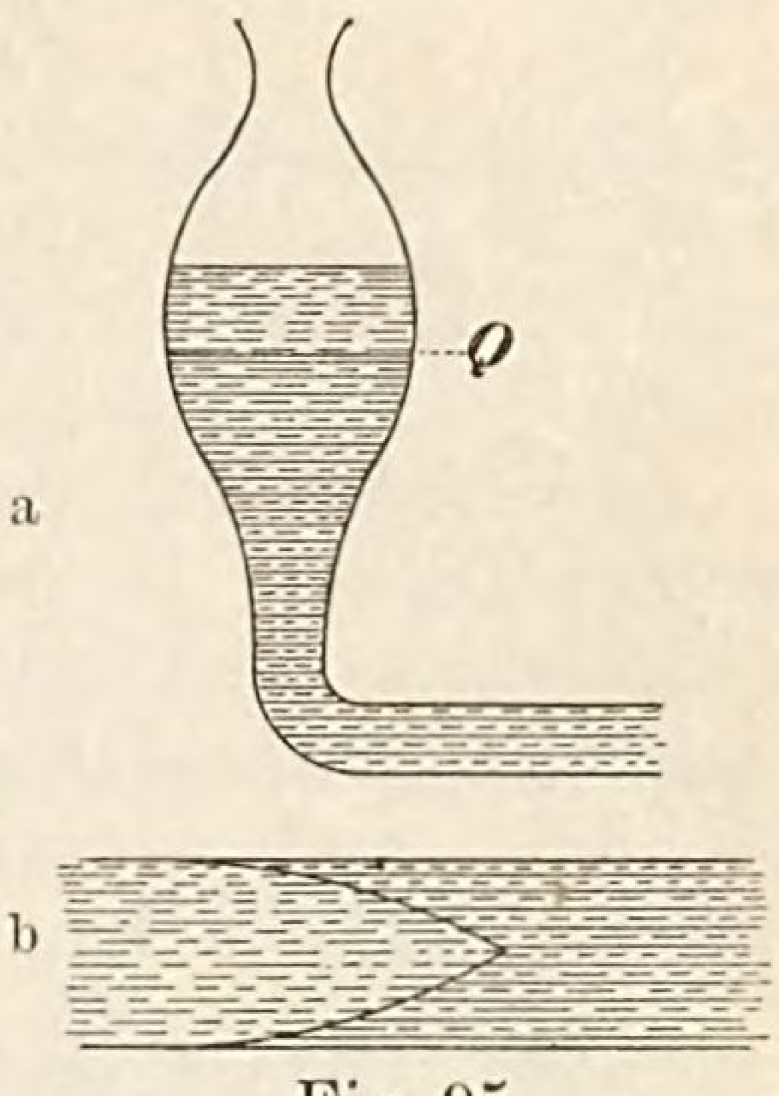


Fig. 95.

$$V = \frac{\pi}{8} \cdot \frac{p \cdot R^4}{l \cdot \mu} \cdot t \tag{41}$$

wo V das in der Zeit t ausfliessende Flüssigkeitsvolumen, p die Druckdifferenz an den Enden des Rohres in Dynen aufs Quadratcentimeter, l und R Länge und Halbmesser des Rohres in Centimetern und μ den Reibungscoefficienten der Flüssigkeit vorstellt. Derselbe hat folgende Bedeutung: die Flüssigkeit, welche man sich in unbegränzter Ausdehnung vorhanden denke, bewege sich in horizontaler Richtung, so dass die Geschwindigkeit per cm Aufstieg um 1 cm in der Sekunde gleichmässig zunimmt; dann ist μ die auf eine horizontale Ebene wirkende Reibung in Dynen aufs qcm. Für Wasser von 15° ist nach O. E. Meyer $\mu = 0{,}0115$. Das Poiseuille'sche Gesetz ist für die Circulation des Blutes in den Capillaren des Körpers von Bedeutung.

Cap. 3. Oberflächenspannung.

216. Spannung flüssiger Lamellen.

1. Versuch. An dem zweimal rechtwinklig umgebogenen dünnen Eisendraht $DABC$, Fig. 96, kann der horizontale Draht CD mit Führung gleiten. Bringt man CD nahe an AB heran, etwas Seifenwasser zwischen AB und CD und entfernt alsdann CD von AB, dann bildet sich zwischen diesen beiden Drähten eine ebene Seifenwasserlamelle. Diese zieht sich nun sofort zusammen, wenn man

CD loslässt, dabei *CD* und ein kleines angehängtes Gewicht *P* hebend (Quincke).

2. Versuch. An ein etwas weites Glasrohr blase man eine Seifenblase an. Giebt man die Röhrenmündung frei, so zieht die Blase sich sofort zusammen, dabei aus dem Glasrohr einen Luftstrom herausblasend, welcher eine Kerze auslöschen kann.

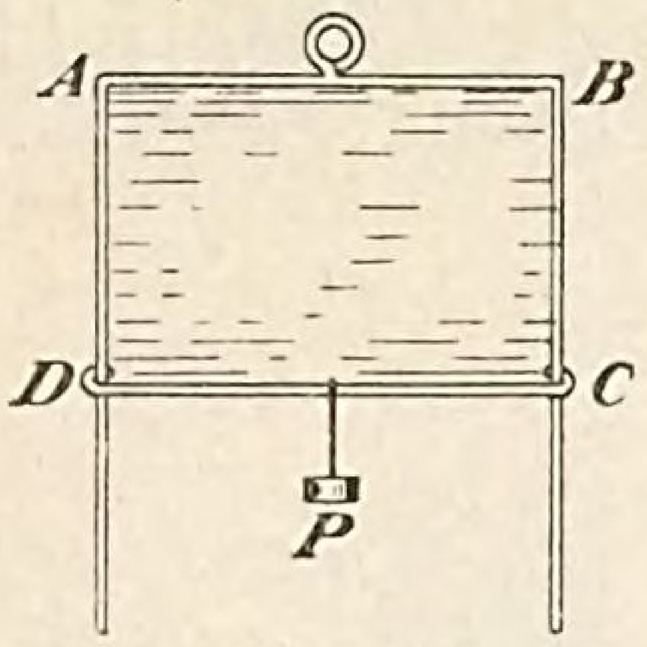


Fig. 96.

Nach diesen und anderen Versuchen ähnelt ein dünnes Flüssigkeitshäutchen einer gespannten Kautschukmembran insofern, als es sich zusammenzuziehen sucht, sich also in einem Zustande der Spannung befindet. Doch ändert sich in dem ersten der beschriebenen Versuche das grösste Gewicht, welches zu heben die Lamelle im Stande ist, nicht, wenn man diese weiter auszieht; die Spannung des Flüssigkeitshäutchens ist also unabhängig von seiner Dicke. In der That hat die Spannung ihren Sitz in einer Schicht an der Oberfläche, welche noch viel dünner ist, als die dünne Lamelle; auf beiden Seiten dieser befindet sich eine derartige gespannte Schicht, und so lange diese beiden Schichten nicht in einandergreifen, ist kein Grund zur Aenderung der Lamellenspannung gegeben.

217. Die Constante der Oberflächenspannung. Die in der Oberfläche einer Flüssigkeit wirkende Spannung nennt man Oberflächenspannung. Um sie auf ein bestimmtes Maass zurückzuführen, denken wir uns in dem Fig. 96 dargestellten Versuch das Gewicht *P*, in welchem das Gewicht des Drahtes *CD* einbegriffen sei, so regulirt, dass es gerade der Spannung das Gleichgewicht hält. An jedem Centimeter von *CD* wirkt diese vertikal aufwärts mit gleicher Stärke; ihr auf die Längeneinheit bezogener Werth heisst die Constante der Oberflächenspannung oder auch kurz die Oberflächenspannung. Wir bezeichnen diese Constante durch T und drücken sie aus in Grammgewicht per Centimeter. Sei $b = CD$ die Breite der Lamelle; da zwei gespannte Oberflächenschichten von der Breite b vorhanden sind, so erfordert das Gleichgewicht die Bedingung

$$2b \,.\, T = P.$$

Hierdurch ist zugleich das Princip einer Methode zur Messung der Constante T gegeben. Sie hängt von der Natur der beiden in einer Trennungsfläche sich berührenden Flüssigkeiten ab, ist z. B. für eine Wasseroberfläche verschieden, je nachdem diese an Luft oder an Oel gränzt. Die Oberflächenspannung für die Trennungsfläche zweier Flüssigkeiten *1* und *2* bezeichnen wir durch T_{12}. Die folgende Tabelle enthält, grösstentheils nach Quincke, die Werthe der Oberflächenspannung für einige Fälle in Grammgewicht per Centimeter.

Quecksilber	gegen	Luft	0,55	Olivenöl	gegen	Wasser	0,021
Wasser	„	„	0,075	Terpentinöl	„	„	0,012
Olivenöl	„	„	0,038	Olivenöl	„	Alkohol	0,0023
Terpentinöl	„	„	0,030				
Alkohol	„	„	0,026				

218. Gestalt einer der Schwere entzogenen Flüssigkeitsmasse. Die Oberfläche einer der Schwere entzogenen Flüssigkeitsmasse zieht sich in Folge der Oberflächenspannung so weit als möglich zusammen; die Flüssigkeit ist daher im Gleichgewicht in der Gestalt, bei welcher sie die kleinstmögliche Oberfläche hat. Für eine völlig freie Masse ist diese Gestalt die Kugel. Man lasse etwas Oel in ein Gemisch von Alkohol und Wasser laufen, welches dasselbe specifische Gewicht wie das Oel hat; dann hebt der Auftrieb in dem Gemisch das Gewicht des Oels auf und dieses nimmt Kugelgestalt an.

Je kleiner eine Flüssigkeitsmasse ist, desto grösser ist ihre Oberfläche im Vergleich zu ihrem Gewicht, desto mehr tritt die Wirkung der Schwere gegen die Wirkung der Oberflächenspannung zurück; daher nähert sich die Gestalt eines in ein Uhrglas gelegten Quecksilbertropfens um so mehr der Kugelgestalt, je kleiner der Tropfen ist.

219. Theorie der Ausbreitung. Können sich verschiedene Trennungsflächen bilden, so wird die Bildung der schwächer gespannten begünstigt. Legt man, Fig. 97, einen Oeltropfen auf Wasser, so wirken an ein Stückchen bei A der Linie, in welcher die drei Flüssigkeiten Luft (*1*), Wasser (*2*) und Oel (*3*) zusammenstossen, die drei Oberflächenspannungen, die mit T_{13}, T_{23} und T_{12} proportional sind, in der Richtung der Pfeile. Nach den Zahlen der Tabelle (Art. 217) ist sowohl für Oliven- wie für Terpentinöl $T_{12} > T_{13} + T_{23}$; deshalb können die beiden Kräfte T_{13} und T_{23} der Kraft T_{12} niemals das Gleichgewicht halten und der Punkt A muss sich in der Richtung des Zuges T_{12} bewegen, bis die ganze Wasseroberfläche mit einer dünnen Oelschicht überzogen ist. Obgleich durch den Zug T_{12} das Oel über die Wasseroberfläche ausgebreitet wird, so pflegt man doch zu sagen, Oel breite sich auf Wasser aus. Das sogenannte Oelen des Meeres beruht auf diesem Vorgang. Bringt man mittelst eines Glasstabes einen Tropfen Terpentinöl auf Wasser, so bemerkt man das sofort die Wasseroberfläche überziehende Terpentinölhäutchen an den Interferenzfarben (Art. 538), welche es im reflektirten Lichte zeigt.

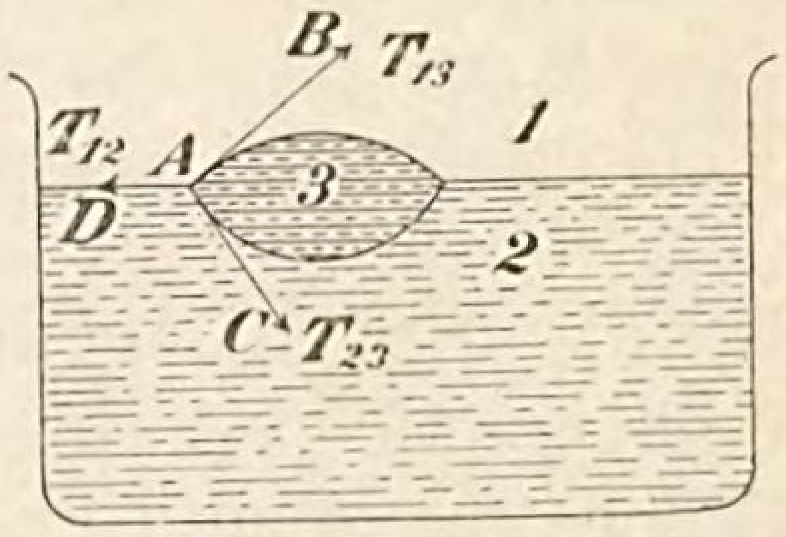


Fig. 97.

220. Gestalt der Flüssigkeitsoberfläche an einer Gefässwand. Ist die Bedingung des Ausbreitens nicht erfüllt, so ist der Tropfen im Gleichgewicht, wenn die Linien AB, AC, AD unter Winkeln zusammenstossen, welche nur von der Grösse der Züge T_{13}, T_{23}, T_{12} abhängen und aus diesen nach dem Satz vom Parallelogramm der Kräfte ebenso berechnet werden können, wie in dem Versuch des Art. 21 aus der Grösse der drei Kräfte P, Q, R die Winkel, unter denen die drei Fäden zusammenstossen.

Von besonderer Wichtigkeit ist der Fall, in welchem eine Flüssigkeit einer festen Gefässwand anliegt. An ein Stückchen bei

A (Fig. 98[a]) der Linie, in welcher Luft (1), tropfbare Flüssigkeit (2) und Glas (3) zusammenstossen, wirken im Sinne der Pfeile drei Kräfte, welche mit den Oberflächenspannungen T_{12}, T_{13}, T_{23} proportional sind, die letzteren beiden in genau entgegengesetzter Richtung.

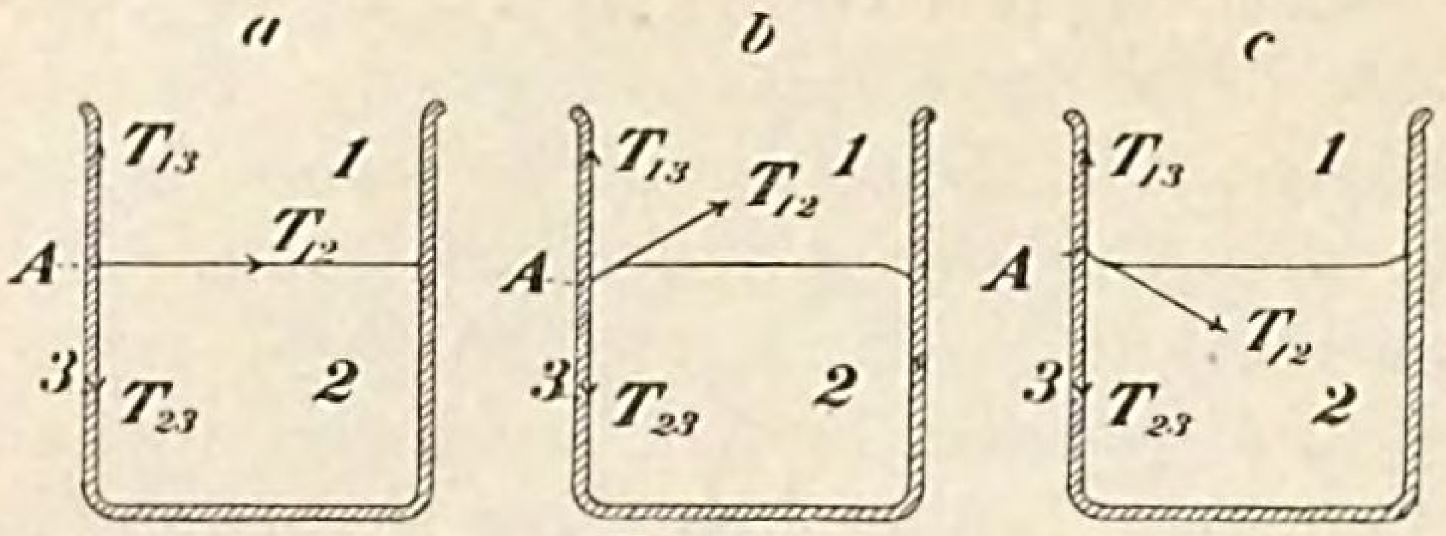


Fig. 98.

Ist nun $T_{23} > T_{13}$, so wird der Punkt A im Sinne von T_{23} heruntergezogen, bis der Zug T_{13} zusammen mit der in seine Richtung fallenden Componente von T_{12} dem Zuge T_{23} das Gleichgewicht hält. Das ist der Fall beim Quecksilber, und daher ist (Fig. 98[b]) die Oberfläche des Quecksilbers am Gefäss von der Luft aus betrachtet convex. Der spitze Winkel, welchen die Quecksilberoberfläche in Luft mit der Glaswand bildet, und welcher nach dem Vorstehenden nur von der Natur der drei Körper Quecksilber, Glas, Luft abhängt, heisst der Randwinkel. Ist hingegen $T_{13} > T_{23}$, so wird A heraufgezogen, bis der Zug T_{23} zusammen mit der in seine Richtung fallenden Componente von T_{12} dem Zuge T_{13} das Gleichgewicht hält; dann ist die Oberfläche der Flüssigkeit am Gefäss von der Luft aus betrachtet concav. Ist in dem letzteren Fall ausserdem, wie gewöhnlich, $T_{13} > T_{12} + T_{23}$, so ist die Bedingung des Ausbreitens erfüllt; der Punkt A ist nie im Gleichgewicht, welches erst dann eintritt, wenn die ganze Glasoberfläche mit einer Flüssigkeitsschicht überzogen oder von der Flüssigkeit benetzt worden ist. Dies findet z. B. statt für Alkohol und Aether in Glasgefässen; wenn diese von Fett, etwa durch Behandeln mit Aetzkalilösung, befreit sind, auch für Wasser.

221. Theorie der Capillarröhren. Taucht man ein enges Rohr, ein sogenanntes Capillarrohr, in Wasser, so steht das Wasser innen höher als aussen, um so höher, je enger das Rohr ist; Quecksilber steht innen tiefer, als aussen. Die Oberflächenspannung zwischen Luft und Flüssigkeit wirkt nämlich an dem Umfange $i\,i$ des convexen Quecksilbermeniskus (Fig. 99[a]) schräg abwärts, im Fall des concaven Meniskus (Fig. 99[b]) schräg aufwärts. Benetzt die Flüssigkeit das Glas, so wirkt (Fig. 99[c]) die Oberflächenspannung T zwischen Luft und Flüssigkeit vertikal aufwärts. Sei in diesem Fall r der innere Röhrenhalbmesser, der innere Röhrenumfang folglich $2r\pi$, dann ist die ganze an ii wirkende vertikal aufwärts gerichtete Zugkraft $2r\pi\,.\,T$, der capillare Zug per Flächeneinheit also

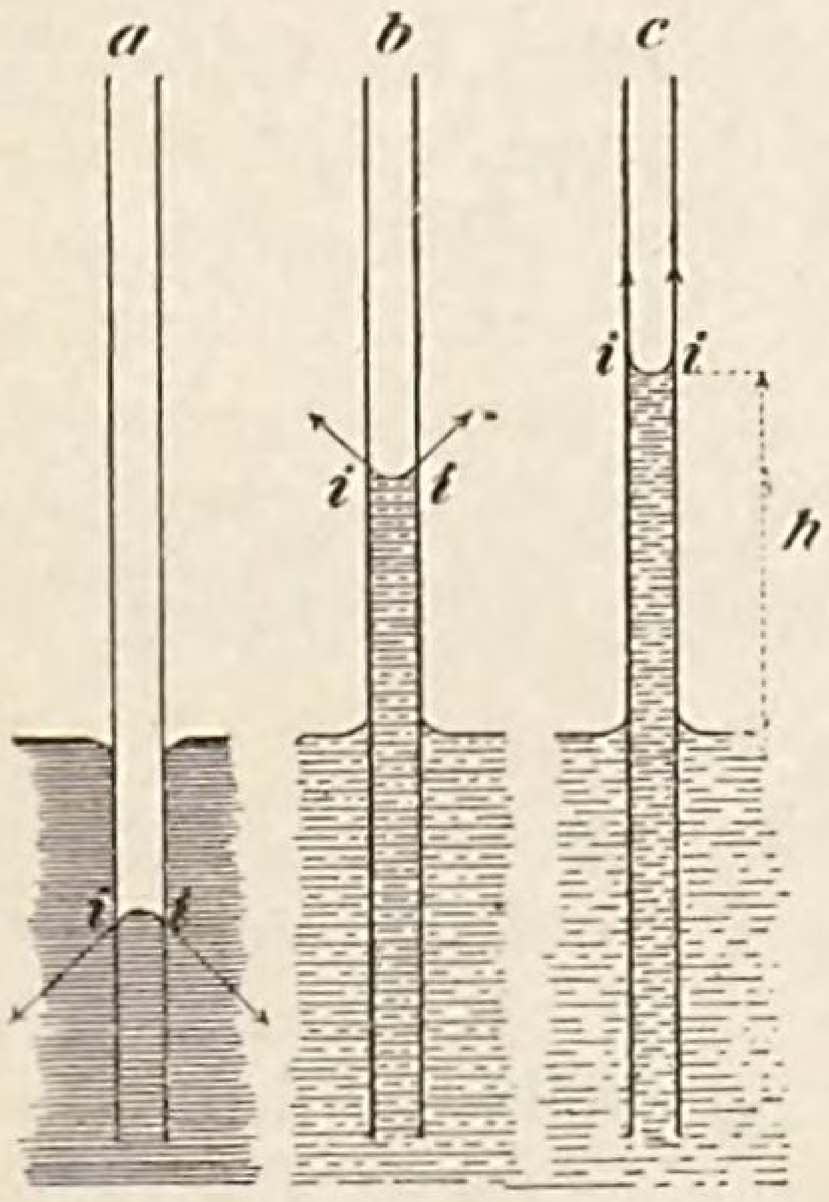


Fig. 99.

$$\frac{2r\pi\,.\,T}{r^2\pi} = \frac{2\,T}{r}$$

Um diesen Werth sinkt der hydrostatische Druck in der Flüssigkeit, wenn ihre Oberfläche durchschritten wird, unter den atmosphärischen Luftdruck herab. Vom Meniskus bis zu einem Punkte im Rohr, welcher mit dem Niveau der Flüssigkeit aussen in einer Horizontalebene liegt, wächst der Druck um h cm Flüssigkeit oder, wenn s deren specifisches Gewicht bedeutet, um $h \, . \, s$ gr-Gewicht pro qcm. Da an der Flüssigkeitsoberfläche aussen der atmosphärische Luftdruck b stattfindet, so ist die Gleichgewichtsbedingung

$$b - \frac{2T}{r} + h \, . \, s = b \quad \text{oder}$$

$$h = \frac{2T}{r \, . \, s} \qquad T = \frac{h \, . \, r \, . \, s}{2} \; \ldots . \qquad (42)$$

Die Steighöhe h ist dem inneren Röhrenhalbmesser umgekehrt proportional; aus h, r, s kann T berechnet werden.

Cap. 4. Diffusion.

222. Diffusion nennt man einen Vorgang, durch welchen zwei Körper unabhängig von äusseren Kräften sich mit einander mischen.

223. Freie Diffusion der Gase. An den nach oben gekehrten Boden eines vertikalen, etwa 30 cm hohen, gläsernen Standcylinders lege man einen Schlauch, aus welchem Leuchtgas ausströmt; dasselbe verdrängt dann aus dem Cylinder die specifisch schwerere Luft. Den vertikalen, Leuchtgas enthaltenden Cylinder setze man mit dem offenen Ende auf das obere offene Ende eines gleichen, Luft enthaltenden Cylinders, wobei man die abgeschliffenen Ränder der Cylinder zur Herstellung eines gasdichten Abschlusses mit Fett bestrichen hat. Durch die Schwerkraft kann eine Mischung der Gase in diesem Fall nicht bewirkt werden, da das specifisch leichtere Leuchtgas sich über der specifisch schwereren Luft befindet. Gleichwohl findet man nach etwa 10 Minuten in dem unteren Cylinder ein verpuffendes Gasgemisch; es ist also Leuchtgas nach unten in die Luft hinein diffundirt und ebenfalls lässt sich nachweisen, dass Luft nach oben in das Leuchtgas hinein diffundirt ist.

Der Vorgang wird durch die kinetische Gastheorie (Art. 212) verständlich, indem vermöge der Molekularbewegung die Leuchtgasmolekeln auch nach abwärts, die Luftmolekeln auch nach aufwärts fliegen; dabei wird die Geschwindigkeit, mit welcher die Gase sich mischen, durch die Zusammenstösse der Molekeln unter einander vermindert; diese Geschwindigkeit hängt von der Natur der in einander diffundirenden Gase ab, und ist besonders gross, wenn eines der Gase Wasserstoff ist.

224. Das Dalton'sche Gesetz. Sind nach Beendigung der Diffusion die Gase gleichförmig gemischt, so ist der Druck des Gemisches gleich dem Druck geblieben, unter welchem die Gase vor der Diffusion standen. Daraus lässt sich das Dalton'sche Gesetz ableiten, nach welchem in einem Gasgemisch jeder Bestandtheil den-

Bayerische Staatsbibliothek MÜNCHEN

selben Druck ausübt, den er, allein vorhanden, ausüben würde und der Druck des Gemisches auf die Wand gleich ist der Summe der Partialdrucke der einzelnen Gase. Man lasse z. B. in einem Gefäss 21 Raumtheile Sauerstoff und 79 Raumtheile Stickstoff unter dem Druck p in einander diffundiren. Nach Beendigung der Diffusion hat der Sauerstoff von dem Raum 21 auf den Raum 100 sich ausgedehnt, ist also sein Partialdruck p_1, wenn derselbe durch die Gegenwart des Stickstoffs nicht beeinflusst wird, nach dem Boyle-Mariotte'schen Gesetze gleich

$$p \cdot \frac{21}{100}$$

geworden; ebenso der Partialdruck p_2 des Stickstoffs gleich

$$p \cdot \frac{79}{100};$$

es ist also, der erwähnten Thatsache entsprechend, $p_1 + p_2 = p$. Das erhaltene Gemisch besitzt der Hauptsache nach die Zusammensetzung der atmosphärischen Luft.

225. Diffusion der Gase durch poröse Scheidewände. Ein U-rohr (Fig. 100) ist zum Theil mit Wasser gefüllt, der rechte Schenkel durch eine Thonzelle T verschlossen. Man halte über die Zelle einen mit Leuchtgas gefüllten Cylinder (Fig. 100); dann sinkt das Wasser im rechten Schenkel. Auf den Kork K setze man, während sich innen wiederum Luft befindet, anstatt des Cylinders ein beiderseits offenes Glasrohr, und lasse aus einem auf den Kork gelegten Schlauch Kohlendioxyd ausströmen, welches die specifisch leichtere Luft verdrängt und dann die Thonzelle umspült; in diesem Fall steigt das Wasser im rechten Schenkel.

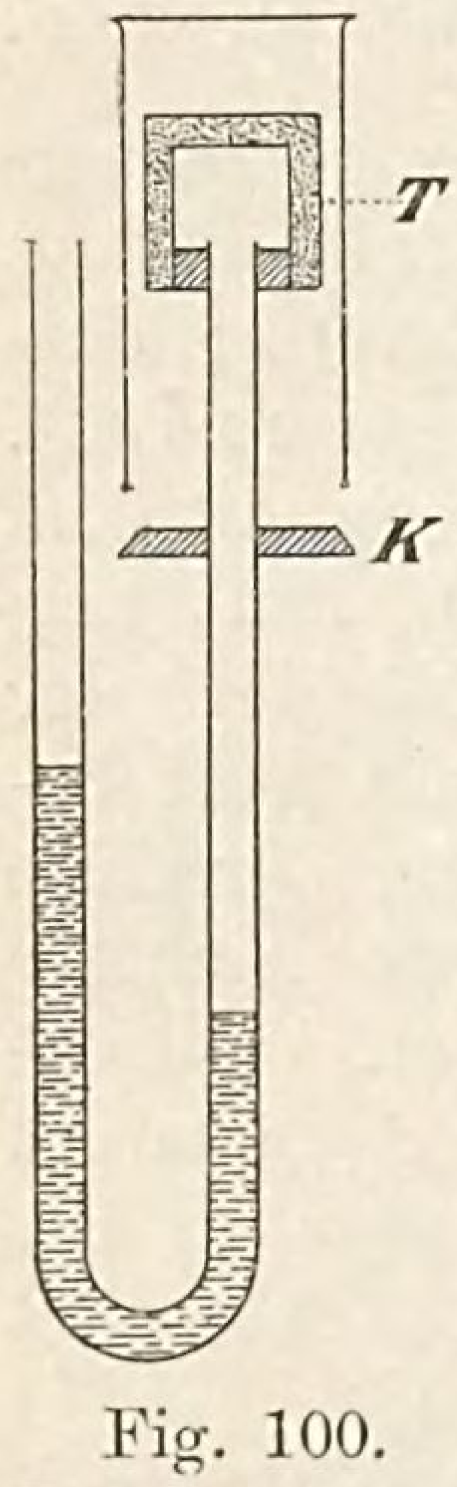


Fig. 100.

Nach Graham hängt die Geschwindigkeit, mit welcher ein Gas durch ein poröses Diaphragma diffundirt, ab von der Differenz der Partialdrucke des Gases zu beiden Seiten des Diaphragmas und ist bei gleicher Partialdruckdifferenz umgekehrt proportional der Quadratwurzel aus dem specifischen Gewicht des Gases. Dieser Satz liefert die Erklärung der beschriebenen Versuche. Zu Anfang des ersten derselben ist der Partialdruck des Leuchtgases aussen der atmosphärische, innen Null, der Partialdruck der Luft innen der atmosphärische, aussen Null; des geringeren specifischen Gewichts des Leuchtgases halber ist daher der von aussen nach innen gerichtete Strom stärker, als der von innen nach aussen gerichtete. Das Umgekehrte findet in dem zweiten Versuche statt, bei welchem aussen das specifisch schwerere Kohlendioxyd, innen die specifisch leichtere Luft sich befindet.

Das Graham'sche Gesetz trifft nach neueren Untersuchungen immer zu, wenn die Poren, durch welche die Diffusion vor sich geht, fein genug sind und die Substanz des Diaphragmas keine specifische Wirkung auf das Gas ausübt.

Leitet man atmosphärische Luft durch einen Thonpfeifenstil, ausserhalb dessen ein Vacuum erhalten wird, so diffundirt der specifisch leichtere Stickstoff verhältnissmässig schneller, als der specifisch schwerere Sauerstoff durch die Thonwand nach aussen, und man findet das hindurchgestrichene Gas procentisch sauerstoffreicher als die atmosphärische Luft (Atmolyse).

226. Diffusion der Gase durch colloidale Scheidewände. Taucht man, Fig. 101, ein enges, oben erweitertes und dort mit einer dünnen Kautschukmembran überbundenes, mit Kohlendioxyd gefülltes Glasrohr in Wasser, so steigt das Wasser langsam im Rohr. Das specifisch schwerere Kohlendioxyd diffundirt also durch Kautschuk schneller, als die specifisch leichtere Luft; Kautschuk verhält sich bei der Diffusion nicht wie eine poröse Scheidewand (Art. 225). Die Diffusion hängt in diesem Fall von der Absorption des Kohlendioxyds durch Kautschuk ab (Art. 234). Wasserstoff diffundirt nach Deville durch glühendes Platin, nach Graham durch Palladium schon unter der Glühhitze; nach dem letzteren beruht der Vorgang auf der Absorption des Wasserstoffs durch diese Metalle, ist also der Diffusion der Kohlensäure durch Kautschuk analog.

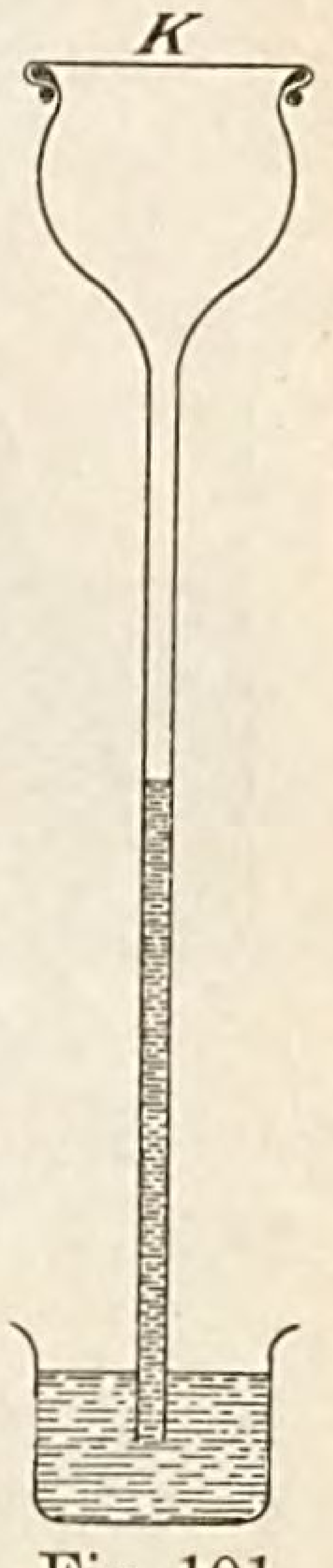


Fig. 101.

227. Freie Diffusion der tropfbaren Flüssigkeiten. Einen Glascylinder fülle man zur Hälfte mit Kupfervitriollösung, lasse auf dieser eine Korkscheibe schwimmen und langsam Wasser auf die Korkscheibe fliessen. Ist der Cylinder mit Wasser aufgefüllt, so kann man die Korkscheibe abheben und es zeigt sich, dass die Flüssigkeiten durch eine scharfe Trennungsfläche von einander geschieden sind. Dieselbe vermischt sich aber mit der Zeit, indem Kupfervitriol zum Wasser, Wasser zum Kupfervitriol diffundirt. Die freie Diffusion der tropfbaren Flüssigkeiten ist im Vergleich zur freien Diffusion der Gase ein ausserordentlich langsamer Vorgang.

228. Contraktion bei der Mischung tropfbarer Flüssigkeiten. Hat die Mischung zweier tropfbarer Flüssigkeiten stattgefunden, so ist das Volumen der Mischung kleiner als die Summe der Volumina der ungemischten Bestandtheile; es findet also eine Contraktion bei der Mischung statt. Dieselbe beobachtet man leicht, wenn man ein Glasrohr zur Hälfte mit Wasser, zur Hälfte mit Alkohol füllt und durch Umkehren des verschlossenen Rohres die Mischung herbeiführt. Nach dem Dalton'schen Gesetz (Art. 224) zeigen Gase, unter constantem Druck gemischt, keine Contraktion.

229. Osmose. Ein unten mit Schweinsblase überbundenes, oben in eine enge Röhre auslaufendes Gefäss werde mit Alkohol gefüllt und das durch die Blase verschlossene Ende in Wasser gestellt (Fig. 102); man beobachtet dann, dass die Flüssigkeit in dem engen Rohr langsam steigt. Nähere Untersuchung zeigt, dass ein doppelter

Diffusionsstrom stattfindet, dass durch die Blase Wasser zum Alkohol, Alkohol zum Wasser geht; da jener Diffusionsstrom stärker als dieser ist, steigt die Flüssigkeit im Rohr. Dasselbe Resultat ergiebt sich, wenn der Alkohol durch Kupfersulfatlösung ersetzt wird.

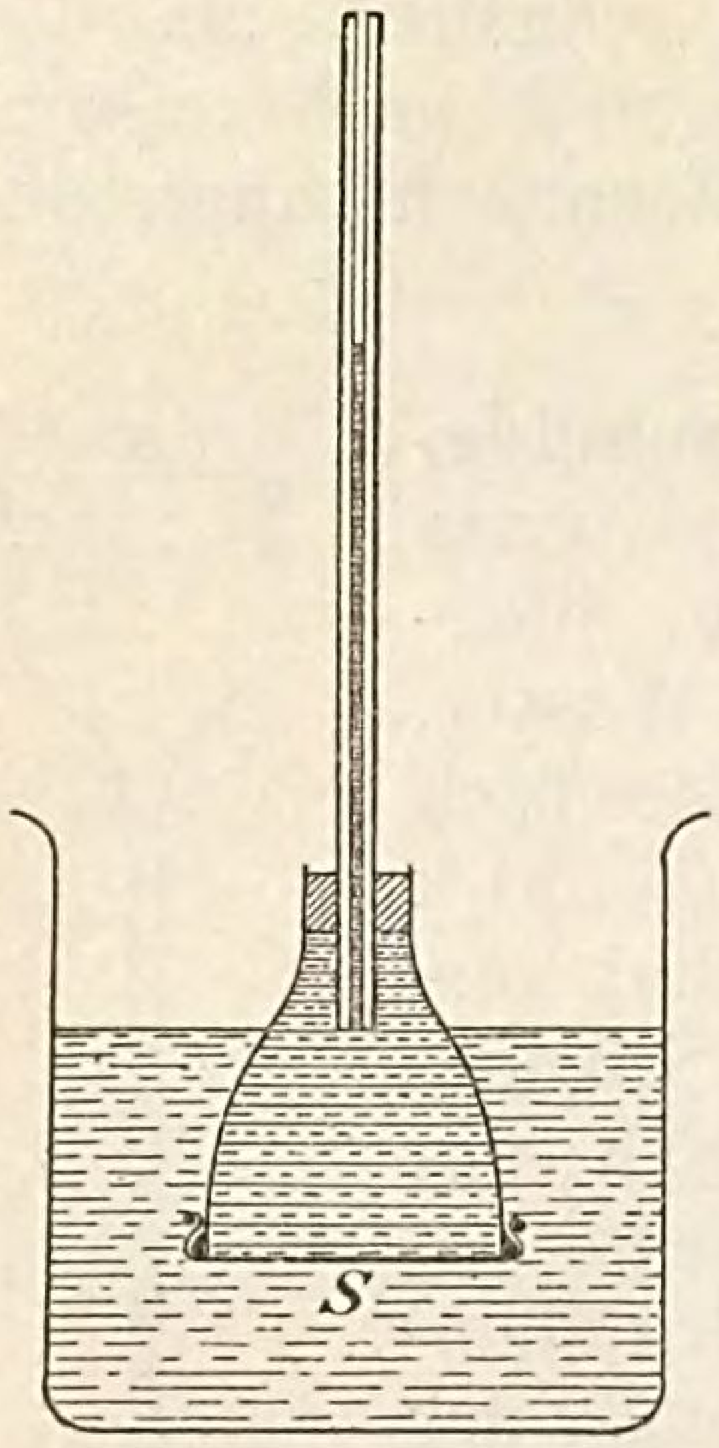


Fig. 102.

230. Osmotischer Druck. Der wichtigste Fall von Osmose findet statt, wenn die wässrige Lösung eines Stoffes von reinem Wasser durch eine Membran getrennt ist, welche nur für Wasser, nicht für den gelösten Stoff durchlässig ist und deshalb eine halbdurchlässige Membran heisst. Das Gleichgewicht erfordert in diesem Fall einen bestimmten Ueberdruck auf der Seite der Lösung, welcher nach van t'Hoff und Ostwald unabhängig ist von der Natur der halbdurchlässigen Membran und nur von der Temperatur, Concentration und chemischen Natur der Lösung abhängt. Dieser Druck heisst der osmotische Druck der Lösung.

Experimentelle Bestimmungen über den osmotischen Druck wurden zuerst von Pfeffer gemacht, dessen Apparat die Fig. 103 schematisch darstellt. Die halbdurchlässige Membran ist eine Niederschlagsmembran aus Ferrocyankupfer, gebildet in einer Thonzelle durch Einwirkung von Ferrocyankalium auf Kupfersulfat. Diese Membran ist durchlässig für Wasser, undurchlässig z. B. für Rohrzucker. Die mit Rohrzuckerlösung gefüllte Zelle wurde in Wasser gesetzt und der in ihr entstehende osmotische Druck durch ein mit dem Innern communicirendes Quecksilbermanometer M gemessen.

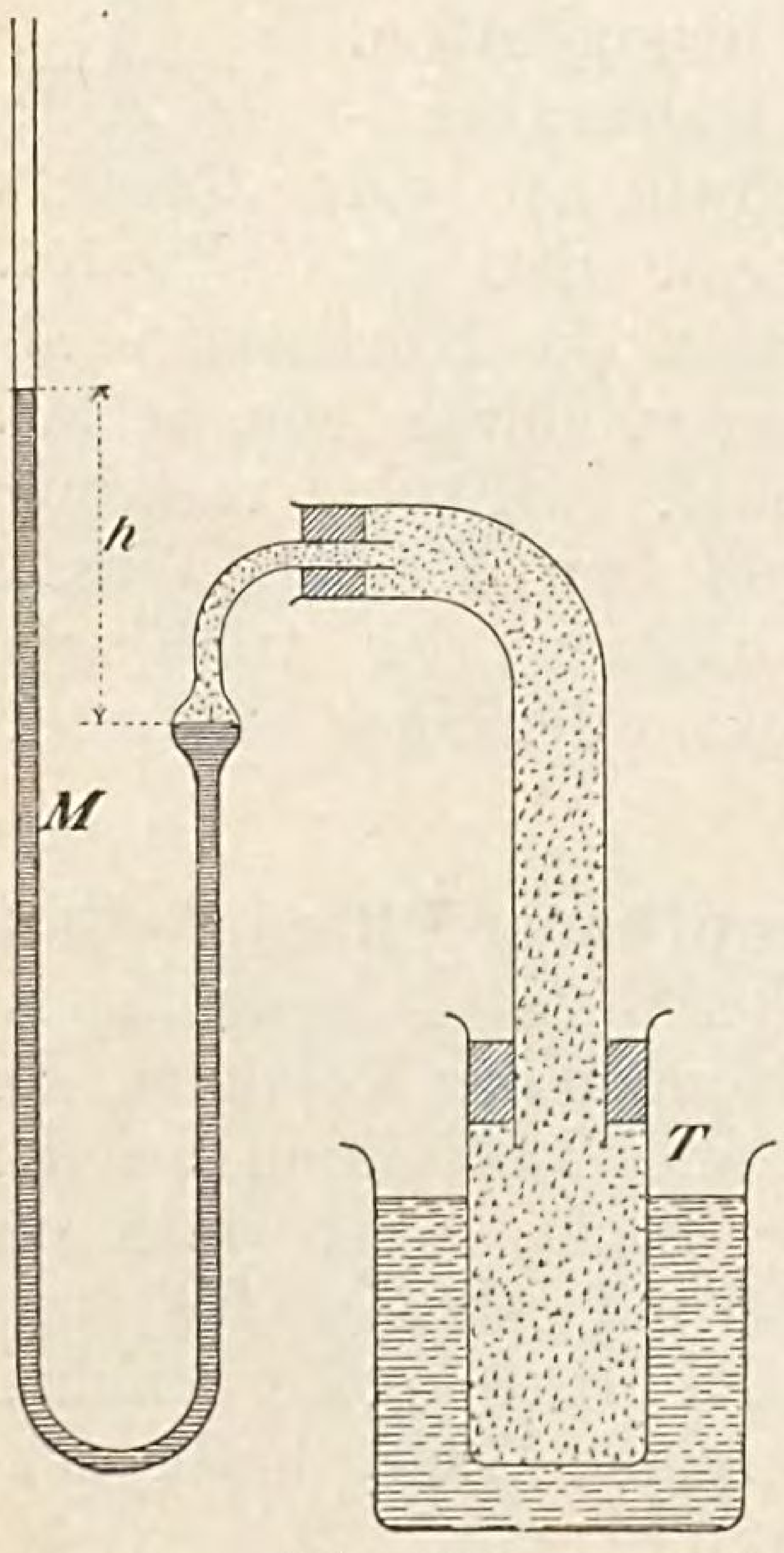


Fig. 103.

Aus den Versuchen von Pfeffer und v. Vries leitete van t'Hoff ab, dass hinreichend verdünnte isomolekulare Lösungen verschiedener Stoffe bei gleicher Temperatur den gleichen osmotischen Druck ausüben; dabei heissen Lösungen zweier Stoffe A und B isomolekular, wenn die in 1 ccm enthaltenen Gewichtsmengen von A und B sich wie deren Molekulargewichte verhalten, wenn also im ccm von A und B die gleiche Zahl von Molekeln sich befindet. Weiter leitete van t'Hoff sowohl theoretisch als auch aus den Pfeffer'schen Versuchen ab, dass der osmotische Druck einer hinreichend verdünnten Lösung gleich dem Druck eines Gases von der Temperatur der Lösung ist, wenn 1 ccm des Gases ebensoviel Gasmolekeln, als ein 1 ccm der Lösung Molekeln des gelösten Stoffes enthält.

Es ist neuerdings gelungen, eine grosse Anzahl von Eigenschaften der Lösungen auf die van t'Hoff'schen Gesetze des osmotischen Drucks zurückzuführen. Vgl. Art. 359.

Cap. 5. Absorption.

231. Absorption der Gase durch tropfbare Flüssigkeiten. In einem Glascylinder, welcher Ammoniakgas über Quecksilber enthält, lasse man mittelst einer Pipette etwas Wasser aufsteigen; sowie dieses mit dem Ammoniakgas in Berührung kommt, fängt das Quecksilber an, zu steigen, indem das Ammoniakgas von dem Wasser verschluckt oder absorbirt wird. Ist bei einem derartigen Versuch mehr Gas vorhanden, als die eingebrachte Flüssigkeit zu absorbiren im Stande ist, so kann er benutzt werden, um die Grösse der Absorption zu messen.

232. Das Henry'sche Gesetz und der Bunsen'sche Absorptionscoefficient. Als Henry ein Gas von einer Flüssigkeit unter verschiedenen Drucken absorbiren liess, fand er, dass das absorbirte Gasvolumen, unter dem Druck des über der Flüssigkeit lagernden Gases oder dem Absorptionsdruck gemessen, immer dasselbe blieb, oder er fand, was dasselbe sagt, die absorbirte Gasmasse dem Absorptionsdruck proportional. Absorptionscoefficient heisst nach Bunsen das auf 0° reducirte (Art. 322), beim Absorptionsdruck gemessene Gasvolumen, das von der Volumeneinheit Flüssigkeit absorbirt wird. Die folgende Tabelle enthält einige Absorptionscoefficienten, mit Ausnahme des auf Sauerstoff bezüglichen nach Bunsen's Bestimmungen.

Absorptionscoefficient bei 15°.

	Wasser.	Alkohol.
Stickstoff	0,01478	0,12142
Sauerstoff	0,03415	—
Kohlendioxyd	1,0020	3,1993
Ammoniak	727,2	

Lagert also eine Atmosphäre von Kohlendioxyd über Wasser bei 15°, so absorbirt 1 ccm Wasser 1,002 ccm dieses Kohlendioxyds, welcher auch der Druck desselben sei.

Mit wachsender Temperatur nimmt der Absorptionscoefficient ab; bringt man ein Glas Wasser, das in der Kälte mit Luft gesättigt ist, in ein warmes Zimmer, so scheidet sich Luft an den Glaswänden aus.

233. Das Henry-Dalton'sche Gesetz sagt aus, dass von einem Gasgemisch jeder Bestandtheil nach Maassgabe seines Partialdrucks absorbirt wird. 1 ccm Wasser absorbirt mithin bei 15° von atmosphärischer Luft, deren Druck p sei, nach Art. 224 und 232

$$0{,}03415 \text{ ccm Sauerstoff vom Druck } \frac{21}{100}\cdot p$$

$$0{,}01478 \text{ ccm Stickstoff } \;\;„\;\;„\;\; \frac{79}{100}\cdot p$$

oder, wie man nach dem Boyle-Mariotte'schen Gesetz auch sagen kann

$$\mathit{1}\ \text{ccm Sauerstoff vom Druck } \frac{21}{100} \cdot 0{,}03415 \,.\, p$$

$$\mathit{1}\ \text{ccm Stickstoff} \quad " \quad " \quad \frac{79}{100} \cdot 0{,}01478 \,.\, p$$

Die im Wasser absorbirte Luft ist also in Folge des hohen Absorptionscoefficienten des Sauerstoffs procentisch sauerstoffreicher, als die atmosphärische, so dass die im Wasser lebenden Thiere zwar eine dünnere, aber procentisch sauerstoffreichere Luft, als die auf dem Lande lebenden, athmen.

234. Absorption der Gase durch feste Körper, Occlusion der Gase durch Metalle. Auch feste Körper absorbiren Gase, z. B. ist der Absorptionscoefficient (Art. 232) des grauen vulkanisirten Kautschuks für Kohlendioxyd nach Hüfner 0,69 bei 14 ° C. Alle Metalle haben die Eigenschaft, Gase zu absorbiren oder, in Graham's Ausdrucksweise, zu occludiren. Besonders bedeutend ist die Occlusion des Wasserstoffs durch Platin und Palladium, indem jenes ein Wasserstoffvolumen gleich dem 250fachen, dieses ein solches gleich dem 860fachen seines eigenen Volumens occludiren kann. Ein frisch ausgeglühtes und dadurch von oberflächlicher, die Absorption hindernder Verunreinigung befreites, an einem Draht gehaltenes Palladiumblech bringe man in Wasserstoff, welcher in einem vertikalen, unten offenen Reagensglase angesammelt ist und tauche das offene Ende schnell in Wasser. Die Absorption wird an dem Steigen des Wassers, bei einem dünnen Blech auch an einer lebhaften Verkrümmung desselben bemerkt, von welcher die starke Absorption begleitet ist.

235. Verhalten der Kohle. Frisch ausgeglühte Kohle hat die Eigenschaft, Gase zu verdichten, 1 Vol. Buchsbaumkohle verdichtet nach Th. de Saussure 90 Vol. Ammoniakgas, 35 Vol. Kohlendioxyd.

236. Die Wasserhaut des Glases. Gewöhnliches Glas, in feuchter Luft aufbewahrt, überzieht sich mit einer durch Wägung nachweisbaren Wasserhaut. Diese bildet sich durch eine chemische Wirkung des im Glase enthaltenen Alkalis, welches Wasserdampf aus der Atmosphäre heranzieht; sie fehlt an alkalifreien Glasoberflächen und wird erheblich herabgemindert, wenn man die Glasoberfläche durch kurze Behandlung mit siedendem Wasser alkaliarm macht.

V. Abschnitt. Vom Schall.

Cap. 1. Von den musikalischen Klängen.

Litteratur: H. v. Helmholtz, Lehre von den Tonempfindungen.

237. Schallempfindung und Schall. Schallempfindung entsteht durch jede Reizung des Gehörnerven; das gewöhnliche Reiz-

mittel desselben ist der Schall und dessen Träger in der Regel die Luft.

238. Musikalischer Klang. Einen Schall nennen wir musikalischen Klang oder Geräusch, je nachdem wir ihm eine bestimmte musikalische Höhe zuschreiben oder nicht. An einem musikalischen Klang unterscheiden wir die Tonhöhe, die Stärke und die Klangfarbe, wobei wir unter Klangfarbe alle die Merkmale zusammenfassen, durch welche zwei Klänge derselben Tonhöhe, auf verschiedenen Instrumenten gespielt, abgesehen von ihrer Stärke sich unterscheiden. Die Empfindung des musikalischen Intervalls zweier Klänge bezieht sich auf ein gewisses Verhältniss beider zu einander; so sagen wir von zwei Klängen, sie bilden mit einander das Intervall einer Octave, einer Quinte, einer Quarte, wie es nun sein mag.

239. Ein musikalischer Klang von constanter Stärke ist eine periodische Schwingungsbewegung. Biegt man die freien Enden eines U-förmigen, bei K, Fig. 104, gehaltenen, langen, dünnen Stahldrahtes zusammen und lässt sie alsdann los, so sieht man den Draht, wie die Fig. 104 es zeigt, Schwingungen ausführen. Diese besitzen eine um so kleinere Schwingungsdauer (Art. 92), je dicker und kürzer der Draht ist, und erzeugen bei hinreichender Kleinheit der Schwingungsdauer (Stimmgabel), durch die Luft dem Ohre zugeleitet (Art. 261), in diesem die Empfindung eines musikalischen Klanges.

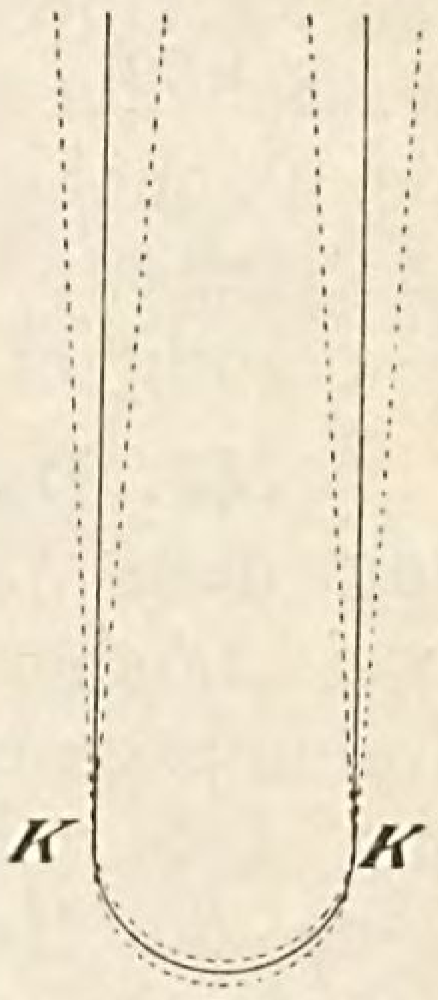


Fig. 104.

Eine Bewegung, welche nach Ablauf von gleichen Zeiten in immer gleicher Weise wiederkehrt, heisst eine periodische Bewegung; ist sie eine hin- und hergehende Bewegung, eine periodische Schwingungsbewegung. Allgemein lehrt die Erfahrung, dass ein musikalischer Klang von constanter Stärke eine periodische Schwingungsbewegung ist, dass indessen vom Ohre nur Schwingungen empfunden werden, deren Schwingungszahlen zwischen 30 und 30—40 000 liegen. Unter der Schwingungszahl ist dabei die Anzahl der in der Sekunde erfolgenden Schwingungen verstanden. Sei n die Schwingungszahl, T die Schwingungsdauer, so ist

$$n \, . \, T = 1 \, . \, . \, . \qquad (43)$$

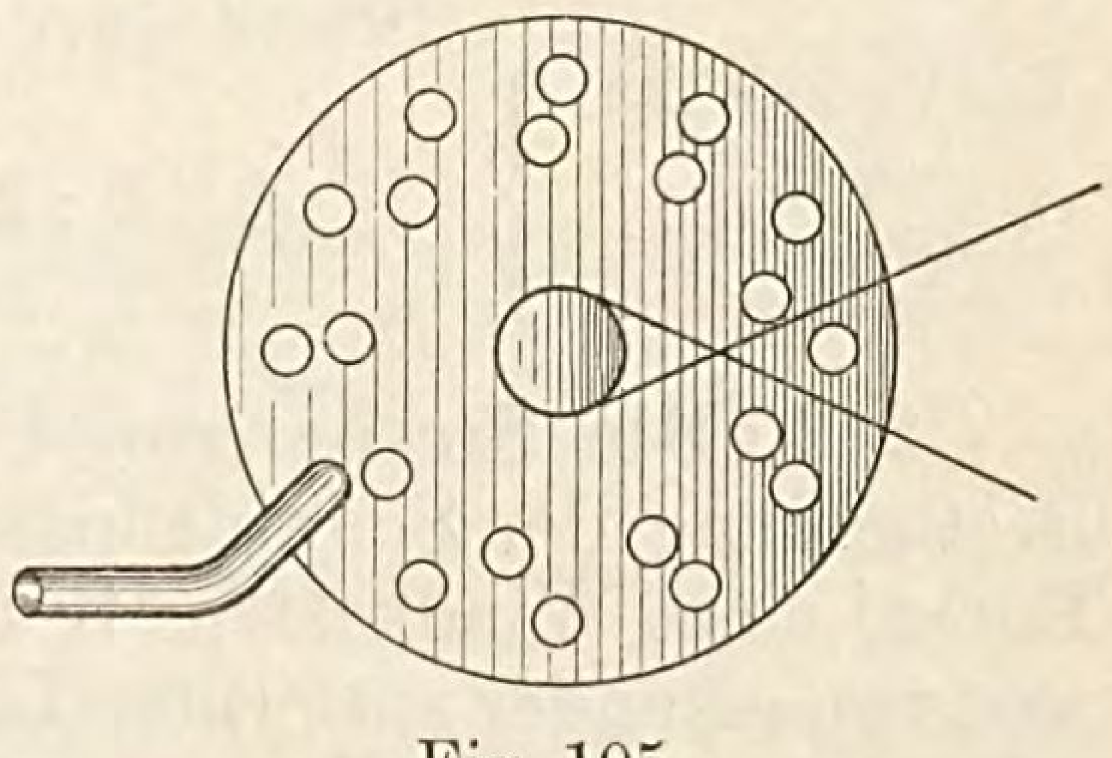


Fig. 105.

240. Die Tonhöhe eines musikalischen Klanges hängt nur von seiner Schwingungszahl ab. Der experimentelle Beweis dieses Satzes kann durch die Seebeck'sche Sirene geführt werden. In eine kreisförmige Scheibe (Fig. 105) sind kreisförmige mit dem Scheibenumfang concentrische Löcherreihen eingeschlagen, so dass die Löcher einer Reihe den gleichen Abstand von einander haben. Setzt man

die Scheibe um eine durch ihren Mittelpunkt gehende, senkrecht auf ihrer Ebene stehende Axe in gleichförmige Rotation und bläst gegen eine der rotirenden Löcherreihen aus einer feststehenden Oeffnung Luft, so leitet man eine periodische Schwingungsbewegung der Luft ein, indem jedesmal, wenn ein Loch an der Oeffnung vorbeigeht, eine gewisse Luftmenge durch die Scheibe hindurchtritt. Dieser Vorgang wiederholt sich, wenn m die Löcherzahl ist, m mal während einer Umdrehung, wenn deren n in der Sekunde erfolgen, $m \cdot n$ mal in der Sekunde. Die Schwingungszahl der eingeleiteten periodischen Bewegung ist also = Löcherzahl × Zahl der Umdrehungen in der Sekunde. Liegt nun die Schwingungszahl in den Gränzen der Hörbarkeit, so entsteht ein musikalischer Klang, dessen Tonhöhe ungeändert bleibt, so lange die Umdrehungsgeschwindigkeit der Scheibe sich nicht ändert und welcher in die Höhe geht, wenn die Scheibe schneller gedreht wird. Höheren Klängen entsprechen also grössere Schwingungszahlen. Man kann eine periodische Schwingungsbewegung auch dadurch einleiten, dass man eine Federpose gegen die rotirende Löcherreihe schlagen lässt; so lange die Umdrehungsgeschwindigkeit der Scheibe und damit die Schwingungszahl dieselbe bleibt, bleibt auch die Tonhöhe ungeändert, mag man die Löcherreihe anblasen oder anschlagen; dabei ist die Form der eingeleiteten Schwingungsbewegung in beiden Fällen eine sehr verschiedene.

241. Das musikalische Intervall zweier Klänge hängt nur von dem Verhältniss ihrer Schwingungszahlen ab. Bläst man zwei Löcherreihen entweder zugleich oder, bei constanter Umdrehungsgeschwindigkeit, nach einander an, so bemerkt man, dass das Intervall der beiden erhaltenen Klänge ungeändert bleibt, wenn die Rotationsgeschwindigkeit und damit die Tonhöhe beider Klänge beliebig verändert wird. Nun ist das Verhältniss der Schwingungszahlen bei derselben Umdrehungsgeschwindigkeit nach Art. 240 gleich dem Verhältniss der Löcherzahlen in beiden Reihen. Es folgt also aus diesem Versuch, dass das musikalische Intervall zweier Klänge lediglich von dem Verhältniss ihrer Schwingungszahlen abhängt.

Es entspricht dem Intervall der

	Octave	Quinte	Quarte	gr. Terz	kl. Terz	gr. Sexte	kl. Sexte
das Verhältniss der Schwingungszahlen	1 : 2	2 : 3	3 : 4	4 : 5	5 : 6	3 : 5	5 : 8

242. Die Sirene von Cagniard de la Tour eignet sich zur Bestimmung der Schwingungszahl eines gegebenen Klanges. In dem Deckel eines Windkastens W (Fig. 106) befindet sich eine Reihe gleich weit von einander entfernter Löcher, eine correspondirende Löcherreihe in einer Scheibe S, welche über dem Deckel um ihren Mittelpunkt in ihrer Ebene drehbar ist. Die Löcher des Deckels sind schräg gegen die Löcher der Scheibe gestellt; so dass, wenn man Luft in den Windkasten einbläst, die Scheibe in Rotation versetzt wird, und es kann ihr durch einen constanten Luftstrom eine con-

stante Umdrehungsgeschwindigkeit von gewünschter Grösse ertheilt werden. Ist die Löcherzahl 12, so fallen während einer Umdrehung die Löcherreihen 12 mal auf einander, und es fährt 12 mal ein 12facher Luftstoss aus dem Windkasten heraus. Demgemäss ist die Schwingungszahl, wie bei der Seebeck'schen Sirene (Art. 240), = Löcherzahl × Zahl der Umdrehungen in der Sekunde.

Um durch dieses Instrument die Schwingungszahl eines gegebenen Klanges zu finden, regulirt man zunächst den Luftstrom und damit die Umdrehungsgeschwindigkeit so, dass der Sirenenklang die Höhe des gegebenen Klanges hat. Die in einer bestimmten Zeit erfolgenden Umdrehungen werden dann mittelst eines Zählwerks, welches zu bestimmten Zeitpunkten ein- und ausgerückt wird, gezählt.

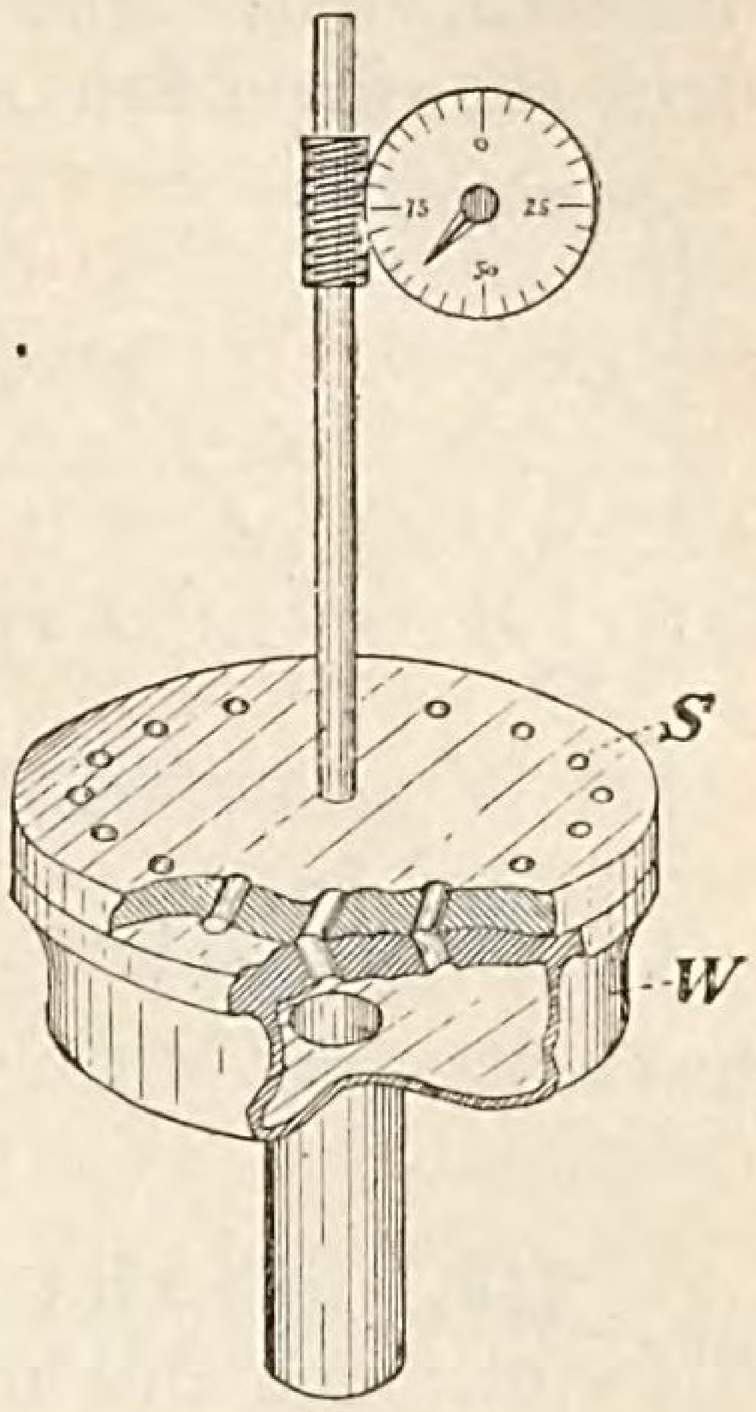


Fig. 106.

243. Benennung und Bezeichnung der musikalischen Klänge. Man hat die Klänge nach ihren Schwingungszahlen benannt durch Buchstaben, bezeichnet durch Noten. Fig. 107 zeigt die Benennungen und Bezeichnungen einiger Klänge. Ausgangspunkt ist das a', dessen Schwingungszahl nach Scheibler's Vorschlag 440 sein würde; mittelst der bekannten Zahlenverhältnisse der Intervalle kann man daraus die Schwingungszahlen aller anderen Klänge ableiten.

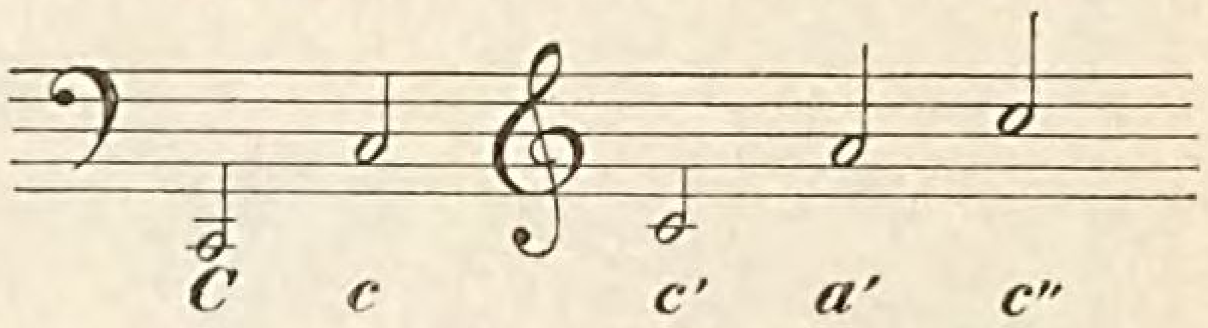


Fig. 107.

244. Bestimmung der Schwingungsform durch die Schreibmethode. Bei festen Körpern kann man die Schwingungsform (Art. 98) nach folgender Methode experimentell ermitteln. Man befestigt an dem schwingenden Körper einen kleinen Schreibstift (ein zugespitztes Stückchen eines Metallblechs oder einer Federpose), lässt diesen auf einer berussten Glastafel ruhen und ertheilt dem in Schwingung versetzten Körper eine gradlinige gleichförmige Bewegung senkrecht zur Schwingungsrichtung, parallel zur Ebene der Tafel (Fig. 108). Nach Art. 98 kann die Schwingungsform angesehen werden als die Bahn der Bewegung, welche aus der schwingenden Bewegung und einer senkrecht zu ihr gerichteten gleichförmigen Bewegung (Art. 6) zusammengesetzt ist; die Linie, welche der Schreibstift auf der Tafel verzeichnet, ist daher

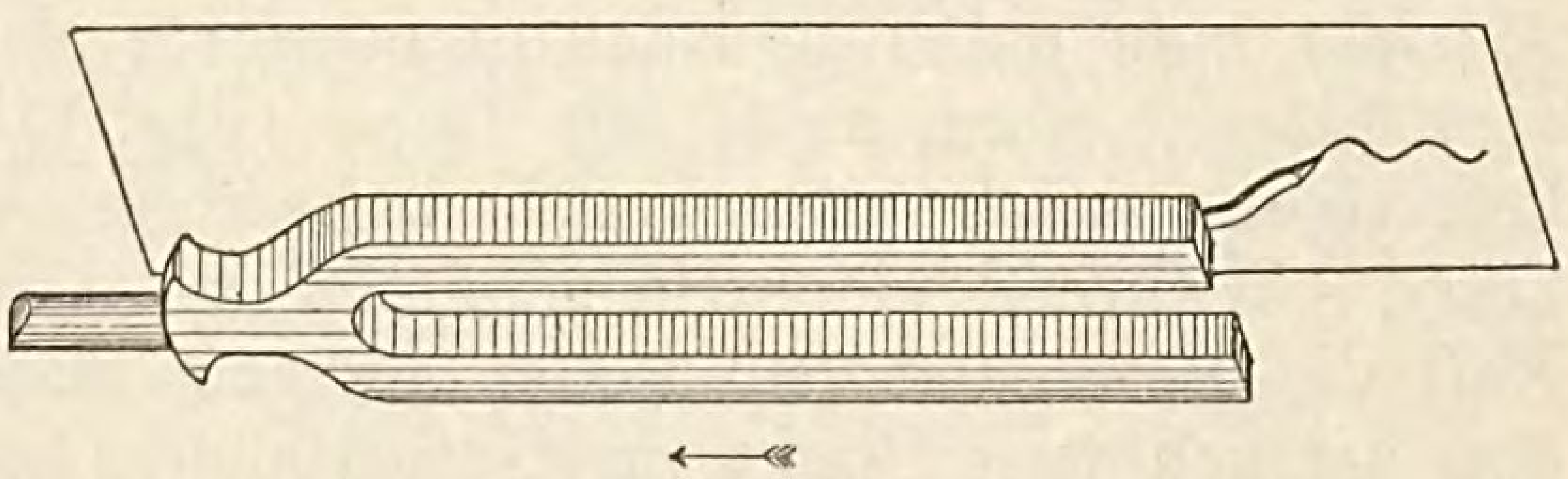


Fig. 108.

die Schwingungsform. Denselben Erfolg erreicht man bequemer dadurch, dass man die bezeichnete gleichförmige Bewegung nicht dem schwingenden Körper, sondern der Schreibtafel ertheilt.

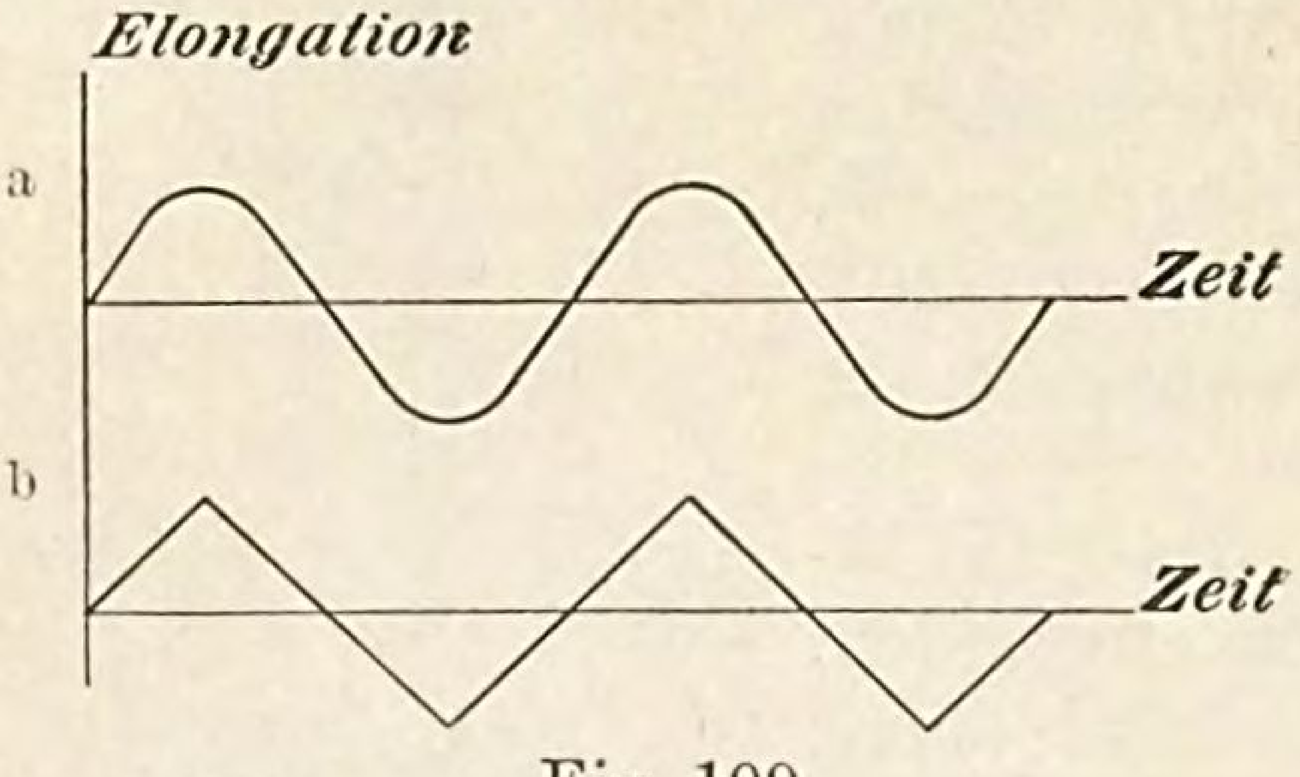


Fig. 109.

Fig. 109[a] zeigt die so bestimmte Schwingungsform eines Stimmgabelpunktes; dieselbe ist sehr nahe die eines pendelartig schwingenden Punktes (Art. 98). Die Schwingungsform eines Punktes A einer mit dem Violinbogen gestrichenen Saite ist aus gradlinigen Stücken zusammengesetzt; Fig. 109[b] zeigt die Schwingungsform für den Mittelpunkt der gestrichenen Saite.

245. Optische Methode. Durch den Schreibstift werden die Schwingungen des untersuchten Körpers etwas gestört. Von diesem Mangel frei sind die optischen Methoden. Bei einer derselben ertheilt man nicht dem schwingenden Punkte selbst, sondern seinem optischen Bilde eine gleichförmige Bewegung senkrecht zur Schwingungsrichtung. Wegen der Dauer des Lichteindrucks im Auge wird dann die Schwingungsform gesehen. Betrachtet man z. B. einen hellen Punkt durch eine Lupe und bewegt dann diese in horizontaler Richtung, so beschreibt das Bild des Punktes eine h o r i z o n t a l e Linie, welche bei rascher Lupenbewegung wegen der Dauer des Lichteindrucks im Auge als helle Linie erscheint. Ist der betrachtete Punkt ein hell gemachter Punkt einer schwingenden Saite, welche in v e r t i k a l e r Richtung schwingt, so sieht man dabei die Schwingungsform als helle Linie. Um dieses auszuführen, kann man die Lupe (Fig. 110) an einer Metallfeder befestigen, welche nur wenige Schwingungen in der Sekunde ausführt. Während einer Schwingung des Saitenpunktes ist in diesem Fall die Bewegung der Feder nahezu gleichförmig und man kann den betrachteten Punkt im Gesichtsfelde halten.

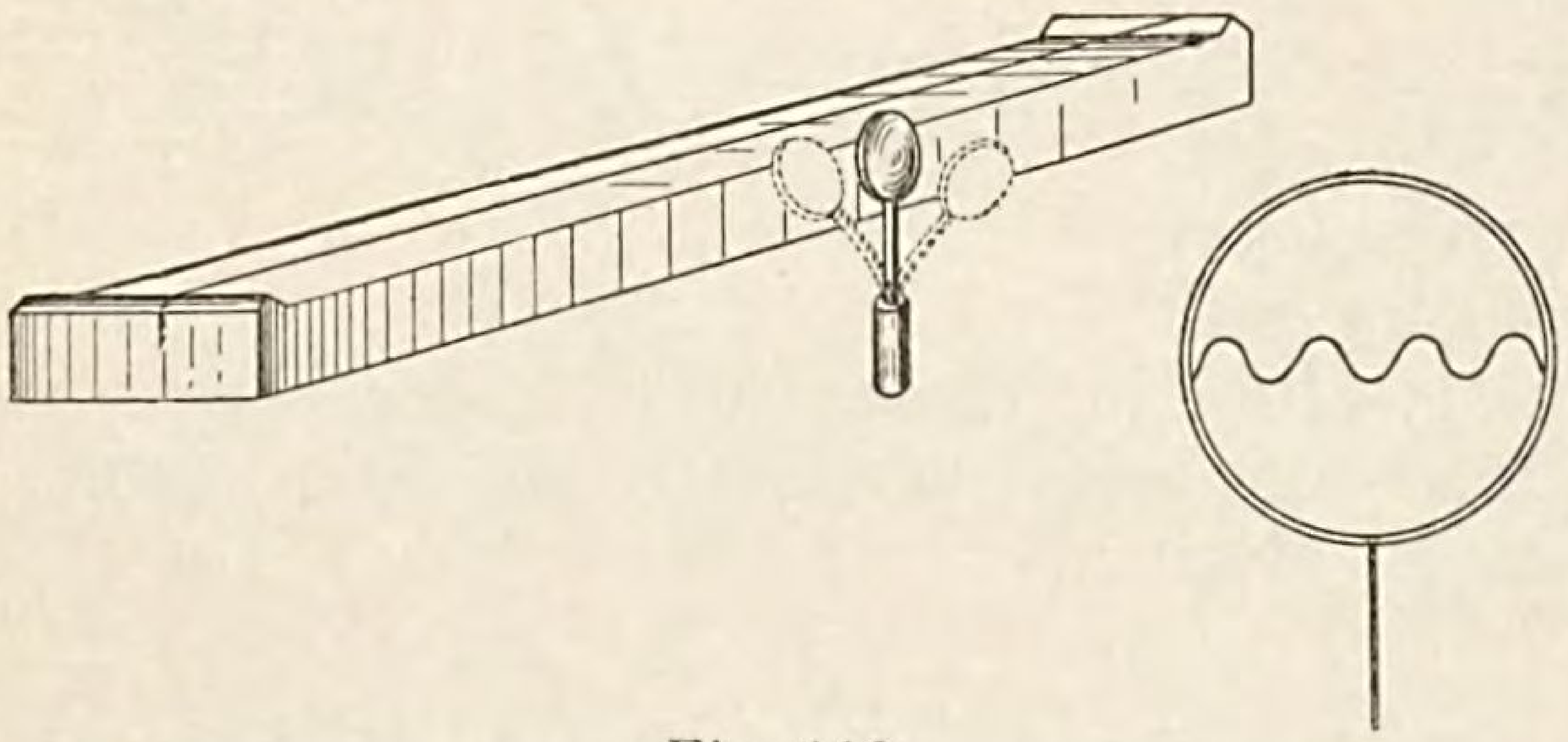


Fig. 110.

246. Musikalischer Ton und musikalischer Klang. Aufmerksame Beobachtung lehrt, dass ein musikalischer Klang von der Schwingungszahl n im Allgemeinen die Empfindungen verschiedener Töne hervorbringt, nämlich nicht nur die des Tones von der Schwingungszahl n, sondern gleichzeitig, je nach der Schwingungsform, die der Töne von den Schwingungszahlen $2n$ (Octave des

Grundtons), $3n$ (Duodecime), $4n$ (Doppeloctave), $5n$, $6n$ etc. Die Töne der Schwingungszahlen $2n$, $3n$, $4n$ .... heissen die harmonischen Obertöne des Tones n, dieser der Grundton jener.

Nur in einem Falle hört man keine harmonischen Obertöne neben dem Grundton, dann nämlich, wenn die Schwingungsform einfach pendelartig ist (Art. 97). Wegen dieser ausgezeichneten Eigenschaft nennt man nach v. Helmholtz eine vom Ohr empfundene pendelartige Schwingungsbewegung musikalischen Ton; eine solche Schwingungsbewegung irgend welcher Form musikalischen Klang.

247. Der Fourier'sche Satz und das Ohm'sche Gesetz. Nach einem von dem Mathematiker Fourier gefundenen Satz kann jede nicht pendelartige Schwingung von der Schwingungszahl n als die Summe gewisser pendelartiger Schwingungen von den Schwingungszahlen n, $2n$, $3n$ .... angesehen, oder in diese pendelartigen Schwingungen zerlegt werden. Ferner erkannte G. S. Ohm durch aufmerksame Beobachtung, dass das Ohr diese Zerlegung wirklich ausführt, indem eine nicht pendelartige Schwingungsbewegung die Empfindungen aller der einfachen musikalischen Töne erregt, welche den pendelartigen Bestandtheilen der nicht pendelartigen Schwingung entsprechen. So kann die Fig. 111[a] gezeichnete Schwingung A in die pendelartigen Schwingungen a_1 und a_2 zerlegt werden, d. h. der irgend einem Zeitpunkt M entsprechende Ausschlag MP in A ist die Summe $Mp_1 + Mp_2$ der demselben Zeitpunkt entsprechenden Ausschläge in a_1 und a_2. Hat, wie bei M', der Ausschlag in a_2 die entgegengesetzte Richtung, wie der Ausschlag in a_1, so ist jener von diesem abzuziehen.

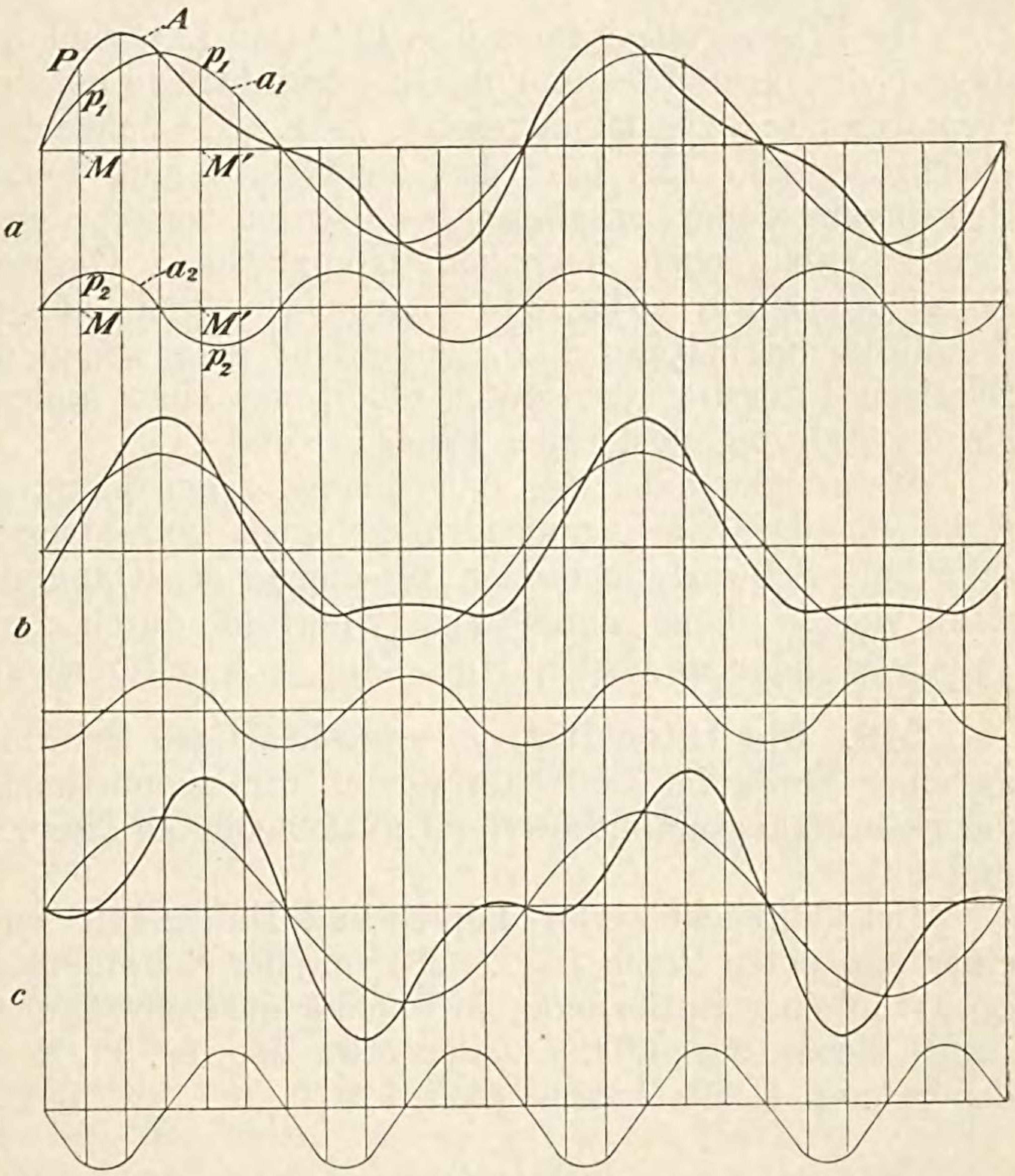


Fig. 111.

Nach dem Ohm'schen Gesetz erregt eine periodische Bewegung von der Schwingungsform A die Empfindungen der den Schwingungen a_1 und a_2 entsprechenden musikalischen Töne, deren Schwingungszahlen n und $2n$ sind; man hört ausser dem Grundton noch dessen höhere Octave.

248. Die Theorie der Klangfarbe nach v. Helmholtz. Für gewöhnlich, d. h. ohne besondere Aufmerksamkeit und Uebung, kommen uns die Empfindungen der Obertöne, welche in einem Klang enthalten sind, nicht zum Bewusstsein; dann aber erscheinen sie, wie v. Helmholtz dargelegt hat, als eine Modifikation in dem Charakter des Klanges, dessen Tonhöhe nach der Höhe des Grundtons beurtheilt wird und dessen Farbe nach der Zahl und Intensität der Obertöne sich richtet, welche neben dem Grundton in dem Klange enthalten sind.

So rührt die Schärfe des Violinenklanges von der Schwingungsform Fig. 109[b] daher, dass in ihm sehr viele hohe Obertöne enthalten sind, und die Weichheit einfacher Töne beruht auf dem Fehlen der Obertöne.

Die Schwingungsformen Fig. 111[a] und 111[b] sind aus den Schwingungen des Grundtons und der höheren Octave mit dem Amplitudenverhältniss 8 : 3 zusammengesetzt. Fig. 111[a] heben die Schwingungen gleichzeitig an, Fig. 111[b] hat die Octave eine Verzögerung um $^1/_4$ Schwingungsdauer erhalten; beide sehr verschiedene Schwingungsformen entsprechen derselben Klangfarbe. Dagegen enthält die Schwingungsform Fig. 111[c] Grundton und höhere Octave im Amplitudenverhältniss 8 : 5, entspricht also wegen der gesteigerten relativen Intensität des ersten Obertones einer anderen Klangfarbe, als die Schwingungsformen Fig. 111[a] und 111[b].

Wenn man daher im Allgemeinen sagen kann, dass die Klangfarbe von der Schwingungsform abhängt, so entsprechen doch verschiedene Schwingungsformen verschiedenen Klangfarben nur dann, wenn die in ihnen enthaltenen Obertöne durch Zahl oder durch Intensität oder in beiden Hinsichten sich unterscheiden.

249. Die Intensität einer pendelartigen Schwingungsbewegung an einer Stelle im Luftraum setzen wir proportional dem Quadrat der Schwingungsamplitude der Lufttheilchen an dieser Stelle (Artt. 92 und 93).

Bei Versuchen von Töpler und Boltzmann wurde der Klang einer gedeckten Pfeife (Art. 283) von der Schwingungszahl 181 noch gehört in einer Entfernung, in welcher die Schwingungsamplitude der Lufttheilchen nur 0,04 μ[1] oder etwa den 10. Theil der Wellenlänge des grünen Lichts betrug (Art. 530).

Cap. 2. Von der Fortpflanzung des Schalls.

250. Der Schall pflanzt sich nur durch wägbare Körper fort. Der Schall, den wir hören, wird gewöhnlich durch die Luft fort-

[1] Mikromillimeter $\mu = 0{,}001$ mm.

gepflanzt, aber auch tropfbare und feste Körper leiten den Schall. Beim Fadentelephon sind z. B. zwei gespannte Membranen durch einen langen gespannten Bindfaden verbunden. Gegen die eine Membran Gesprochenes wird an der andern durch Schallfortpflanzung im Bindfaden gehört.

Nur wägbare Körper leiten den Schall. Ein Schlagwerk, auf Kautschukplättchen, die den Schall kaum durchlassen, unter die Glocke der Luftpumpe gestellt, wird nicht gehört, wenn man evacuirt, da die Kette Schall leitender, wägbarer Theilchen zwischen Ohr und Schallquelle dann unterbrochen ist.

251. Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalls. Der Schall braucht Zeit, um sich fortzupflanzen. An einem abgefeuerten Geschütz entsteht gleichzeitig der sichtbare Pulverblitz und der hörbare Knall; aus der Ferne hört man diesen später als man jenen sieht und zwar später um die Zeit, welche der Schall braucht, um sich vom Geschütz zum Ohr fortzupflanzen; gegen diese Zeit ist nämlich die vom Licht zur Durchmessung der gleichen Strecke gebrauchte verschwindend klein (Art. 528). Aus jener Zeit und der Entfernung zwischen Geschütz und Beobachter findet man die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalls in der Luft, d. h. die Weglänge, welche er in der Luft während einer Sekunde zurücklegt.

Mit dem Winde geht der Schall schneller, als gegen den Wind. Werden nun auf ein gegebenes Lichtsignal von zwei Stationen A und B gleichzeitig Schüsse abgegeben und durch Beobachter in A und B die beschriebenen Zeitmessungen ausgeführt, so erhält man die Fortpflanzungszeiten für die Fortpflanzungsrichtungen von A nach B und von B nach A. Durch den Einfluss des Windes wird die eine Fortpflanzungszeit vergrössert, die andere um ebensoviel verkleinert und das arithmetische Mittel beider giebt die vom Einfluss des Windes befreite Fortpflanzungszeit (Methode der reciproken Schüsse). Auf einer Standlinie von 17 670 m fanden im Jahre 1823 Moll und van Beek die Schallgeschwindigkeit für trockene Luft von 0^{0} gleich 332,8 m in der Sekunde.

Von der Art des fortgepflanzten Schalls ist die Schallgeschwindigkeit unabhängig, für musikalische Klänge also unabhängig von deren Höhe und Stärke; daher bleibt der Rythmus eines Musikstücks ungeändert, mag man es aus der Nähe oder aus der Ferne hören.

Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalls im Wasser wurde im Jahre 1826 von Colladon im Genfersee bestimmt. Schallquelle war dabei eine unter Wasser angeschlagene Glocke; der Schall wurde durch ein Hörrohr beobachtet, dessen ins Wasser tauchendes Ende durch eine Metallplatte verschlossen war (Fig. 112). Als Lichtsignal diente das Aufblitzen einer Pulvermasse, welche zugleich mit dem Anschlag der Glocke entzündet wurde. Auf einer Standlinie von 14 000 m ergab sich die Schallgeschwindigkeit im Wasser bei 8^{0} gleich 1435 m in der Sekunde.

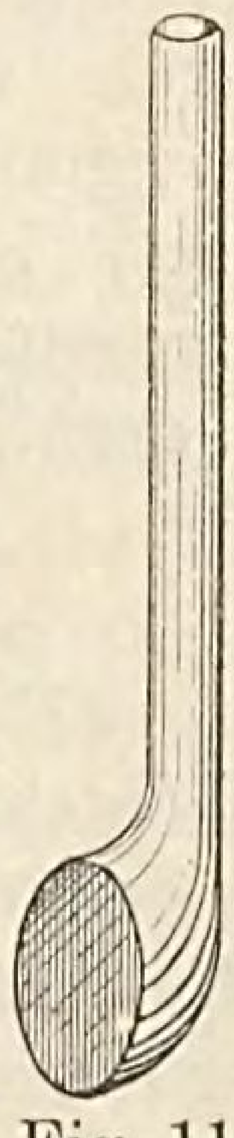


Fig. 112.

252. Wellenbewegung. Die Fortpflanzung des Schalls von einem Punkt A zu einem anderen Punkt B geschieht nun durch Wellenbewegung des zwischen A und B gelagerten elastischen Mediums. Ein Medium ist in Wellenbewegung, wenn die auf einer Linie liegenden Theile desselben gleiche oder ähnliche Bewegungen nach einander ausführen und diese Bewegungen um so später beginnen, je weiter sie von einem Punkt A auf der Linie entfernt sind.

253. Die Mach'sche Wellenmaschine. Gleich lange Pendelchen hängen (Fig. 113) in einer Reihe neben einander und können senkrecht zur Reihenrichtung schwingen. Man hebt sie mittelst einer Leiste aus ihrer Gleichgewichtslage alle gleich weit heraus und zieht alsdann die Leiste mit constanter Geschwindigkeit in der Reihenrichtung zurück. Dadurch lässt man die Pendelkugeln nach einander gegen ihre Gleichgewichtslage fallen, so dass dieselben nach einander dieselben Bewegungen ausführen und sich daher nach Definition in Wellenbewegung befinden. In diesem Fall, den wir allein weiter verfolgen, ist die gleiche Bewegung der Theilchen eine periodische.

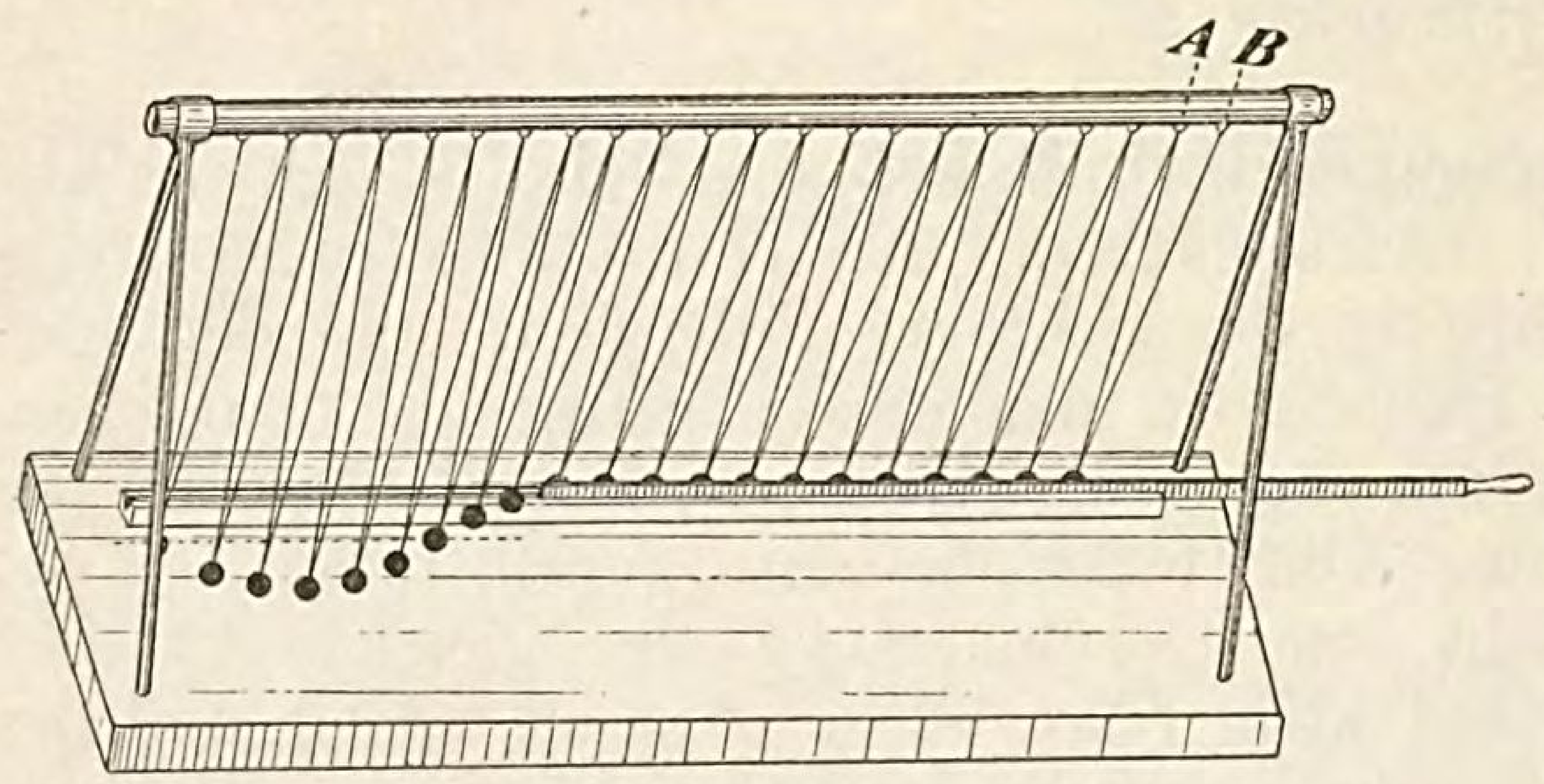


Fig. 113.

254. Die Wellenlänge. Möge die Leiste mit einer solchen Geschwindigkeit fortgezogen werden, dass von dem Moment, zu welchem das erste Pendel losgelassen wurde, bis zu dem Moment, zu welchem das 13. Pendel im Begriff ist, losgelassen zu werden, eine Schwingungsdauer T der Pendel verstreicht. Die Entfernung zwischen dem ersten und dem 13. Pendel ist dann die Weglänge, durch welche hin während einer Schwingungsdauer die Wellenbewegung fortgepflanzt wird. Diese Weglänge heisst die Wellenlänge λ. Sei c die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wellenbewegung, d. i. die Weglänge, durch welche hin die Wellenbewegung in der Sekunde fortgepflanzt wird, dann ist

$$\lambda = c \,.\, T \,\ldots \qquad (44)$$

255. Die relative Verzögerung. Die in dem Bereich einer Wellenlänge liegenden Pendelkugeln oder Theilchen befinden sich in demselben Moment nothwendig alle in verschiedenen Zuständen oder Phasen ihrer Schwingungsbewegung. Fig. 114[e] ist die Lage der Theilchen in dem Zeitmoment dargestellt, zu welchem die Bewegung um eine Wellenlänge fortgepflanzt worden ist. Die Theilchen *1, 4, 7, 10* haben bzw. $^4/_4$, $^3/_4$, $^2/_4$, $^1/_4$ ihrer Schwingungsbewegung ausgeführt; man sagt, gegen das Theilchen *1* haben die

Theilchen *4, 7, 10* eine relative Verzögerung von 1/4, 2/4, 3/4 Schwingungsdauer.

Fig. 114^f ist die Lage der Theilchen gezeichnet, nachdem 5/4 der Schwingungsdauer verstrichen sind. Eine ganze Welle, die sich vom Theilchen *1* bis zum Theilchen *13* erstreckt, besteht aus einem Wellenberg von *1—7* und einem Wellenthal von *7—13*. Die Figuren

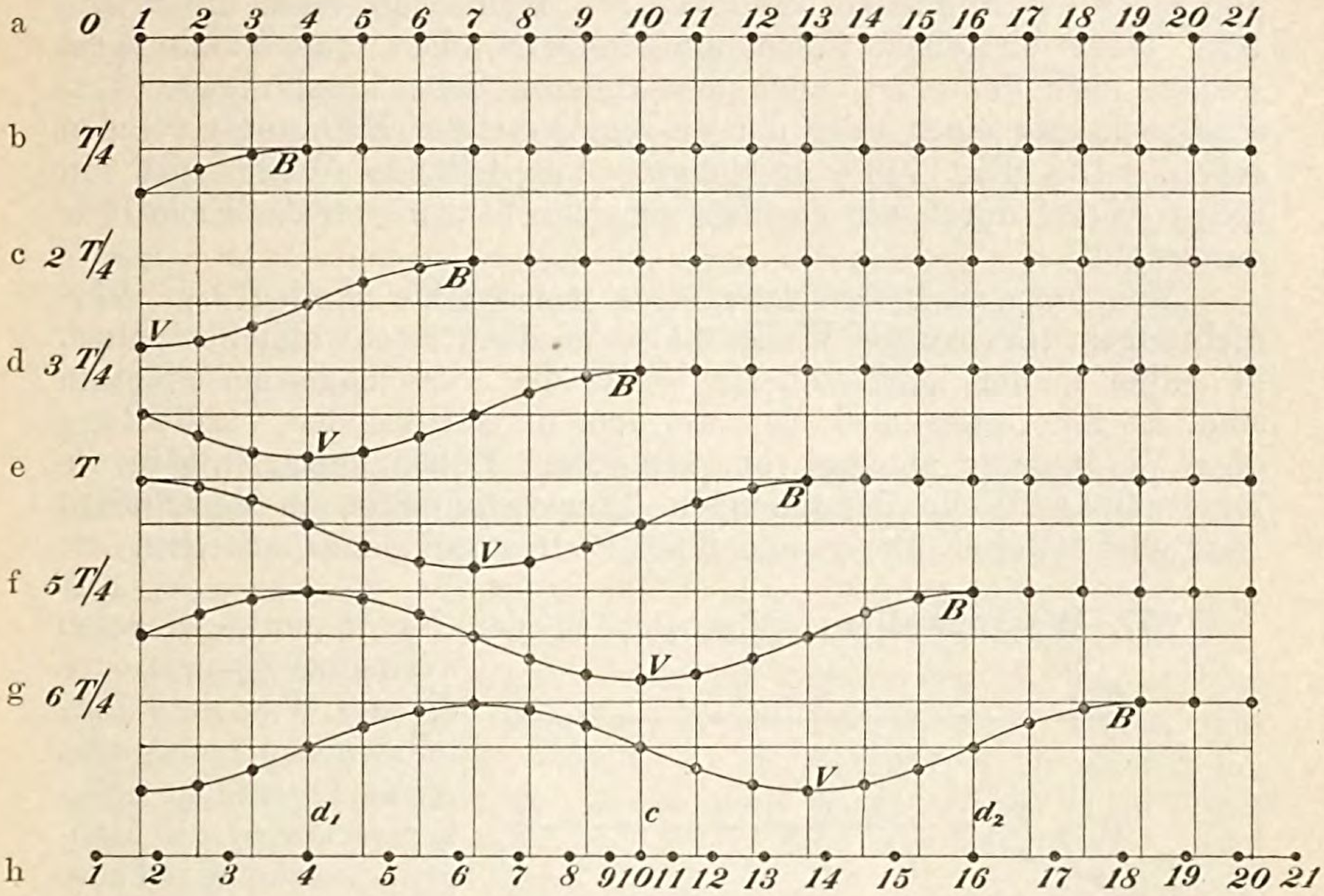


Fig. 114.

114^b bis 114^g, welche die Lage der Theilchen zu den verschiedenen beigesetzten Zeitpunkten darstellen, bringen zur Anschauung, dass bei der Wellenbewegung Wellenberge *B* und Wellenthäler *V* über die Reihe der Theilchen hin fortzulaufen scheinen.

256. Transversale und longitudinale Wellenbewegung. Wenn, wie bei der geschilderten Wellenbewegung, die Theilchen senkrecht zu der Richtung schwingen, in welcher die Wellen fortschreiten, so heisst die Wellenbewegung transversal. Sie heisst longitudinal, wenn die Theilchen in der Richtung schwingen, in welcher die Wellen fortschreiten. Eine in der Mach'schen Wellenmaschine eingeleitete transversale Wellenbewegung verwandelt man in eine longitudinale, indem man die Schwingungsrichtung der Theilchen in der Horizontalebene um 90° dreht; dies geschieht, indem für alle Pendelchen gleichzeitig die Verbindungslinie *AB* der Aufhängepunkte um 90° gedreht wird[1]. Da die longitudinalen Ausschläge für be-

[1] Die dazu bestimmte Vorrichtung ist in der Figur weggelassen.

nachbarte Theilchen von verschiedener Grösse sind, so entstehen bei den longitudinalen Wellen nothwendig Aenderungen der Theilchenabstände, d. h. Verdichtungen und Verdünnungen. Fig. 114^h ist die Lage der Theilchen in einer longitudinalen Welle für einen bestimmten Zeitmoment dargestellt; bei d_1 und d_2 findet Verdünnung, bei c Verdichtung statt. Da die verschiedene Schwingungsrichtung der Theilchen der einzige Unterschied zwischen einer transversalen und einer longitudinalen Welle ist, so kann man diese unter dem Bilde jener darstellen, indem man festsetzt, dass transversale Ausschläge nach der einen oder der anderen Seite longitudinale Ausschläge in der einen oder der entgegengesetzten Richtung vorstellen sollen. Die Fig. 114^h gezeichnete longitudinale Welle wird in dieser Weise durch die darüber gezeichnete transversale Welle 114^g dargestellt.

Man kann auch festsetzen, dass transversale Wellenberge Verdichtungen, transversale Wellenthäler Verdünnungen vorstellen sollen. Wo aber in der longitudinalen Welle die Ausschläge am grössten sind, ist ihr Unterschied, von welchem die Grösse der Verdichtung oder Verdünnung abhängt, am kleinsten. Daher liegen in den die longitudinale Welle darstellenden Transversalwellen in den beiden Darstellungsweisen Berge und Thäler an verschiedenen Stellen.

257. Wasserwellen. Von den in der Natur vorkommenden Wellenbewegungen wird die des Wassers unmittelbar als solche erkannt. An der Oberfläche tiefen Wassers sind die Bahnen, welche die Theilchen nach einander durchlaufen, nahezu vertikale Kreise, deren Ebene die Fortpflanzungsrichtung der Wellen enthällt. Wie aus diesen Bewegungen der Theilchen die Welle entsteht, zeigt Fig. 115. Die Kraft, welche das Fortschreiten der Wellen hier bewirkt, ist die Schwerkraft, vermöge deren eine Flüssigkeit, wenn ihre Oberfläche nicht horizontal ist, nicht im Gleichgewicht sich befindet.

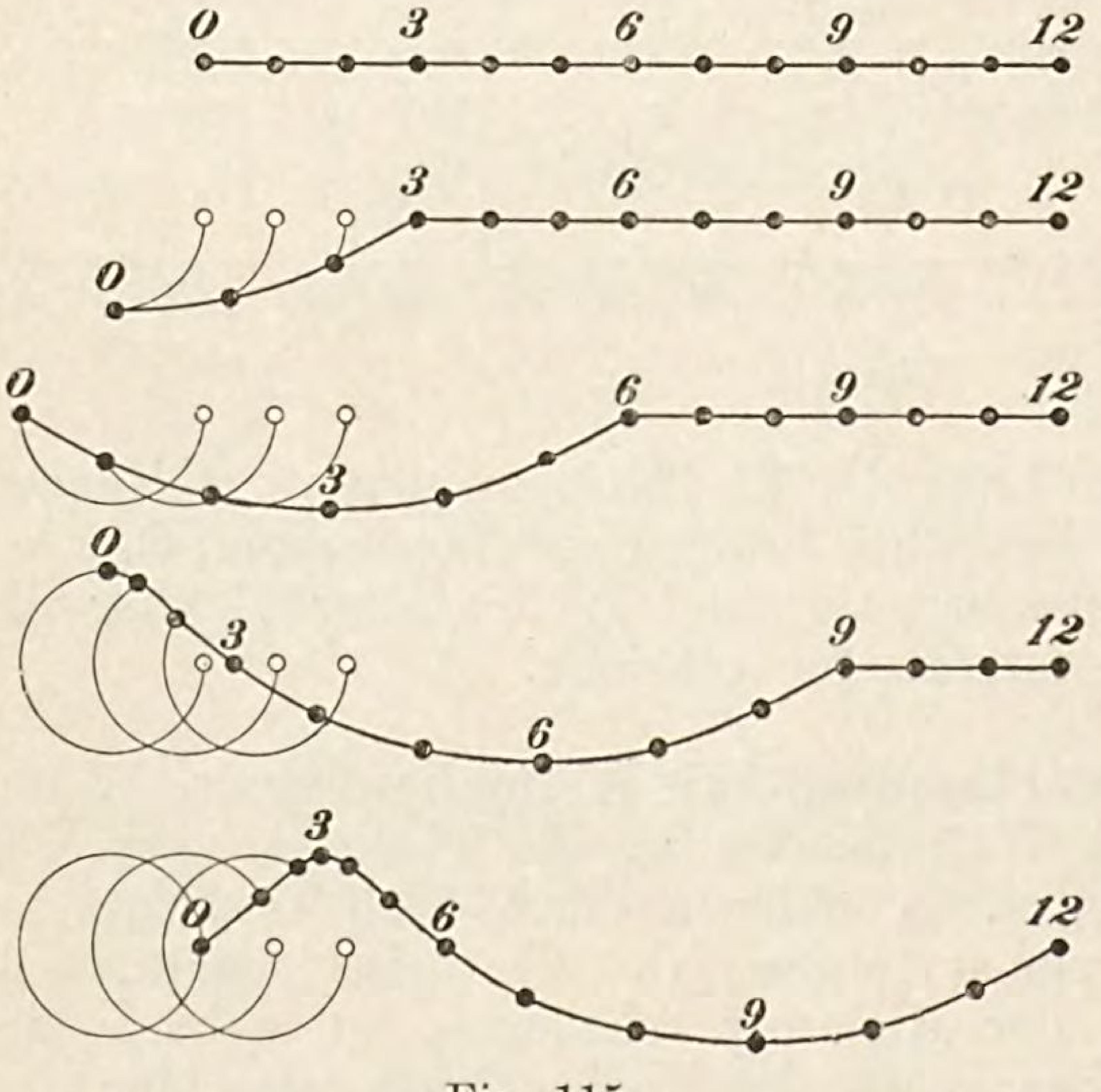


Fig. 115.

258. Transversale Seilwellen erzeugt man auf einem gespannten Seil, dessen eines Ende befestigt ist, und dessen anderem, in der Hand gehaltenem Ende man durch jene eine transversale Schwingungs-

bewegung ertheilt. So lange die gebildeten Wellen das feste Ende nicht erreicht haben, ist die erzeugte transversale Wellenbewegung genau entsprechend der in der Mach'schen Wellenmaschine erzeugten (Art. 253). Eine einzelne Seilwelle erzeugt man, indem man an dem einen Ende des beiderseits befestigten Seils einen Schlag auf dasselbe führt; man sieht dann eine Welle über das Seil hinlaufen, wobei die Seiltheilchen nacheinander dieselbe Bewegung ausführen. Die Kraft, welche das Fortschreiten der Welle über das Seil hin bewirkt, ist die Spannung desselben. Auf den vordersten Punkt B der Welle wirken in Folge dieser Spannung Kräfte in den Richtungen BF und BG (Fig. 116), welche B aufwärts bewegen. Der hinterste Punkt A der Welle erfährt ebenfalls einen aufwärts gerichteten Antrieb; allein A hat eine abwärts gerichtete Geschwindigkeit, welche durch jenen Antrieb vernichtet wird, daher lässt die Welle das Seil hinter sich in Ruhe zurück.

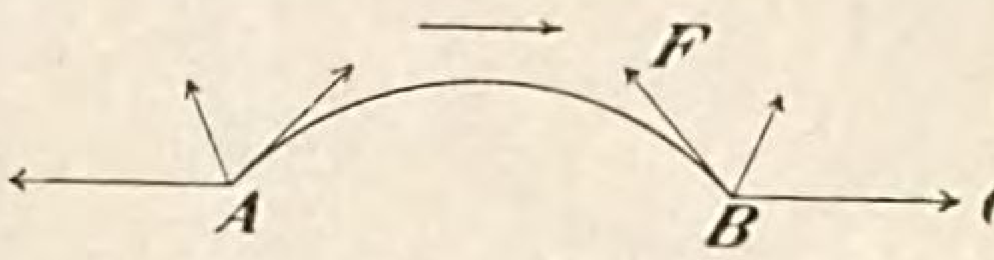


Fig. 116.

259. Longitudinale Luftwellen erzeugt man in einer durch ein Rohr begränzten Luftsäule, deren einem Ende man, etwa durch einen Stempel, eine nach der Röhrenaxe gerichtete hin- und hergehende Bewegung ertheilt. Solange die Wellen das andere Röhrenende nicht erreicht haben, ist die in der Luft erzeugte longitudinale Wellenbewegung genau entsprechend der in der Mach'schen Wellenmaschine erzeugten (Art. 256); Verdichtungen und Verdünnungen laufen über die Luft hin. Die Kraft, welche das Fortschreiten der Wellen bedingt, ist die Elasticität der Luft. Weil nämlich längs einer Welle die Dichtigkeit und damit der Druck der Luft sich ändert, wird ein Theilchen von der einen Seite stärker, als von der anderen Seite gedrückt und die Differenz dieser Druckkräfte ist die bewegende Kraft.

260. Kugelförmige longitudinale Luftwellen entstehen, wenn an einer Stelle des freien Luftraumes eine Schwingungsbewegung hervorgebracht wird; nach allen Richtungen hin wird dann eine longitudinale Wellenbewegung fortgepflanzt. Nennt man Strahl eine von dem punktförmig gedachten Erschütterungscentrum aus gezogene Linie, so unterscheidet sich der Vorgang auf einem Strahl von dem Vorgang in der Art. 259 betrachteten Röhre nur dadurch, dass die Schwingungsamplitude der Theilchen mit wachsender Entfernung vom Erschütterungscentrum in jenem Fall abnimmt, in diesem ungeändert bleibt.

261. Die Fortpflanzung des Schalls durch eine Flüssigkeit geschieht durch longitudinale Wellenbewegung derselben. Wenn in dem Art. 260 betrachteten Fall die Verdichtungen und Verdünnungen, so wie es Fig. 117 dargestellt ist, das Ohr treffen, so versetzen sie das Trommelfell desselben in eine der im Erschütterungscentrum erzeugten nach Dauer und Form ähnliche Bewegung; liegt die Schwingungszahl

dabei in den Gränzen der Hörbarkeit (Art. 239), so wird ein musikalischer Klang durch die Luft fortgepflanzt. Der Beweis für die in diesem Artikel ausgesprochene Behauptung liegt besonders darin, dass die theoretisch berechnete Fortpflanzungsgeschwindigkeit longitudinaler Wellen mit der experimentell bestimmten Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalls übereinstimmt.

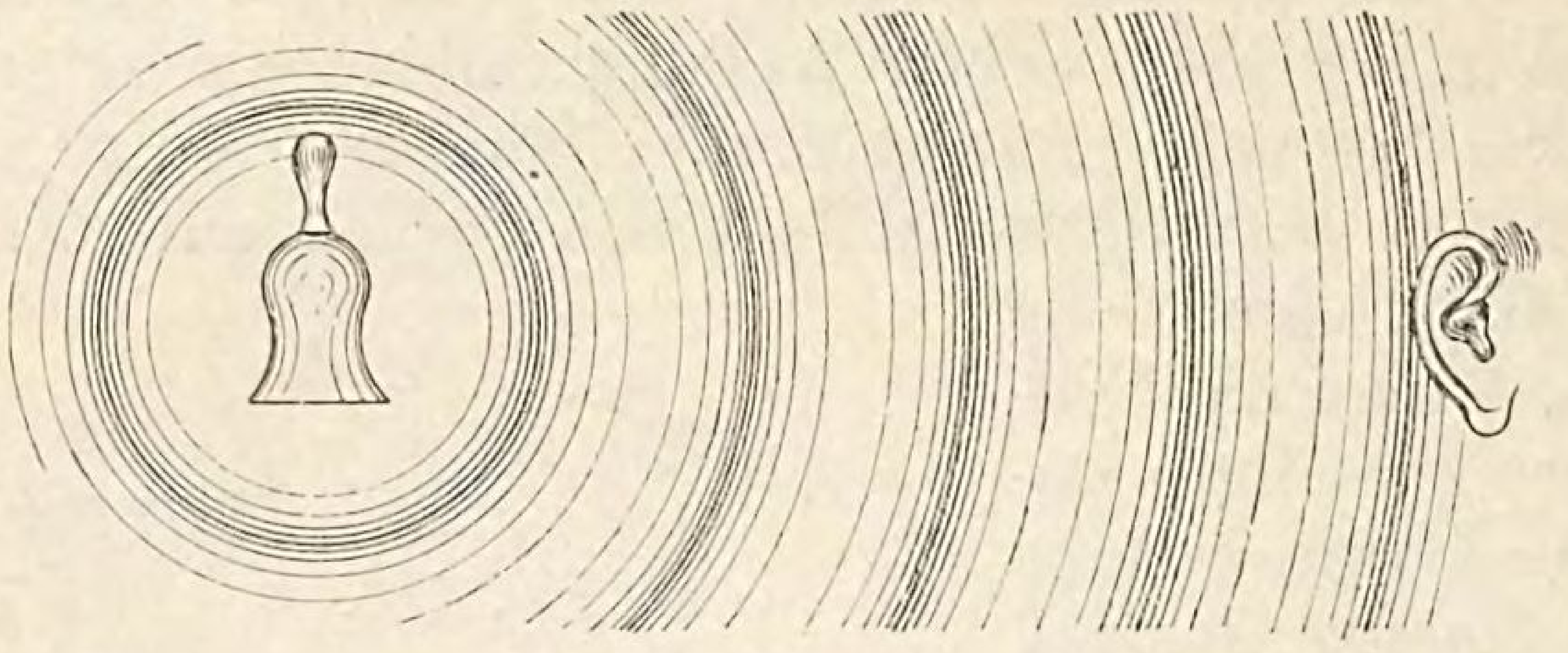


Fig. 117.

262. Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit c longitudinaler Wellen in einer Flüssigkeit fand Newton theoretisch von ihrer Länge unabhängig und zwar

$$c = \sqrt{\frac{Elasticität}{Dichte}} \ldots . \qquad (45)$$

wo die Elasticität (Art. 192) in absolutem Maass auszudrücken ist.

263. Schallgeschwindigkeit in der Luft. Die Elasticität der Luft wäre nach Art. 195 in (45) dem Druck der Luft gleichzusetzen, wenn deren Temperatur bei den Schallschwingungen sich nicht änderte. Nun aber wird im Art. 341—42 gezeigt werden, dass die Luft bei der Verdichtung sich erwärmt, bei der Verdünnung sich abkühlt; in Folge hiervon wird die Druckzunahme bei der Verdichtung und die Druckabnahme bei der Verdünnung, d. h. die Elasticität der Luft vergrössert. Trägt man diesem Umstande Rechnung, so findet man, wie zuerst Laplace gezeigt hat und Art. 349 bewiesen wird, die Elasticität des Gases gleich $p \, . \, k$, wo k für Luft den Werth 1.405 hat. Für Luft ist also

$$c = \sqrt{\frac{p \, . \, k}{D}} \ldots . \qquad (46)$$

wo p den Druck der Luft in absolutem Maass, D ihre Dichte vorstellt. Nach dieser Formel ist die Schallgeschwindigkeit in der Luft von dem Barometerstand unabhängig, da die Dichte D der Luft ihrem Druck p proportional, das Verhältniss p/D also vom Druck unabhäng ist; dagegen wächst die Schallgeschwindigkeit mit der Temperatur und dem Feuchtigkeitsgehalt der Luft, da bei gleichem Druck kalte Luft dichter als warme, trockene dichter als feuchte ist. Diese Folgerungen werden durch die Erfahrung bestätigt. Setzt man nach Art. 321 für trockene Luft

$$D = D_0 \cdot \frac{p}{p_0} \cdot \frac{1}{1 + \alpha . t},$$

wo D_0 die Dichte der Luft unter dem Normaldruck p_0 bei 0^0, t die Temperatur bedeutet, so wird

$$c = \sqrt{\frac{p_0}{D_0} \cdot k \, . \, (1 + \alpha . t)} \ldots . \qquad (46^a)$$

Für $t = 0^0$ wird

$$c = c_0 = \sqrt{\frac{p_0}{D_0} \cdot k},$$

also, da $p_0 = 1033 \,.\, g = 1033 \,.\, 981$ Dynen aufs qcm, $D_0 = 0 \,.\, 001293$ g im ccm ist, $c_0 = 33170$ cm $= 331{,}7$ m, nahe übereinstimmend mit dem von Moll und van Beek gefundenen Werth $332{,}8$ m. Ohne Berücksichtigung des Laplace'schen Faktors k würde

$$c_0 = \sqrt{\frac{p_0}{D_0}} = 280 \text{ m}$$

in der Sekunde gefunden werden: das ist der Newton'sche, von der Erfahrung weit abweichende Werth der Schallgeschwindigkeit bei 0^0.

264. Schallgeschwindigkeit im Wasser. Für Wasser von 8^0 ist die Elasticität (Art. 197)

$$= \frac{\text{Million}}{48{,}8} \text{ Atmosphären} = \frac{\text{Million}}{48{,}8} \cdot 1033 \,.\, g \text{ Dynen}$$

aufs qcm, die Dichtigkeit nahe = 1. Daher

$$c = \sqrt{\frac{1000\,000}{48{,}8} \cdot 1033 \,.\, 981} = 144100 \text{ cm} = 1441 \text{ m}$$

in der Sekunde. Colladon fand durch den Versuch 1435 m (Art. 251). Die mit den Schallschwingungen verbundenen Temperaturänderungen wurden hierbei nicht berücksichtigt; in der That sind sie beim Wasser, wenn auch nicht bei anderen tropfbaren Flüssigkeiten, zu vernachlässigen.

Cap. 3. Von der Reflexion und Interferenz der Schallwellen.

265. Reflexion des Schalls. Für die Zurückwerfung der Schallstrahlen von festen Wänden gilt das in Art. 437 darzulegende Reflexionsgesetz. Die unter dem Namen Echo bekannte Erscheinung, zu welcher auch Waldränder Veranlassung geben, erfordert den Einfallswinkel Null, damit die Schallstrahlen zu ihrem Ausgangspunkte zurückkehren. Bringt man in den Brennpunkt F_1 eines Hohlspiegels eine tickende Uhr, so werden in Folge des Reflexionsgesetzes die Schallstrahlen der Axe des Spiegels parallel zurückgeworfen (Art. 446); ein Ohr, welches sich in dem von ihnen gebildeten Cylinder befindet, hört das Ticken der Uhr noch in ziemlich weiter Entfernung vom Spiegel. Stellt man einen zweiten Hohl-

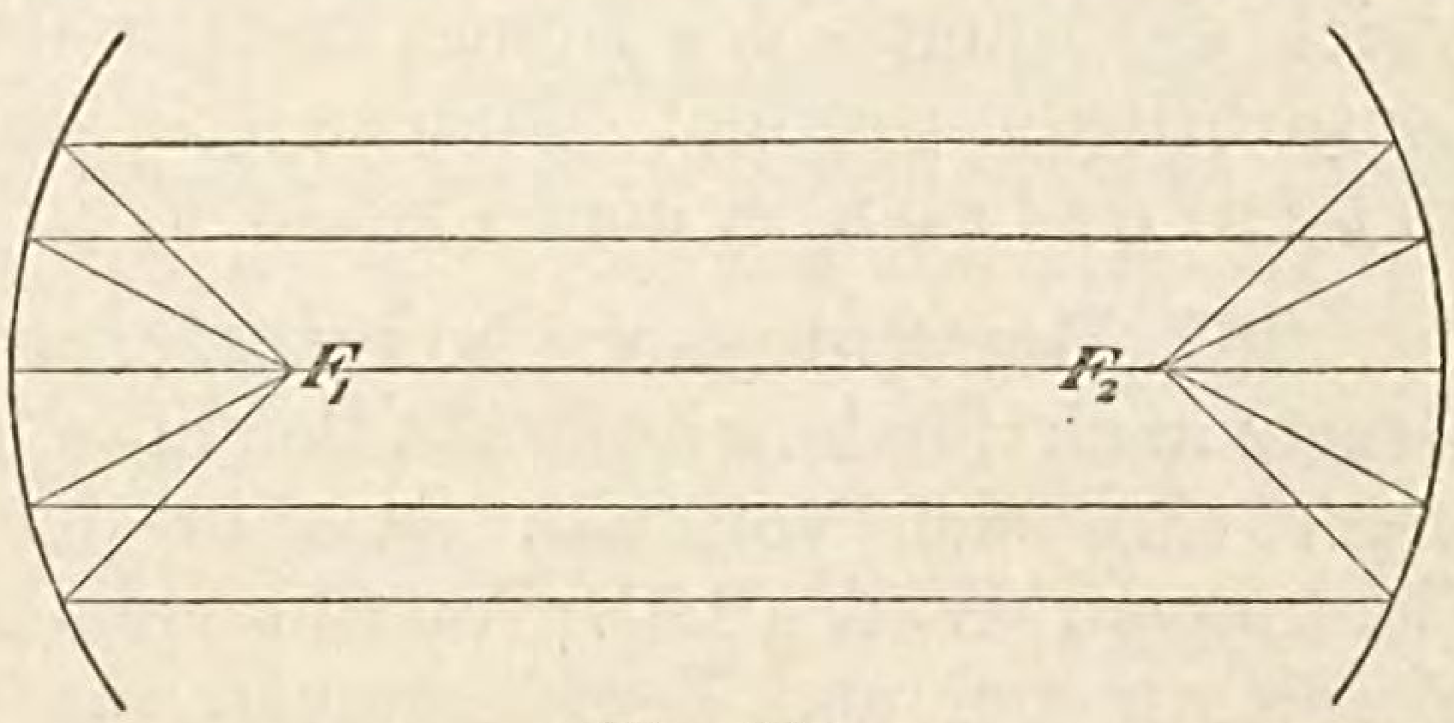


Fig. 118.

spiegel (Fig. 118) so auf, dass seine Axe mit der des ersten zusammenfällt, so werden die vom ersten kommenden Strahlen in dem Brennpunkt des zweiten concentrirt Fig. 118 (Art. 446); durch ein Hörrohr, dessen eines Ende in den Gehörgang des Ohres eingeführt ist, dessen anderes, dem Spiegel zugekehrtes Ende man an den Brennpunkt F_2 bringt, wird das Ticken der Uhr sehr deutlich gehört.

266. Princip der Interferenz. Treffen mehrere Wellen in einem Punkte zusammen, so ist die Bewegung desselben, wenn die Schwingungsamplitude nicht zu gross wird, die Resultirende (Art. 89) der Bewegungen, welche die einzelnen Wellen hervorbringen würden.

Treffen also zwei gleich gerichtete Transversalwellen in einem Punkte P zusammen, so ist der resultirende Ausschlag die Summe der von den einzelnen Wellen herrührenden Ausschläge.

Nehmen wir zunächst an, dass die Wellen auf den in P zusammentreffenden Strahlen die gleiche Wellenlänge besitzen, so sind zwei Hauptfälle möglich, je nachdem in P zu der Zeit, zu welcher auf dem einen Strahl ein Wellenberg eintrifft, auf dem anderen Strahl auch ein Wellenberg (Fig. 119[a]) oder aber ein Wellenthal eintrifft (Fig. 119[b]). Im ersten Fall wirken die beiden Wellen auf P in gleichem Sinne, wobei sie sich verstärken, im zweiten Fall wirken sie auf P in entgegengesetztem Sinne, wobei sie sich schwächen und, falls sie von gleicher Intensität sind, sich aufheben. Liegen zwischen 2 Punkten c_1 und c_2 gleicher Schwingungsphase und dem Punkt P auf dem Strahl 1 n Wellen mehr, als auf dem Strahl 2, wo n im Allgemeinen eine gebrochene Zahl ist, so sagt man, der Gangunterschied der Strahlen 1 und 2 in P sei gleich n Wellenlängen; der Gangunterschied der beiden gezeichneten Strahlen in P ist Fig. 119[a] gleich Null, Fig. 119[b] gleich einer halben Wellenlänge.

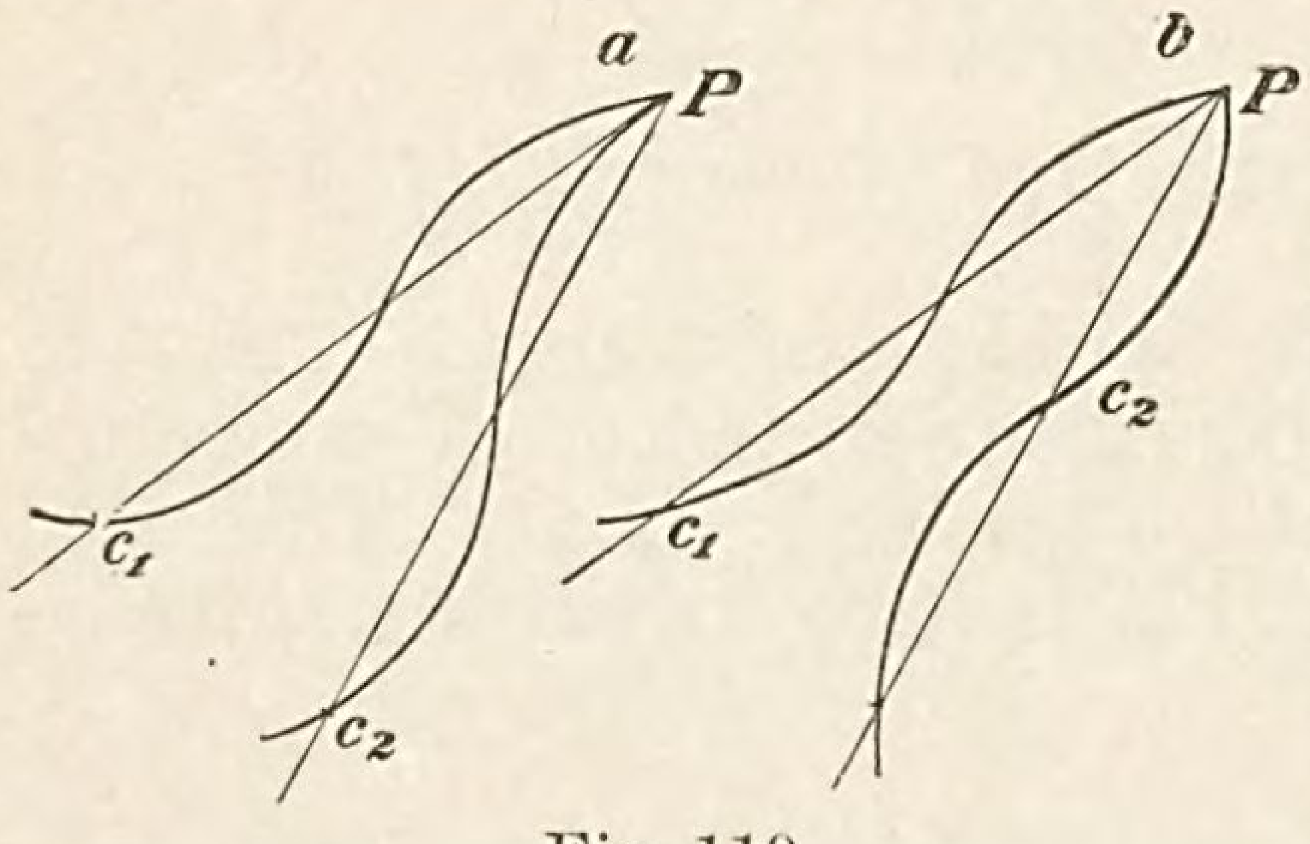


Fig. 119.

Augenscheinlich tritt der erste oder der zweite der bezeichneten beiden Hauptfälle ein, je nachdem der Gangunterschied der beiden Wellen in P ein grades oder ungrades Vielfaches einer halben Wellenlänge ist.

Die Intensität der Schwingungsbewegung in P ist also nicht gleich der Summe der Intensitäten, welche die beiden Wellen einzeln hervorbringen würden. Man sagt in einem solchen Fall, die Wellen interferiren in dem Punkte P, in welchem sie zusammenwirken.

267. Der Quincke'sche Interferenzversuch. Dass das gefundene Gesetz auch für longitudinale Schallwellen gelten muss, erkennt man, wenn man sich vorstellt, dass in der Fig. 119 Wellenberge Verdichtungen, Wellenthäler Verdünnungen bedeuten und erwägt, dass Verdichtungen und Verdünnungen von gleicher Grösse einander aufheben. Man realisirt diesen Fall nach Quincke durch das Fig. 120 dargestellte Röhrensystem, welches bei K Kautschukverbindungen

enthält. Bei A tritt der Schall einer Stimmgabel ein, bei C wird die Welle getheilt und die Theilwellen werden, nachdem sie die verschiedenen Wege CDP und CEP durchlaufen haben, bei P wieder vereinigt. Der Theilungspunkt C ist für beide Wellen ein Punkt gleicher Schwingungsphase, ihr Gangunterschied in P folglich gleich der in Wellenlängen ausgedrückten Strecke $CDP - CEP$. Ist er gleich einer Halbwelle, so schwächen sich die Wellen in P. In der That hört man durch einen ins Ohr gesteckten, über B geschobenen Schlauch den Stimmgabelklang in diesem Fall sehr schwach, sehr stark, wenn man den einen Theilwellenzug durch Zudrücken des Schlauches K abblendet.

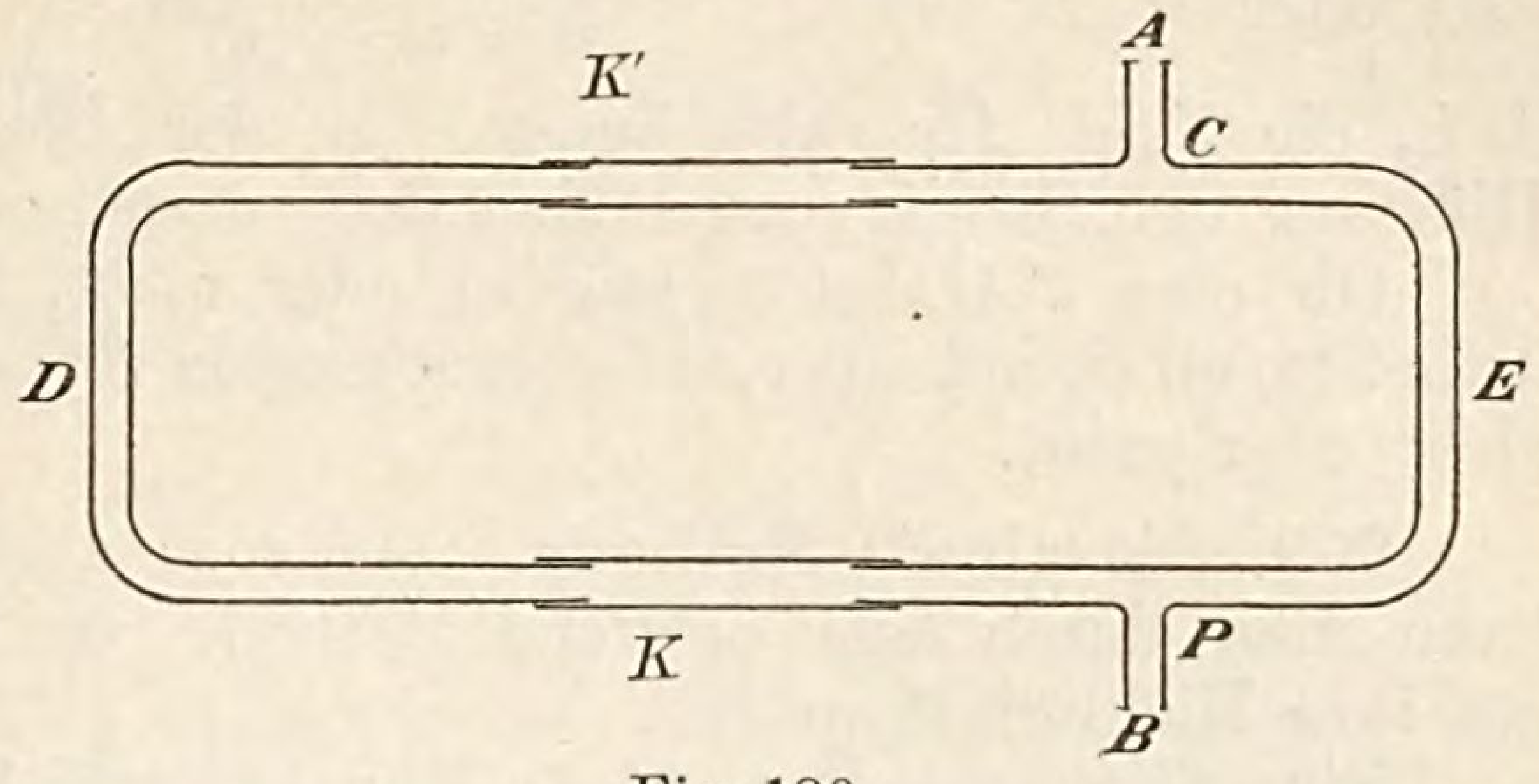


Fig. 120.

268. Schwebungen. Man blase zwei gleichgestimmte offene Pfeifen an und verstimme alsdann die eine ein wenig gegen die andere dadurch, dass man ihr freies Ende zum Theil mit der Hand bedeckt. In diesem Fall, in welchem auf das Trommelfell des Ohres zwei Wellen einwirken, deren Schwingungszahlen sich ein wenig unterscheiden, bemerkt man ein in gleichen Zeitintervallen wiederkehrendes An- und Abschwellen der Klangstärke; man hört sogenannte Schwebungen oder Stösse, welche durch mehr oder weniger vollkommene Pausen von einander getrennt sind und welche um so schneller auf einander folgen, je mehr man die Pfeifen gegen einander verstimmt.

Seien die Schwingungszahlen der beiden Pfeifen m und n, und sei $m > n$, mögen z. B. 10 Schwingungen m auf 9 Schwingungen n kommen. Wenn nun im Anfang unserer Betrachtung die beiden

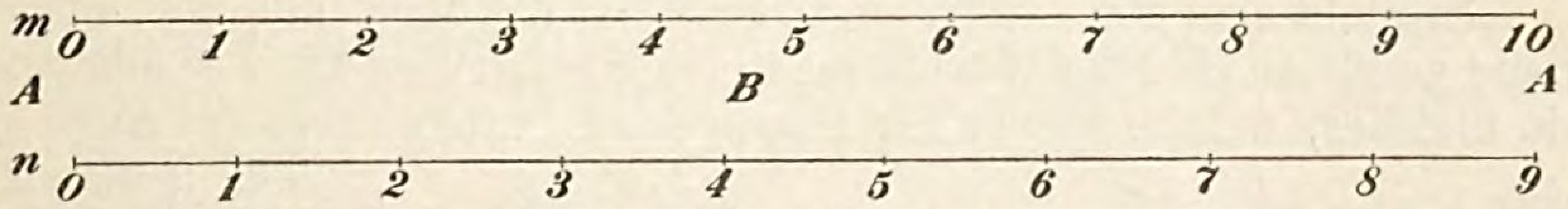


Fig. 121.

Wellen im Ohr ohne relative Verzögerung (Art. 255) zusammentreffen, so werden sie sich zu dieser Zeit verstärken (Fig. 121 bei A); mit jeder Schwingung wird aber n um den gleichen Bruchtheil einer Schwingung hinter m zurückbleiben, und ist die relative Verzögerung auf $1/2$ Schwingungsdauer angewachsen, so werden die Schwingungen im Ohr einander schwächen, und es wird eine Pause entstehen (Punkt B); ist die relative Verzögerung auf eine ganze Schwingungsdauer gewachsen, so tritt wieder Verstärkung ein (Punkt A). Letzteres findet in unserem Beispiele statt, wenn 10 Schwingungen m oder 9 Schwingungen n erfolgt sind; allgemein findet es nach Ablauf der Zeit statt, in welcher in dem einen Klang (m) eine Schwingung mehr, als in dem anderen (n) erfolgt; in dieser Zeit also hört man eine Schwebung.

Ist daher x die Zahl der Schwebungen in der Sekunde, so findet eine Schwebung in $1/x$ Sekunde statt, in welcher Zeit die beiden Klänge bezüglich m/x und n/x Schwingungen machen. Mithin ist $m/x - n/x = 1$ oder

$$x = m - n,$$

d. h. die Zahl der Schwebungen in der Sekunde ist gleich der Differenz der Schwingungszahlen der zusammenwirkenden Klänge.

Ob eine a'-Gabel richtig ist oder nicht, kann man danach beurtheilen, ob sie mit einer auf a' gestimmten Normalgabel Schwebungen giebt oder nicht.

269. Lissajou's Methode. Genauer noch, als durch das Ohr kann man durch eine optische Methode von Lissajou eine Gabel auf ihre Richtigkeit prüfen.

Eine Stimmgabel ist, wie in Fig. 122 und 123 so aufgestellt, dass die Zinken in vertikaler Richtung schwingen. An der einen Zinke ist eine Lupe befestigt, die andere ist durch ein passendes Gegengewicht beschwert; so vorgerichtet sei die Stimmgabel eine auf a' gestimmte Normalgabel oder mache 440 Schwingungen in der Sekunde. Zuweilen befindet sich, wie Fig. 122 angenommen ist, hinter der Stimmgabel an einem feststehenden Brett der Okulartheil eines Mikroskops (Art. 503). In diesem Fall wirkt die Lupe als Objektiv des Miskroskops, durch dessen Okulartheil man beobachtet.

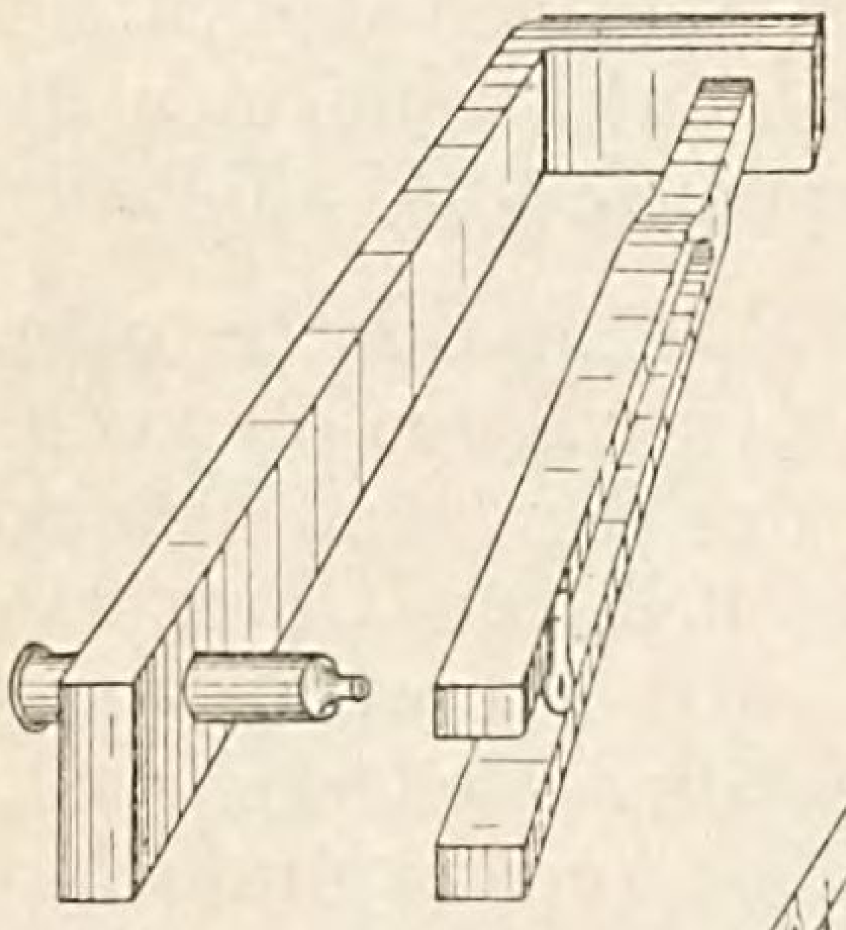


Fig. 122.

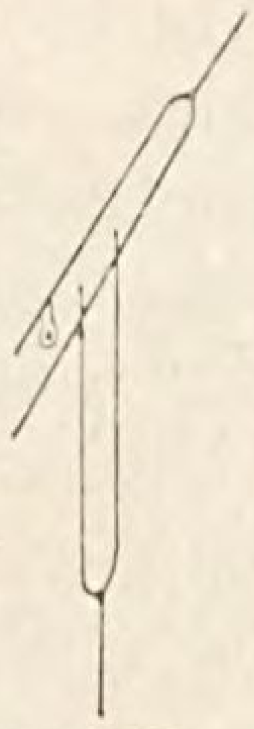


Fig. 123.

Die zu untersuchende Gabel ist so aufgestellt (Fig. 123), dass die Zinken in horizontaler Richtung schwingen und an der einen Zinke ist ein kleines weisses Stärkekörnchen angebracht, auf welches man die Lupe der Normalgabel einstellt. Streicht man diese allein an, so schwingt das durch die schwingende Lupe gesehene Bild des Körnchens in einer vertikalen Linie pendelartig hin und her, welche wegen der Dauer des Lichteindrucks im Auge als helle ruhende Linie erscheint; streicht man die zu untersuchende Gabel allein an, so schwingt ebenso das Bild auf einer horizontalen Linie. Streicht man beide Gabeln zugleich an, so findet man die resultirende Bewegung des Bildes, wenn man die beiden pendelartigen Bewegungen nach Art. 89 durch Construktion zusammensetzt.

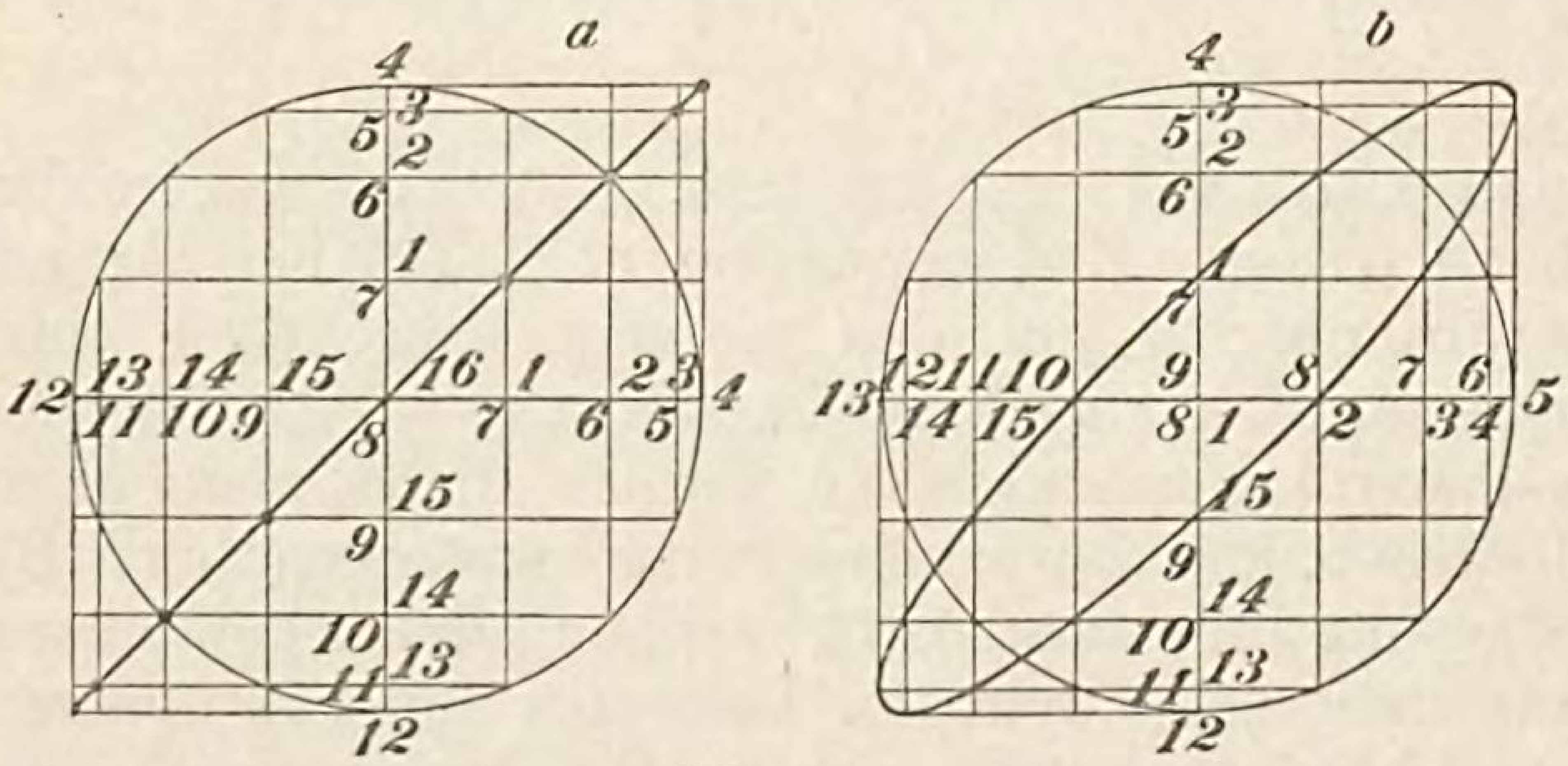


Fig. 124.

Die Construktion ist in den Figuren 124 unter der Voraussetzung ausgeführt, dass die beiden Gabeln genau gleich gestimmt sind; für die Amplitude der beiden Schwingungen wurde der gleiche Werth angenommen und für ihre relative Verzögerung in Fig. 124[a] der Werth Null, in Fig. 124[b] $^1/_{16}$ Schwingungsdauer T; es sind in den Figuren jedesmal 16 Punkte der Bahn durch Construktion bestimmt. Im ersten Fall resultirt eine schräge Gerade, im zweiten Fall eine Ellipse. Wächst die relative Verzögerung von 0 bis $T/2$, so werden die Figuren 125 von links nach rechts durchlaufen, wächst sie weiter, von $T/2$ bis T, so werden dieselben Figuren von rechts nach links durchlaufen, so dass, wenn sie um eine ganze Schwingungsdauer gewachsen ist, der Cyklus der Figuren sich schliesst, um sich aufs Neue zu wiederholen.

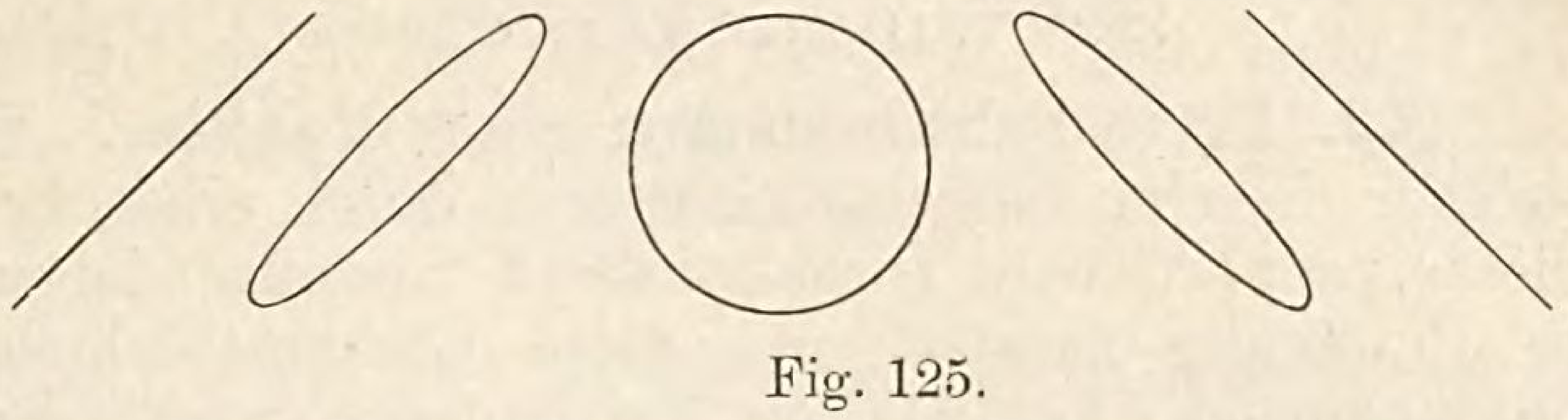


Fig. 125.

Wenn nun die beiden Gabeln nicht genau gleich gestimmt sind, so wächst nach Art. 268 die relative Verzögerung mit jeder Schwingung, wobei der beschriebene Cyklus der Gestalten in der Zeit durchlaufen wird, in welcher eine Schwebung stattfindet. An dem Feststehen der Schwingungsfigur wird also die Richtigkeit der Stimmung erkannt.

Die Fig. 122 dargestellte Vorrichtung nennt v. Helmholtz ein Vibrationsmikroskop.

270. Bestimmung der Schwingungsform durch das Vibrationsmikroskop. Ist die Schwingungsform des durch das Vibrationsmikroskop betrachteten Punktes, wie z. B. im Allgemeinen die eines Saitenpunktes, nicht einfach pendelartig, so erhält man, wenn das Vibrationsmikroskop mit der Saite im Einklang ist, anstatt der Ellipse, Fig. 126[a], eine andere Schwingungsfigur, welche z. B. für den Mittelpunkt der gestrichenen Saite so aussieht, wie Fig. 126[b]. Aus dieser Schwingungsfigur kann nach v. Helmholtz auf die Fig. 109[b], Art. 244 gezeichnete Schwingungsform geschlossen werden.

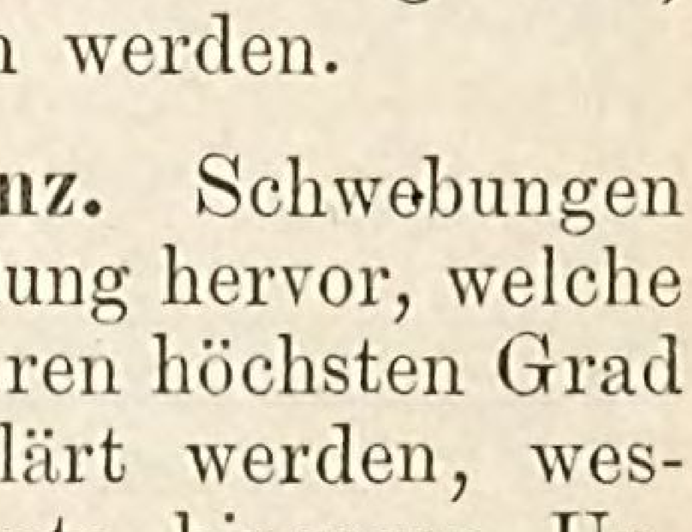


Fig. 126.

271. Theorie der Consonanz und Dissonanz. Schwebungen bringen im Allgemeinen eine unangenehme Empfindung hervor, welche bei etwa 30—40 Schwingungen in der Sekunde ihren höchsten Grad erreicht. Hierdurch kann nach v. Helmholtz erklärt werden, weshalb eine reine Octave gut klingt, eine verstimmte hingegen Unbehagen hervorruft. Eine solche bilden z. B. mit einander zwei Klänge von den Schwingungszahlen 200 und 420. Die Reihe der Obertöne ist

für den Klang 200: 400 600 800 . . . .
„ „ „ 420: 840 . . . .

Die Töne 400 und 420 geben mit einander in der Sekunde 20, die Töne 800 und 840 mit einander 40 Schwebungen, welche bei der reinen Octave in Folge des Zusammenfallens der betreffenden Töne fehlen.

Cap. 4. Von den freien und erzwungenen Schwingungen eines Punktes.

272. Freie Schwingungen eines Punktes. Ein Massenpunkt, welcher in eine Gleichgewichtslage durch eine der Entfernung von dieser proportionale Direktionskraft zurückgetrieben wird, vollführt, in Bewegung gesetzt, um diese Gleichgewichtslage pendelartige Schwingungen (Art. 97), die wir die freien Schwingungen des Punktes nennen. Liegt diese Schwingungsbewegung in den Gränzen der Hörbarkeit, so entspricht sie dem Eigenton des Punktes. Eine sehr kleine gespannte Membran, wie z. B. das Trommelfell des Ohres, kann annähernd als Massenpunkt behandelt werden. Angeschlagen giebt sie ihren Eigenton, welcher, durch den Luftwiderstand gedämpft, rasch verklingt.

273. Erzwungene Schwingungen eines Punktes. Wirkt auf eine solche Membran ein Schallwellenzug, der einem musikalischen Ton von der Periode T angehört, so übt derselbe auf die Membran durch die an ihr hervorgebrachten Verdichtungen und Verdünnungen eine periodische Kraft von der Periode T aus. Die Membran vollführt alsdann erzwungene Schwingungen von der Periode T, welche auch die Periode T_0 des Eigentones sein mag. Aber die Intensität dieser erzwungenen Schwingungen hängt von der Periode T_0 des Eigentones ab und ist am grössten, wenn $T_0 = T$ ist, oder wenn die Periode des Eigentones[1] mit der Periode T der Kraft übereinstimmt.

Zur Erläuterung kann ein Experiment von Oberbeck mit sichtbaren Pendelschwingungen dienen. Zwei Fadenpendel, *1* und *2*, sind an einem dünnen Kautschukschlauch K aufgehängt (Fig. 127). Setzt man *1* in Schwingung, so wird der Kautschukschlauch schwach mitbewegt und dadurch auf *2* eine periodische Kraft ausgeübt, deren Periode gleich der Schwingungsdauer von *1* ist. Sind die Pendel gleich lang, so sieht man, wie *2* allmählich stärker und stärker schwingt, wobei nach dem Satz von der Erhaltung der Energie die Schwingungen von *1* mehr und mehr abnehmen. Sind die Schwingungen von *1* schwach geworden, so geht wieder Energie von *2* auf *1* über u. s. f. Sind aber die Pendel von erheblich verschiedener Länge, so wird *2* durch *1* nur sehr schwach mitbewegt.

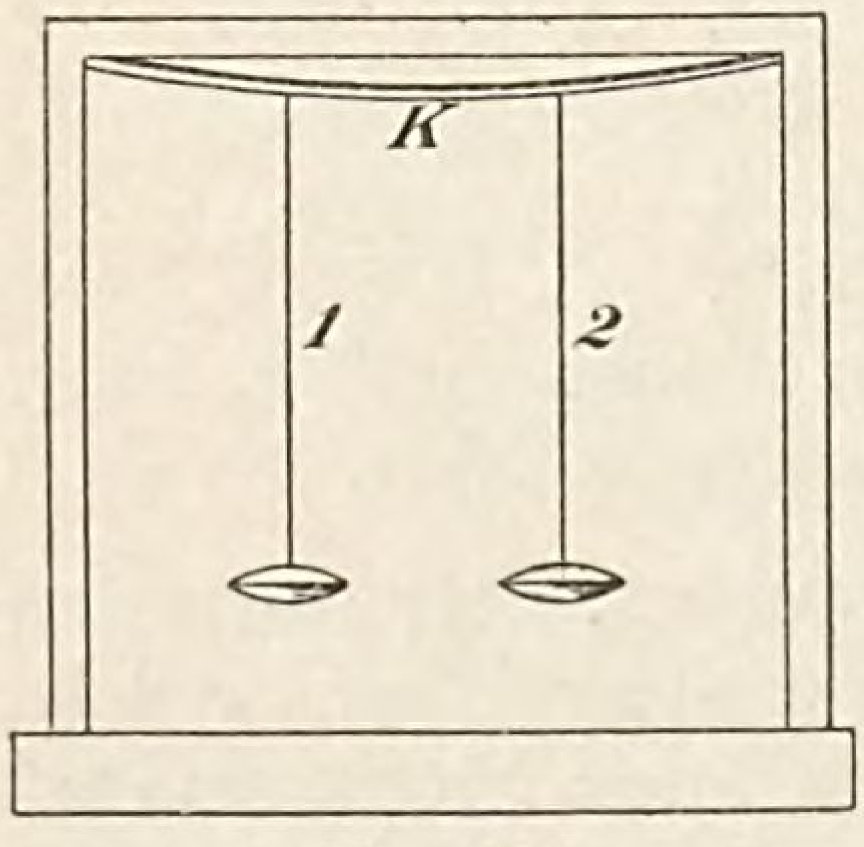


Fig. 127.

„Schon als Kind habe ich gesehen, wie ein einziger Mann durch rechtzeitige Anstösse eine immense Kirchenglocke zum Läuten

[1] Genau genommen die Periode des ungedämpften Punktes (Art. 96).

brachte" (Galilei l. c. Art. 82, S. 85). Rechtzeitig sind die Anstösse, wenn sie sich nach Ablauf der Schwingungsdauer der Glocke in gleicher Weise wiederholen. In diesem Fall trifft jeder neue Stoss die Glocke, wenn sie in seiner Richtung durch die Gleichgewichtslage geht, vermehrt also ihre Geschwindigkeit. Würden die Stösse sich nach Ablauf einer halben Schwingungsdauer der Glocke wiederholen, so würde der zweite Stoss die Glocke zu einer Zeit treffen, zu welcher sie in der ihm entgegengesetzten Richtung durch die Gleichgewichtslage geht, also die Geschwindigkeit der Glocke wieder vermindern.

274. Resonator. Wirkt auf die Membran ein Schallwellenzug, der einem musikalischen Klang angehört, so wird die Membran kräftig bewegt, wenn in dem Klang ein musikalischer Ton von der Periode T_0 des Membraneigentones enthalten ist (Art. 247). Einen analogen Fall bieten die v. Helmholtz'schen Resonatoren dar, gewöhnlich messingne Hohlkugeln mit zwei Oeffnungen, von denen die eine a den Schall aufnimmt, die andere b in den Gehörgang eingeführt wird (Fig. 128). Die Luftmasse eines solchen Resonators hat verschiedene Eigentöne (vgl. Art. 284), praktisch kommt nur der tiefste derselben in Betracht, und nur wenn dieser in dem auf den Resonator wirkenden musikalischen Klang enthalten ist, wird jener kräftig erregt. Man nehme zwei gleichgestimmte Orgelpfeifen, eine offene und eine gedeckte (Art. 282); in dem Klang der offenen Pfeife sind die Töne $n, 2n, 3n \dots$, in dem der gedeckten Pfeife nur die Töne $n, 3n, 5n \dots$ enthalten (Art. 284). Verschafft man sich nun drei Resonatoren, welche auf die Töne $n, 2n, 3n$ gestimmt sind, so bemerkt man, dass auf den Klang der offenen Pfeife alle drei Resonatoren ansprechen, auf den Klang der gedeckten nur die auf n und $3n$ gestimmten. Solche Resonatoren liefern also ein Mittel, um experimentell die einfachen Töne zu finden, welche in einem musikalischen Klang enthalten sind.

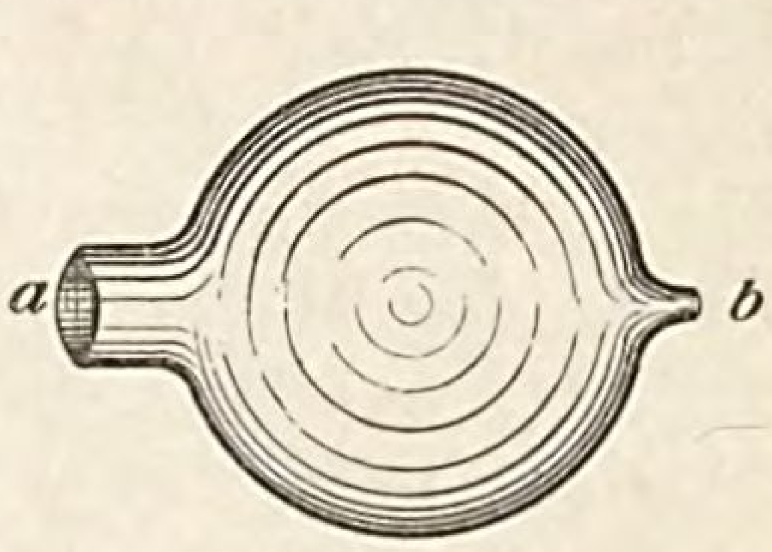


Fig. 128.

275. Combinationstöne. Wirken auf die Membran zwei Schallwellenzüge von den Schwingungszahlen m und n gleichzeitig ein, so ist die Bewegung der Membran, so lange sie nicht zu stark schwingt, die Summe zweier Schwingungsbewegungen von den Zahlen m und n (Art. 266). Werden aber die erzwungenen Schwingungen m und n sehr stark, so enthält die Bewegung der Membran nach v. Helmholtz ausserdem noch andere Schwingungen, hauptsächlich solche von den Zahlen $m - n$ und $m + n$; es entstehen also neue Töne, welche man Combinationstöne nennt. Der Ton $m - n$ heisst der erste Differenzton, der Ton $m + n$ der erste Summationston. Jenen hört man sehr deutlich, wenn man zwei Pfeifen, welche recht hohe Klänge liefern, zusammen anbläst. Sind die Schwingungszahlen der beiden Pfeifen z. B. $2n$ und $3n$, dem Intervall der Quinte entsprechend, so hört man ausser $2n$ und $3n$ noch den Ton $3n - 2n = n$, d. i. die tiefere Octave von $2n$.

Cap. 5. Von den freien und erzwungenen Schwingungen der Saiten.

276. Schwingungszahl. Ein Wellenthal, entsprungen aus einem auf das eine Ende eines gespannten Seils geführten Schlage, sieht man über das Seil hinlaufen und an dem anderen Ende B reflektirt werden in der Weise, dass dabei das Wellenthal in einen Wellenberg sich verwandelt (Fig. 129). An das Ende A zurückgekehrt wird die reflektirte Welle bei A abermals reflektirt und dabei der Wellenberg in ein Wellenthal zurückverwandelt. Nunmehr befindet sich das Wellenthal an seinem ursprünglichen Platz in seiner ursprünglichen Gestalt und schreitet in der ursprünglichen Richtung fort; daher wiederholt sich jetzt der beschriebene Lauf der Welle aufs Neue, was an dem Seil beobachtet werden kann. In Folge dieses Laufs der Welle haben die Seiltheilchen gewisse Bewegungen ausgeführt, welche sich nach dem Gesagten zum mindesten in der Zeit T wiederholen, in welcher eine Welle die doppelte Seillänge durchläuft. Die Bewegung der Seiltheilchen ist also eine periodische und T ist die Schwingungsdauer der langsamsten Schwingungsbewegung, welche möglich ist.

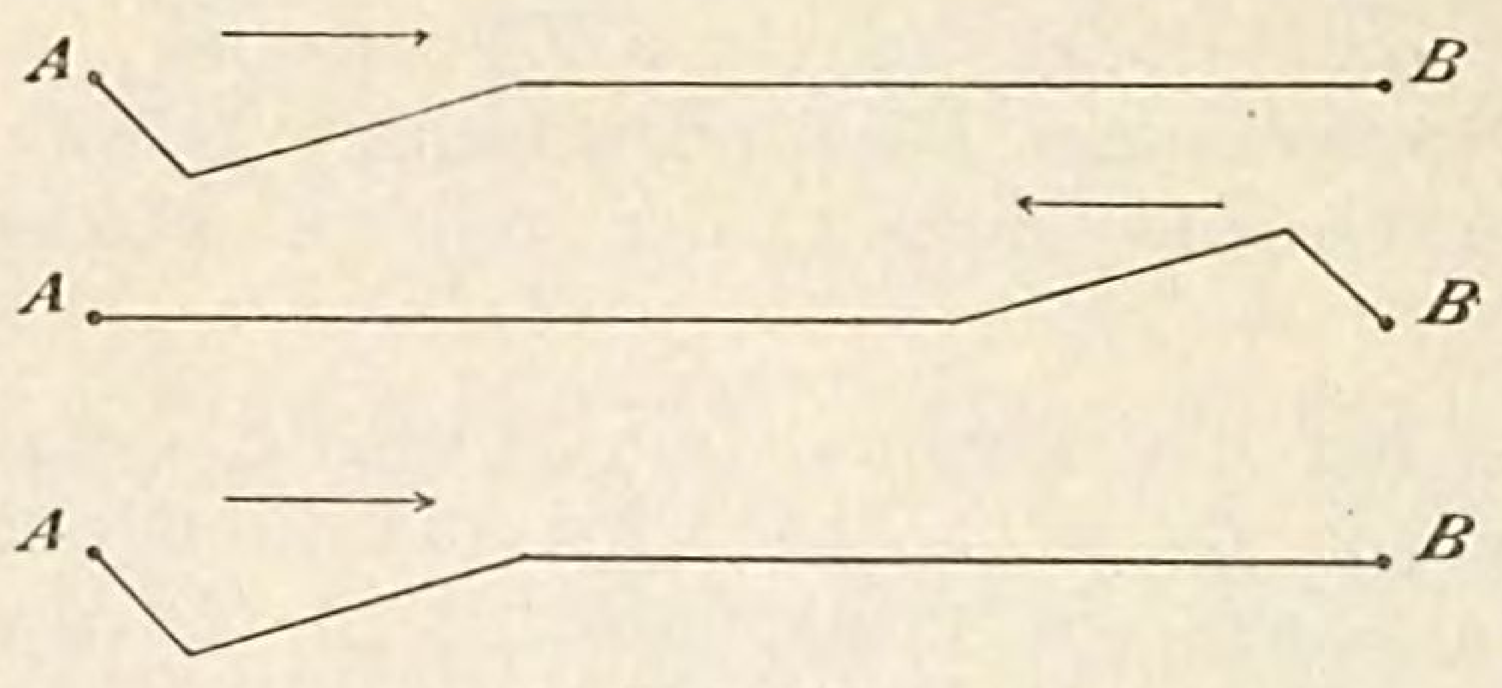


Fig. 129.

Die gleiche Betrachtung lässt sich auf gespannte Darm- oder Metallsaiten anwenden, wie sie in der Musik gebräuchlich sind. Schlägt man eine solche Saite etwa mit dem Klavierhammer an, so hört man einen musikalischen Klang, dessen Schwingungsdauer die Zeit ist, welche eine Transversalwelle gebraucht, um die doppelte Saitenlänge zu durchlaufen. Ist also c die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Transversalwellen in der Saite, l die Länge der Saite, so ist

$$T = \frac{2l}{c} \quad n = \frac{c}{2l} \cdots \tag{47}$$

Für c liefert die Theorie den Werth

$$c = \sqrt{\frac{P}{\mu}} \text{ cm},$$

wenn P die Spannung der Saite in Dynen, μ die Masse in Grammen eines Saitenstücks von 1 cm Länge vorstellt. Es ist also

$$n = \frac{1}{2l} \cdot \sqrt{\frac{P}{\mu}} \cdots \tag{48}$$

Demgemäss verhalten sich die Schwingungszahlen umgekehrt wie die Saitenlängen, direkt wie die Quadratwurzeln aus den Spannungen, umgekehrt wie die Quadratwurzeln aus den Massen der Längeneinheit. Zur Erzielung tiefer Klänge sind die Basssaiten des Pianoforte mit Draht umwickelt, wodurch μ vergrössert wird.

277. Klangfarbe. Mag man eine Saite durch Zupfen, Schlagen oder Streichen erregen, so ist die Schwingungszahl des entstehenden Klanges immer die gleiche, aber die Schwingungsform der Saitentheilchen und damit die Klangfarbe ist von der Art der Erregung abhängig. Die Saitenklänge können alle harmonischen Obertöne enthalten; besonders reich an Obertönen ist der scharfe Klang der gestrichenen Saite (vgl. Artt. 244 u. 248).

278. Grundton und Obertöne, stehende Schwingungen. Eine Saite kann einfache pendelartige Schwingungen von den Zahlen $n, 2n, 3n \ldots$ ausführen, Schwingungen, welche man als die der Eigentöne der Saite und zwar bzw. als die des Grundtons und der Obertöne $(2n, 3n \ldots)$ bezeichnet. Beim Grundton (Fig. 130[a]) bewegt die Saite sich zwischen den beiden ausgezogen und gestrichelt gezeichneten Endlagen hin und her so, dass alle Saitentheilchen gleichzeitig durch die Gleichgewichtslage gehen. Beim Oberton $2n$ (Fig. 130[b]) ist die Saite durch einen in ihrer Mitte liegenden ruhenden Punkt, einen sogenannten Knotenpunkt K, in zwei gleiche Theile getheilt und die Theile schwingen so, wie im vorigen Fall das Ganze, bewegen sich aber gleichzeitig nach entgegengesetzter Richtung. Beim Oberton $3n$ bilden sich (Fig. 130[c]) zwei Knoten auf $^1/_3$ und $^2/_3$ der Länge u. s. f.

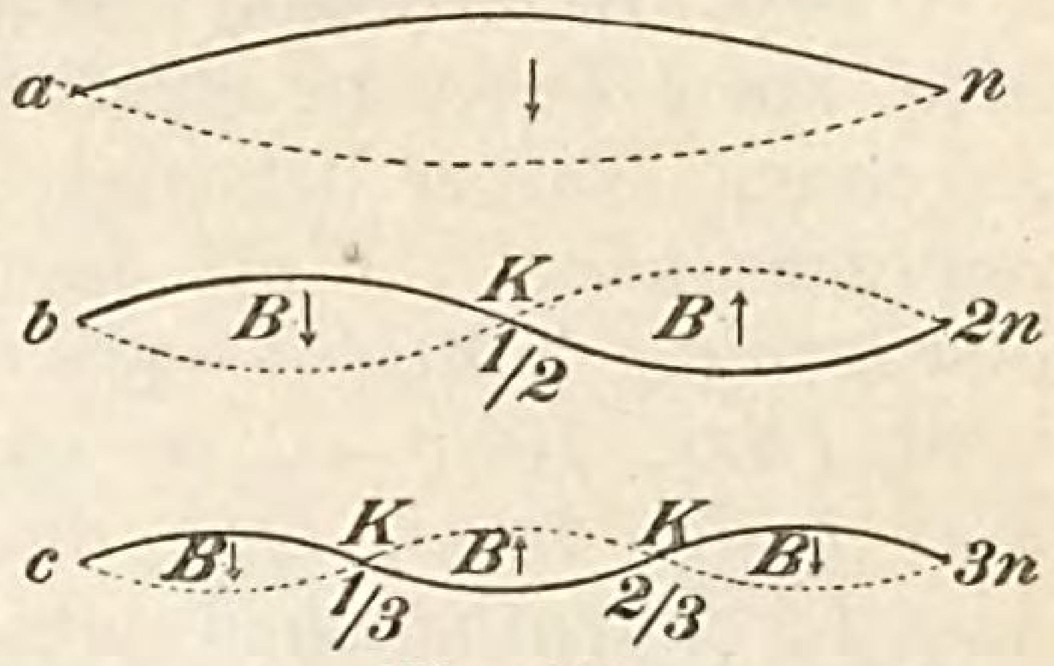


Fig. 130.

Man pflegt in diesen Fällen zu sagen, die Saite befinde sich in stehender Schwingung oder Wellenbewegung. Die charakteristischen Merkmale der stehenden Schwingung sind folgende:

1. Alle Saitentheilchen gehen gleichzeitig durch ihre Gleichgewichtslage, während sie bei der eigentlichen Wellenbewegung (Art. 252) nach einander durch die Gleichgewichtslage gehen.

2. Die Schwingungsamplitude ist für die verschiedenen Saitentheilchen eine verschiedene, am grössten in den Schwingungsbäuchen B, Fig. 130, am kleinsten in den Schwingungsknoten K.

3. Der Abstand zweier Knotenpunkte ist gleich der Halbwelle $\lambda/2$, welche zu der Schwingungsdauer T der Saitentheilchen gehört. Z. B. ist beim Ton $3n$

$$T = \frac{2l}{c} \cdot \frac{1}{3}; \frac{\lambda}{2} = \frac{cT}{2} = \frac{l}{3}.$$

4. In benachbarten, durch die Knoten geschiedenen Abtheilungen schwingen die Theilchen gleichzeitig nach entgegengesetzten Richtungen, was Fig. 130 durch Pfeile angedeutet ist. Jede beliebige Saitenschwingung kann in die pendelartigen, stehenden Schwingungen des Grundtons und der Obertöne zerlegt werden.

279. Flageoletklänge. Eine Saite kann auch zusammengesetzte, nicht pendelartige Schwingungen von den Zahlen $2n, 3n \ldots$ ausführen, sogenannte Flageoletklänge geben. Einen Flageoletklang von der Schwingungszahl $2n$ erhält man, wenn man die Saite in der Mitte mit dem Finger leise berührt und sie auf $^1/_4$ der Länge

streicht; in der Mitte bildet sich dabei ein Knoten. Einen Flageolet-klang von der Schwingungszahl $3n$ erhält man, wenn man auf $^1/_3$ der Länge leise berührt und auf $^1/_6$ der Länge streicht; dabei bilden sich Knoten auf $^1/_3$ und $^2/_3$ der Länge u. s. f. Die Knotenpunkte weist man experimentell nach, indem man Papierreiter über die Saite hin vertheilt; dieselben bleiben beim Erklingen der Saite an den Knotenpunkten sitzen, werden aber an den anderen Stellen abgeworfen.

280. Erzwungene Saitenschwingungen. Eine Saite werde mit dem einen Ende an einer Stimmgabelzinke, mit dem anderen Ende an einem Wirbel befestigt, durch den man die Spannung der Saite reguliren kann. Wird die Stimmgabel in constanter Schwingungsbewegung gehalten — was durch elektromagnetische Kräfte erzielt wird (Art. 785) —, so entstehen erzwungene Saitenschwingungen. Man findet dabei, dass die Saite in stehende Schwingung geräth, dass die Saitentheilchen stets Schwingungen von der Periode der Stimmgabel ausführen, dass aber die Stärke dieser Schwingungen von der Spannung der Saite abhängt. Mit der Spannung ändern sich die Schwingungszahlen der Eigentöne der Saite (Art. 276), und starke Saitenschwingungen, Maxima des Mitschwingens, treten jedesmal dann ein, wenn die Periode eines der Eigentöne mit der Periode des Stimmgabeltones übereinstimmt, oder, was nach Art. 278 dasselbe sagt, wenn, wie Fig. 131a, die Saitenlänge ein gerades Vielfaches der Viertelwellenlänge des Stimmgabeltones auf der Saite ist; an der Stimmgabelzinke liegt dann ein Minimum der Bewegung. Dagegen treten Minima des Mitschwingens jedesmal ein, wenn, wie in Fig. 131 b, die Saitenlänge ein ungerades Vielfaches einer Viertelwelle des Stimmgabeltones auf der Saite ist; an der Stimmgabelzinke liegt dann ein Maximum der Bewegung (Schwingungsbauch).

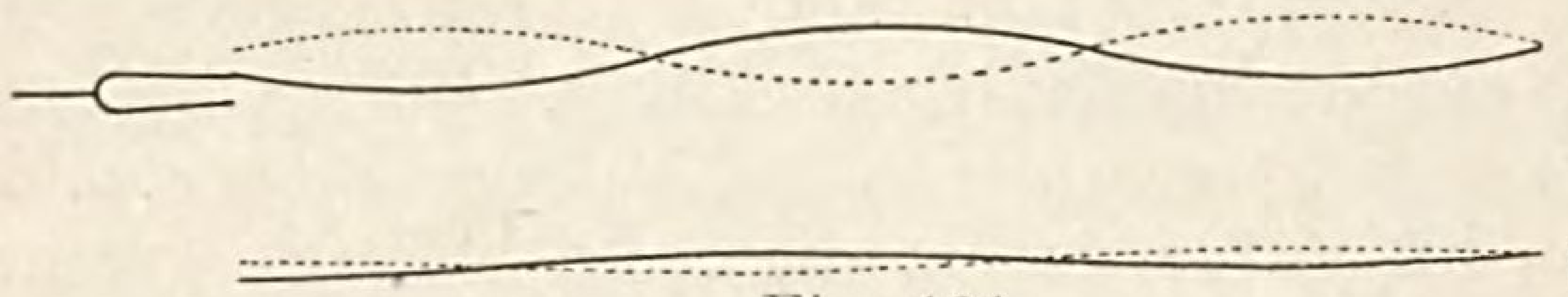


Fig. 131.

281. Bildung stehender Wellen durch Interferenz direkter und reflektirter Wellen. Die Wirkung der Stimmgabel auf das an ihr befestigte Saitenende besteht nach Art. 258 darin, dass sie Transversalwellen über die Saite hinschickt; diese werden an dem anderen Ende reflektirt, und aus der Interferenz der direkten mit den in entgegengesetzter Richtung fortschreitenden reflektirten Wellen geht stehende Wellenbewegung (Art. 278) hervor. Dies zeigt Fig. 132. Die Saitenlänge ist gleich einer Wellenlänge angenommen und es sind unter *a* bis *d* die Gestalten gezeichnet, welche zu Zeitpunkten, die um $^1/_4$ Schwingungsdauer auseinander liegen, die Saite 1. in Folge der

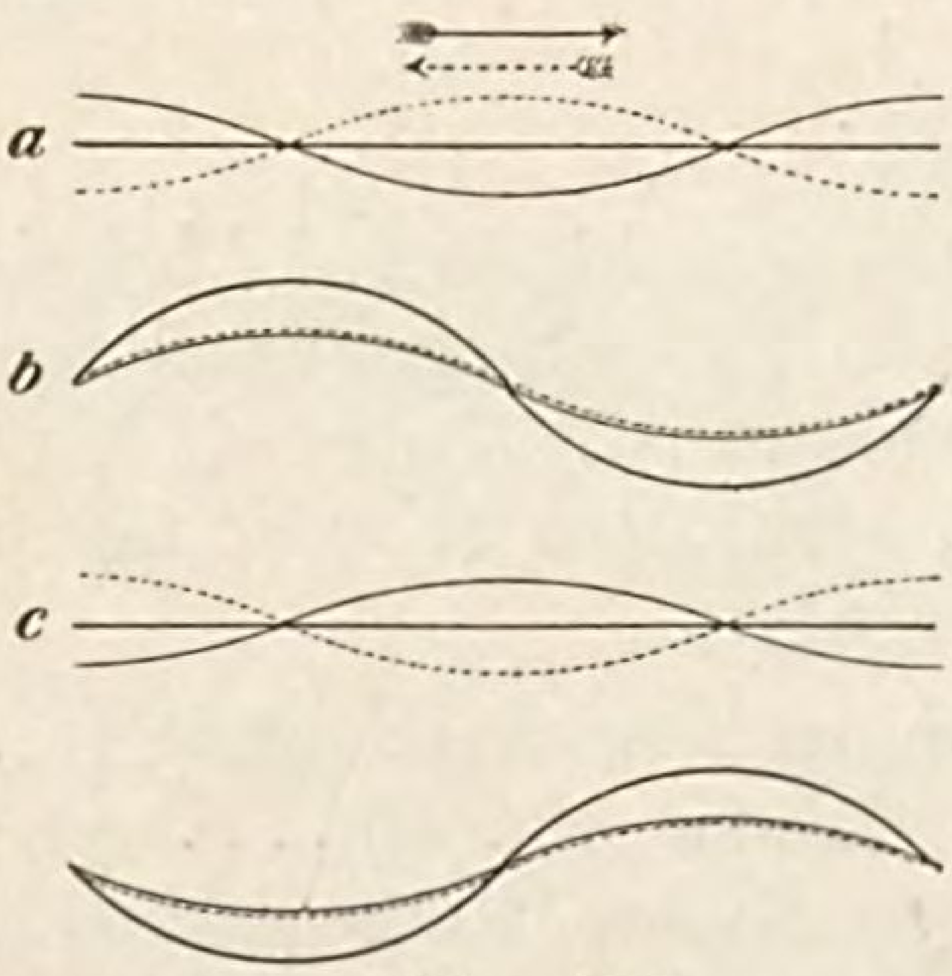


Fig. 132.

direkten (ausgezogenen), 2. in Folge der aus diesen durch Reflexion entstandenen reflektirten (gestrichelten) Wellen annehmen würde; 3. sind stark ausgezogen die Gestalten gezeichnet, welche in Folge der Interferenz dieser beiden Wellenzüge die Saite wirklich annimmt. In Wirklichkeit handelt es sich nicht um einen reflektirten Wellenzug, sondern um unendlich viele, indem die am festen Ende *B* reflektirten Wellen wiederum an der Stimmgabelzinke *A* reflektirt werden u. s. w. Fig. 133 I und 133 II sind je zwei an den Enden *A* und *B* reflektirte Wellen gezeichnet, bei *I* für den Fall, dass die Saitenlänge $= 4 . \lambda/4$, bei *II* für den Fall, dass sie $= 3 . \lambda/4$ ist. b_1 geht aus der Reflexion der direkten Wellen *AB* an dem Ende *B* hervor, a_1 aus der Reflexion

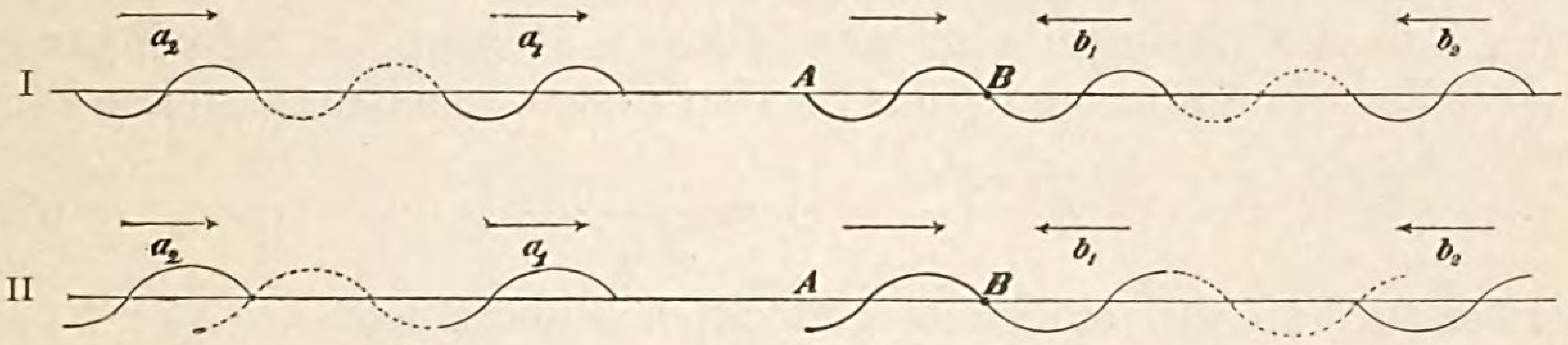


Fig. 133.

von b_1 an *A*, b_2 aus der Reflexion von a_1 an *B* u. s. f. Denkt man sich alle diese Wellenzüge nach hinten (d. i. entgegen der Richtung der beigesetzten Pfeile) unbegränzt verlängert und alsdann mit der Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wellen in der Richtung der Pfeile über die Saite hin fortbewegt, so ist die aus diesen Wellen resultirende Saitenbewegung die wirklich stattfindende. Man bemerkt, dass die in derselben Richtung fortschreitenden Wellen bei *I*, im Fall starken Mitschwingens, einander verstärken, bei *II*, im Fall schwachen Mitschwingens einander schwächen. Hieraus ergeben sich die Bedingungen stärksten und schwächsten Mitschwingens, wie sie im Art. 280 ausgesprochen wurden.

Cap. 6. Von den freien und erzwungenen Schwingungen der Luft in Röhren.

282. Die Schwingungszahl. Führt man auf ein Ende eines beiderseits offenen cylindrischen Rohres einen Schlag mit der Hand, und lässt diese nach dem Schlage auf dem Röhrenende ruhen, so hört man einen Klang von deutlich erkennbarer Höhe; hebt man gleich nach dem Schlage die Hand ab, so folgt auf diesen Klang ein um eine Octave höherer.

Diese Klänge werden durch longitudinale Schwingungsbewegungen der durch das Rohr begränzten Luftsäule hervorgebracht und entstehen wie die Klänge geschlagener Saiten, indem der Schlag eine Verdichtungswelle erzeugt. Um durch die Betrachtungen des Art. 276 die Tonhöhe zu finden, ist es nöthig zu wissen, dass eine Verdichtung an einem offenen Röhrenende als Verdünnung, an einem geschlossenen als Verdichtung reflektirt wird. In den Figuren 134 ist auf Grund hiervon der Lauf der Wellen wie in Art. 276 verzeichnet, wobei Verdichtungen und Verdünnungen bzw. als Wellenberge und Wellenthäler dargestellt

sind; Fig. 134[a] bezieht sich auf ein beiderseits offenes Rohr, Fig. 134[b] auf ein am Ende B verschlossenes oder gedecktes. Man erkennt aus den Figuren, dass der Lauf der Wellen in gleicher Weise wiederkehrt im ersten Fall,

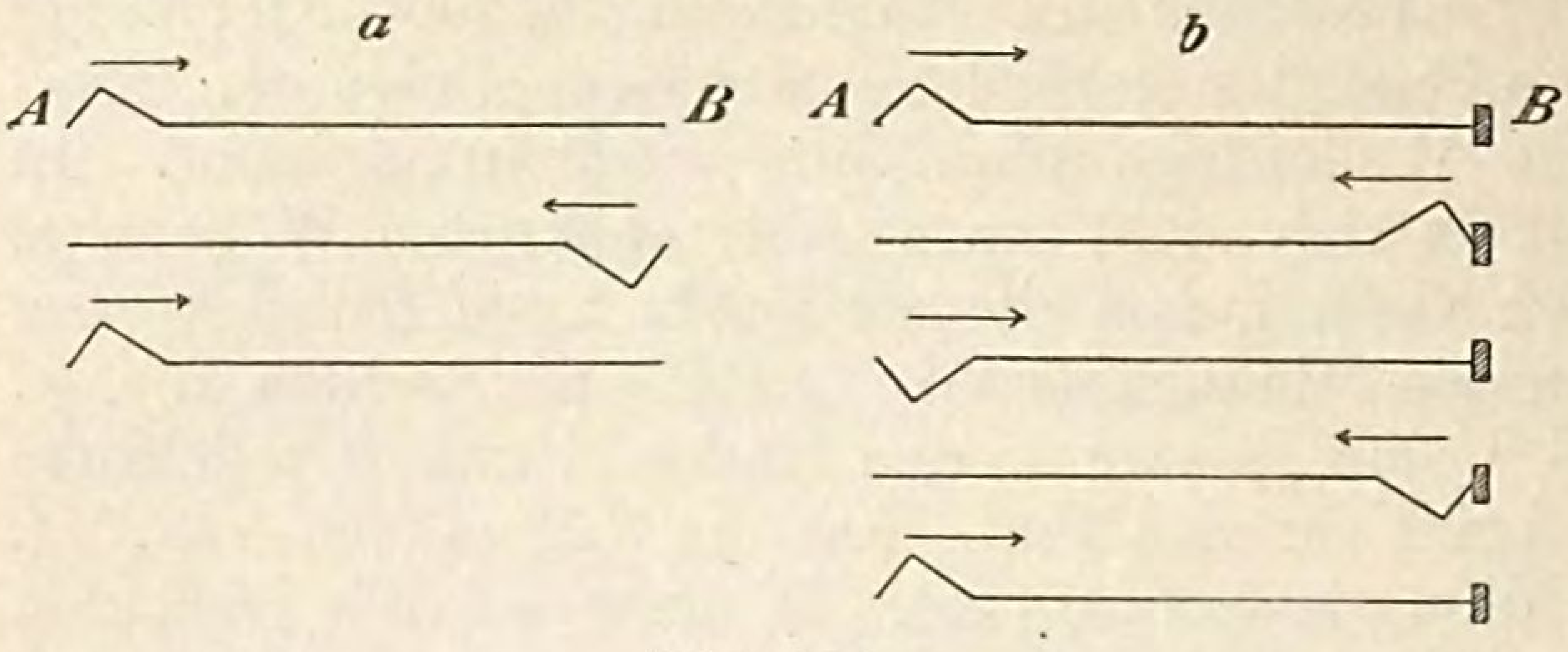


Fig. 134.

wenn die doppelte, im zweiten Fall, wenn die vierfache Röhrenlänge durchlaufen ist. Im ersten Fall des beiderseits offenen Rohres ist also die Schwingungsdauer T des Grundtones oder des tiefsten Tones, welcher entstehen kann

$$T = \frac{2l}{c} \qquad n = \frac{c}{2l} \cdots \tag{49}$$

im zweiten Fall des einerseits gedeckten Rohres ist

$$T_1 = \frac{4l}{c} \qquad n_1 = \frac{c}{4l} \cdots \tag{50}$$

283. Lippenpfeife. Die praktisch wichtigste Methode, um freie Schwingungen der Luft in Röhren zu erregen, ist die bei den Lippenpfeifen benutzte. Die in den Pfeifenfuss, Fig. 135, eingeblasene Luft fährt aus dem Kernspalt K als bandförmiger Luftstrahl heraus, welcher, die Oberlippe L treffend, ein sausendes Geräusch erzeugt; man hört dasselbe, wenn man einen Pfeifenfuss ohne aufgesetztes Rohr anbläst. Ist das Pfeifenrohr mit dem Fuss verbunden, so spricht bei richtigen, dem Rohr angepassten Verhältnissen des Fusses der Grundton des Rohres beim Anblasen voll und stark an. Je nachdem das Rohr an dem vom Fuss abgekehrten Ende offen oder verschlossen ist, heisst die Pfeife offen oder gedeckt.

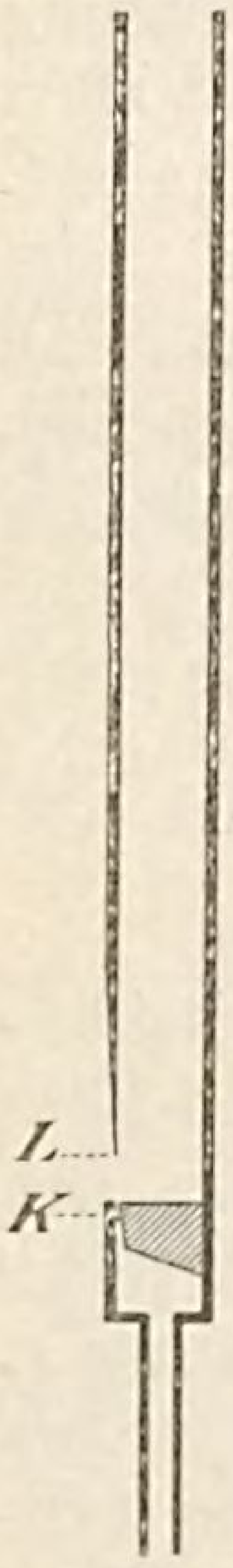


Fig. 135.

284. Klangfarbe, Grundton und Obertöne, stehende Luftschwingungen. Die Klänge der offenen Pfeifen können alle harmonischen Obertöne enthalten, die Klänge der gedeckten nur die ungradzahligen; durch das Fehlen der gradzahligen Obertöne erhält der Klang der gedeckten Pfeife einen etwas hohlen Charakter, während die offene Pfeife bei gut entwickelten Obertönen voll klingt.

Die Luft in den Pfeifen kann pendelartige, stehende Longitudinalschwingungen ausführen, welche bei der offenen Pfeife den Schwingungszahlen n, $2n$, $3n \ldots$, bei der gedeckten Pfeife den Schwingungszahlen n_1, $3n_1$, $5n_1 \ldots$ entsprechen; man nennt diese Schwingungen die der Eigentöne, und zwar bzw. die des Grundtones und der Obertöne der Pfeifen. Die offene Pfeife bildet bei ihrem Grundton n eine Knotenfläche in der Mitte, beim Ton $2n$ zwei

Knotenflächen auf $^1/_4$ und $^3/_4$ der Länge, beim Ton $3n$ drei Knotenflächen auf $^1/_6$, $^3/_6$, $^5/_6$ u. s. f. (Fig. 136[a]). In jedem Fall bewegt sich die Luft abwechselnd gegen die Knotenflächen hin und von ihnen fort, in benachbarten, durch eine Knotenfläche geschiedenen Abtheilungen gleichzeitig in entgegengesetzten Richtungen. Dadurch entstehen nothwendig abwechselnd Verdichtungen und Verdünnungen der Luft, welche an den ruhenden Knotenflächen am grössten sind. In der Mitte zwischen zwei Knotenflächen und an den freien Enden liegen die Stellen stärkster Bewegung oder die Schwingungsbäuche, an welchen umgekehrt keine Dichtigkeitswechsel stattfinden.

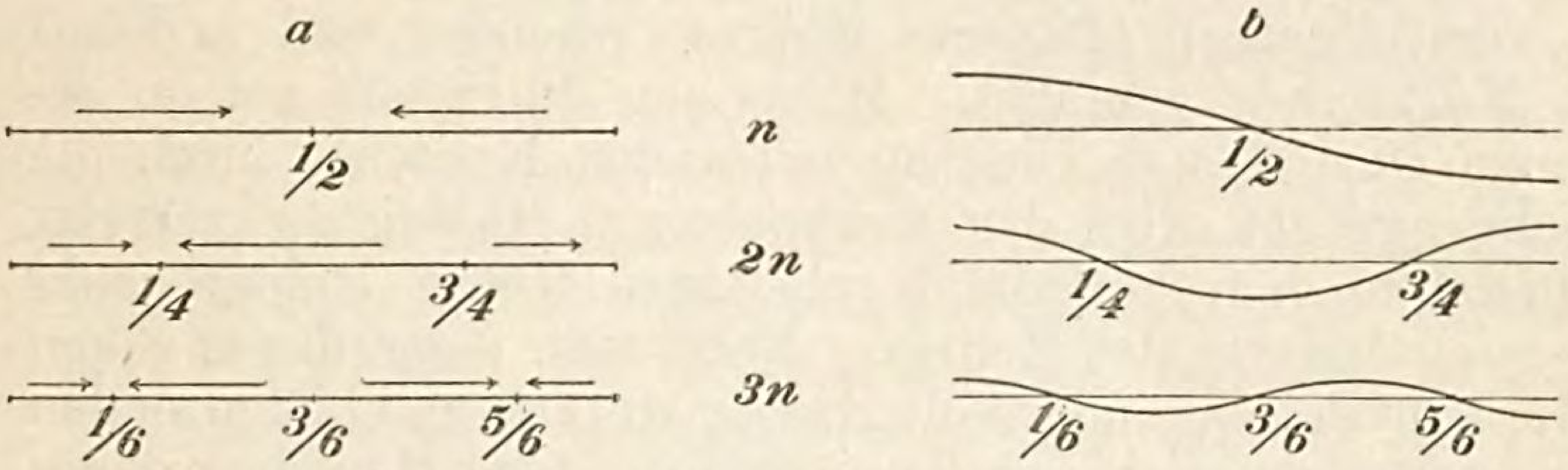


Fig. 136.

Die Analogie zwischen diesen stehenden Longitudinalwellen der Luft und den stehenden Transversalwellen der Saiten tritt hervor, wenn man die Longitudinalwellen unter dem Bilde der Transversalwellen darstellt (Fig. 136[b]); dabei werden longitudinale Ablenkungen nach rechts und links durch transversale Ablenkungen nach oben und unten dargestellt. Hierbei kommt zur Anschauung, dass, wie bei den Saitenschwingungen, der Abstand zweier Knoten jedesmal gleich einer Halbwelle ist, und dass der Abstand einer Knotenfläche von einem freien Ende eine Viertelwellenlänge beträgt.

285. Abweichung von der Theorie wegen der freien Enden. An der Lippe L (Fig. 135) ist die Pfeife nicht ganz offen, sondern theilweise gedeckt, man überzeugt sich aber leicht, dass durch theilweises Decken eines offenen Endes der Ton vertieft wird. Ferner können an einem offenen Ende nicht, wie es die gegebene Theorie mit sich bringt, die Dichtigkeitswechsel verschwinden, da sonst kein Schall an die äussere Luft übertragen würde; man drückt dies aus, indem man sagt, die Reflexion der Wellen finde nicht genau am offenen Ende, sondern etwas ausserhalb desselben statt. Auch dieser Umstand hat den Erfolg, dass der Pfeifenklang vertieft wird. Die vollständige Theorie der Pfeifenklänge mit Berücksichtigung dieser Umstände hat v. Helmholtz gegeben.

286. Abweichung wegen der Röhrenwände. In den Formeln 49—50 steht c für die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalls im freien Raum. Pflanzen sich nun Schallwellen durch ein Rohr fort, so findet zwischen der schwingenden Luft und den Röhrenwänden ein Wärmeaustausch statt, indem die bei den Verdichtungen sich

erwärmende Luft Wärme an die Wände abgiebt, die bei den Verdünnungen sich abkühlende Luft Wärme von den Wänden empfängt. Durch diesen Wärmeaustausch wird die Temperaturänderung der Luft beim Schwingen, dadurch die Elasticität (Art. 263) und mit dieser endlich die Schallgeschwindigkeit verkleinert, was zuerst Kundt experimentell nachgewiesen hat. Es ist also in den Formeln für c die Geschwindigkeit des Schalls im Rohr zu setzen, welche einen um so kleineren Werth hat, je enger das Rohr ist.

287. Die Kundt'schen Staubfiguren. Mit einer kleinen Lockpfeife (Fig. 137) ist das eine Ende eines langen, am anderen Ende verschlossenen gläsernen Rohres verbunden und in dieses etwas Korkpulver gebracht. Bläst man die Pfeife an, so erhält man einen hohen Oberton mit vielen Knoten; durch die Luftschwingungen wird das Korkpulver in Bewegung versetzt und bildet in dem horizontal gehaltenen Rohre Rippen senkrecht zur Längsaxe des Rohres. Neigt man dabei dieses gegen die Horizontale, so wandern die Rippen abwärts und bilden an den Knotenstellen, an welchen sie liegen bleiben, kleine Häufchen, deren Abstand der Halbwelle des Pfeifentones gleich ist. Diese Methode zur Sichtbarmachung der Luftwellen hat Kundt angegeben.

Fig. 137.

288. Die König'schen Membran-Kapseln. Eine andere Methode rührt von R. König her. Man entfernt (Fig. 138) ein Stück der Pfeifenwand in der Nähe einer Stelle, an welcher ein Knoten in der Pfeife entsteht und verschliesst die Oeffnung durch eine dünne Kautschukmembran K; darüber setzt man eine luftdicht schliessende Kapsel. Leuchtgas, bei A eingeleitet, brennt bei B als kleines Flämmchen heraus. Bei einer Verdichtung wird die Membran auswärts, bei einer Verdünnung einwärts in die Pfeife hinein getrieben, in Folge wovon das Flämmchen in dem Takt, in welchem die Luft der Pfeife schwingt, auf und nieder brennt. Man betrachtet dasselbe in einem Spiegel, welcher um eine vertikale Axe rotirt. Ruht dabei das Flämmchen, so sieht man im schnell rotirenden Spiegel ein horizontales Lichtband, weil das Flammenbild sich in einer horizontalen Linie bewegt. Schwingt dabei das Flämmchen, so setzt sich die horizontale fortschreitende Bewegung des Bildes mit der vertikalen schwingenden Bewegung desselben zusammen; dabei löst das Lichtband sich in eine Reihe von Flammenbildern auf, welche den Zeitpunkten des Aufbrennens entsprechen und durch Einschnitte getrennt sind, welche den Zeitpunkten des Niederbrennens angehören.

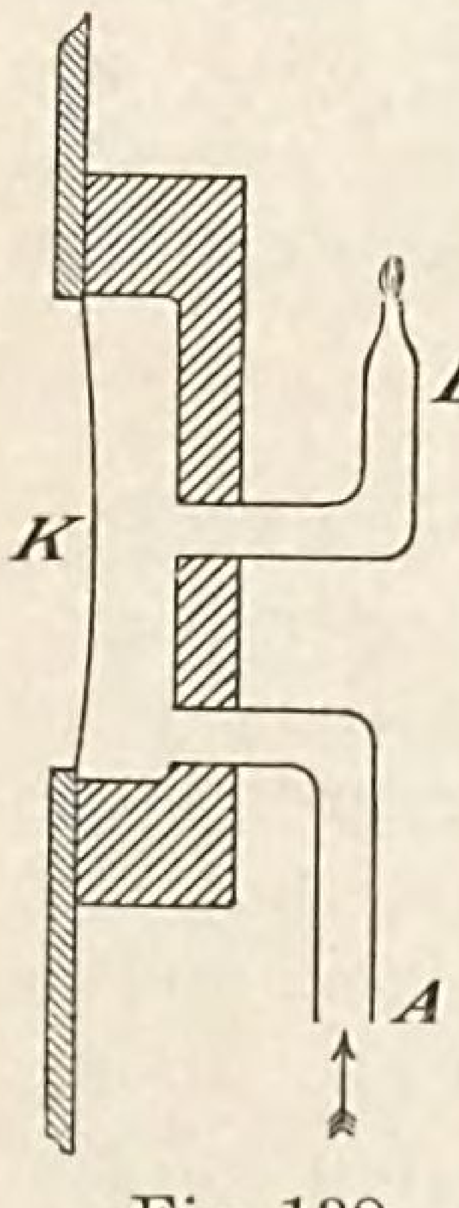


Fig. 138.

289. Longitudinalschwingungen der Stäbe und Röhren. Klemmt man einen Glasstab oder ein beiderseits zugeschmolzenes Glasrohr

auf $^1/_4$ und $^3/_4$ der Länge bei K_1 und K_2 fest (Fig. 139) und reibt

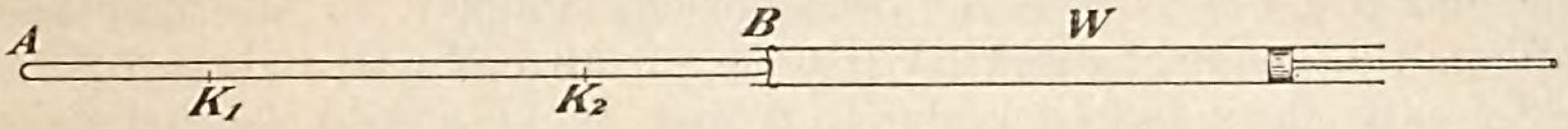


Fig. 139.

zwischen K_1 und K_2 mit einem feuchten Lappen, so hört man einen hohen musikalischen Klang, den zweiten Longitudinalklang des Rohres. Die Longitudinalschwingungen des beiderseits freien Rohres entsprechen völlig den Longitudinalschwingungen der Luft in einer offenen Pfeife; die Schwingungen des zweiten Longitudinalklanges enthalten der Hauptsache nach den zweiten Longitudinalton und erfolgen daher der Hauptsache nach so, wie es die auf die offene Pfeife bezügliche Fig. 136a $2n$ darstellt. Die freien Enden des Rohres bewegen sich in longitudinaler Richtung hin und her, bei K_1 und K_2 bilden sich Knoten, die Länge des Rohres ist gleich zwei Halbwellen des entstehenden Tones in Glas.

Nimmt man anstatt des Glasstabes einen Metallstab, so reibt man mit einem Lederlappen, der mit Kolophonium bepulvert ist.

Die Longitudinalschwingungen der Stäbe wurden von Chladni entdeckt und von ihm verwerthet, um nach Gleichung (49) aus der Tonhöhe (Schwingungszahl n) und der Länge l des Stabes die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der longitudinalen Welle zu finden.

290. Erzwungene Schwingungen der Luft in Röhren. Ueber ein freies Ende B des longitudinaltönenden Rohres oder Stabes AB (Fig. 139) werde das offene oder durch eine dünne Kautschukmembran verschlossene Ende eines Rohres W geschoben, dessen anderes Ende durch einen verschiebbaren Stempel gedeckt ist. Dann entstehen durch die longitudinalen Bewegungen des freien Endes B erzwungene stehende Longitudinalwellen der Luft im Wellenrohr W, ebenso wie durch die transversalen Bewegungen einer Stimmgabelzinke nach Art. 280 erzwungene stehende Transversalwellen auf einer gespannten Saite gebildet werden; durch Betrachtungen, welche den dort angestellten völlig analog sind, ergiebt sich, dass diese erzwungenen Luftschwingungen dann grösste Stärke besitzen, wenn die durch den Stempel regulirbare Länge der Luftsäule ein grades Vielfaches einer Viertelwellenlänge in Luft des in AB hervorgebrachten Longitudinaltones ist. Man kann diese erzwungenen Luftschwingungen nach der Methode der Kundt'schen Staubfiguren (Art. 287), hier am besten durch Lykopodiumpulver, sichtbar machen und dadurch die Knotenstellen bestimmen; der Abstand zweier benachbarter Knoten ist gleich der Halbwelle des Tones von AB in Luft.

291. Geschwindigkeit der longitudinalen Welle in festen Körpern. Die halbe Länge von AB ist gleich der Halbwelle des benutzten zweiten Longitudinaltones im Material von AB (Art. 289). Diese Halbwelle verhält sich zu der durch die Staubfiguren bestimmten Halbwelle desselben Tones in Luft, wie die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der longitudinalen Welle im Material von AB zu der Schallgeschwindigkeit in der Luft. Man findet so z. B. die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der longitudinalen Welle im Eisen ungefähr

15 mal so gross als die Schallgeschwindigkeit in der Luft; Wertheim und Breguet fanden die Schallgeschwindigkeit in eisernen Telegraphendrähten durch direkte Versuche nur ungefähr 10 mal so gross als die Schallgeschwindigkeit in der Luft; der Schall wurde also bei diesen Versuchen nicht durch longitudinale Wellenbewegung fortgepflanzt.

292. Bestimmung der Schallgeschwindigkeit in Gasen. Schiebt man auch über das andere Ende A von AB (Fig. 139) ein Wellenrohr, füllt aber dieses mit einem anderen Gase, so kann man gleichzeitig die Wellenlängen λ' und λ desselben Tones, nämlich des Tones von AB, in diesem Gase und in Luft bestimmen. Sind c' und c die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten des Schalls in diesem Gase und in der Luft, so ist

$$c' : c = \lambda' : \lambda \quad \text{oder} \quad c' = c \cdot \frac{\lambda'}{\lambda},$$

woraus c' gefunden wird.

In den Bezeichnungen des Art. 263 ist

$$c = \sqrt{\frac{p_0}{D_0} \cdot k \cdot (1 + \alpha t)} \qquad c' = \sqrt{\frac{p_0}{D'_0} \cdot k' \, (1 + \alpha t')},$$

wo alle gestrichenen Buchstaben sich auf das andere Gas beziehen. Daraus folgt

$$\frac{c'}{c} = \frac{\lambda'}{\lambda} = \sqrt{\frac{k'}{k} \cdot \frac{D_0}{D'_0} \cdot \frac{1 + \alpha t'}{1 + \alpha t}} \ldots \quad (51)$$

woraus k'/k, oder, da $k = 1{,}405$, die für die Wärmelehre wichtige Grösse k' berechnet wird.

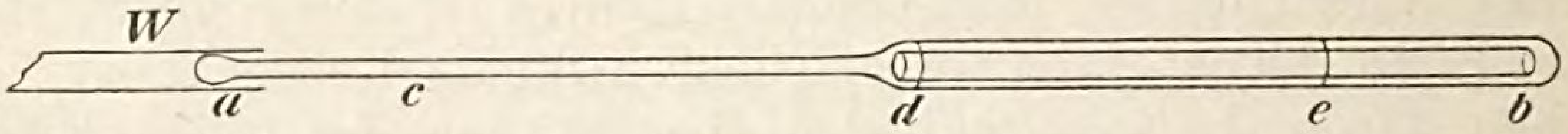


Fig. 140.

Die Methode ist auch auf Quecksilbergas angewandt worden. An dem zusammengesetzten Rohr ab (Fig. 140) wurde der 3. Longitudinalton hervorgebracht, bei welchem sich in c, d, e Knoten bilden. Der geschlossene Theil bd befand sich in einem Heizkasten und enthielt etwas tropfbares Quecksilber, welches bei etwa 300° ganz in Quecksilbergas sich verwandelte. Die Longitudinalschwingungen im Quecksilber werden bei dieser Anordnung durch die Bewegungen des Endes b hervorgebracht; das durch die Quecksilberschwingungen zu bewegende Pulver, ausgeglühte Kieselsäure, befand sich in dem in ab eingelegten Rohr bd, welches, an den Knoten d und e gehalten, nicht merklich mitschwingt und daher die Bewegung des Pulvers nicht beeinflusst. Das Luftwellenrohr ist über a geschoben. Es ergab sich für Quecksilber $k = 1{,}67$ (vgl. Art. 354).

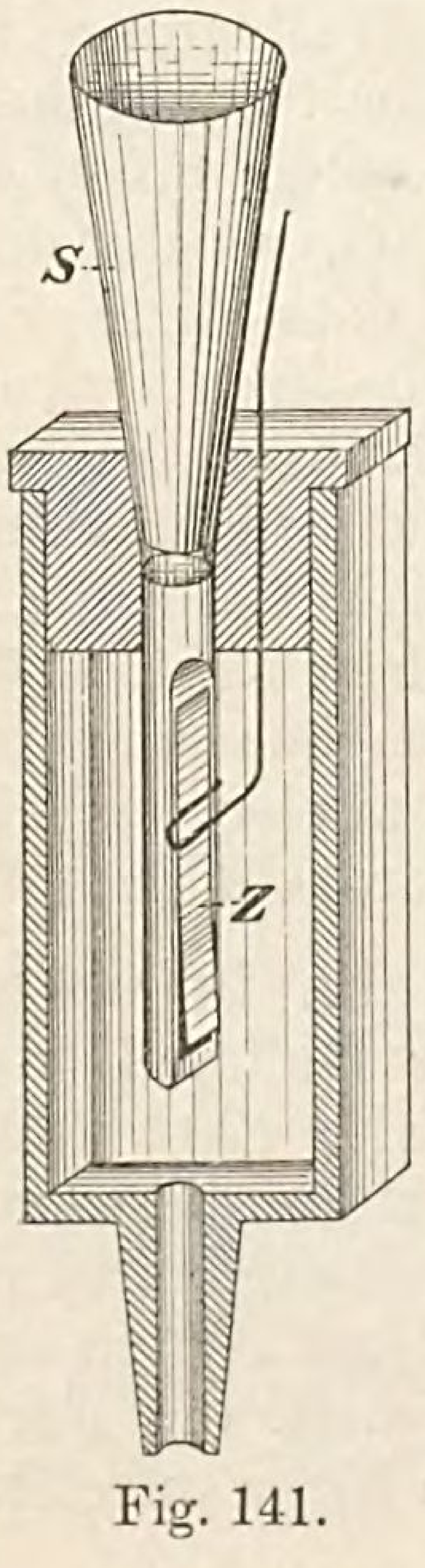


Fig. 141.

293. Die Zungenpfeife. Der Pfeifenfuss (Fig. 141) enthält einen Raum, welcher durch ein einerseits befestigtes, andererseits freies Metall-

blättchen, die Zunge Z, geschlossen ist. Treibt man Luft in den Pfeifenfuss ein, so wird die Zunge in Schwingung versetzt und schliesst und öffnet abwechselnd den bezeichneten Raum, wobei, wie im Fall der Sirene, eine Reihe von Luftstössen in den äusseren Raum austritt; so entsteht nach W. Weber der scharfe Klang der Zungenpfeife. Mit dem Raum hinter der Zunge verbindet man einen sogenannten Schalltrichter S, dessen Luftmasse in erzwungene Schwingungen versetzt wird und dadurch die Klangfarbe modificirt. Durch Rückwirkung der Luftschwingungen auf die Zunge wird deren Ton etwas vertieft.

VI. Abschnitt. Von der Wärme.

Litteratur: J. Cl. Maxwell, Theory of heat. Uebersetzungen von Auerbach und Neesen.

Cap. 1. Thermometrie.

294. Temperatur. Kaltes Wasser bringt in der eintauchenden Hand Kältegefühl, warmes Wasser Wärmegefühl hervor; Wasser, sowie alle Körper können in Bezug auf ein Agens, das wir Wärme nennen und dessen Natur wir vorläufig dahingestellt sein lassen, in verschiedene Zustände treten, welche sich dem Grade nach unterscheiden und welche wir verschiedene Wärmegrade oder Temperaturen nennen. Das Gefühl ist im Allgemeinen ein unsicheres, niemals ein scharfes Mittel zur Bestimmung der Temperatur; ein solches kann aber gewonnen werden durch die Messung der Volumänderung eines Körpers, von welcher die Aenderung seines Wärmegrades begleitet ist.

295. Das Quecksilberthermometer, scheinbare Ausdehnung. Ein Glasgefäss, welches in einen engen Hals ausläuft, fülle man mit einer Flüssigkeit, so dass deren Gränze sich in dem Halse befindet. Erwärmt man die Vorrichtung, so rückt die Flüssigkeit, indem sie sich stärker als das Glasgefäss ausdehnt, im Halse vor; es wird also hierbei die Differenz zwischen der Ausdehnung der Flüssigkeit und der des Gefässes, die sogenannte scheinbare Ausdehnung der Flüssigkeit im Gefäss beobachtet. Geht bei der darauf folgenden Abkühlung die Flüssigkeit im Halse zurück, so bleibt im Fall des Alkohols, welcher das Glas benetzt, etwas Flüssigkeit an der Röhrenwand hängen; daher beobachtet man bei derselben Temperatur einen etwas verschiedenen Stand der Flüssigkeit im Halse, je nachdem die Temperatur steigt oder fällt. Soll also die beschriebene Vorrichtung zur Bestimmung der Temperatur dienen, so ist es vortheilhaft, eine das Glas nicht benetzende Flüssigkeit, wie Quecksilber, zu benutzen. Ein auf die Beobachtung der scheinbaren Ausdehnung des Quecksilbers in Glasgefässen gegründetes Instrument zur Messung der Temperaturen heisst ein Quecksilberthermometer.

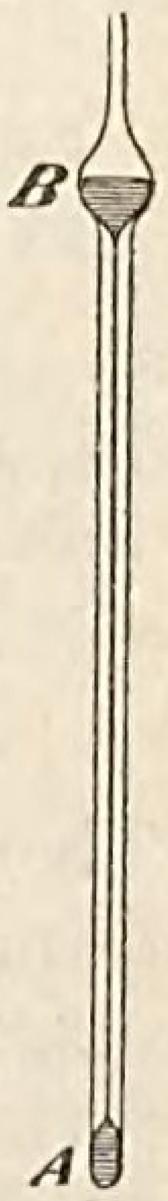


Fig. 142.

296. Füllung. An ein Capillarrohr, Fig. 142, welches kalibrisch, d. h. überall von gleichem Querschnitt sein soll, ist das Gefäss A angeblasen. In die ebenfalls angeblasene Erweiterung B

wird Quecksilber eingebracht, welches an die Stelle der in A und im Capillarrohr enthaltenen Luft tritt, wenn diese durch wiederholtes Erwärmen von A auf den Siedepunkt des Quecksilbers ausgetrieben wird. Hat man dieses erreicht, so erwärmt man das Ganze etwas über die höchste Temperatur, zu deren Messung es dienen soll und schmelzt das Rohr dicht über dem Quecksilberfaden ab. Auf diese Weise ist fast alle Luft aus dem Apparat entfernt, welche besonders deshalb schädlich wäre, weil sich von ihr beim Gebrauch leicht etwas in den Faden drängt, diesen theilt und dadurch das Thermometer verdirbt.

297. **Bestimmung der Fixpunkte.** Man bringt das Thermometer in schmelzendes Eis, worunter ein Gemisch von Eis und Wasser, z. B. mit Wasser übergossener Schnee verstanden ist, und markirt den Stand des Quecksilbers im Rohr, wenn er sich nicht mehr ändert. Es hat sich gezeigt, dass im schmelzenden Eise der Faden stets an derselben Stelle steht, woraus man schliesst, dass die Temperatur des schmelzenden Eises eine bestimmte, unveränderliche ist (vgl. Art. 355); man nennt sie den Eispunkt. Hierauf bringt man das Thermometer ganz in die Dämpfe, welche sich aus siedendem Wasser entwickeln. Dazu eignet sich der Fig. 143 dargestellte Apparat, in welchem, wie der durch Pfeile angedeutete Weg des Dampfes zeigt, das Thermometer von einem doppelten Dampfmantel umhüllt ist; der Apparat ist, abgesehen von dem gläsernen, die Durchsicht zum Thermometer gestattenden Rohr G, aus Metall. Bei bestimmtem Luftdruck ist auch die Temperatur der aus siedendem Wasser sich entwickelnden Dämpfe, die sogenannte Siedetemperatur des Wassers, eine bestimmte; sie wird für den normalen Luftdruck von 76 cm Quecksilber als Siedepunkt bezeichnet. Ist bei dem Versuch der Luftdruck nicht der normale gewesen, so kann man doch berechnen, wo bei diesem der Faden gestanden hätte (Art. 373). Man markirt auch den Siedepunkt am Thermometer.

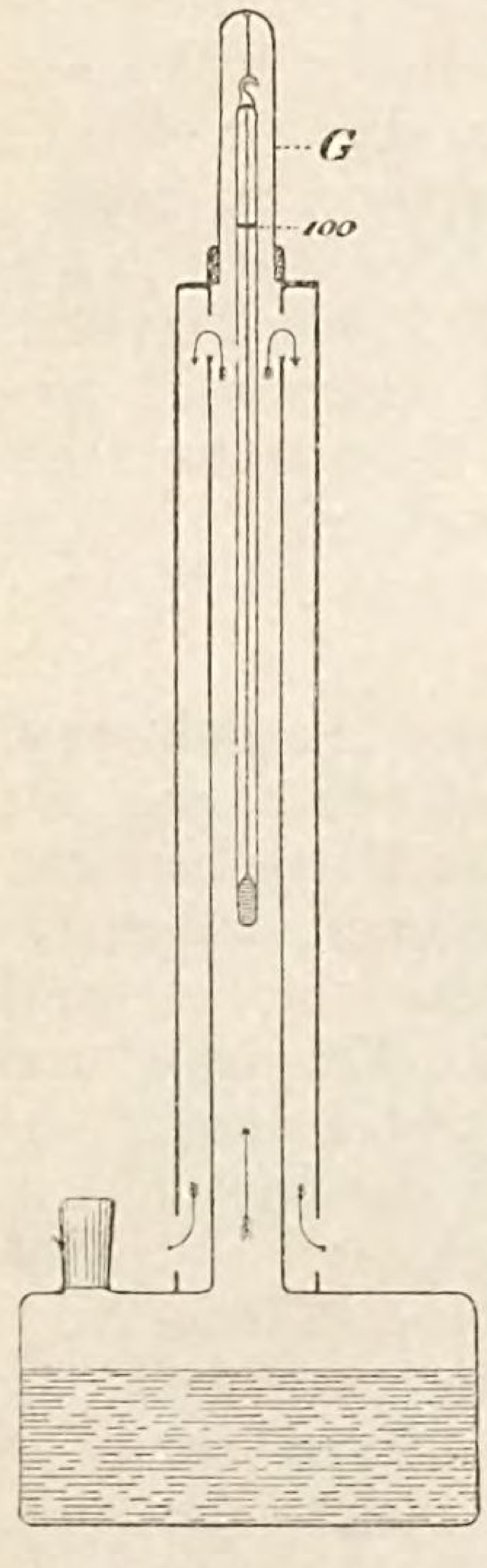


Fig. 143.

298. **Die hunderttheilige Skala** sollte allen Temperaturangaben zu Grunde gelegt werden, so wie das Meter allen Längenangaben zu Grunde gelegt wird. Man erhält diese Skala auf dem Thermometer, indem man das Rohr zwischen Eis- und Siedepunkt dem Volumen nach in 100 gleiche Theile theilt und diese Theilung unter den Eispunkt und über den Siedepunkt in gleicher Weise fortsetzt; da das Rohr kalibrisch angenommen ist, so muss man es zu diesem Zweck der Länge nach in der bezeichneten Weise eintheilen. Man überzieht dabei das Rohr mit Wachs, gräbt die Theilung in das Wachs so ein, dass jeder Theilstrich das Glas bloslegt

und setzt dieses Flusssäuredämpfen aus, welche die Theilung in dasselbe einätzen. Man bezeichnet den Eispunkt durch 0°, den Siedepunkt folglich durch 100° und die Theilstriche unter 0°, von 0° aus abwärts rechnend, durch negative Zahlen.

299. Calibrirung des Thermometers. Um an dem fertigen Thermometer zu prüfen, ob das Rohr calibrisch sei, bzw. um die Längentheilung mittelst einer Correktionstabelle in genaue Volumtheilung übersetzen zu können, trennt man durch Neigen und Klopfen des Thermometers einen Quecksilberfaden ab und legt ihn, jedesmal seine Länge an der Längentheilung messend, auf verschiedene Stellen des Rohres.

300. Definition der Temperatur nach dem Quecksilberthermometer. Steht der Faden des Quecksilberthermometers bei — 20°, + 50°, + 150°, so sagt man, es zeige die Temperatur —' 20°, + 50°, + 150° C.[1]. Diesen Aussprüchen liegen augenscheinlich die Festsetzungen zu Grunde, dass die Temperatur des Eispunktes 0° und diejenige Temperaturzunahme 1° heissen soll, welche eine scheinbare oder abgelesene Volumzunahme des Quecksilbers im Glasgefäss gleich dem 100sten Theil der zwischen Eis- und Siedepunkt erfolgenden bewirkt.

Diese Festsetzungen verknüpfen nun die scheinbaren Volumina einer Quecksilbermasse mit den Temperaturen. Sei α der 100ste Theil der scheinbaren Volumzunahme, welche zwischen 0° und 100° diejenige Masse erfährt, welche bei 0° das Volumen 1 einnimmt; nach Art. 313 heisst α der mittlere scheinbare Ausdehnungscoefficient des Quecksilbers zwischen 0° und 100°. Die Masse, deren Volumen bei 0^0 1 ist, nimmt bei t^0 das Volumen $1 + \alpha t$, die Masse, deren Volumen bei 0^0 v_0 ist, bei t^0 das Volumen

$$v = v_0 (1 + \alpha t) \ldots . \qquad (52)$$

ein; eine Beziehung zwischen v und t, welche lediglich eine Folge unserer Definition der Temperatur ist; α ist für Quecksilber in Gefässen aus gewöhnlichem Glase ungefähr 0,000154.

301. Empfindlichkeit des Quecksilberthermometers ist die Längsverschiebung des Fadens für 1° Temperaturerhöhung; sie ist bei gleicher Röhrenweite der Volumvergrösserung pro Grad oder der Grösse $\alpha . v_0$, also dem Volumen v_0 oder der Grösse des Gefässes proportional. Da aber grössere Quecksilbermassen die Temperatur der Umgebung verhältnissmässig langsam annehmen, so erzielt man hohe Empfindlichkeit besser durch geringe Röhrenweite.

302. Correktion wegen des herausragenden Fadens. Beim Gebrauch des Thermometers ist zuweilen nicht zu vermeiden, dass der Faden aus dem Raume, dessen Temperatur t zu messen ist, heraus-

---

[1] C. bedeutet: der hunderttheiligen Skala (Centigrade). S. Art. 430.

ragt; dann zeigt das Thermometer zu tief, wenn der Faden die tiefere Temperatur t' hat. Ragen a Grade heraus, die bei 0^0 die Länge a_0 haben, so würden dieselben, von t' auf t gebracht, um $a_0 \,.\, \alpha \,.\, (t - t')$ (Art. 300 Gleichung 52) oder hinreichend genau um $a \,.\, \alpha\, (t - t')$ sich verlängern. Dieser Betrag ist der abgelesenen Temperatur hinzuzuzählen; er beläuft sich für $a = 150^0$, $t = 300^0$, $t' = 50^0$ auf 6^0.

303. Allgemeine Bedeutung des Temperaturbegriffs.

Def. Ein Körper A in einer für Strahlung (Art. 429) undurchlässigen Hülle constanter Temperatur ist mit der Hülle im Temperaturgleichgewicht oder besitzt deren Temperatur, wenn er seine Temperatur nicht ändert.

Befindet sich ein zweiter Körper B in der Hülle, so ist er erfahrungsgemäss auf die Temperatur von A ohne Einfluss, wenn er die Temperatur der Hülle angenommen hat. Zwei Körper, die mit einem dritten im Temperaturgleichgewicht sind, stehen daher auch unter einander im Temperaturgleichgewicht. Dieser Satz, welcher dem Begriff der Temperatur eine sehr allgemeine Bedeutung verleiht, ist nicht selbstverständlich: Soda und Schwefelsäure, beide mit Platin im chemischen Gleichgewicht, sind mit einander nicht im chemischen Gleichgewicht.

304. Mängel des Quecksilberthermometers; a) beschränkter Bereich. Das Quecksilberthermometer ist nicht brauchbar unterhalb der Temperatur von $-38^0, 5$, bei welcher das Quecksilber erstarrt, und oberhalb derjenigen Temperatur, bei welcher es im Thermometer zu sieden beginnt (Artt. 370, 373). Man vermeidet das Sieden (Art. 373), indem man den vom Quecksilber frei bleibenden Raum in der Thermometerröhre mit Luft oder sogar einem comprimirten Gase füllt; in der physikalischen Reichsanstalt werden auf diese Weise Thermometer hergestellt, die zu genauen Temperaturmessungen bis zu 550^0 brauchbar sind. Wegen der Gegenwart der Luft ist beim Gebrauch des Thermometers Vorsicht nöthig (vgl. Art. 296).

305. b) Nachwirkungsdilatationen.

1. dauernde. Das Gefäss des Thermometers zieht sich während längerer Zeit nach der Anfertigung zusammen; in Folge davon rückt der Eispunkt in die Höhe, d. h. das Thermometer zeigt im schmelzenden Eise eine zu hohe Temperatur. Es empfiehlt sich daher, die Fixpunkte erst längere Zeit nach der Anfertigung des Gefässes zu bestimmen. Auch dann noch muss man von Zeit zu Zeit den Eispunkt am Thermometer controlliren oder dasselbe, falls es, wie ein Fieberthermometer, den Eispunkt nicht enthält, mit einem Normalthermometer vergleichen.

2. vorübergehende. Nach vorübergehender Erwärmung auf die ursprüngliche Temperatur zurückgebracht, nimmt das Glas erst nach einiger Zeit sein ursprüngliches Volumen wieder an. In Folge davon ist der Eispunkt nach vorübergehender Erwärmung zeitweilig gesunken, nach einer Erwärmung auf 100^0 für gewisse Glassorten

um 1°. Der Betrag dieser Nachwirkungsdilatationen hängt von der chemischen Zusammensetzung des Glases ab, ist nämlich verhältnissmässig bedeutend, wenn es K_2O und Na_2O in nahe gleicher Menge enthält, sehr gering, wenn entweder nur K_2O oder nur Na_2O im Glase sich vorfindet. Man verfertigt daher neuerdings die Thermometer aus Glas von der letztgenannten Beschaffenheit, sogenanntem Jenenser Glase, bei welchem bis zu 100° die Nachwirkungsdilatationen vernachlässigt werden können.

306. c) Abhängigkeit der Temperaturskala von der Glassorte. Wenn man Thermometer, die anstatt des Quecksilbers andere Flüssigkeiten enthalten, nach den Vorschriften der Artt. 297—98 eintheilt, so stimmen sie zwar bei 0° und 100° nothwendig überein, nicht aber bei anderen Temperaturen. Die Hälfte der scheinbaren Ausdehnung zwischen 0° und 100°, welche das Quecksilber nach der Definition des Art. 300 bei 50° erreicht, erreicht z. B. das Oel erst bei einem höheren Wärmegrad, ein Oelthermometer wird daher zwischen 0° und 100° tiefere Temperaturen, als ein Quecksilberthermometer anzeigen. Hieraus geht hervor, dass die Temperaturskala von der Natur der Substanz abhängt, auf deren Ausdehnung man die Definition der Temperatur gründet. Nun beobachtet man beim Quecksilberthermometer die Differenz zwischen der Ausdehnung des Quecksilbers und der des Glases, daher hängt die Temperaturskala beim Quecksilberthermometer von der Natur der angewandten Glassorte ab. Regnault fand, dass ein Thermometer aus Krystallglas 360°,5 zeigte bei einem Wärmegrad, bei welchem ein Thermometer aus gewöhnlichem Glase 354° angab, während bei 0° und 100° die beiden Thermometer übereinstimmten. Bis zu 100° beläuft sich der Einfluss der Glassorte nur auf einige Zehntel des Grades.

Die Definition der Temperatur nach dem Quecksilberthermometer hat also verschiedene Mängel, von denen die Definition der Temperatur nach dem Luftthermometer frei ist, s. Art. 326.

307. Maximum und Minimumthermometer sollen die höchste bzw. tiefste Temperatur anzeigen, welche in irgend einem Zeitraum stattgefunden hat. Ein oft gebrauchtes Maximumthermometer ist ein Quecksilberthermometer, dessen Rohr horizontal steht und dessen Faden durch ein Luftbläschen in zwei Theile getheilt ist. Bei steigender Temperatur wird der abgetrennte Faden vorgeschoben, bei sinkender bleibt er liegen und zeigt so die höchste Temperatur an, welche stattgefunden hat.

Bei dem gebräuchlichen Minimumthermometer ist die thermometrische Flüssigkeit gefärbter Alkohol, in dem horizontal liegenden Rohre befindet sich ein beweglicher Stift g (Fig. 144). Bei sinkender Temperatur wird dieser vom Alkohol, der ihn benetzt, mitgenommen, bei steigender Temperatur bleibt er liegen, indem der Alkohol an

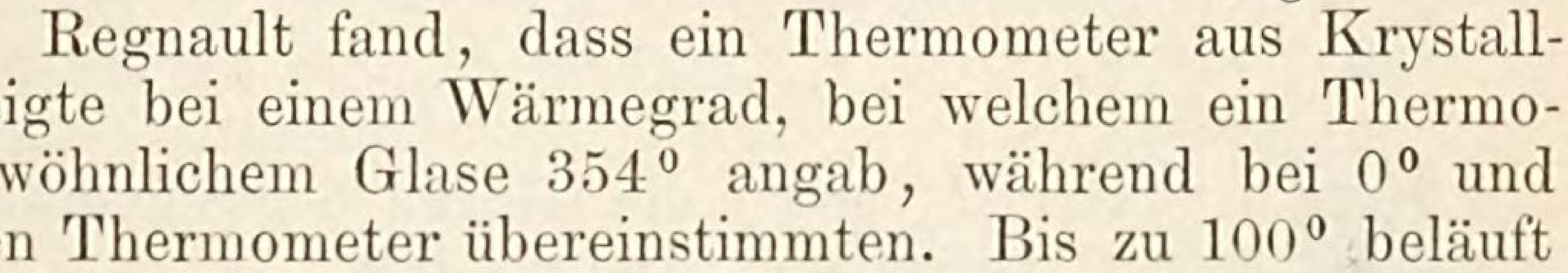


Fig. 144.

ihm vorbeifliesst und zeigt so die tiefste Temperatur an, welche stattgefunden hat.

Cap. 2. Von der thermischen Ausdehnung.

308. Lineare Ausdehnung fester Körper. Ein Stab aus festem Material erleidet beim Erwärmen im Allgemeinen eine Verlängerung; damit für diese Platz bleibt, dürfen die Eisenbahnschienen nicht aneinander stossen. Beim Abkühlen tritt Zusammenziehung ein, so legt sich ein eiserner Reif, heiss auf das hölzerne Rad gebracht, beim Abkühlen fest an dasselbe an. Die thermische Längsausdehnung einer graden Stange wird in vergrössertem Maassstabe leicht durch einen Hebel mit einem kurzen und einem langen Arm, einen sogenannten Fühlhebel sichtbar gemacht; auf den kurzen Arm drückt das eine Ende der Stange, während ihr anderes Ende sich gegen ein festes Lager lehnt (Fig. 145).

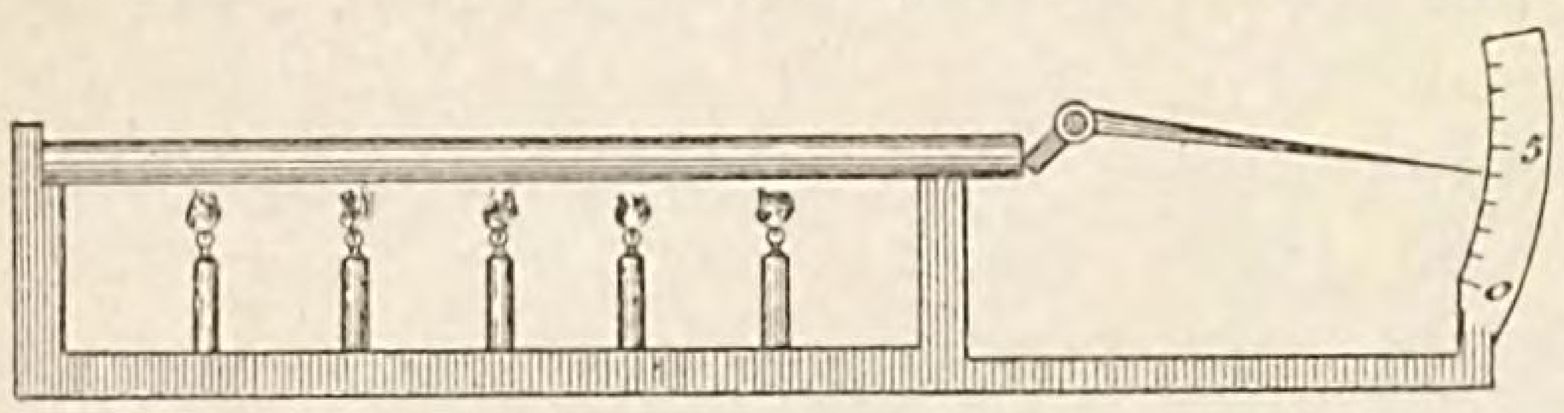


Fig. 145.

309. Linearer Ausdehnungscoefficient. Die beim Erwärmen erfolgende Verlängerung der Längeneinheit heisst thermische Längsdilatation; deren t^{ter} Theil zwischen 0^0 und t^0 heisst mittlerer linearer Ausdehnungscoefficient (β) zwischen 0^0 und t^0; es ist also

$$\beta = \frac{l - l_0}{l_0} \cdot \frac{1}{t} \dots \quad (53)$$

wenn l_0 und l die Längen der Stange bzw. bei 0^0 und t^0 vorstellen. Daraus folgt

$$l = l_0 (1 + \beta \cdot t) \dots \quad (53^a)$$

Hier kann für t irgend eine Temperatur zwischen 0^0 und t^0 gesetzt werden, wenn β von der Temperatur unabhängig ist; im Allgemeinen wächst β etwas mit steigender Temperatur.

Zwischen 0^0 und 100^0 ist β für

Zink	0,000030
Messing (71 Cu 29 Zn)	0,000019
Eisen	0,000012
Platin	0,000009
Glas, gewöhnliches	0,000009

Darauf, dass Glas und Platin nahezu denselben Ausdehnungscoefficienten haben, beruht die Möglichkeit, Platin in Glas so einzuschmelzen, dass nach der Abkühlung keine Lockerung des Zusammenhanges beider Körper und kein Springen des Glases eintritt.

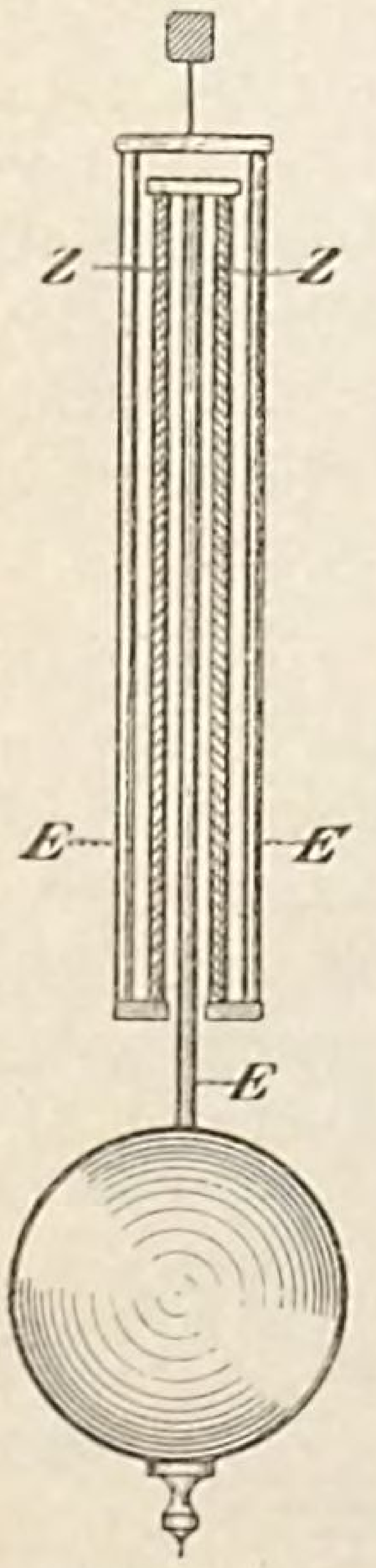


Fig. 146.

310. Das Compensationspendel. Die Pendelstange ist, wie Fig. 146 zeigt, aus drei Eisenstangen E und zwei Zinkstangen Z zusammengesetzt. Durch die Ausdehnung der Stangen E senkt sich die Pendellinse, durch die Ausdehnung der Stangen Z

wird sie gehoben. Nun erleidet eine Stange, die bei 0^0 die Länge l_0 hat, auf t^0 erwärmt, die Verlängerung $l_0 \,.\, \beta \,.\, t$ (Art. 309). Bezeichnet man durch Ea, Ei, und Z bzw. die Länge bei 0^0 der äusseren Eisenstangen, der innern Eisenstange und der Zinkstange, mit β und β' die linearen Ausdehnungscoefficienten für Eisen und Zink, so ist die Senkung der Pendellinse bei Erwärmung auf t^0 gleich $Ea \,.\, \beta t + Ei \,.\, \beta t - Z \,.\, \beta' t = t\{(Ea + Ei)\,\beta - Z \,.\, \beta'\}$ und verschwindet, wenn $(Ea + Ei)\beta$ $Z \,.\, \beta'$, d. h. wenn die Länge $Ea + Ei$ sich zu der Länge Z verhält e β' zu β. Alsdann wird die Länge und damit auch die Schwingungsdauer des Pendels durch Temperaturänderungen nicht beeinflusst.

311. Ein Compensationsstreifen besteht aus zwei gleichgeformten Metallstreifen von ungleichem Ausdehnungscoefficienten, welche der Länge nach an einander gelöthet sind (Fig. 147). Ist derselbe bei einer bestimmten Anfangstemperatur grade, so wird er, über diese hinaus erwärmt, wegen der grösseren Verlängerung des stärker ausdehnbaren Metalls sich so krümmen, dass dieses von aussen gesehen convex ist; unter jene Anfangstemperatur abgekühlt wird er sich im entgegengesetzten Sinne krümmen. Ein solcher Compensationsstreifen dient im Metallthermometer zur Temperaturmessung; im Breguet'schen Metallthermometer (Fig. 148) ist er zur Spirale aufgewickelt, welche sich ab- oder aufdreht, je nachdem die Temperatur steigt oder sinkt.

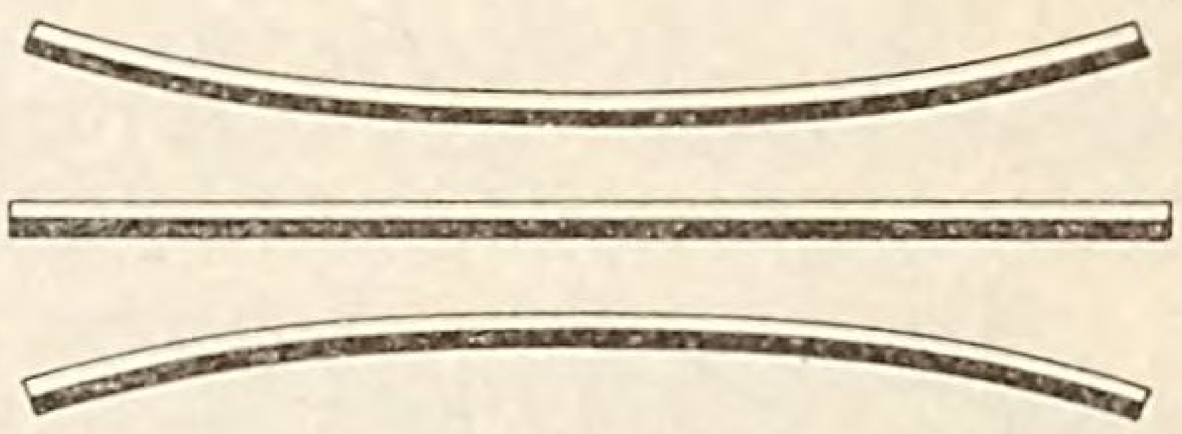


Fig. 147.

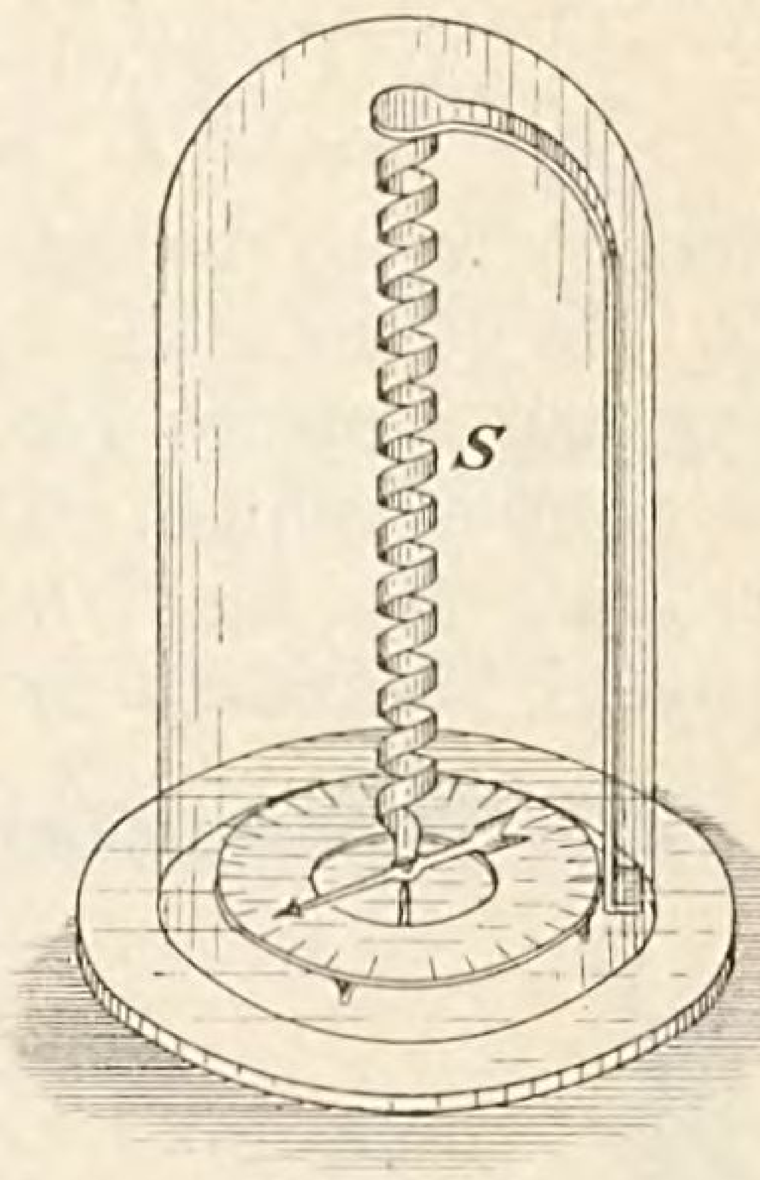


Fig. 148.

312. Der cubische Ausdehnungscoefficient ist das dreifache des linearen. Denn ein Würfel aus isotropem Material von 1 cm Seitenlänge, also 1 ccm Rauminhalt bei 0^0, erhält, auf t^0 erwärmt, die Seitenlänge $1 + \beta t$, den Rauminhalt $(1 + \beta t)^3$; dafür kann

$$1 + 3\beta t$$

geschrieben werden, wenn man 2. und 3. Potenz des kleinen Bruches (Art. 309) βt vernachlässigt. $3\beta t$ ist alsdann die zwischen 0^0 und t^0 erfolgende cubische thermische Dilatation, ihr t^{ter} Theil 3β der mittlere cubische Ausdehnungscoefficient zwischen 0^0 und t^0.

313. Ausdehnungscoefficient einer tropfbaren Flüssigkeit. Die thermische Ausdehnung der Volumeneinheit heisst thermische Dilatation, ihr t^{ter} Theil zwischen 0^0 und t^0 mittlerer Ausdehnungscoefficient α zwischen 0^0 und t^0.

Sind demnach v_0 und v die Volumina der Flüssigkeit bei 0^0 und t^0, so ist

$$\alpha = \frac{v - v_0}{v_0} \cdot \frac{1}{t} \cdots \qquad (54)$$

Daraus folgt

$$v = v_0 (1 + \alpha t).$$

Hier kann für t irgend eine zwischen 0^0 und t^0 liegende Temperatur gesetzt werden, wenn α von der Temperatur unabhängig ist, im Allgemeinen wächst aber α etwas mit der nach dem Quecksilberthermometer bestimmten Temperatur (vgl. Art. 309).

314. Indirekte Bestimmung aus der scheinbaren Ausdehnung. Der Ausdehnungscoefficient α einer Flüssigkeit kann aus ihrer scheinbaren Ausdehnung (Art. 295) in einem Gefäss berechnet werden, wenn die Ausdehnung des letzteren bekannt ist. Man verwendet am besten ein sogenanntes Gewichtsthermometer, d. i. ein pyknometerartiges Glasgefäss (Art. 143), und bestimmt durch Wägung die Flüssigkeitsmassen p_0 und p, welche dasselbe bei den Temperaturen 0^0 und t^0 fasst. Bezeichnet man durch V_0 das Gefässvolumen bei 0^0, durch s_0 und s die Flüssigkeitsdichte bzw. bei 0^0 und t^0, dann ist

$$V_0 \cdot s_0 = p_0 \qquad V_0 (1 + 3\beta t) \cdot s = p \quad .$$

woraus folgt:

$$\frac{s_0}{s} = \frac{p_0}{p} (1 + 3\beta t).$$

Da die wahren Volumina v und v_0 gleicher Massen sich umgekehrt wie die Massen gleicher Volumina, d. h. umgekehrt wie die Dichten verhalten, so ist $s_0/s = v/v_0$, der mittlere Ausdehnungscoefficient α zwichen 0^0 und t^0 folglich gegeben durch den Ausdruck

$$\alpha = \frac{v - v_0}{v_0} \cdot \frac{1}{t} = \frac{s_0 - s}{s} \cdot \frac{1}{t} = \frac{1}{t} \left\{ \frac{p_0}{p} (1 + 3\beta t) - 1 \right\} \cdots \quad (55)$$

welcher den cubischen Ausdehnungscoefficienten 3β des Glases enthält. Will man diesen für das benutzte Glasgefäss besonders bestimmen, so macht man den beschriebenen Versuch mit einer Flüssigkeit von bekanntem Ausdehnungscoefficienten, z. B. Quecksilber, und berechnet aus der Gleichung (55) 3β, welche Grösse nunmehr die einzige Unbekannte in dieser Gleichung ist.

315. Direkte Bestimmung durch die Methode der communicirenden Röhren. Unabhängig von der Ausdehnung des Gefässes bestimmt man s_0/s und damit nach Gleichung (55) den wahren Ausdehnungscoefficienten einer Flüssigkeit durch die Methode der communicirenden Röhren Art. 145. Diese Methode wandten Dulong und Petit auf das Quecksilber an. Ein Uförmiges Rohr, Fig. 149, welches aus zwei vertikalen Schenkeln und einem horizontalen Verbindungsrohr besteht, ist mit Quecksilber gefüllt; der eine vertikale Schenkel befindet sich in schmelzendem Eise, der andere in einem Oelbade, das auf verschiedene

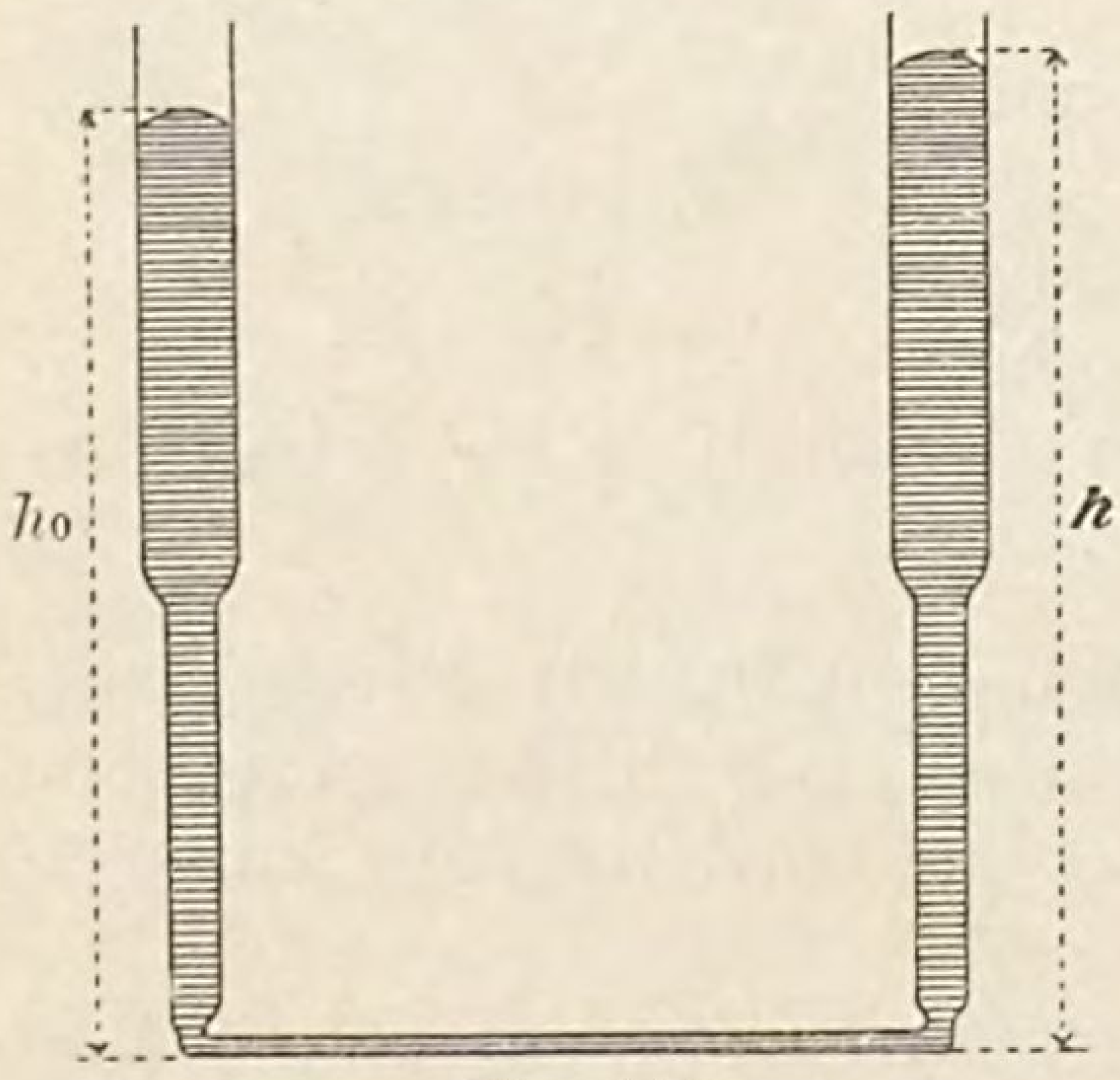


Fig. 149.

Temperaturen t gebracht wird. Dann verhalten sich die specifischen Gewichte s_0 und s umgekehrt wie die Höhen h_0 und h der Quecksilberkuppen über dem horizontalen Theil in den betreffenden Schenkeln. In der Bezeichnung des Art. 314 ist also

$$\frac{s_0}{s} = \frac{h}{h_0} = \frac{v}{v_0}, \quad \text{woraus } \alpha = \frac{v - v_0}{v_0} \frac{1}{t} = \frac{h - h_0}{h_0} \cdot \frac{1}{t} \cdots \quad (56)$$

316. Das Kathetometer wurde gelegentlich dieser Untersuchung zur Messung der Höhendifferenz $h - h_0$ zweier Punkte, die nicht in einer Vertikalen zu liegen brauchen, von Dulong und Petit construirt. Es besteht aus einem vertikalen, um eine vertikale Axe drehbaren Maassstab, an dem ein mit horizontalem Fernrohr versehener Schlitten verschiebbar ist. Man stellt das Fernrohr erst auf die eine, dann auf die andere Quecksilberkuppe, Fig. 149, ein und liest jedesmal die Stellung des Schlittens an dem vertikalen Maassstabe ab.

317. Libellen benutzt man, um eine Axe vertikal oder eine ebene Fläche horizontal zu stellen. Eine Libelle (Fig. 150) ist ein etwas gebogenes Glasrohr, das bis auf eine kleine übrig bleibende Luftblase mit Aether gefüllt, mit einer Grundplatte verbunden und relativ zu dieser durch Schrauben verstellbar ist. Steht die Grundplatte horizontal, so soll die Libellenblase in der Mitte des Rohres stehen. Um eine Libelle auf ihre Richtigkeit zu prüfen, setzt man sie auf einen ebenen Teller TT' (Fig. 151), welcher auf vertikalen Stellschrauben ruht, bringt mittelst dieser die Libelle zum Einstehen (Fig. 151 links) und legt sie alsdann um 180° um (Fig. 151 rechts). Steht sie nach dem Umlegen noch ein, so ist sie richtig, sonst nicht (Fig. 151), und wird in diesem Fall berichtigt, indem man das Rohr relativ zur Grundplatte verstellt.

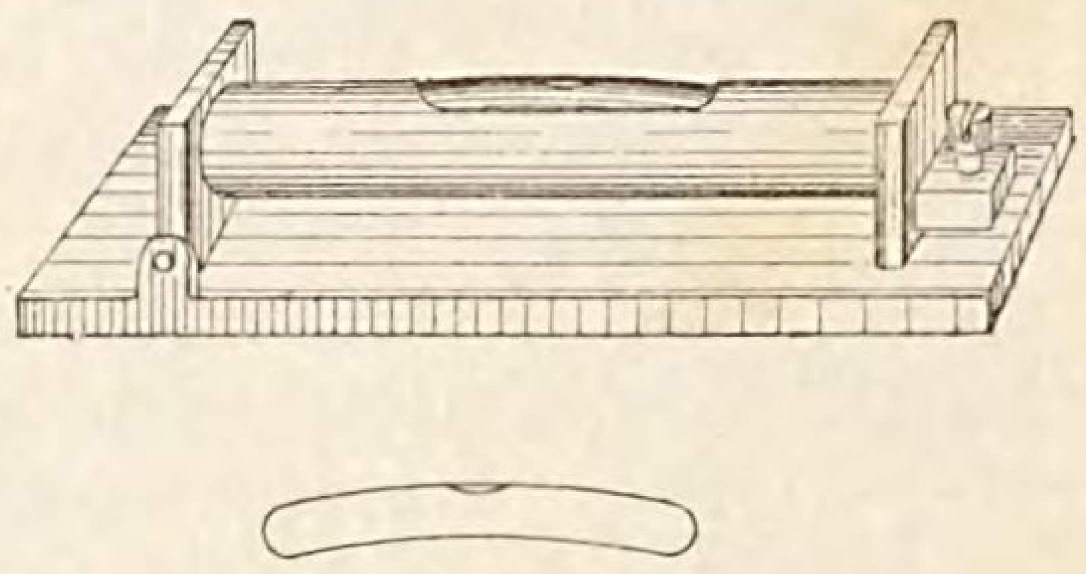


Fig. 150.

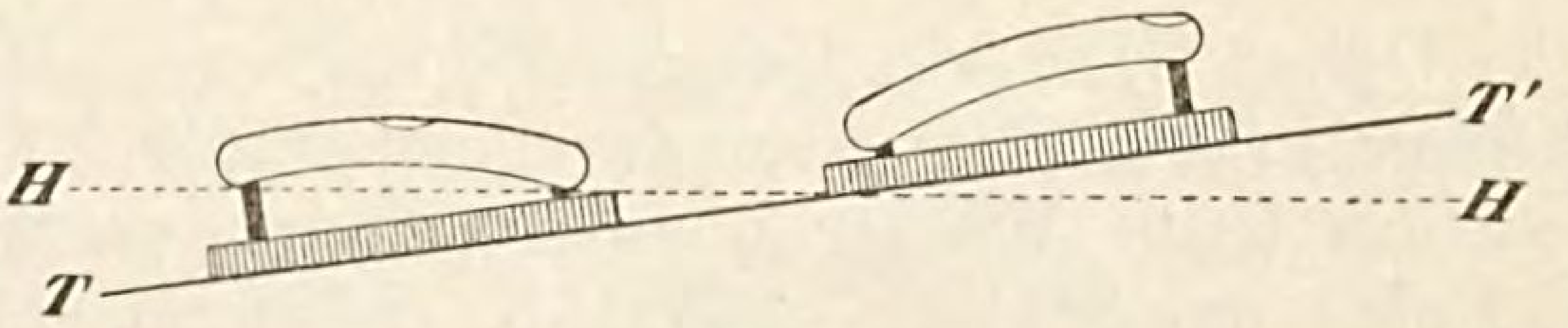


Fig. 151.

Soll mittelst der Libelle die Drehungsaxe eines Körpers vertikal gestellt werden, so muss die Libelle bei richtiger Verbindung mit dem Körper dann einstehen, wenn die Drehungsaxe vertikal ist. Ob dies zutrifft, prüft man wie im vorigen Fall, wobei das Umlegen der Libelle durch Drehung des Körpers um die Axe bewirkt wird.

318. Angaben über die Ausdehnung tropfbarer Flüssigkeiten. Der wahre Ausdehnungscoefficient des Quecksilbers hat sich nach der Methode des Art. 315 zu 0,000182 ergeben.

In der folgenden Tabelle sind für einige Flüssigkeiten die Volumina bei verschiedenen Temperaturen verzeichnet, indem das Volumen bei 0° gleich 10 000 gesetzt ist.

Temp.	Quecksilber	Wasser	Alkohol	Aether
0°	10000	10000	10000	10000
30°		10041	10324	10483
80°		10288	10973	—
100°	10182	10431	—	—

Werden also 10000 Literflaschen aus gewöhnlichem Glase bei 0° mit Quecksilber gefüllt und auf 100° erwärmt, so würde bei dieser Temperatur das Quecksilber 10182 Liter einnehmen; wegen der Ausdehnung des Glases würden aber nur 154 neue Flaschen zur Aufnahme des ausfliessenden Quecksilbers erforderlich sein.

Würden die mittleren Ausdehnungscoefficienten des Alkohols zwischen 0° und 30° und zwischen 0° und 80° einander gleich sein, so würde das Alkoholvolumen den Werth 10973, den es schon bei 80° erreicht, erst bei 90° erreichen. Der Ausdehnungscoefficient des Alkohols wächst also mit steigender Temperatur.

319. Dichtigkeitsmaximum des Wassers. Wasser zieht sich bei Erwärmung bis auf 4° zusammen und dehnt sich bei weiterer Erwärmung wieder aus, so dass es bei + 4° die grösste Dichtigkeit besitzt. Man setze in verschiedene horizontale Schichten eines mit Wasser von Zimmertemperatur gefüllten Gefässes Thermometer ein (Fig. 152) und bringe das Ganze in einen Raum von 0°. Zunächst zeigen die tiefer liegenden Thermometer tiefere Temperaturen an, indem das kältere Wasser seines höheren specifischen Gewichts halber nach unten sinkt. Haben aber die Thermometer die Temperatur 4° erreicht, so zeigen von nun an bei weiterer Abkühlung die höher liegenden Thermometer tiefere Temperaturen an, indem das unter 4° abgekühlte Wasser, specifisch leichter als das Wasser von 4°, oben schwimmt.

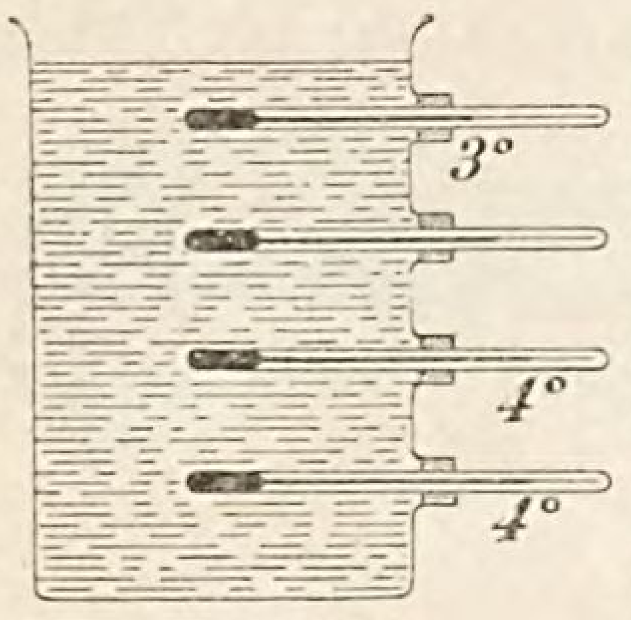


Fig. 152.

Daher friert ein See im Winter von oben her zu, während das Wasser in der Tiefe noch die Temperatur 4° besitzt. Da in diesem Fall das kalte Wasser oben schwimmt, so treten keine Strömungen in Folge der Schwere mehr ein. Alsdann entweicht die Wärme nur durch den sehr langsamen Vorgang der Wärmeleitung (Art. 424) aus der Tiefe, und in nicht allzu strengem Winter sinkt die Wassertemperatur in der Tiefe nicht unter 4°. Dieses Verhalten ist für die in dem See lebenden Thiere von grosser Bedeutung.

320. Der Ausdehnungscoefficient der Gase. Gay Lussac fand die thermische Ausdehnung der Gase unabhängig von ihrer chemischen Natur, er fand nämlich, dass alle Gase sich um den gleichen Bruchtheil des bei 0° von ihnen eingenommenen Raumes ausdehnen, wenn sie bei constantem Druck auf 100° erwärmt werden. Der mittlere Ausdehnungscoefficient α der Gase zwischen 0° und 100° (Art. 313) ist nach neueren Bestimmungen

$$\alpha = 0{,}00367, \quad \text{abgekürzt} = {}^1/_{273}.$$

Bedeuten ferner v_0 und v die Volumina einer Gasmasse bei 0^0 und t^0, so ist für jede Temperatur zwischen 0^0 und 100^0 (vgl. Art. 313) sehr nahe

$$v = v_0 (1 + \alpha . t .) \ldots . \tag{57}$$

321. Das Druckgesetz der Gase. Eine Gasmasse besitze

bei der	Temperatur	t_0	und	dem	Druck	p_0	das	Volumen	v_0
„ „	„	t_0	„	„	„	p	„	„	v'
„ „	„	t	„	„	„	p	„	„	v

Nach dem Boyle-Mariotte'schen Gesetz ist

$$p_0 \, v_0 = p \, v'$$

Nach dem Gay-Lussac'schen Gesetz ist

$$\frac{1 + \alpha . t}{1 + \alpha . t_0} = \frac{v}{v'}$$

Aus der Multiplikation beider Gleichungen mit einander entsteht

$$\frac{p \, v}{1 + \alpha . t} = \frac{p_0 \, v_0}{1 + \alpha . t_0} \ldots . \tag{58}$$

so dass bei irgend welchen Druck- und Temperaturänderungen die Grösse

$$\frac{p \, v}{1 + \alpha . t}$$

ihren Werth nicht ändert. Wir nennen dieses durch die Gleichung (58) ausgesprochene Gesetz das Druckgesetz der Gase.

Die Dichtigkeit des Gases werde für die Normalverhältnisse des Drucks und der Temperatur (Art. 169) durch D_0, für den Druck p und die Temperatur t durch D bezeichnet. Versteht man in (58) unter t_0 die Temperatur 0^0, unter p_0 den Normaldruck, so ist $D/D_0 = v_0/v$ und man erhält

$$D = D_0 \cdot \frac{p}{p_0} \cdot \frac{1}{1 + \alpha . t} \ldots . \tag{58a}$$

Für Luft:

$$D = 0{,}001293 \, \frac{p}{p_0} \cdot \frac{1}{1 + \alpha . t} \text{ g im ccm}$$

322. Reduktion der Gasvolumina. Bei einer chemischen Analyse sei eine gasförmige Substanz erhalten worden, welche bei dem Druck p und der Temperatur t das Volumen v einnimmt. Das Volumen v_0, welches das Gas unter den Normalverhältnissen des Drucks und der Temperatur einnehmen würde, ergiebt sich aus dem Druckgesetz der Gase (58).

$$v_0 = v \cdot \frac{p}{p_0} \cdot \frac{1}{1 + \alpha . t}$$

Das Produkt des in ccm ausgedrückten Volumens v_0 in das auf die Normalverhältnisse bezügliche specifische Gewicht des Gases (Art. 141) ist numerisch gleich der Masse des Gases in Grammen.

323. Bestimmung von α durch das Jolly'sche Luftthermometer. Das Gefäss G (Fig. 153) ist mit trockener Luft gefüllt und durch ein enges Verbindungsrohr V mit dem weiteren Rohr R verbunden, in das bei d ein Dorn eingeschmolzen ist. Durch den Kautschukschlauch K communicirt das Rohr R mit dem Rohr R', Schlauch und Röhren sind mit Quecksilber gefüllt. Die Röhren R und R' können an dem vertikalen Maassstab M verschoben werden, an welchem man die Niveaudifferenz der in ihnen stehenden Quecksilberkuppen abliest.

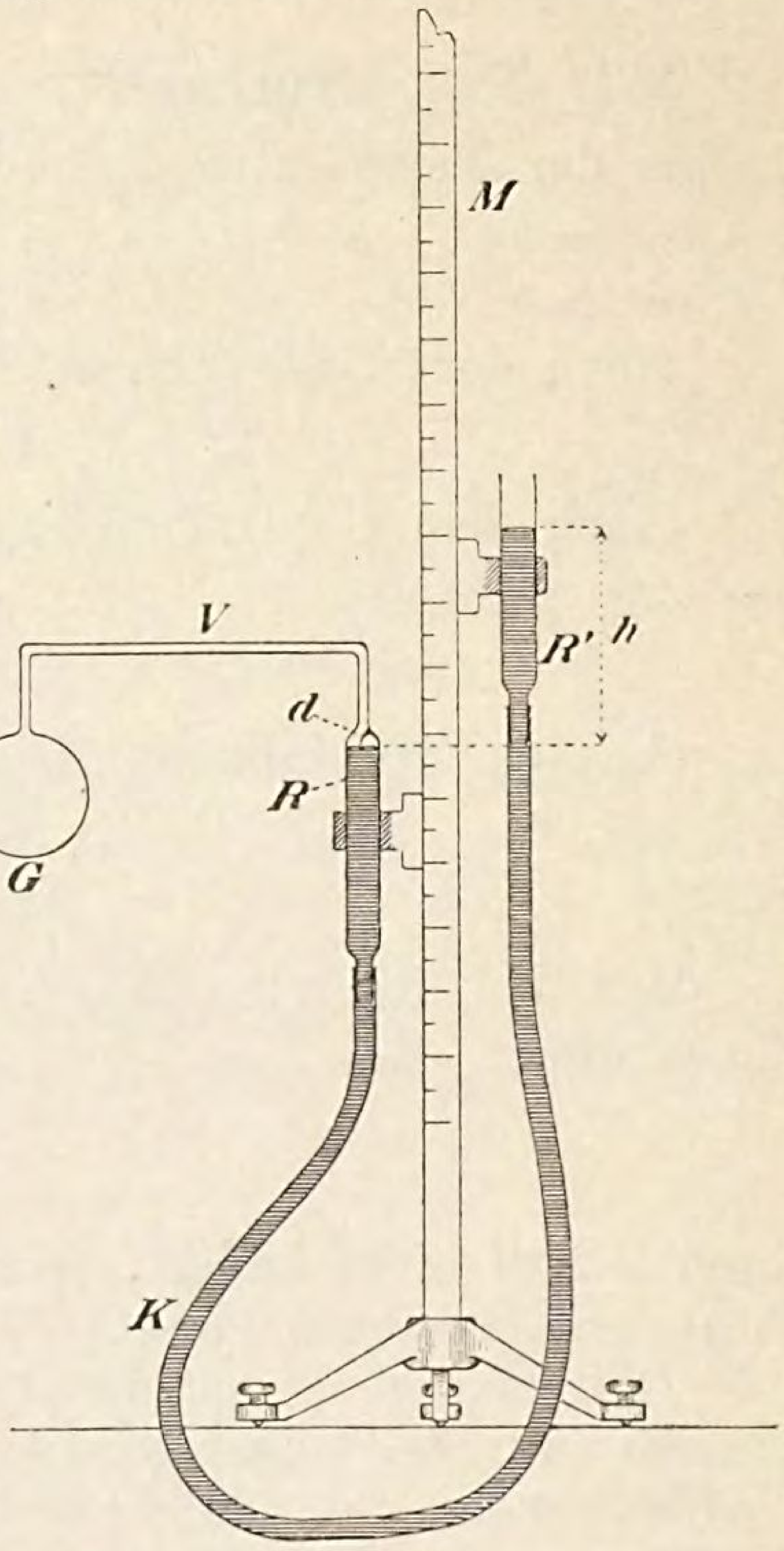


Fig. 153.

Man bringt das Gefäss G in schmelzendes Eis, stellt das Quecksilber in R auf den Dorn d ein und liest den Druck p_0 ab, unter welchem die Luft in der Kugel G sich befindet; je nachdem das Quecksilber in R' um h cm höher oder tiefer als in R steht, ist derselbe $b + h$ oder $b - h$, wenn b den Barometerstand bedeutet.

Dieselbe Druckmessung führt man aus, nachdem das Gefäss G auf die Temperatur t gebracht ist und hat so bei gleichem scheinbarem Volumen der Luft für zwei Temperaturen die zugehörigen Drucke bestimmt.

Bezieht man in der Formel (58) den Index 0 auf die Temperatur 0°, so hat man zu setzen

$$t_0 = 0^0 \quad v = v_0\,(1 + 3\beta t) \quad \text{(Art. 312)}$$

und findet

$$1 + \alpha t = \frac{p}{p_0}\,(1 + 3\beta t) \ldots . \tag{59}$$

oder

$$\alpha = \frac{p - p_0}{p_0} \cdot \frac{1}{t} + 3\beta \cdot \frac{p}{p_0} \ldots . \tag{59a}$$

So untersucht ergiebt sich nach Magnus α

für Luft	0,0003670	$= \frac{1}{272,5}$
„ Wasserstoff	0,0003659	$= \frac{1}{273,3}$
„ Kohlendioxyd	0,0003694	$= \frac{1}{270,7}$

Die Ausdehnungscoefficienten der verschiedenen Gase sind also nicht genau gleich, das Gay-Lussac'sche Gesetz Art. 320 ist, wie das Boyle-Mariotte'sche, nicht genau richtig.

324. Definition und Messung der Temperatur nach dem Luftthermometer. Die Temperatur kann in der Art. 300 erklärten Weise, anstatt durch die scheinbare Ausdehnung des Quecksilbers, durch die wahre Ausdehnung der Luft definirt werden. Geschieht dies, so wird die Gleichung (57) Art. 320, auf Luft bezogen, eine Folge der Temperaturdefinition und damit für jede Temperatur genau richtig, während die auf das Quecksilber bezügliche Gleichung (52) Art. 300 aufhört, genau richtig zu sein. Die so definirte Temperatur heisst die Temperatur nach dem Luftthermometer. Zu ihrer Messung dient das Jolly'sche Luftthermometer, an welchem man die eine der Art. 323 beschriebenen Bestimmungen bei der zu messenden Temperatur t macht; Gleichung (59) nach t aufgelöst ergiebt:

$$t = \frac{p - p_0}{\alpha p_0 - 3\beta p} \cdots \qquad (59^b)$$

325. Absolute Temperatur nach dem Luftthermometer. Um zu einer einfachen Definition in Worten zu gelangen, setzen wir in der Gleichung (58) $v = v_0$; dann wird

$$\frac{p}{p_0} = \frac{1 + \alpha t}{1 + \alpha t_0}$$

Multiplicirt man rechterhand Zähler und Nenner mit

$$\frac{1}{\alpha} = 272{,}5$$

so entsteht

$$\frac{p}{p_0} = \frac{272{,}5 + t}{272{,}5 + t_0} \cdots \qquad (60)$$

Die um 272,5 vermehrte Temperatur nach dem Luftthermometer nennt man die absolute Temperatur nach dem Luftthermometer. Nach Gleichung (60) verhalten sich die absoluten Werthe zweier Temperaturen nach dem Luftthermometer wie die Drucke, welche bei diesen Temperaturen eine Luftmasse ausübt, wenn ihr Volumen constant gehalten wird.

326. Vorzüge des Luftthermometers vor dem Quecksilberthermometer. Die Definition der Temperatur durch das Luftthermometer ist von den Art. 304—306 geschilderten Mängeln frei, welche der Definition der Temperatur durch das Quecksilberthermometer anhaften. Zunächst sind durch das Luftthermometer praktisch alle Temperaturen definirt, da Luft bei den höchsten und tiefsten erreichten Temperaturen im gasförmigen Aggregatzustand gehalten werden kann.

Da die Temperatur durch die wahre Ausdehnung der Luft definirt wird, so ist die Temperaturskala des Luftthermometers rein

theoretisch betrachtet von der Natur des Gefässes völlig unabhängig. Aber auch bei der praktischen Messung ist eine Störung durch die Gefässausdehnung nicht zu fürchten. Da nämlich die Luft sich 136 mal so stark als das gewöhnliche Glas ausdehnt, so beläuft sich das von der Glasausdehnung herrührende Glied in der Gleichung 59[b] Art. 324 nur auf wenige Procent des Ganzen, und fallen kleine Ungenauigkeiten in dem Werthe des in Rechnung gebrachten Ausdehnungscoefficienten 3β sowie Nachwirkungsdilatationen nur sehr unerheblich ins Gewicht. Ganz anders verhält es sich beim Quecksilber, welches sich nur etwa 7 mal so stark als das gewöhnliche Glas ausdehnt.

Es kommt hinzu, dass das einfache Gesetz, nach welchem die Ausdehnung eines Gases nahezu unabhängig von seiner chemischen Natur ist, es von vorn herein zweckmässig erscheinen lässt, die Temperaturdefinition an die Gasausdehnung zu knüpfen.

Cap. 3. Calorimetrie.

327. **Calorie.** Werden zwei Körper von verschiedener Temperatur mit einander in Berührung gebracht, so gleichen sich ihre Temperaturen aus; wir sagen, es gehe dabei Wärme von dem wärmeren auf den kälteren Körper über. Als Einheit der Wärmemenge benutzen wir gewöhnlich die Grammcalorie, d. i. die Wärmemenge, welche 1 g Wasser von 0^0 auf 1^0 bringt; zuweilen die 1000 mal so grosse Kilogrammcalorie.

328. Def. **Wärmecapacität oder calorimetrischer Wasserwerth** eines Körpers ist die Wärmemenge, welche ihn um 1^0 erwärmt.

329. Def. **Specifische Wärme einer Substanz** ist die Zahl von Grammcalorieen, welche 1 g der Substanz um 1^0 erwärmt. Die specifische Wärme des Wassers von 0^0 ist nach Art. 327 gleich 1. Die hauptsächlichen Methoden zur Bestimmung der specifischen Wärme fester oder tropfbarer Körper sind die Methoden der Mischung und des Eisschmelzens.

330. **Methode der Mischung.** Ein Gefäss aus dünnem Silberblech, ein sogenanntes Wassercalorimeter, ist mit einer abgewogenen Menge (p_1 g) Wasser gefüllt; es enthält ausserdem ein feines, etwa in Zehntelgrade getheiltes Thermometer, sowie einen Rührer. Eine abgewogene Menge p_2 g der zu untersuchenden Substanz wird auf eine gemessene Temperatur t_2 erwärmt und, nachdem die Temperatur t_1 des Wassers am Thermometer abgelesen ist, möglichst schnell in das Wassercalorimeter gebracht. Die Temperatur des Körpers (t_2) und des Wassers (t_1) gleichen sich dann zu einer gemeinschaftlichen am Thermometer abzulesenden Mischungstemperatur T aus, deren Eintritt man durch Rühren beschleunigt.

Bei der Berechnung machen wir zunächst die Voraussetzung, dass 1 g der Substanz zur Erwärmung um 1^0 immer dieselbe Wärmemenge braucht, welche auch die Anfangstemperatur sei, oder dass die

specifische Wärme des Wassers (*1*), sowie auch die specifische Wärme c der Substanz, von der Temperatur unabhängig sei. Dann hat die Substanz bei der Abkühlung von t_2 auf T die Wärmemenge $p_2 \cdot c\,(t_2 - T)$ abgegeben.

Wasser, Calorimetergefäss, Rührer und Thermometer haben sich von t_1 auf T erwärmt und dabei die Wärmemenge $(p_1 + r)\,(T - t_1)$ aufgenommen, wenn r den Wasserwerth (Art. 328) der drei letztgenannten Körper zusammen bedeutet.

War nun die Zeitdauer des Temperaturausgleichs so klein, dass in ihr keine merkliche Wärmemenge an die Umgebung abgegeben wurde, so müssen jene beiden Wärmemengen gleich sein, d. h.

$$p_2\, c\,(t_2 - T) = (p_1 + r)\,(T - t_1), \qquad \text{woraus}$$

$$c = \frac{(p_1 + r)\,(T - t_1)}{p_2 \cdot (t_2 - T)} \; \ldots \qquad (61)$$

r ist immer klein gegen p_1 und wird für jeden der drei betreffenden Körper besonders bestimmt, z. B. für das Calorimetergefäss aus seinem Gewicht und der bekannten specifischen Wärme des Silbers berechnet.

Mischt man zwei Wassermassen von gleichem Gewicht p und von den Temperaturen t_1 und t_2 zusammen, so ergiebt sich unter derVoraussetzung, dass die specifische Wärme des Wassers von der Temperatur unabhängig sei, für die Mischungstemperatur T die Gleichung:

$$p\,(t_2 - T) = p\,(T - t_1), \qquad \text{d. h.}$$

$$T = \frac{t_1 + t_2}{2}$$

eine Beziehung, welche durch die Erfahrung annähernd bestätigt wird (Richmann).

Ist die specifische Wärme c der Substanz von der Temperatur abhängig, so liefert die Gleichung (61) die mittlere specifische Wärme zwischen den Temperaturen t_2 und T.

Die specifische Wärme des Quecksilbers ist *1/30*. Mischt man daher Wasser von der Temperatur t mit dem gleichen Gewicht Quecksilber von der Temperatur $t + 31$, so ist die Temperatur der Mischung $t + 1$, da die vom Quecksilber bei der Abkühlung um 30° abgegebene Wärmemenge die gleiche Wassermasse um 1° erwärmt.

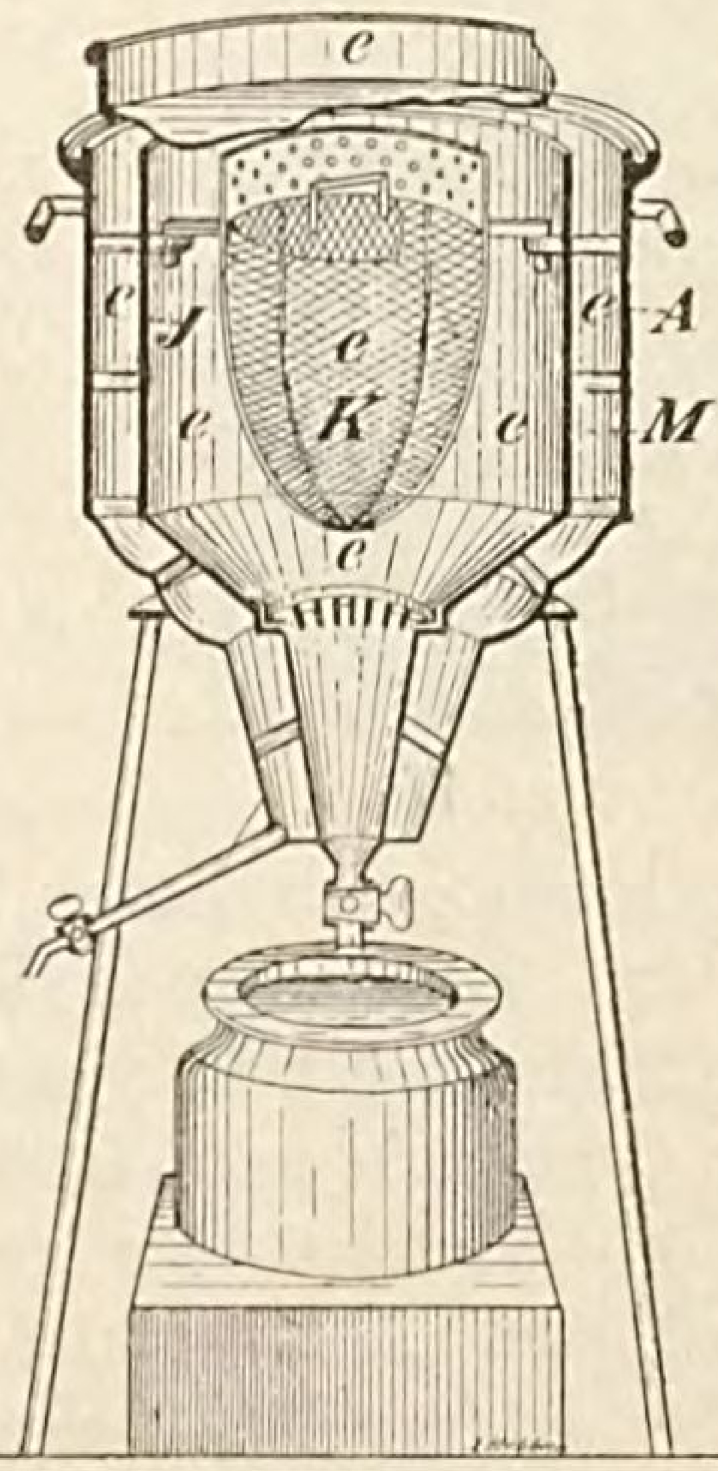


Fig. 154.

331. Das Eiscalorimeter von Lavoisier und Laplace. p g der Substanz von der unbekannten specifischen Wärme c werden auf die Temperatur t erwärmt und alsdann (Fig. 154) in ein Körbchen K gebracht, das in einem Behälter J auf allen Seiten mit Eis e von 0° umgeben ist. Die Substanz kühlt

sich auf 0° ab, die von ihr dabei abgegebene Wärmemenge $p.c.t$ wird vom Eise aufgenommen und dazu verwandt, Eis zu schmelzen, d. h. Eis von 0° in Wasser von 0° zu verwandeln. Mögen q g Eis, gemessen durch das abfliessende Schmelzwasser, geschmolzen sein. Man weiss nun, dass 1 g Eis von 0°, wenn es sich in Wasser von 0° verwandelt, 80 g-Cal. aufnimmt (latente Schmelzwärme des Eises Art. 358). Die vom Eise aufgenommene Wärmemenge ist also $q \cdot 80$ und es ist $p.c.t = q.80$ oder

$$c = \frac{80 \cdot q}{p \cdot t} \dots \quad (62)$$

Um zu verhüten, dass aus der wärmeren Umgebung Wärme in den Behälter gelange — wodurch auch Eis geschmolzen werden würde — umgiebt man diesen auf allen Seiten mit einem Eismantel M von 0° in einem äusseren Gefäss A; dieser Eismantel fängt, stets die Temperatur von 0° bewahrend, die aus der Umgebung einströmende Wärme ab, welche einen Theil von ihm zum Schmelzen bringt.

Bei dieser Methode bleibt nothwendig etwas Schmelzwasser am Eise hängen; gegen diesen Theil des Schmelzwassers muss die ganze Menge desselben sehr gross sein, wenn die Methode brauchbare Resultate liefern soll, das aber ist nur der Fall, wenn grosse Substanzmengen zur Verwendung kommen.

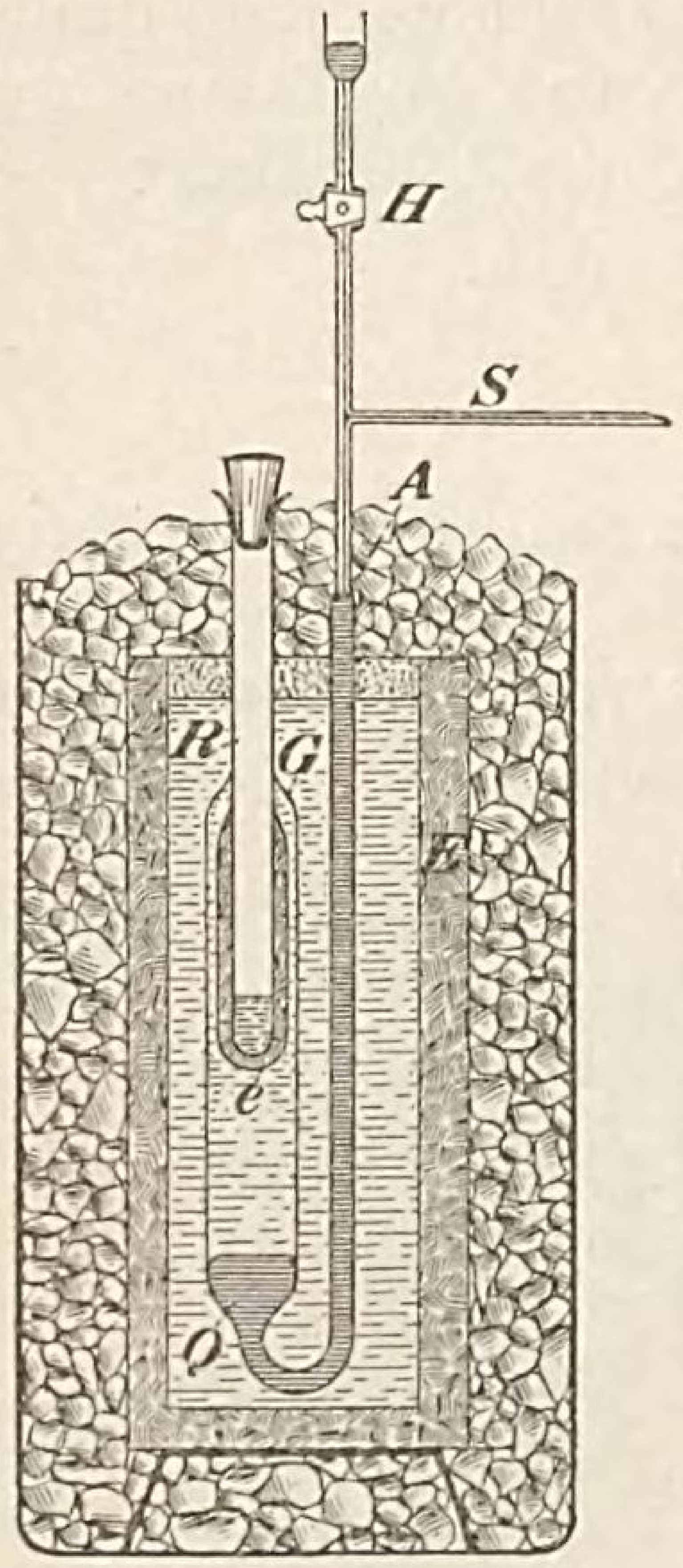


Fig. 155.

332. Das Bunsen'sche Eiscalorimeter ist von dieser Fehlerquelle frei und erfordert nur geringe Substanzmengen; die geschmolzene Eismenge wird in demselben aus der Zusammenziehung abgeleitet, welche das Eis beim Schmelzen erfährt. Eis von 0° schwimmt auf Wasser von 0°, Eis zieht sich also beim Schmelzen zusammen und zwar um 9 Proc. des Wasservolumens. Das specifische Gewicht des Eises von 0° ist $s_e = 0{,}91674$, das des Wassers von 0° $s_w = 0{,}99988$. Da q g Eis von 0° q/s_e, q g Wasser von 0° q/s_w ccm einnehmen, so erleiden q g Eis beim Schmelzen die Volumverminderung

$$v = \frac{q}{s_e} - \frac{q}{s_w} \dots \quad (63)$$

q kann nach dieser Gleichung aus v berechnet werden. Fig. 155 zeigt das Bunsen'sche Eiscalorimeter. Ein dünnwandiges Reagensglas R ist in ein Glasgefäss G eingeschmolzen, welches über Quecksilber Q gut ausgekochtes Wasser enthält. Um das Reagensglas herum wird ein Eismantel e gebildet, indem man einen Strom auf — 20° abgekühlten Alkohols durch dasselbe hindurchführt. Bei A wird mittelst Glasschliffs [1] das enge horizontale Skalenrohr S eingesetzt [2],

[1] In der Figur weggelassen.
[2] In der Figur abgekürzt gezeichnet.

in welches dann ein Quecksilberfaden eintritt. Durch den Hahn H, über welchem sich eine Cüvette mit Quecksilber befindet und welcher bei der Messung geschlossen ist, kann die Einstellung des Fadens regulirt werden. Das Ganze bis zum Skalenrohr befindet sich in einer Umgebung von 0°, am besten hergestellt durch reines Wasser von 0° in einem den reinen Eismantel E enthaltenden Gefäss, welches selbst in Eis von 0° steht; nur die Oeffnung des Reagensglases ragt aus dem Eise heraus.

Beim Gebrauch befindet sich in R etwas Wasser, in das man den Körper, dessen specifische Wärme zu bestimmen ist, nachdem er auf eine gemessene Temperatur erwärmt wurde, hineinfallen lässt. Derselbe kühlt sich auf 0° ab, die dabei abgegebene Wärmemenge wird vom Eise in G aufgenommen, es tritt eine der geschmolzenen Eismenge entsprechende Volumabnahme ein und das Quecksilber, in den dadurch frei werdenden Raum durch den äusseren Luftdruck eingetrieben, geht im Skalenrohr zurück. Kennt man das Volumen, welches eine Längeneinheit des letzteren einnimmt, so kennt man die eingetretene Volumverminderung v und kann q aus Gleichung (63), c aus (62) berechnen.

Die Artt. 330—332 beschriebenen Methoden sind auf feste und tropfbare Körper anwendbar; letztere schliesst man in ein Gefäss ein, dessen Wärmecapacität man in Rechnung bringt.

333. Grosse specifische Wärme des Wassers. Unter allen festen und tropfbaren Körpern besitzt, von unwichtigen Ausnahmen abgesehen, das Wasser die grösste specifische Wärme = 1. Die grossen Wassermassen der Meere kühlen sich daher im Winter nur langsam ab und erwärmen sich im Sommer nur langsam, woraus für das maritime Klima eine Milderung sowohl der Winterkälte als auch der Sommerhitze hervorgeht.

334. Das Gesetz über die Atomwärmen von Petit und Dulong. Die Tabelle auf der folgenden Seite enthält in der ersten Columne die Namen einiger chemischen Elemente, nach der Grösse ihrer Atomgewichte geordnet; in der dritten Columne die mittlere specifische Wärme im festen Aggregatzustand zwischen den in der zweiten Columne angegebenen Temperaturgränzen; in der vierten Columne die Atomgewichte, in der fünften das Produkt aus der specifischen Wärme in das Atomgewicht.

Es zeigt sich, dass die specifische Wärme mit steigendem Atomgewicht abnimmt und dass das Produkt dieser beiden Grössen sich um einen mittleren Werth herumbewegt, welchen man auf *6,4* zu veranschlagen pflegt. Nennt man also Atomwärme das Produkt aus der specifischen Wärme in das Atomgewicht, so hat die Atomwärme für die verschiedenen chemischen Elemente im festen Aggregatzustand ungefähr denselben Werth, *6,4*.

Nennen wir das Atomgewicht eines Elementes in Grammen ein Grammatom des Elementes, so kann das Gesetz auch dahin formulirt werden, dass ein Grammatom der verschiedenen Elemente im festen Aggregatzustand zu gleicher Erwärmung ungefähr derselben Wärmemenge bedarf.

Element	Temp.-Grenzen	Specif. Wärme	Atom-gewicht[1]	Atom-wärme
Wismuth . . .	20° — 48°	0,0305	207,3	6,32
Blei	19 — 48	0,0315	206,3	6,50
Platin	0 — 100	0,0323	194,2	6,27
Jod	9 — 98	0,0541	126,5	6,84
Silber	0 — 100	0,0559	107,6	6,01
Brom	−78 — − 20	0,0843	79,71	6,72
Zink	0 — 100	0,0935	65,17	6,09
Kupfer	15 — 100	0,0933	63,24	5,90
Eisen	0°	0,1116	55,82	6,23
Schwefel, rhombisch kryst.	17 — 45	0,163	31,96	5,21

Genau kann die Atomwärme nicht constant sein, da für einen Stoff das Atomgewicht eine absolut unveränderliche Grösse ist, die specifische Wärme aber von der Temperatur abhängt. Ausnahmsweise stark veränderlich mit der Temperatur ist die specifische Wärme bei den Elementen der Kohlenstoffgruppe; nach Fr. Weber ist sie für den Diamanten bei $+985^0$ ungefähr 7mal so gross, als bei $-50^0{,}5$; die Atomwärme ist bei $+985^0$ gleich *5,5*, nähert sich also mit steigender Temperatur dem normalen Werth. Das Gesetz wurde 1819 von Petit und Dulong entdeckt. Obgleich sie selbst 2 Jahre früher die specifische Wärme bei verschiedenen Metallen mit wachsender Temperatur nicht unbedeutend steigend gefunden hatten, so hielten sie doch das Gesetz für genau richtig und nicht auf den festen Aggregatzustand beschränkt; dagegen ist z. B. für Brom im tropfbaren Zustand die specifische Wärme *0,107*, die Atomwärme *8,53*.

Schon die annähernde Constanz der für den festen Aggregatzustand genommenen Atomwärme ist eine Thatsache von grosser Bedeutung; in der Chemie bildet sie einen der für die Wahl des Atomgewichts maassgebenden Faktoren, indem sie das Atomgewicht als dasjenige Multiplum des Verbindungsgewichts bestimmt, welches die Atomwärme am nächsten $= 6{,}4$ macht.

335. Specifische Wärme der Gase. Auf die gasförmigen Körper sind die besprochenen Methoden deshalb nicht anwendbar, weil die Wärmecapacität einer Gasmasse von Atmosphärendruck bei praktisch brauchbarem Volumen zu klein ist. Man überwindet die Schwierigkeit durch ein schon von Lavoisier und Laplace angegebenes, von de la Roche und Bérard zuerst angewandtes Verfahren, bei welchem das zuvor erhitzte Gas durch das Calorimeter strömt; auf diese Weise kann man beliebig grosse Gasmassen Wärme an das Calori-

[1] Nach Ostwald, Allg. Chemie, 2. Aufl. I, 126, auf Wasserstoff = 1 umgerechnet.

meter abgeben lassen. Fig. 156 zeigt das dabei von Regnault benutzte Calorimeter. Das auf t^0 erhitzte Gas tritt bei A ein, bei B aus; in die drei oberen Kästchen aus dünnem Messingblech waren spiralförmig aufgerollte Streifen aus demselben Material eingelegt, welche das Gas zwangen, die Kästchen in langer spiraliger Bahn zu durchsetzen und bewirkten, dass es sich ganz auf die Temperatur t' des Calorimeters abkühlte. Aus der Temperaturerhöhung, welche eine bestimmte Gasmasse, indem sie sich von der Anfangstemperatur t auf die Temperatur t' des Calorimeters abkühlte, in diesem hervorbrachte, konnte die specifische Wärme des Gases berechnet werden.

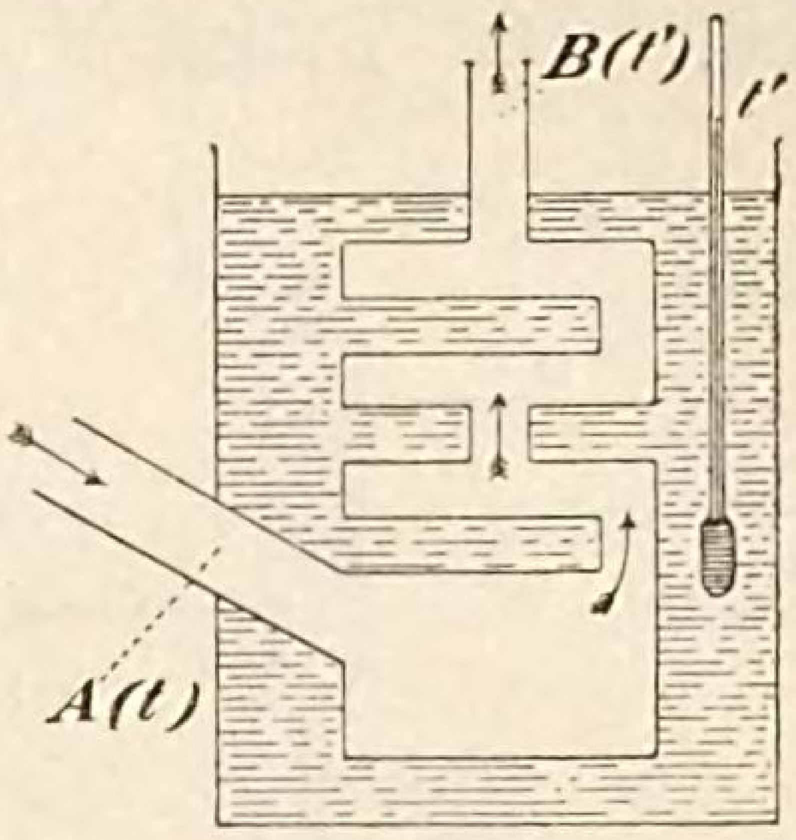


Fig. 156.

Bei diesen Versuchen muss der Kanal, welchen das Gas im Calorimeter durchströmt, so weit sein, dass der Druck des Gases beim Eintritt in das Calorimeter den Druck beim Austritt aus demselben nur sehr wenig übertrifft; nur dann erhält man ein bestimmtes Resultat, nämlich die specifische Wärme bei constantem Druck (vgl. Art. 348).

Die specifische Wärme bei constantem Druck ist für Luft 0,237.

Die Wärmecapacität des Liters unter den Normalverhältnissen des Drucks und der Temperatur ist für Luft 0,306, ungefähr ebenso gross für Sauerstoff, Stickstoff, Wasserstoff.

Cap. 4. Mechanische Wärmetheorie.

336. Wärme eine Form der Energie. Ueber die Natur der Wärme bestanden lange Zeit hindurch zwei Ansichten neben einander. Nach der einen Ansicht sollte die Wärme eine Substanz sein, freilich eine unwägbare, da ein Körper, wenn man ihn erwärmt, sein Gewicht nicht ändert. Diese Ansicht verträgt sich nicht mit der Thatsache, dass Wärme durch den alltäglichen Vorgang der Reibung neu entstehen kann.[1]

Die andere Ansicht, welche durch die Erfahrung bestätigt worden ist, kann in neuerer Terminologie dahin formulirt werden, dass Wärme eine Form der Energie ist.

337. Die Versuche von Joule liefern einen der wichtigsten experimentellen Beweise für die Richtigkeit dieser Ansicht. Bei der Reibung wird mechanische Arbeit geleistet, mechanische Energie verbraucht (vgl. Art. 53). Joule richtete nun Reibungsversuche so ein, dass er sowohl die durch Reibung erzeugte Wärmemenge, als die dabei verbrauchte mechanische Energie messen konnte. Sinkende Gewichte setzten eine Axe in Umdrehung (Fig. 157), welche, mit

[1] Vgl. Lavoisier und Laplace, Sur la chaleur, Histoire de l'académie royale des sciences 1780. Juni 1783. S. 358. Ostwald, Klassiker, Nr. 40 S. 6.

seitlichen Flügeln a versehen, in einem Wassercalorimeter sich befand. Die Flügel mussten sich durch Oeffnungen in eingesetzten festen Wänden b hindurchbewegen, wobei sie im Wasser einem grossen Widerstande begegneten und, dasselbe in Bewegung setzend, sich nur langsam drehten. Die im Wasser erzeugte kinetische Energie wurde zur Arbeitsleistung gegen die innere Reibung des Wassers verbraucht und es entstand durch Reibung Wärme. Der Fallraum der Gewichte betrug 63 Zoll. Mittelst der Fig. 157 gezeichneten Kurbel konnten sie, herabgesunken, nach Lostrennung von der Axe des Reibungsapparates wieder aufgewunden werden. Hatten sie jenen Fallraum unter Drehung der Axe des Reibungsapparates 20 mal durchmessen, so war eine Temperaturerhöhung des Wassers um ungefähr $^1/_3{}^0$ C. eingetreten, welche sehr genau bestimmt wurde.

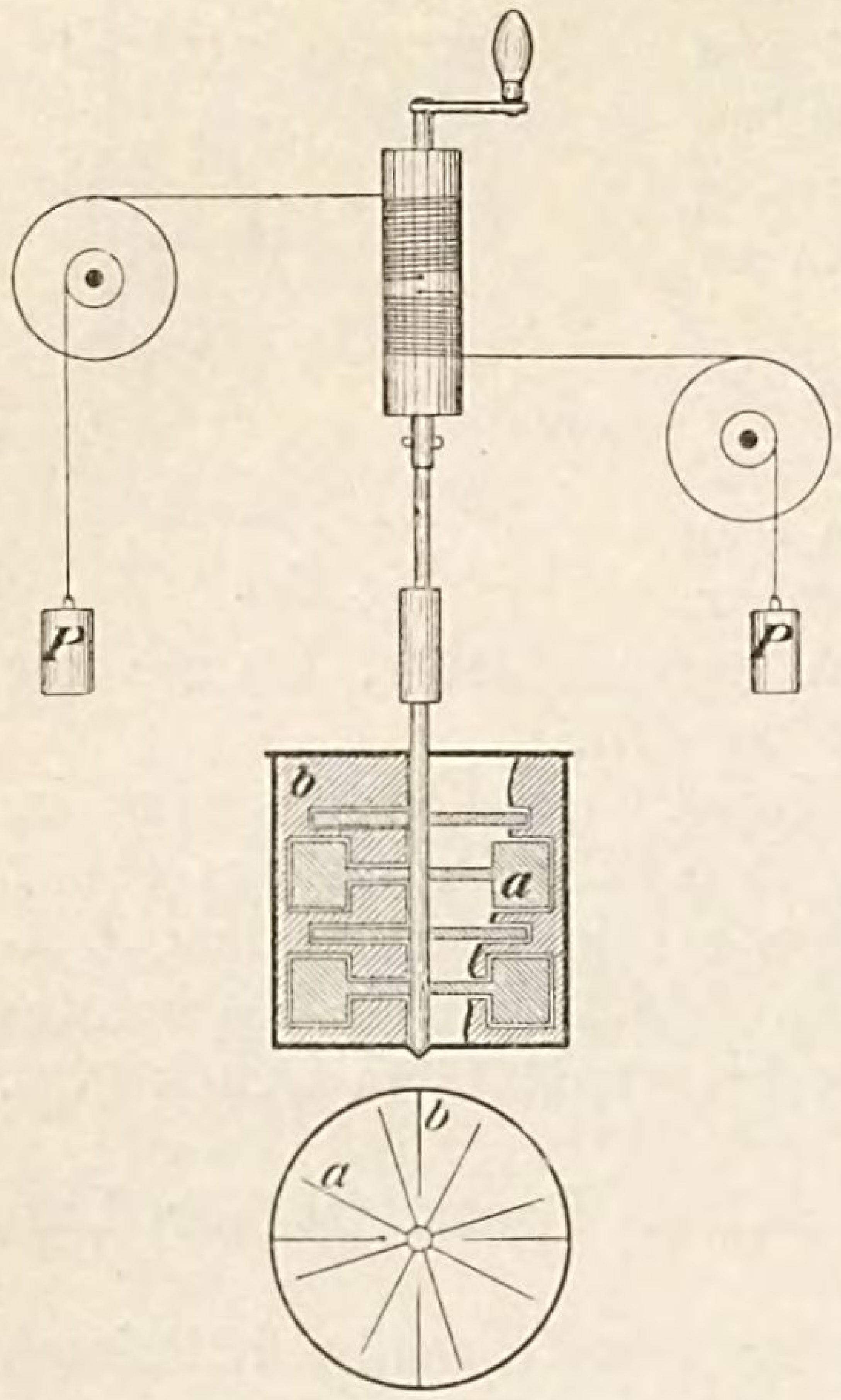


Fig. 157.

Die erzeugte Wärmemenge ist das Produkt aus dem totalen Wasserwerth des Calorimeters in die Temperaturerhöhung des Wassers. Sind die Gewichte, von denen jedes p kg wiege, im Ganzen um h m gesunken, so ist mechanische Energie der Lage $= 2\,p\,.\,h$ mkg verbraucht und diese abzüglich kleiner Correktionen zur Arbeitsleistung gegen die Reibung verwendet worden.

Joule variirte diesen Versuch in mannigfacher Weise, z. B. benutzte er anstatt der Wasserreibung die Reibung fester Körper, indem er mit der Axe eine horizontale Eisenscheibe verband und diese an einer festen Eisenscheibe sich reiben liess; bei diesem Versuch war das Wasser des Calorimeters durch Quecksilber ersetzt. Indem er nun jedesmal die verbrauchte mechanische Energie, sowie die entstandene Wärme mass, fand er beide einander proportional, so dass für jede entstandene kg Calorie 430,7 mkg mechanischer Energie verschwanden.

338. Das mechanische Wärmeäquivalent. Bei anderen Vorgängen verschwindet Wärme und entsteht Energie anderer Form; entsteht mechanische Energie (Art. 345, 404), so findet man, dass die für jede kg Cal. verschwundener Wärme entstehende mechanische Energie dem Werth von 430,7 mkg so nahe kommt, als es in Anbetracht der Versuchsfehler zu erwarten ist.

Aus allen diesen Thatsachen schliesst man, dass Wärme und mechanische Energie in einander nach festem Verhältniss verwandelt werden können, und dass daher Wärme eine, wenn auch unsichtbare, Form der Energie ist. Die Arbeitsgrösse, welche der Wärmeeinheit

äquivalent ist, heisst das mechanische Wärmeäquivalent. Dasselbe ist nach Joule's Versuchen 430,7 m für eine geographische Breite, in welcher $g = 981$ cm ist; d. h. 1 g Calorie ist äquivalent der Arbeit, welche dort beim Heben von 1 g um 430,7 m geleistet wird; oder einer Arbeit von $43070 \times 981 = 422{,}4 \,.\, 10^5$ Ergs. (Art. 86).

339. Natur der Wärme. Welcher Art ist die Form der Energie, welche wir Wärme nennen? Energie kennen wir im Allgemeinen in zwei Formen, welche wir als kinetische und potentielle Energie unterschieden haben (Art. 85). Die Thatsache, dass ein warmer Körper in dem ihn umgebenden Aether wellenförmige Bewegungen erregt (Art. 428 und 596), zeigt, dass wenigstens ein Theil der Energie, welche wir Wärme nennen, kinetische Energie ist. Als Träger dieser Energie haben wir Gründe die wägbaren Theilchen der Materie anzusehen, müssen uns also vorstellen, dass diese in lebhafter, wenn auch unsichtbarer Bewegung sind[1]. In der Art. 212 auseinandergesetzten einfachsten Form der kinetischen Gastheorie ist die in einem Gase enthaltene Wärme die kinetische Energie der dort geschilderten Molekularbewegung.

340. Energie eines Körpers. Ein durch ein Gewicht belasteter Draht werde mit einem kälteren Körper in Berührung gebracht. Dann giebt er an diesen Wärme, an das Gewicht mechanische Energie ab, denn indem er sich bei der Abkühlung zusammenzieht, hebt er das Gewicht, vermehrt also dessen potentielle Energie (Art. 46). Nach dem Gesetz von der Erhaltung der Energie muss bei dem beschriebenen Vorgang aus dem Draht eine Quantität von Energie verschwunden sein, welche gleich ist der an andere Körper dabei abgegebenen. Man kann daher von der Energie eines Körpers reden als von einer Quantität, die wir zwar dem absoluten Betrage nach nicht kennen, welche aber bei einer bestimmten Zustandsänderung des Körpers eine messbare Veränderung erfährt. Wird ein Körper aus einem Zustand A auf zwei verschiedenen Wegen in einen Zustand B übergeführt, so muss die dabei von dem Körper abgegebene bzw. aufgenommene Energie die gleiche sein, weil die Energie des Körpers durch seinen Zustand bestimmt ist.

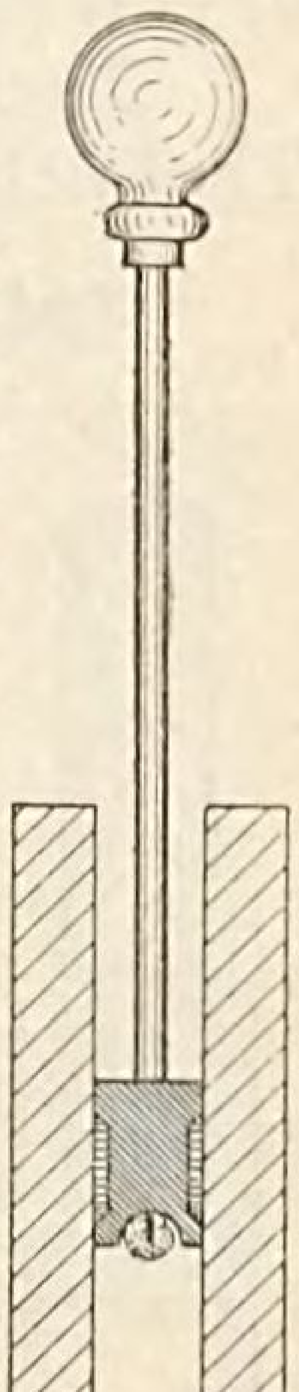


Fig. 158.

341. Erwärmung eines Gases bei der Zusammendrückung. Das pneumatische Feuerzeug ist ein Cylinder, in welchem ein Kolben luftdicht verschiebbar ist (Fig. 158). Stösst man den Kolben in den mit Luft gefüllten Cylinder hinein, so erfolgt eine so bedeutende Temperaturerhöhung der Luft, dass etwas Schiessbaumwolle, an das innere Kolbenende angeheftet, sich entzündet; ist der Cylinder aus Glas, so sieht man den Feuerblitz.

[1] Newton optice Quaestio V: motum vibrantem, in quo calor consistit 1704.

342. Abkühlung eines Gases bei Ausdehnung desselben. Stellt man ein Breguet'sches Metallthermometer (Art. 311) unter die Glocke der Luftpumpe und thut einen Kolbenzug, so zeigt es Abkühlung der Luft an.

343. Ausdehnung eines Gases ohne Temperaturänderung findet statt, wenn man ein Gas in einen leeren Raum überströmen lässt. Joule verband, einen Versuch von Gay.Lussac verfolgend (Fig. 159), zwei Ballons R und S durch ein mittelst des Hahnes H verschliessbares Rohr. R wurde durch H_1 mit Luft von einem Druck gleich 22 Atmosphären gefüllt, S durch H_2 evacuirt. Wurde dann H geöffnet, so dehnte sich die in R enthaltene Luft in den Ballon S hinein aus. Befanden sich dabei R und S in getrennten Wassercalorimetern, so zeigte das R enthaltende Abkühlung, das S enthaltende Erwärmung an; befanden sich aber R und S in einem Wassercalorimeter, so war nach eingetretenem Wärmegleichgewicht die Temperatur des Wassers, mithin auch die des Gases ungeändert geblieben.

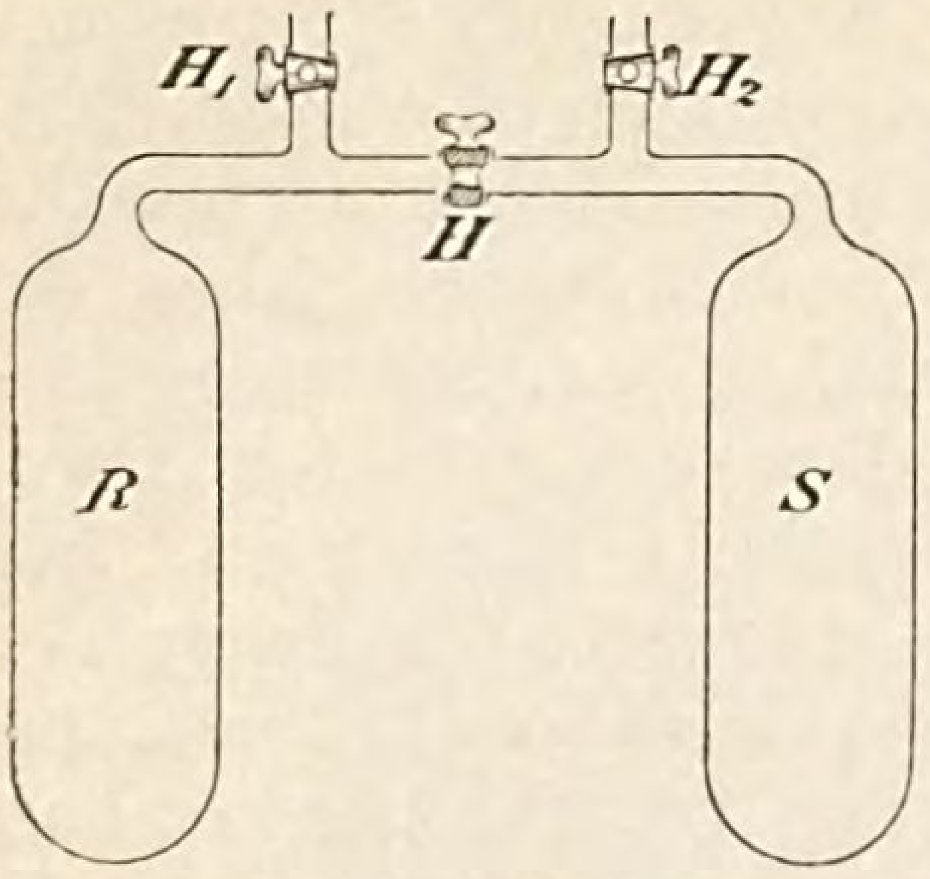


Fig. 159.

Den Schlüssel zum Verständniss der Artt. 341—343 geschilderten Thatsachen liefert die Betrachtung der

344. Arbeit bei der Volumänderung eines Gases. In einem vertikalen, durch einen Stempel verschlossenen Cylinder befindet sich Luft (Fig. 160); den äusseren Druck, welcher dem Druck der eingeschlossenen Luft das Gleichgewicht hält, denken wir uns durch ein Gewicht hervorgebracht. Sei p der Druck der Luft, q der Querschnitt des Cylinders, so ist das aufzulegende Gewicht $p \cdot q$.

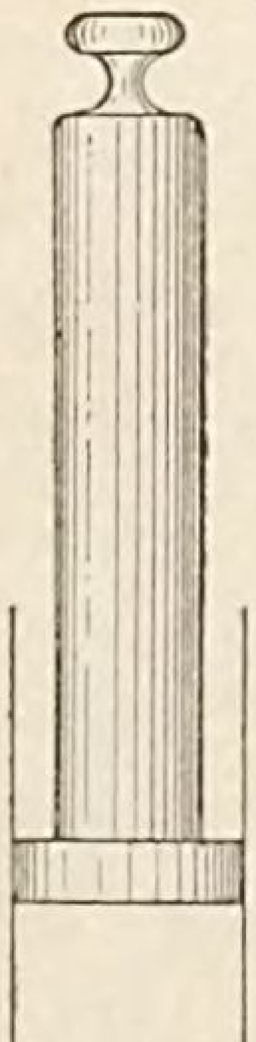


Fig. 160.

Vermehren wir das Gewicht, so wird die Luft zusammengedrückt, wobei die Gewichte sinken und Arbeit an dem Gase geleistet wird. Sei h die Senkung der Gewichte, so ist, wenn das zugefügte Gewicht sehr klein gegen das ganze ist, die am Gase geleistete Arbeit $p \cdot q \cdot h = p \cdot \Delta v$, indem $\Delta v = q \cdot h$, d. i. gleich der Volumabnahme gesetzt wird.

Vermindern wir das Gewicht, so dehnt die Luft sich aus, wobei die Gewichte gehoben werden und Arbeit von dem Gase geleistet wird; dieselbe ergiebt sich unter der im vorigen Fall gemachten Voraussetzung ebenfalls $= p \cdot \Delta v$, wenn Δv die Volumzunahme bedeutet.

Im ersten Fall wird Energie $= p \cdot \Delta v$ vom Gase aufgenommen, im zweiten Fall Energie $= p \cdot \Delta v$ vom Gase abgegeben (vgl. Art. 340).

345. Die Energie eines Gases ist bei constanter Temperatur vom Volumen unabhängig. In dem Fall des Art. 343 dehnt das

Gas sich aus, ohne Energie abzugeben oder solche aufzunehmen, und da es in diesem Fall seine Temperatur nicht ändert, so ergiebt sich, dass die Energie eines Gases bei constanter Temperatur unabhängig vom Volumen ist.

Lässt man daher ein Gas wie im Art. 342 unter Arbeitsleistung sich ausdehnen, will aber dabei die Temperatur constant halten, so muss man die vom Gase abgegebene Energie (Art. 344) durch Zufuhr einer äquivalenten Wärmemenge ersetzen. Unterlässt man dies, so kühlt das Gas sich ab (Art. 342), indem aus ihm eine Wärmemenge verschwindet, welche der von ihm geleisteten Arbeit äquivalent ist. Ebenso erwärmt sich das Gas bei der Zusammendrückung (Art. 341), weil in ihm eine Wärmemenge entsteht, welche der an ihm geleisteten Arbeit äquivalent ist.

346. In der graphischen Darstellung nach Clapeyron erhalten die Arbeitsgrössen eine einfache geometrische Bedeutung. Das Volumen v des Gases wird als Abscisse ON, Fig. 161, der Druck p als Ordinate NQ aufgetragen. Jeder Punkt Q der Bildebene stellt alsdann ein bestimmtes Volumen und einen bestimmten Druck, folglich, da nach Art. 321 durch Druck und Volumen auch die Temperatur gegeben ist, einen bestimmten Zustand des Gases dar. Eine zwei Punkte Q und R verbindende Linie QR stellt eine Reihe von Zuständen dar, durch welche das Gas aus dem Zustand Q in den Zustand R übergeht.

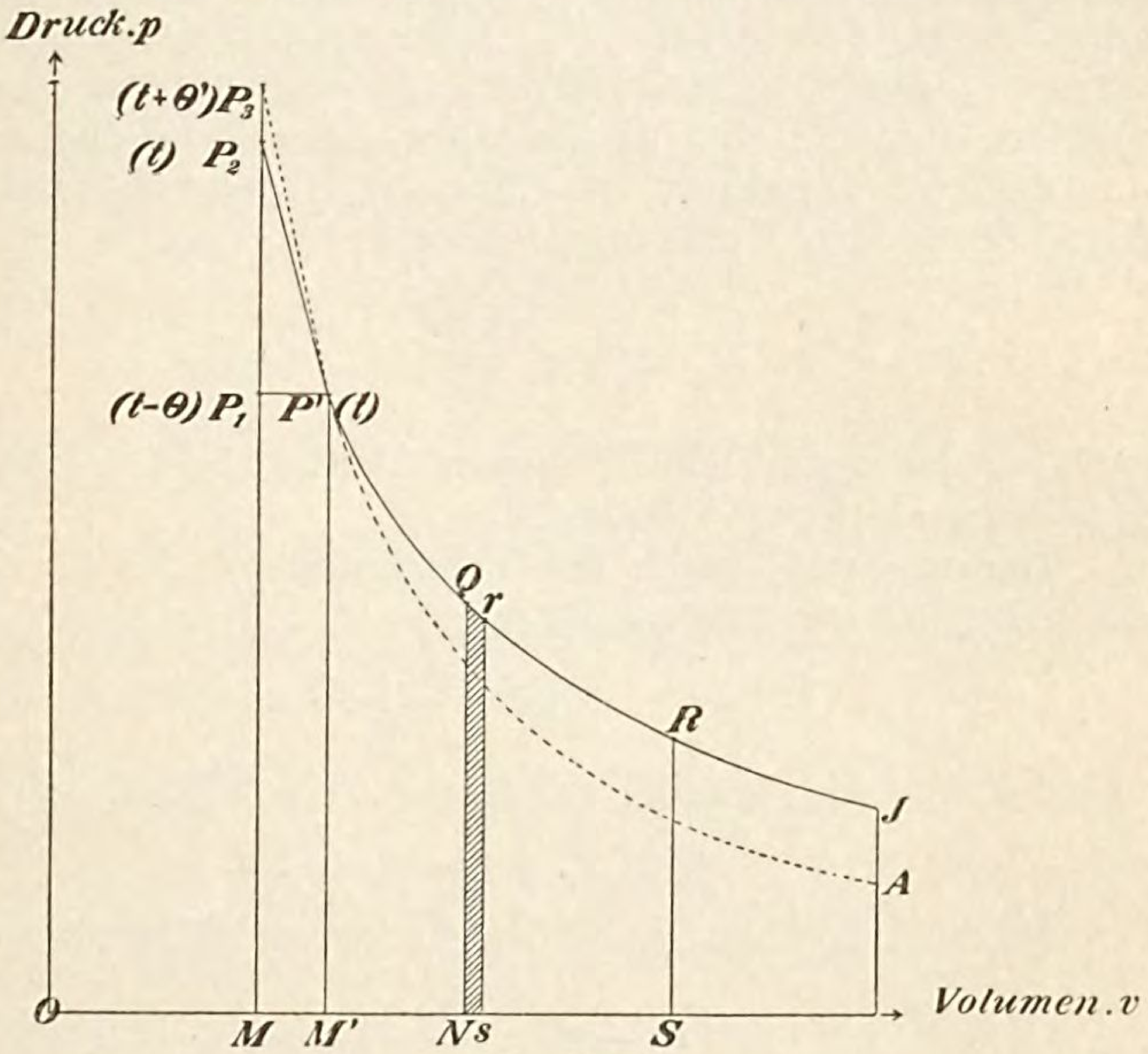


Fig. 161

Die bei der kleinen Zustandsänderung Qr vom Gase geleistete Arbeit ist nach Art. 344 $= p \,.\, \Delta v$; numerisch gleich der Fläche des Rechtecks $NsrQ$, da die Volumzunahme $\Delta v = Ns$, der Druck $p = NQ$ ist. Die bei irgend einer Zustandsänderung QR vom Gase geleistete Arbeit ist daher numerisch gleich der von QR, den Ordinaten QN und RS und dem Stück NS der Abscissenaxe begränzten Fläche.

347. Isotherme und adiabatische Linien. Eine bei constanter Temperatur erfolgende Zustandsänderung heisst eine isotherme Zustandsänderung, die sie darstellende Linie $P_2P'QRJ$ (Fig. 161) eine isotherme Linie. Bei einer isothermen Zustandsänderung bleibt die Energie des Gases constant (Art. 345).

Eine ohne Wärmeaustausch mit der Umgebung erfolgende Zustandsänderung heisst eine adiabatische Zustandsänderung, die sie darstellende Linie $P_3P'A$ Fig. 161 eine adiabatische Linie.

348. Die beiden specifischen Wärmen c_p und c_v. Man denke sich die Masseneinheit eines Gases um 1^0 erwärmt, das eine Mal, indem man das Gas hindert, sich auszudehnen, also bei constantem Volumen; das andere Mal, indem man den Druck constant hält, wobei das Gas sich ausdehnt und Arbeit leistet. Nach Art. 345 ist der Energiezuwachs des Gases in beiden Fällen der gleiche; daher ist die im zweiten Fall zuzuführende Wärme, die specifische Wärme bei constantem Druck c_p, grösser als die im ersten Falle zuzuführende, die specifische Wärme bei constantem Volumen c_v, und zwar um das Wärmeäquivalent der Arbeit, welche im zweiten Falle von dem Gase geleistet wurde. Nach dem Druckgesetz der Gase Art. 321 ist das Volumen des Gases

$$v = \frac{p_0\, v_0}{p} \cdot (1 + \alpha\, t),$$

wenn v_0 das specifische Volumen (Art. 141) des Gases bei 0^0 und dem Normaldruck p_0 bedeutet.

Daraus ergiebt sich die Volumzunahme Δv für 1^0 Temperaturerhöhung bei constantem Druck

$$\Delta v = \frac{p_0\, v_0}{p} \cdot \alpha$$

und die vom Gase dabei geleistete Arbeit (Art. 344)

$$p \,.\, \Delta v = p_0\, v_0 \,.\, \alpha.$$

Mithin ist, wenn J das mechanische Wärmeäquivalent bedeutet

$$c_p - c_v = \frac{p_0\, v_0 \cdot \alpha}{J} \;\ldots\ldots \qquad (64)$$

349. Die isotherme und die adiabatische Elasticität. In der Fig. 161 stellen P_1P_3 und P_1P_2 die Druckzunahmen vor, welche bei derselben Volumverminderung $M'M$, also derselben Compression, das Gas erfährt, je nachdem es ohne Wärmeaustausch mit der Umgebung (adiabatisch) oder bei constanter Temperatur (isotherm) zusammengedrückt wird. Nach der Definition des Art. 192 verhält sich daher die adiabatische Elasticität (E_s) des Gases zur isothermen (E_t) wie P_1P_3 zu P_1P_2, d. h.

$$\frac{E_s}{E_t} = \frac{P_1\, P_3}{P_1\, P_2}.$$

Da bei adiabatischer Zusammendrückung die Temperatur des Gases steigt (Artt. 341 und 345), so ist die adiabatische Elasticität nothwendig grösser als die isotherme.

$P_1 P_2$ und $P_1 P_3$ sind die Druckzunahmen, welche bei constantem Volumen OM durch die Temperaturerhöhungen θ und $\theta + \theta'$ (Fig. 161) entstehen und welche sich nach dem Druckgesetz der Gase

$$p = \frac{p_0 \cdot v_0}{v} (1 + \alpha\, t)$$

wie die Temperaturerhöhungen θ und $\theta + \theta'$ verhalten, daher ist

$$\frac{Es}{Et} = \frac{\theta + \theta'}{\theta}.$$[1]

Wir denken uns die Masseneinheit des Gases aus dem Zustande P_1 in den Zustand P_3 auf den Wegen P_1P_3 und $P_1P'P_3$ übergeführt und drücken aus, dass die auf beiden Wegen vom Gase aufgenommene Energie die gleiche ist (Art. 340). Auf dem Wege P_1P_3 wird die Wärme $c_v\ (\theta + \theta')$, auf dem Wege $P_1P'P_3$ die Wärme $c_p \cdot \theta$ aufgenommen. Mechanische Arbeit wird von dem Gase bei der Ausdehnung P_1P' abgegeben, bei der Zusammendrückung $P'P_3$ aufgenommen; sofern die Druckzunahme P_1P_3 gegen den ganzen Druck MP_1 des Gases sehr klein ist, sind die beiden Arbeitsgrössen gleich und heben sich auf. Es ist also

$$c_v \,.\, (\theta + \theta') = c_p \,.\, \theta \,.$$

Daher

$$\frac{\theta + \theta'}{\theta} = \frac{c_p}{c_v} = k$$

und es wird

$$\frac{Es}{Et} = \frac{c_p}{c_v} = k \,.\,.\,.\,. \qquad (65)$$

350. Die Methode von Clement und Desormes zur Bestimmung von k liefert direkt das Verhältniss $P_1 P_3 / P_1 P_2 = k$.

Ein grosser Glasballon B (Fig. 162) enthält Luft vom Druck der Atmosphäre. Man entfernt etwas Luft aus ihm, wobei, nachdem die Luft im Ballon die Temperatur der Umgebung t angenommen hat, der Druck auf den etwas kleineren, am Manometer M bestimmten Werth $M'P' = M\,P_1 = p_1$ gesunken sei (Fig. 161). Hierauf ertheilt man dem mit weiter Bohrung versehenen Hahn H eine schnelle Drehung um 180°. Während der damit verbundenen Oeffnung des

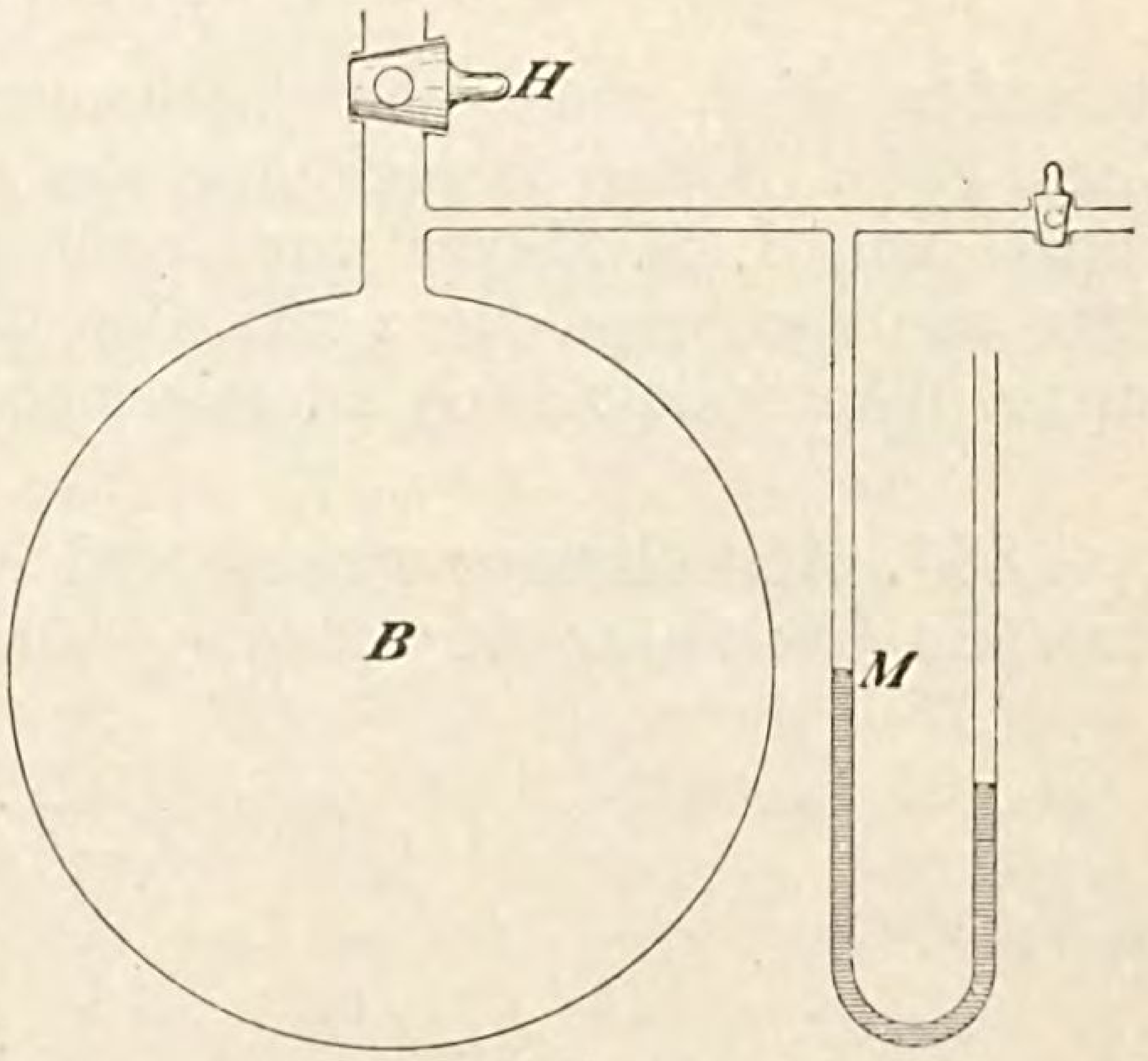


Fig. 162.

[1] Es lässt sich zeigen, dass diese Beziehung und damit der abzuleitende Satz unabhängig vom Druckgesetz der Gase für jede Flüssigkeit gilt.

Hahnes H erleidet die Luft im Ballon eine adiabatische Zusammendrückung ($P'P_3$), bei welcher der Druck p_1 bis auf den Atmosphärendruck $p_3 = M\,P_3$ steigt und zugleich die Temperatur der Luft im Ballon über die Temperatur t der Umgebung hinaus wächst. Man lässt die Luft im Ballon sich auf die Temperatur der Umgebung bei geschlossenem Hahn H abkühlen, dabei sinkt der Druck auf einen durch das Manometer M zu bestimmenden Werth $M\,P_2 = p_2$. Es ist

$$P_1 P_3 = p_3 - p_1 \quad P_1 P_2 = p_2 - p_1 \quad k = \frac{P_1 P_3}{P_1 P_2} = \frac{p_3 - p_1}{p_2 - p_1}.$$

Die besten derartigen Versuche wurden von Röntgen angestellt und ergaben für Luft den Werth $k = 1{,}4053$.

351. Bestimmung von k aus der Schallgeschwindigkeit. k kann auch aus der Schallgeschwindigkeit berechnet werden, in welche die adiabatische Elasticität

$$E_s = k \,.\, E_t = k \,.\, p$$

eingeht (Art. 263). Aus dem Art. 251 gegebenen Werth der Schallgeschwindigkeit von Moll und v. Beek folgt $k = 1{,}4134$.

352. J. R. Mayer's Bestimmung des mechanischen Wärmeäquivalents. Ersetzt man in der Gleichung (64) des Art. 348 c_v durch c_p/k und löst nach J auf, so ergiebt sich

$$J = \frac{k}{k-1} \cdot \frac{\alpha \,.\, p_0\, v_0}{c_p} \;\ldots\ldots \qquad (64^a)$$

woraus mit

$$k = 1{,}405 \quad \alpha = 0{,}00367 \quad p_0 = 1033 \quad v_0 = \frac{1}{0{,}001293} \quad c_p = 0{,}237$$

$$J = 42920 \text{ cm} = 429{,}2 \text{ m}$$

gefunden wird, nahe übereinstimmend mit dem Joule'schen Werth (Art. 337). Diese Berechnung des mechanischen Wärmeäquivalents wurde von J. R. Mayer vor Joule gegeben; auch hat Mayer den Satz von der Aequivalenz zwischen Wärme und mechanischer Arbeit zuerst dem Inhalt nach ausgesprochen.

353. Berechnung von c_p und c_v aus $c_p - c_v$ und c_p/c_v. Löst man die Gleichung 64^a nach c_p auf, so ergiebt sich

$$c_p = \frac{k}{k-1} \cdot \frac{\alpha\, p_0\, v_0}{J}$$

und daraus

$$c_v = \frac{c_p}{k} = \frac{1}{k-1} \cdot \frac{\alpha\, p_0\, v_0}{J} \;\ldots\ldots \qquad (64^b)$$

Aus diesen Gleichungen können c_p und c_v berechnet werden, wenn k, etwa aus der Schallgeschwindigkeit (Art. 292), bekannt ist.

Auf diese Berechnungsweise ist man in Fällen angewiesen, in welchen, wie beim Quecksilber, direkte Bestimmungen von c_p nicht vorliegen.

354. Die specifische Wärme des Quecksilbergases. Nach der kinetischen Theorie der Gase (Art. 212) lässt sich die specifische Wärme derselben berechnen. Nach dieser Theorie ist die in einem Gase enthaltene Wärme das Wärmeäquivalent der kinetischen Energie seiner Molekularbewegung, also für die Volumeneinheit in der Bezeichnung des Art. 212. $N \,.\, {}^1/_2\, mu^2/J = {}^3/_2 \,.\, p/J$, da nach Art. 212 $p = {}^1/_3\, Nmu^2$ ist. Bedeutet v das specifische Volumen des Gases, so ist folglich die in der Masseneinheit enthaltene Wärme ${}^3/_2 \,.\, pv/J$.

Da $pv = p_0 v_0 (1 + \alpha t)$, so wächst für 1^0 Temperaturerhöhung die Grösse pv um $p_0 v_0 \alpha$, die in der Masseneinheit des Gases enthaltene Wärme um ${}^3/_2\, p_0 v_0 \alpha/J$. D. h. es ist:

$$c_v = \frac{3}{2} p_0 v_0 \alpha \cdot \frac{1}{J}.$$

Nach (64) Art. 348

$$c_p = c_v + \frac{p_0 v_0 \alpha}{J} = \frac{p_0 v_0 \alpha}{J} \cdot \frac{5}{2}.$$

Daher

$$\frac{c_p}{c_v} = k = \frac{5}{3} = 1{,}67 \cdots \tag{66}$$

Die Beziehung (66) ist von der Erfahrung bisher nur am Quecksilbergase bestätigt gefunden worden (Art. 292), was mit der besonders einfachen Constitution der Quecksilbermolekel zusammenzuhängen scheint (Art. 387). Für das abweichende Verhalten der anderen Gase eine völlig befriedigende Erklärung zu geben, ist noch nicht gelungen.

Cap. 5. Schmelzen.

355. Schmelzpunkt und latente Schmelzwärme. Die Erfahrung lehrt, dass die Temperatur eines innigen Gemisches fester und tropfbarer Substanz sich nicht ändert, mag dem Gemisch Wärme zugeführt oder entzogen werden. Diese Temperatur heisst der Schmelzpunkt der Substanz und ist für Eis oder Wasser 0^0.

Wird dem Gemisch Wärme zugeführt, so schmilzt von dem festen Antheil eine der zugeführten Wärme proportionale Menge. Da hierbei die Temperatur sich nicht ändert, die zugeführte Wärme also für das Gefühl und das Thermometer verschwindet, so sagt man, sie werde latent; sie wird in der That verbraucht, um feste Substanz zu schmelzen. Die Anzahl von Gramm-Calorieen, welche zur Schmelzung von 1 g Substanz erforderlich ist, heisst die latente Schmelzwärme der Substanz; sie ist z. B. für Eis = 80, d. h. um 1 g Eis von 0^0 in 1 g Wasser von 0^0 zu verwandeln, werden 80 Gramm-Calorieen verbraucht.

Wird dem Gemisch Wärme entzogen, so erstarrt von dem tropfbaren Antheil eine der entzogenen Wärme proportionale Menge; jedesmal 1 g, wenn die latente Schmelzwärme entzogen ist; jedesmal 1 g Eis für 80 entzogene Gramm-Calorieen.

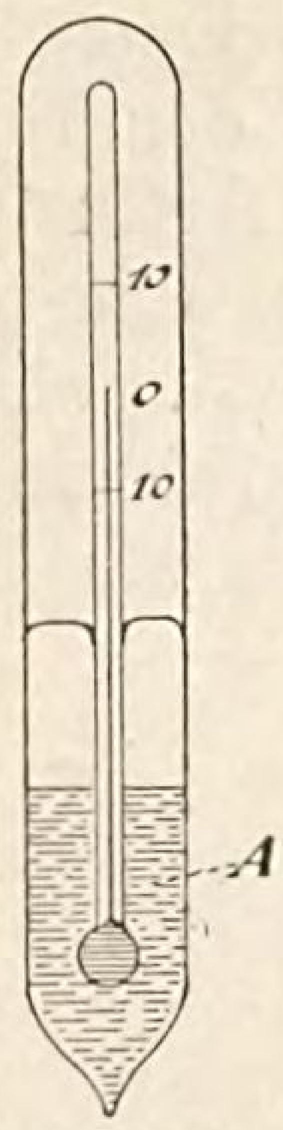


Fig. 163.

356. Unterkühlung. Eine feste Substanz kann nicht, ohne zu schmelzen, über den Schmelzpunkt erwärmt werden; es ist kein Eis beobachtet worden, das wärmer wäre als 0°. Eine tropfbare Flüssigkeit kann hingegen unter geeigneten Umständen unter den Schmelzpunkt, ohne zu erstarren, abgekühlt werden und heisst dann unterkühlt. So kann in dem gläsernen Apparat (Fig. 163) das ausgekochte, luftfreie Wasser in dem luftleeren Raum *A* leicht bis —5°, ohne zu erstarren, abgekühlt werden. Durch Schütteln wird die Unterkühlung aufgehoben; dabei steigt die Temperatur sofort auf den Schmelzpunkt, indem so viel Eis sich bildet, dass die frei werdende latente Schmelzwärme die ganze Masse auf den Schmelzpunkt erwärmt.

Eisessig, dessen Schmelzpunkt bei 16°,2 liegt, wird an freier Luft in einem Glasgefäss leicht unterkühlt und die Unterkühlung durch Rühren aufgehoben.

357. Schmelzpunkte.

Iridium	1950°	Blei	326°,2	{46,7 Blei, 53,3 Zinn}	197°
Platin	1775	Cadmium	320,7		
Palladium	1500	Wismuth	266,8		
Kupfer	1054	Zinn	232,7	Rose's Metallgemisch {2 Wism., 1 Blei, 1 Zinn}	95
Silber	954	Quecksilber	—38,5	Wood's Legirung {1 Cadmium, 1 Zinn, 2 Blei, 4 Wismuth}	70—65,5

Der Schmelzpunkt einer Legirung, d. i. eines Metallgemisches, liegt nach diesen Angaben oft tiefer als der Schmelzpunkt des am leichtesten schmelzbaren Bestandtheils; schon bei der in die Tabelle aufgenommenen Blei-Zinnlegirung, welche zum Löthen benutzt wird, zeigt sich dies, noch auffallender bei der Rose'schen und Wood'schen Legirung.

358. Die Bestimmung der latenten Schmelzwärme geschieht nach der Mischungsmethode. Man mische p g Eis von 0° mit so viel Wasser (p' g) von der Temperatur t', dass alles Eis schmilzt, und bestimme die Temperatur t der Mischung. Dann ist

$$p'(t'-t) = p \cdot L + p \cdot t,$$

woraus man die latente Schmelzwärme L berechnet. Dieselbe ist für

Eis 80,0	Zinn 14,25	Quecksilber 2,82.
Zink 28,13	Blei 5,37	

Wasser ist, wie durch hohe specifische Wärme, so auch durch hohe latente Schmelzwärme ausgezeichnet.

359. Das Raoult'sche Gesetz. Die Lösungen kann man bezüglich des Verhaltens beim Erstarren in zwei Arten theilen. Die Lösungen erster Art ändern beim Erstarren ihre Zusammensetzung nicht, zu ihnen gehören die meisten Legirungen, z. B. Messing, Neusilber. Die Lösungen zweiter Art zerfallen beim Erstarren. Beim Gefrieren des Meerwassers, überhaupt ungesättigter wässriger Salzlösungen, fällt reines Eis aus, trennt sich Wasser vom Salz. Ebenso wie Wasser verhalten sich Eisessig, Benzol, Naphtalin und andere Lösungsmittel.

Wichtige Gesetzmässigkeiten haben sich bei hinreichend verdünnten Lösungen zweiter Art ergeben. Bei ihnen ist die hervorgebrachte Schmelzpunktserniedrigung erfahrungsgemäss proportional der Menge der gelösten Substanz und umgekehrt proportional der Menge des Lösungsmittels; demgemäss findet man aus einem Versuch über Schmelzpunktserniedrigung durch einfache Regel de tri-Rechnung diejenige Schmelzpunktserniedrigung, welche 1 g Substanz zu 100 g Lösungsmittel hinzugefügt, bewirkt. Diese heisse die reducirte Schmelzpunktserniedrigung. Nach Raoult ist nun für ein und dasselbe Lösungsmittel die reducirte Schmelzpunktserniedrigung, welche ein Stoff hervorbringt, seinem Molekulargewicht (Art. 385) umgekehrt proportional; oder es ist für ein und dasselbe Lösungsmittel das Produkt aus dem Molekulargewicht M des gelösten Stoffs in die reducirte Schmelzpunktserniedrigung t eine von der Natur des gelösten Stoffs unabhängige Constante C

$$M \cdot t = C \ldots . \tag{67}$$

Für reinen Eisessig z. B. fand Raoult $C = 39$. Dieses wichtige Gesetz ist dem Gesetz von Petit und Dulong über die Atomwärmen (Art. 334) analog und liefert ein wichtiges Hülfsmittel zur Bestimmung des Molekulargewichts. Benutzt man z. B. wasserfreien Eisessig als Lösungsmittel, so findet man das Molekulargewicht eines Stoffs, indem man 39 durch die von ihm hervorgebrachte reducirte Schmelzpunktserniedrigung theilt.

Das Raoult'sche Gesetz wurde von van t'Hoff und M. Planck aus der mechanischen Wärmetheorie abgeleitet. Es kann auch dahin formulirt werden, dass isomolekulare Lösungen (Art. 230) verschiedener Stoffe in demselben Lösungsmittel gleichen Schmelzpunkt besitzen. Nach Art. 230 üben isomolekulare Lösungen bei gleicher Temperatur auch den gleichen osmotischen Druck aus. van t'Hoff hat jenes Gesetz theoretisch auf dieses zurückgeführt.

360. Scheinbare Abweichungen vom Raoult'schen Gesetze. Beim Wasser treten, wenn der gelöste Stoff ein Elektrolyt ist (Art. 661), bedeutende Abweichungen von dem Raoult'schen Gesetz in dem

Sinne ein, dass die beobachtete Schmelzpunktserniedrigung grösser ausfällt, als jenes Gesetz es verlangt. Dies ist von Planck und besonders von Arrhenius darauf zurückgeführt worden, dass bei der Auflösung eines Elektrolyten in Wasser ein Theil der elektrolytischen Molekeln in zwei oder mehrere Theilbestandtheile (Jonen) gespalten oder dissociirt wird (Art. 702), wobei die Zahl der in Lösung befindlichen Molekeln nothwendig wächst, und dass, wenn man diesem Umstande Rechnung trägt, die beobachtete Schmelzpunktserniedrigung, nach dem Raoult'schen Gesetz berechnet, richtig herauskommt. Die erwähnten Abweichungen von dem Gesetz sind daher nur scheinbare.

361. Kältemischungen. Bringt man zu Eis von 0° Kochsalz hinzu, so verbindet sich das Eis mit dem Salz zu einem Körper, welcher bei 0° flüssig ist, nämlich zu Salzlösung (Art. 359); indem dabei sowohl die latente Schmelzwärme des Salzes als auch besonders die grosse Schmelzwärme des Eises verbraucht und der Lösung entzogen wird, kühlt diese sich ab. Ein Gemisch von 33 Gewichtstheilen Kochsalz und 100 Gewichtstheilen Eis oder Schnee zeigt eine Temperatur von — 21°,3.

Der wirksamste Faktor ist hier die grosse Schmelzwärme des Eises. Die Wirkung der latenten Schmelzwärme von Salzen weist man nach, indem man Salmiak oder salpetersaures Ammoniak in Wasser einträgt; dabei wird leicht eine Temperaturerniedrigung um 10° erhalten.

362. Volumänderung beim Schmelzen. Die meisten Körper, z. B. Phosphor, Schwefel, Wachs, Paraffin dehnen sich beim Schmelzen aus; Wasser hingegen zieht sich beim Schmelzen um 9% des Wasservolumens zusammen und dehnt sich entsprechend beim Erstarren aus. Ein gusseiserner mit Wasser gefüllter und durch eine stählerne Schraube verschlossener Cylinder von 1 cm Wandstärke, in eine Kältemischung gelegt, wird beim Gefrieren des Wassers zersprengt.

363. Die Aenderung des Schmelzpunkts durch Erhöhung des Drucks wurde von J. Thomson theoretisch durch das Carnot'sche Princip (Art. 414) entdeckt und dabei in engem Zusammenhange mit der Volumänderung beim Schmelzen gefunden. Durch Erhöhung des Drucks wird nämlich der Schmelzpunkt erhöht oder erniedrigt, je nachdem die Substanz sich beim Erstarren oder beim Schmelzen zusammenzieht; der Druck begünstigt also jedesmal das Eintreten des dem kleineren Volumen entsprechenden Aggregratzustandes. Bei den Versuchen von W. Thomson befand sich in einem Oersted'schen Piezometer (Art. 197) schmelzendes Eis. Die Temperatur desselben wurde durch ein Aetherthermometer gemessen,

welches zum Schutz gegen den Druck in ein geschlossenes Rohr gebracht war; ein Theilstrich des Thermometers entsprach 0°,0078. Wurde der Druck im Piezometer vergrössert, so sank die Temperatur auf den neuen Schmelzpunkt, indem etwas Eis schmolz und die dabei verbrauchte Schmelzwärme dem Gemisch entzogen wurde. Die durch eine Druckzunahme von einer Atmosphäre bei Eis bewirkte Schmelzpunktserniedrigung ergab sich aus diesen Versuchen sehr nahe in Uebereinstimmung mit dem nach J. Thomson berechneten Werthe 0°,0073; sie ist so gering, dass Barometerschwankungen den Schmelzpunkt des Eises nicht merklich beeinflussen, doch bewirkt sie nach v. Helmholtz die

364. Regelation des Eises. Presst man zwei Eisstücke von 0° an einander, so frieren sie zusammen. An der Berührungsstelle tritt nämlich unter dem gesteigerten Druck Schmelzung des Eises ein und das entstandene unter 0° abgekühlte Wasser, welches, dem Drucke ausweichend, unter den alten Druck gelangt, wird wieder fest und verbindet die beiden Eisstücke. Aus demselben Grunde wandert eine über einen Eisblock gelegte, belastete Drahtschlinge durch den Block, ohne ihn zu zerschneiden, hindurch, indem das unter dem erhöhten Druck gebildete, unter 0° abgekühlte Wasser, oberhalb des Drahtes vom Drucke befreit, wieder gefriert. Bei der Bildung und Bewegung der Gletscher spielt die Regelation des Eises eine wichtige Rolle.

Cap. 6. Von den gesättigten Dämpfen und vom Sieden.

365. Gesättigter Dampf. In das Torricelli'sche Vacuum eines Gefässbarometers (Fig. 164) lasse man etwas Alkohol oder Schwefelkohlenstoff aufsteigen, so dass Flüssigkeit über dem Quecksilber zum Vorschein kommt. Es zeigt sich, dass die Quecksilbersäule dabei herabgedrückt wird, um 44 mm beim Alkohol, um 298 mm beim Schwefelkohlenstoff, wenn die Temperatur 20° ist. Der unsichtbare Körper, welcher den beobachteten Druck ausübt, ist Alkohol- bzw. Schwefelkohlenstoffdampf, oder Alkohol bzw. Schwefelkohlenstoff im gasförmigen Aggregatzustand. Neigt man das Rohr gegen den Horizont (Fig. 164), so begiebt sich die Quecksilberkuppe immer auf dasselbe Niveau, sofern bei hinreichender Weite des äusseren Gefässes das Quecksilberniveau in diesem merklich ungeändert bleibt; hierbei hat der Dampfraum sich

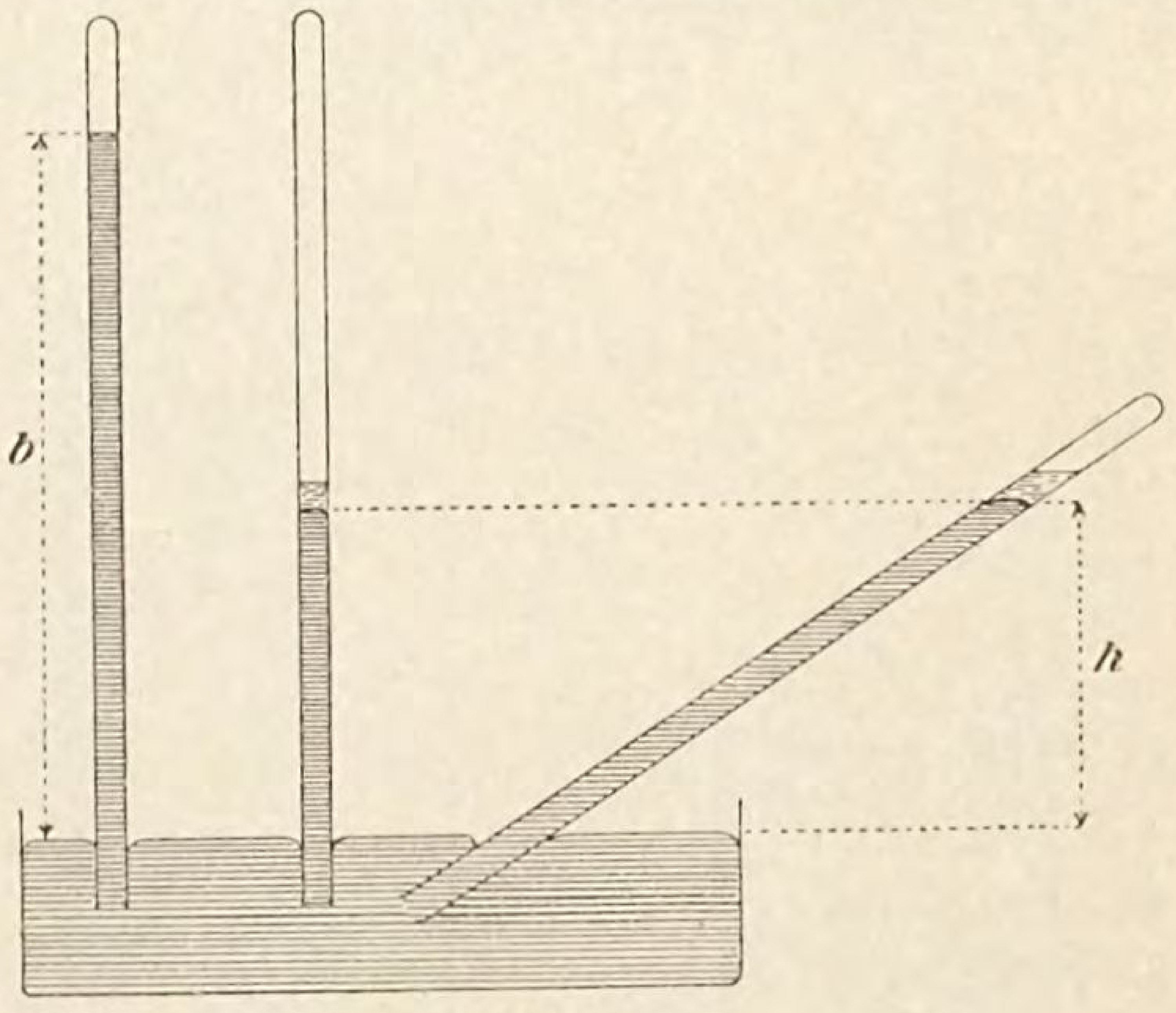


Fig. 164.

nothwendigerweise verkleinert. Der Druck des Dampfes $b-h$ ist, wie aus dem Gesagten hervorgeht, bei der Verkleinerung des Dampfraumes ungeändert geblieben, mithin auch seine sonstige Beschaffenheit, insbesondere seine Dichte; daher hat sich nothwendig ein Theil des Dampfes wieder zu tropfbarer Flüssigkeit condensirt, was man unter geeigneten Umständen an dem Wachsen der Flüssigkeitsmenge bemerkt. Jedesmal ist also der ganze von der Flüssigkeit frei bleibende Raum mit Dampf von einem bestimmten Druck und einer bestimmten Dichtigkeit gefüllt, welche man bei constanter Temperatur in keiner Weise steigern kann. Solcher Dampf, welcher den grössten Druck ausübt, den er, ohne condensirt zu werden, erträgt, heisst **gesättigter Dampf**, sein Druck der **Sättigungsdruck**. Steigt die Temperatur, so wächst der Sättigungsdruck, steigt sie auf 25^0 so wächst er auf 59 mm Quecks. beim Alkohol, auf 361 mm beim Schwefelkohlenstoff. Der Sättigungsdruck hängt also von der Substanz und von der Temperatur ab.

366. Zur Bestimmung des Sättigungsdrucks dient, so lange derselbe den atmosphärischen Druck nicht erreicht, der beschriebene Versuch. Dabei darf an keiner Stelle des Dampfraumes eine tiefere Temperatur stattfinden, als die, für welche man den Sättigungsdruck bestimmen will. Es handle sich z. B. um Wasser, und der Dampf besitze an einer Stelle a die Temperatur 0^0, an allen anderen Stellen die Temperatur 10^0, dann würde bei a der Wasserdampf unter keinem höheren Druck, als dem 0^0 entsprechenden Sättigungsdruck, d. i. 4,57 mm, bestehen können; solange nun an den anderen Stellen der Dampf einen grösseren Druck ausübt, wird er nach a strömen, um sich dort zu condensiren, und Gleichgewicht kann nur bestehen, wenn im ganzen Dampfraum der Druck 4,57 mm herrscht. Constante Temperatur erzielt man hier leicht, indem man den Dampfraum mit einem Mantel von der gewünschten Temperatur umgiebt.

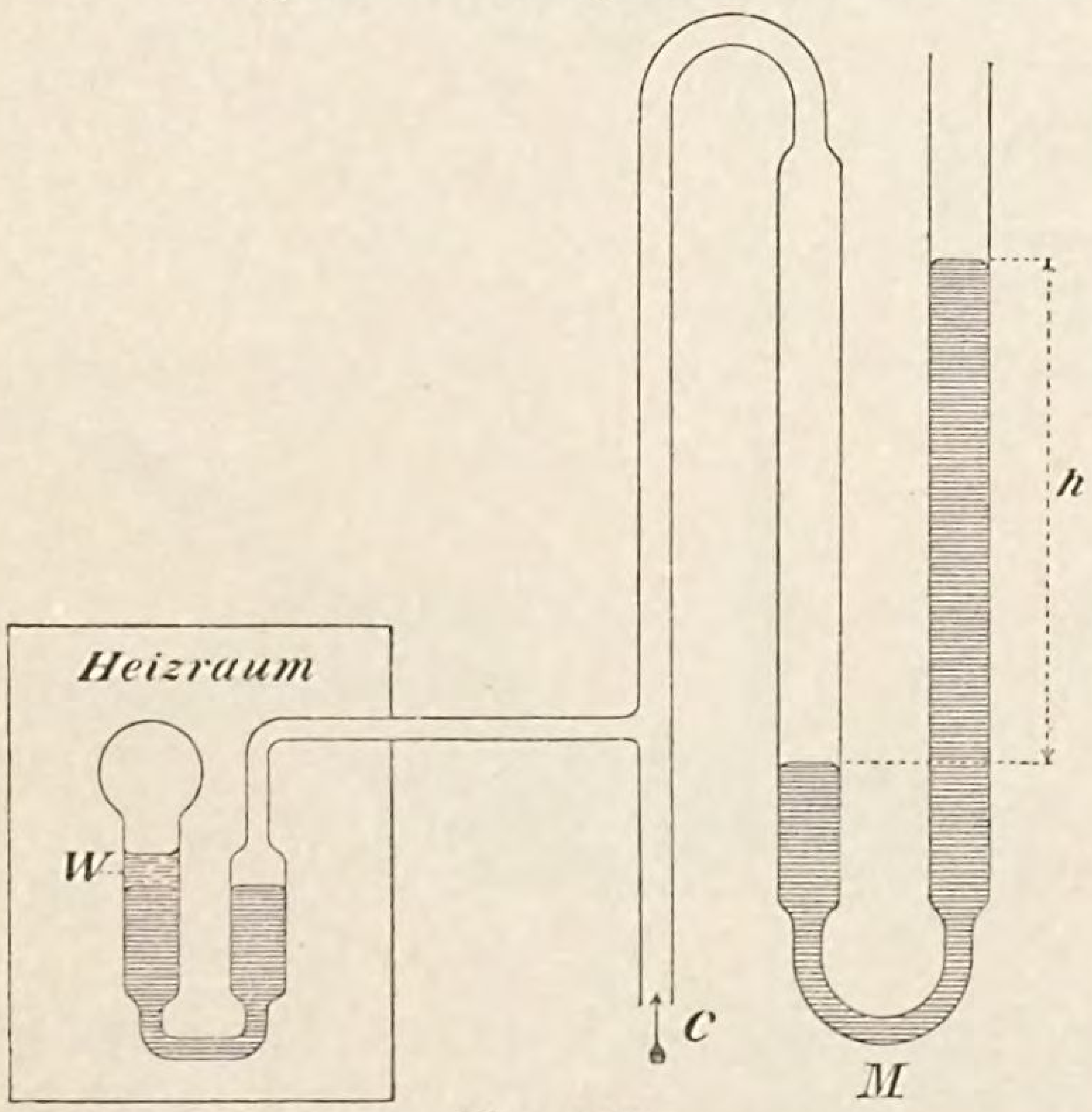


Fig. 165.

In dem Apparat von Magnus (Fig. 165) befindet sich das Wasser bei W über Quecksilber und wird dort, wenn der zu messende Sättigungsdruck den atmosphärischen übertrifft, festgehalten, indem man durch eine bei C angesetzte Compressionspumpe im Apparat den nöthigen Druck hervorbringt; dieser, durch das Manometer M angegeben, ist $b+h$ (Fig. 165). Der Dampf befindet sich ganz im Heizraum, dessen Temperatur

man misst; der Apparat dient auch zur Bestimmung von Sättigungsdrucken, welche den atmosphärischen nicht erreichen und durch eine Luftpumpe hervorgebracht werden. Vgl. Art. 375.

Die folgende Tabelle giebt die Sättigungsdrucke einiger Flüssigkeiten für verschiedene Temperaturen in Millimetern Quecksilber (45° geogr. Br. Meeresniveau Art. 110, vgl. Art. 169).

Temp.	Wasser	Alkohol	Schwefelkohlenstoff	Aether
— 15°	1.44	5.10	61.66	89.35
0	4 57	12.70	128.0	184.5
+ 20	17.36	44.47	298.1	432.9
25	23.52	59.38	361.2	526.1
35	41.78	102.9	519.8	761.4
50	91 98	219 9	857.2	1265
90	525.5	1189	2619	3899
100	760.0	1698	3326	4954
125	1744			
150	3581			
175	6717			
200	11690			

Wasser.

Temp.	Sätt.-Druck.	Temp.	Sätt.-Druck.	Temp.	Sätt.-Druck.
0°	4.57	9°	8.55	18°	15.33
1	4.91	10	9.14	19	16.32
2	5.27	11	9.77	20	17.36
3	5.66	12	10.43	21	18.47
4	6.07	13	11.14	22	19.63
5	6.51	14	11.88	23	20.86
6	6.97	15	12.67	24	22.15
7	7.47	16	13.51	25	23.52
8	7.99	17	14.40		

367. Dampfbildung im lufterfüllten Raum. Luft im Dampfraume verzögert die Dampfbildung, aber vermindert nicht die Quantität der sich bildenden Dampfmenge; erst wenn der Partialdruck des Dampfes im Dampfraume gleich dem Sättigungsdruck geworden ist, hört die Dampfbildung auf und findet Gleichgewicht statt. Man zeigt die Dampfbildung im lufterfüllten Raume, indem man (Fig. 166) ein mit Alkohol gefülltes, zugeschmolzenes Glaskügelchen *k* in den Ballon *B* bringt, welcher durch den Schlauch *K* mit dem Wasser im Manometer *M* communicirt. Zerbricht man das Kügelchen durch Schütteln des Ballons, so steigt das Wasser im offenen Schenkel, Dampfbildung anzeigend. Luft verzögert die Dampfbildung um so mehr, je grösser ihr Druck ist, Wasserstoff weniger als Luft von demselben Druck.

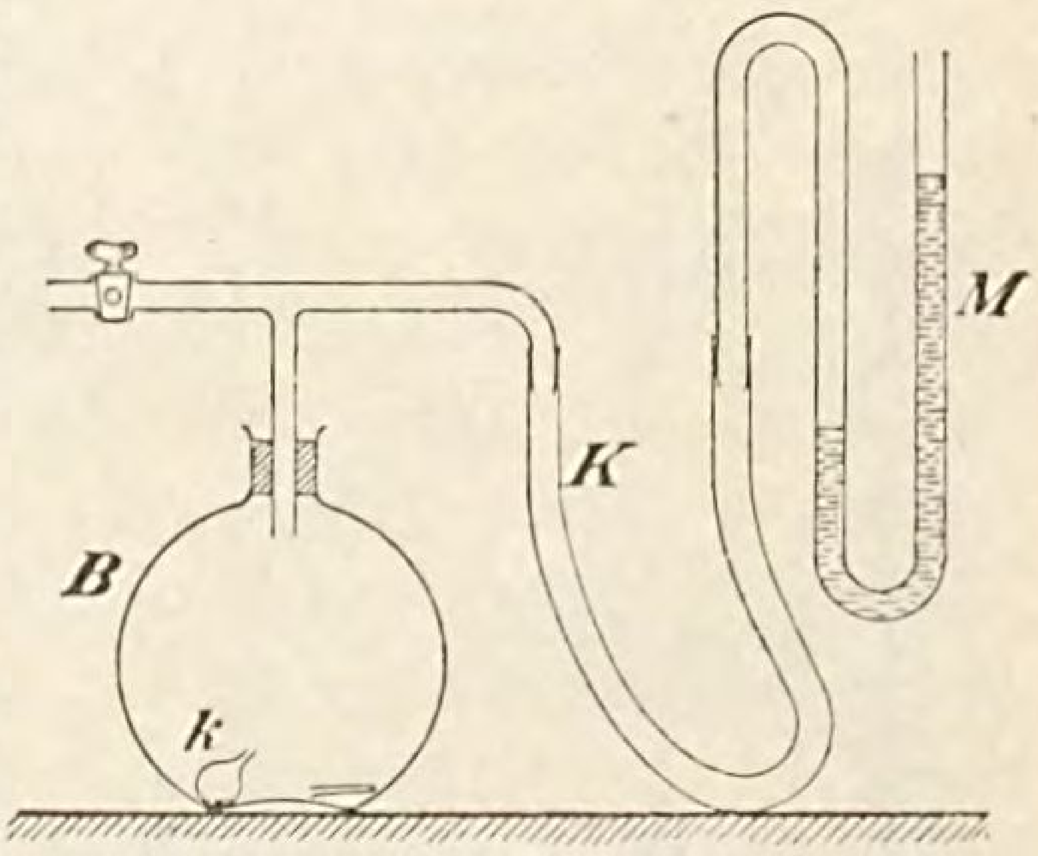


Fig. 166.

368. Latente Verdampfungswärme. Bei der Verdampfung wird Wärme verbraucht oder latent (Art. 355). Unter die Glocke der Luftpumpe sei ein etwas Wasser *W* enthaltendes Uhrgläschen gestellt (Fig. 167). Hat die Glocke sich mit gesättigtem Dampf

gefüllt, was im Vacuum sehr schnell geschieht, so hört die Dampfbildung auf. Befindet sich aber unter der Glocke eine Wasserdampf absorbirende Substanz, z. B. concentrirte Schwefelsäure S, so findet, indem diese den gebildeten Dampf aufnimmt, fortgesetzte Dampfbildung statt; im Vacuum so schnell, dass durch die verbrauchte latente Verdampfungswärme, welche dem Wasser entzogen wird, Eisbildung eintritt.

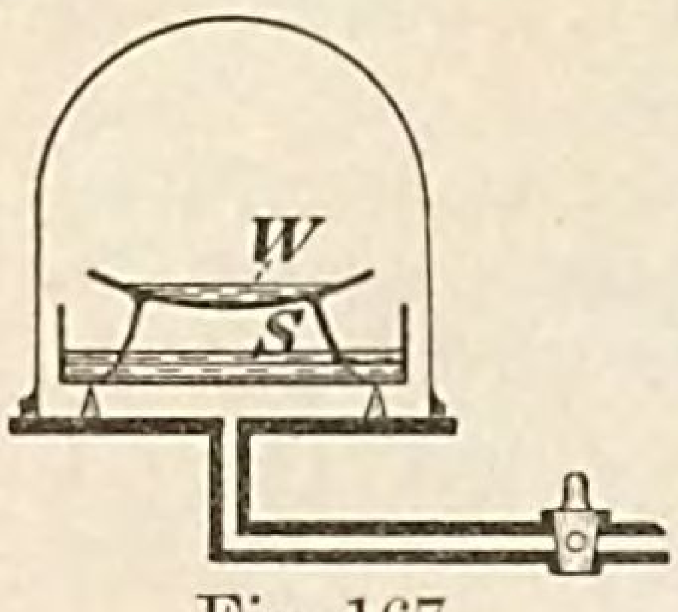


Fig. 167.

369. Verdampfen an freier Luft. Eine Flüssigkeit an freier Luft habe eine Temperatur, bei welcher der Sättigungsdruck ihres Dampfes den atmosphärischen Luftdruck noch nicht erreicht. Dann kann sich im Innern der Flüssigkeit eine Dampfblase nicht bilden, da sie dort unter einem den Sättigungsdruck überschreitenden Druck stände. An der Flüssigkeitsoberfläche ist die Luft stets mit Dampf gesättigt; ist sie es nicht in der Umgebung, so wird theils durch Diffusion, theils durch Luftströmungen bewirkt, dass fortgesetzte Verdampfung an der Flüssigkeitsoberfläche stattfindet, um so schnellere, je höher die Temperatur der Flüssigkeit ist.

370. Sieden an freier Luft. Eine Flüssigkeit an freier Luft werde auf die Temperatur erhitzt, bei welcher der Sättigungsdruck ihres Dampfes dem auf ihre Oberfläche ausgeübten Luftdruck gleichkommt. Diese Temperatur heisst die normale Siedetemperatur oder der Siedepunkt der Flüssigkeit. Bei dieser Temperatur kann die Flüssigkeit s i e d e n, d. h. können sich Dampfblasen im I n n e r n derselben bilden und an die Oberfläche aufsteigen. Ist das Gefäss, in welchem die Flüssigkeit siedet, aus Metall, so tritt das Sieden sehr nahe beim Siedepunkt ein; bei fortgesetzter Zufuhr von Wärme wird diese verbraucht, um die Flüssigkeit in Dampf zu verwandeln (Art. 368) und bleibt die Temperatur der Flüssigkeit auf dem Siedepunkt stehen.

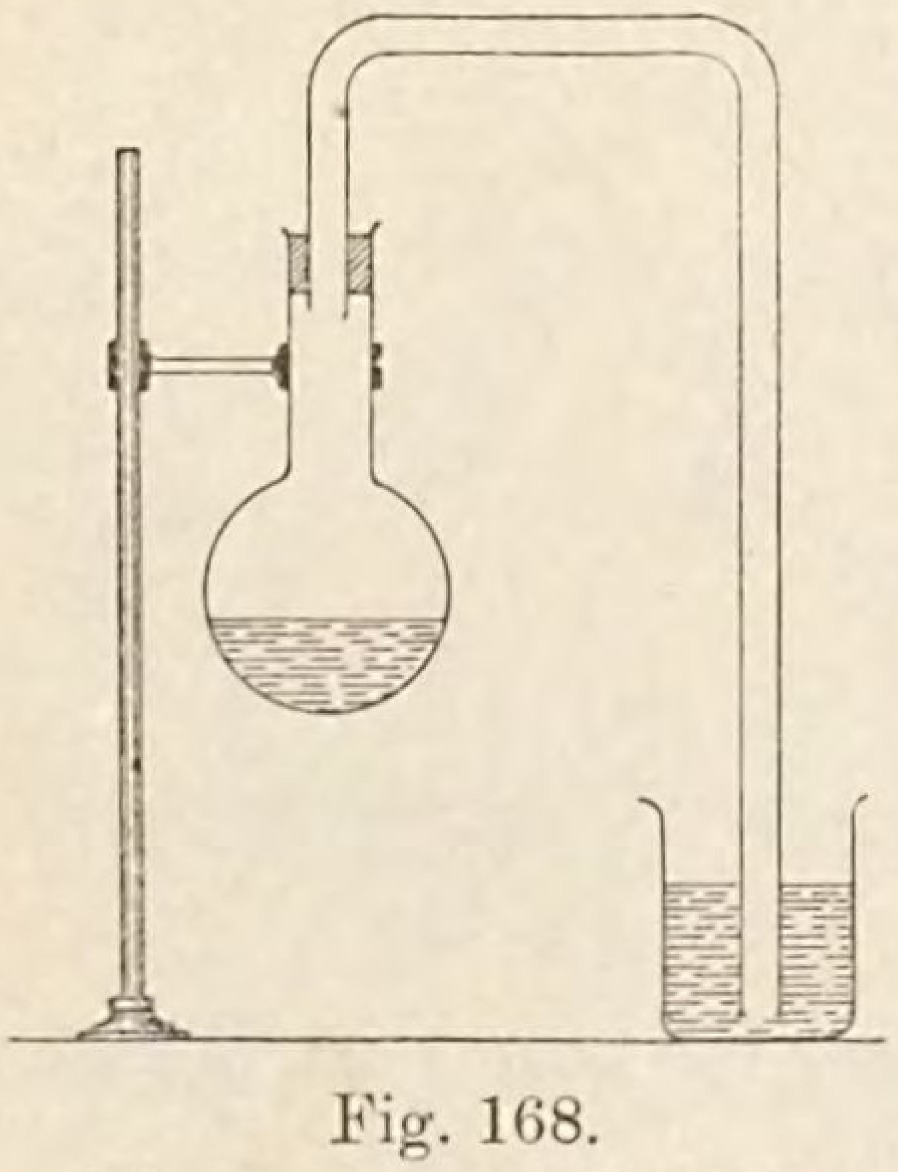


Fig. 168.

Folgende Siedepunkte beziehen sich auf den normalen Luftdruck von 76 cm Quecksilber[1].

Schwefel, rhombisch	+ 448°,4
Quecksilber	357 ,3
Aethylalkohol	78 ,3
Aethyläther	35 ,0
Schwefligsäure Anhydrid	— 10 ,1

Leitet man (Fig. 168) die aus siedendem Wasser sich entwickelnden Dämpfe in das kalte Wasser einer Vorlage, so condensiren sie sich in dieser mit knatterndem Geräusch, welches durch das Zusammenschlagen des Wassers entsteht. Ein

[1] Genau genommen für die unter 45° geogr. Br. am Meeresniveau stattfindende Intensität der Schwere (Art. 169). Auf dieselbe Intensität der Schwere bezieht sich die Definition der Temperatur 100° als Siedepunkt des Wassers bei normalem Luftdruck von 76 cm Quecksilber (Art. 297).

schwächeres Geräusch, das sogenannte Singen des Wassers, entsteht in dem von unten erwärmten Siedegefäss selbst kurz vor Beginn des Siedens, indem in den unteren Flüssigkeitsschichten, welche zuerst die Siedetemperatur erreichen, die ersten Dampfblasen sich bilden, zu kälteren Schichten aufsteigen und dort condensirt werden.

371. Bestimmung der latenten Verdampfungswärme. Bei der Condensation der Dämpfe wird latente Verdampfungwärme frei, durch diese erwärmt sich in der Anordnung der Fig. 168 das Wasser der Vorlage, bis es nach erreichter Siedetemperatur auch siedet. Unter der latenten Verdampfungswärme einer Substanz versteht man in der Regel die bestimmte Anzahl von Grammcalorieen, welche zur Verdampfung von 1 g der Substanz erforderlich ist. Misst man die Temperaturerhöhung, welche das Wasser einer Vorlage erfährt, wenn ein gemessenes Dampfgewicht, in einem Schlangenrohr durch die Vorlage hindurchgeführt, sich in ihr condensirt, so kann man ähnlich wie im Art. 358 eine calorimetrische Gleichung bilden, aus welcher die latente Verdampfungswärme zu berechnen ist. Sie hängt von der Natur und der Temperatur der Substanz ab und beträgt z. B. für Wasser bei 100^0 536,2; d. h. um 1 g Wasser von 100^0 in gesättigten Dampf von 100^0 zu verwandeln, sind 536,2 Grammcalorieen erforderlich. Bei diesem Vorgange vergrössert das Wasser sein Volumen auf das 1650fache und giebt in Folge hiervon Energie ab gleich der mechanischen Arbeit, welche der Dampf bei seiner Bildung gegen den äusseren Druck leistet (Art. 344). Der Wärmewerth dieser Arbeit ist aber nur etwa $^1/_{13}$ der ganzen latenten Verdampfungswärme, die übrigen $^{12}/_{13}$ gehen in den Dampf als innerer Energiezuwachs desselben ein (Art. 340); sie werden zum Theil dazu verbraucht, um die Entfernung der Wassertheilchen von einander unter Ueberwindung der zwischen ihnen wirkenden Anziehungskräfte zu vergrössern.

372. Siedeverzug. Die Temperatur der siedenden Flüssigkeit ist stets etwas höher, als der Siedepunkt. Der Unterschied dieser beiden Temperaturen rührt nur zum kleinen Theil daher, dass der hydrostatische Druck in der Tiefe der Flüssigkeit etwas grösser, als an der Oberfläche ist; denn er hängt in hohem Maasse von der Beschaffenheit des Gefässes ab, ist kleiner in Metall- als in Glasgefässen. In einem fehlerfreien, mit heisser concentrirter Schwefelsäure gereinigten Glasballon kann Wasser, ohne zu sieden, mehrere Grade über den Siedepunkt erhitzt werden; man sagt dann, es finde ein Siedeverzug statt. Wirft man in die im Siedeverzuge befindliche Flüssigkeit einige Platinschnitzel oder Sand, so erfolgt plötzlich starke, zuweilen explosionsartige Dampfbildung, wobei in Folge des Verbrauchs an latenter Verdampfungswärme die Temperatur sich dem Siedepunkt nähert.

Der Siedeverzug erklärt sich durch die Erwägung, dass für das wirkliche Eintreten des Siedens, d. h. der Dampfbildung im Innern der Flüssigkeit, Erwärmung derselben auf den Siedepunkt zwar nothwendige, aber nicht hinreichende Bedingung ist; es muss ausserdem dazu entweder die Flüssigkeit zerreissen oder von den Gefässwänden

abgerissen werden. Insofern gewöhnlich das Letztere eintritt, siedet eine Flüssigkeit um so leichter, je schwächer sie an den Gefässwänden haftet.

Des Siedeverzugs halber ist es von grosser praktischer Bedeutung, dass ein Thermometer in den aus siedender Flüssigkeit entweichenden Dämpfen stets die normale Siedetemperatur annimmt; bei allen Siedepunktsbestimmungen bringt man daher das Thermometer in diese Dämpfe.

373. Der Siedepunkt sinkt, wenn der Druck abnimmt, weil der kleinere zum Sieden erforderliche Sättigungsdruck schon bei tieferer Temperatur erreicht wird (Art. 365).

Für die in der Ebene vorkommenden Barometerstände kann der Siedepunkt des Wassers nach der Formel

$$t = 100^0 + 0^0{,}375\,(b - 760) \ldots . \qquad (67)$$

berechnet werden, welche bei der Bestimmung des Siedepunkts am Thermometer (Art. 297) zu benutzen ist; für jeden Millimeter Quecksilber Druckabnahme sinkt also für die hier in Frage kommenden Drucke der Siedepunkt um ungefähr $^1/_{27}{}^0$.

Für Drucke, welche erheblich kleiner, als der normale Atmosphärendruck sind, muss man den Siedepunkt aus einer Dampfdrucktabelle entnehmen. So findet man aus der Tabelle des Art. 366 den Siedepunkt des Wassers für einen Barometerstand von 525,5 mm zu 90^0. Beobachtet man diesen Siedepunkt auf einem Berge, so schliesst man auf einen Barometerstand von 525,5 mm. Diese Luftdruckmessung durch das Thermometer wird oft bei Höhenbestimmungen der Messung durch das Aneroid (Artt. 158—159) vorgezogen. Auf dem 4810 m hohen Mont-Blanc siedet das Wasser an freier Luft unter einem Barometerstand von 417 mm bei 84^0.

374. Der Papinianische Topf. Um Wasser auf eine Temperatur zu bringen, welche die Siedetemperatur an freier Luft übersteigt, erwärmt man es in einem geschlossenen Gefässe, einem sogenannten Papinianischen Topf. Bei jeder Temperatur ist dann der vom Wasser frei bleibende Raum mit gesättigtem Wasserdampf gefüllt, dessen Sättigungsdruck der gleichförmig angenommenen Temperatur des Topfes entspricht; die Wassertemperatur steigt bei fortgesetzter Wärmezufuhr mehr und mehr, aber bei constanter Temperatur ist fortgesetzte Dampfbildung und damit das Sieden ausgeschlossen. Damit der Druck in dem Topfe nicht zu gross wird, versieht man ihn mit einem Sicherheitsventil, aus welchem der Dampf, es hebend, entweicht, wenn der Druck eine bestimmte Höhe erreicht hat.

375. Sieden in geschlossenem Raume führt man herbei, indem man einen Theil des Raumes kalt hält, so dass in diesem Theil fortgesetzte Condensation des gebildeten Dampfes eintritt. Fig. 169 zeigt den von Regnault hierbei benutzten Apparat. Die Retorte R enthält die siedende Flüssigkeit. Thermometer T_1 und T_2, welche zum Schutz gegen den Druck in eisernen, in die Retorte hineinragenden, mit Quecksilber gefüllten Röhren enthalten sind, geben die Temperatur der siedenden Flüssigkeit und, worauf es besonders an-

kommt, die Temperatur des entweichenden Dampfes an. Die Condensation des letzteren findet in dem schräg aufwärts gerichteten Rohre v statt, welches von kaltem Wasser umspült wird, und aus welchem die Flüssigkeit in die Retorte zurückfliesst. Damit trotz Schwankungen in der Schnelligkeit der Dampfbildung der Druck in dem geschlossenen Raume merklich constant bleibe, steht dieser mit der künstlichen Atmosphäre A in Verbindung, einem grossen Ballon, der 24 l, in andern Versuchen 70 l fasste und in welchem der gewünschte Druck, sei es durch eine Saug-, sei es durch eine Compressionspumpe hervorgebracht und an einem Manometer M abgelesen wurde. Dieser Druck ist nach der Definition des Siedepunktes (Art. 370) der Sättigungsdruck des Dampfes für die vom Thermometer T_1 (Art. 372) angegebene Siedetemperatur. Der Versuch liefert also eine Methode, den Sättigungsdruck für verschiedene Temperaturen zu messen. Nach dieser Methode, welche allen anderen vorzuziehen ist, hat Regnault den Sättigungsdruck des Wasserdampfes zwischen + 40° und 230° bestimmt; seine sämmtlichen Bestimmungen dieser Grösse umfassen das Temperaturintervall — 32° bis + 230°.

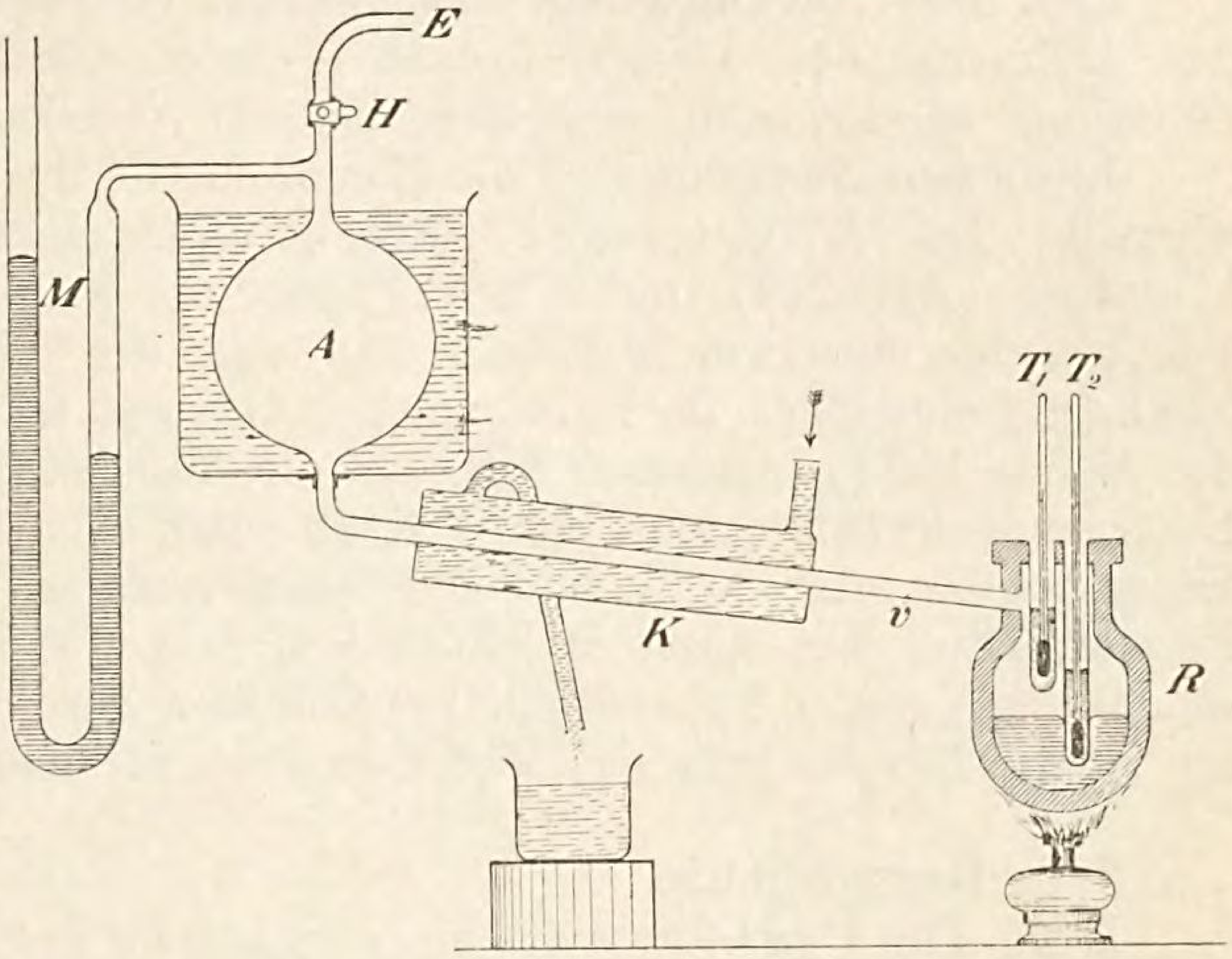


Fig. 169.

376. Siedepunkt der Salzlösungen. Löst man einen nicht flüchtigen Stoff, z. B. ein Salz, in Wasser, so sinkt der Sättigungsdruck des Dampfes; über einer gesättigten Kochsalzlösung ist z. B. der Sättigungsdruck des Wasserdampfes nur etwa 3/4 von dem des reinen Wassers bei derselben Temperatur. Dies bringt mit sich, dass der Siedepunkt der Lösung höher, als der des reinen Wassers liegt. Gesättigte Kochsalzlösung siedet unter normalem Luftdruck bei 108°,4. Der Dampfdruck über wässrigen Salzlösungen ist u. A. von v. Babo und von Wüllner gemessen worden.

Cap. 7. Von den überhitzten Dämpfen und von der Dampfdichte.

377. Ueberhitzter Dampf. Benutzt man bei dem Versuch des Art. 365 als Gefäss des Barometers ein langes eisernes Rohr wie Art. 194 Fig. 89, in welches ein langes Barometerrohr zu Anfang tief eingesenkt ist, so kann man, dieses herausziehend, den Dampfraum ver-

grössern. Dabei bleibt nach Art. 365 der Druck gleich dem Sättigungsdruck, bis alle Flüssigkeit verdampft ist; weitere Vergrösserung des Dampfraumes bewirkt nothwendig Dehnung des vorhandenen Dampfes, wobei dessen Druck unter den Sättigungsdruck sinkt.

Dampf, dessen Druck kleiner als der Sättigungsdruck ist, heisst überhitzt und folgt dem Druckgesetz der Gase (Art. 321) mit um so grösserer Annäherung, je weiter sein Druck sich vom Sättigungsdruck entfernt.

378. Der vollkommene Gaszustand. Gehorcht nach hinreichender Dehnung der Dampf diesem Gesetze mit hinreichender Annäherung, so sagt man, er befinde sich im vollkommenen Gaszustand.

In diesem Zustande sind die Eigenschaften der Materie besonders wichtig. Im Allgemeinen hängen diese nach der Molekularhypothese (Art. 212) von zwei Faktoren ab, nämlich von den Eigenschaften der einzelnen Molekeln und von den Wirkungen der Molekeln auf einander. Im vollkommenen Gaszustand fällt nach Art. 212 der zweite Faktor insoweit fort, als die Molekeln in ihren mittleren Entfernungen keine merklichen Kräfte auf einander ausüben. Die Eigenschaften eines vollkommenen Gases hängen daher nur von den Eigenschaften der einzelnen Molekel ab und diese können aus jenen, welche der Versuch kennen lehrt, erschlossen werden. Ein Beispiel dafür ist die Bestimmung des Molekulargewichts aus der Dampfdichte.

379. Dampfdichte.

Def. Die Dampfdichte δ einer Substanz bezüglich der Luft ist das Gewicht m der Substanz getheilt durch das Gewicht m' einer Luftmasse, welche unter denselben Verhältnissen des Drucks und der Temperatur dasselbe Volumen, wie die Substanz im vollkommenen Gaszustand einnimmt.

$$\delta = \frac{m}{m'} \cdots \qquad (69)$$

380. Bei den Methoden von A. W. Hofmann und Dumas bestimmt man das Gewicht m der Substanz, sowie Volumen v, Druck p und Temperatur t derselben im vollkommenen Gaszustand. Dann ist (Art. 321)

$$m' = v \,.\, 0{,}001293 \,.\, \frac{p}{p_0} \cdot \frac{1}{1+\alpha t} \text{ g im ccm}$$

und daher

$$\delta = \frac{m}{v} \,.\, \frac{p_0}{p} \cdot (1+\alpha t) \cdot \frac{1}{0{,}001293} \cdots \qquad (70)$$

wo p_0 den Normaldruck von 76 cm Quecksilber bedeutet.

381. Methode von A. W. Hofmann. Ein Glaskügelchen g (Fig. 170), welches eine abgewogene Menge m der zu untersuchenden Substanz enthält und an dem ausgezogenen Ende durch etwas Wachs verschlossen ist, lässt man in das Torricelli'sche Vacuum eines dazu hergerichteten Gefässbarometers aufsteigen. Die in Cubikcentimeter getheilte Barometerröhre B ist von einem Mantel M umgeben, durch welchen die Dämpfe einer siedenden Flüssigkeit, z. B. des Wassers geleitet werden; dabei öffnet sich das Kügelchen

durch Schmelzen des Wachses. Die Temperatur des Mantels muss so hoch und die eingebrachte Substanzmenge so klein sein, dass der Dampf in hinreichend überhitztem Zustande sich befindet. Das Dampfvolumen v wird an dem getheilten Rohre B abgelesen, die Temperatur t ist die dem Barometerstande entsprechende Siedetemperatur der Flüssigkeit, deren Dämpfe den Mantel durchstreichen, der Druck p ist der Barometerstand vermindert um die auf 0^0 reducirte (Art. 155) Quecksilbersäule h, welche im vertikalen Barometerrohr über das Quecksilberniveau im Gefäss hinaus gehoben ist. Mittelst dieser Werthe wird die Dampfdichte δ aus (70) berechnet.

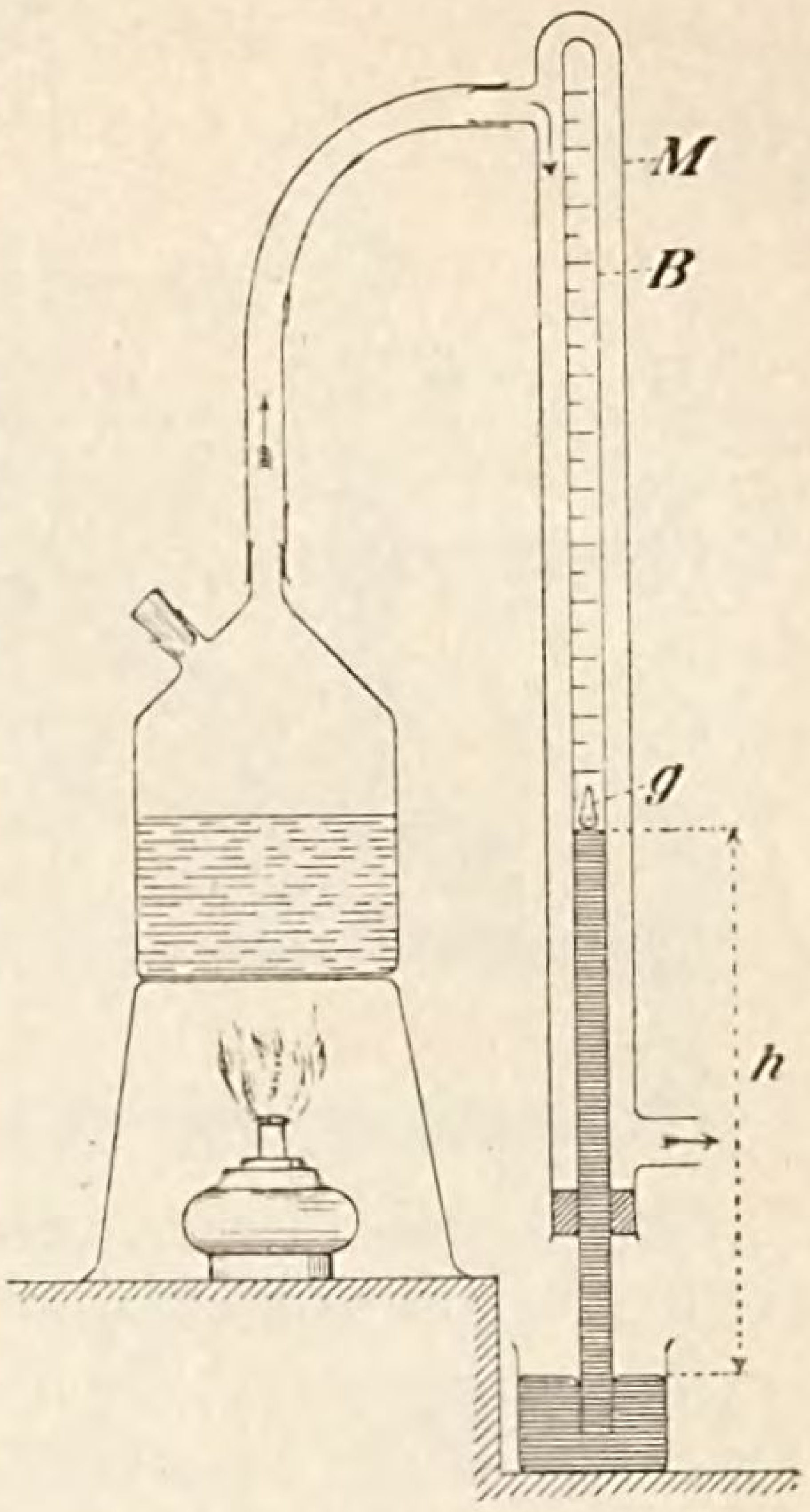


Fig. 170.

382. Methode von Dumas. In einen zur Spitze ausgezogenen, gewogenen Glasballon B (Fig. 171) bringt man einige Gramm von der zu untersuchenden Flüssigkeit hinein und stellt ihn in ein Bad, welches zunächst auf die Siedetemperatur der Flüssigkeit erwärmt sei. Die Dämpfe der siedenden Flüssigkeit verdrängen die Luft aus dem Ballon, welcher schliesslich nur gesättigten Dampf enthält. Indem man nun das Bad etwa 10^0 über die Siedetemperatur hinaus erwärmt, verwandelt man den gesättigten Dampf in überhitzten. Man schmelzt den Ballon zu und notirt sofort den Barometerstand p und die Temperatur t des Bades. Aus dem Gewicht des mit Dampf gefüllten Ballons und dem Gewicht des mit Luft gefüllten findet man das Dampfgewicht m, wenn noch das Volumen des Ballons bekannt ist; dieses, welches dem Volumen v des Dampfes gleich ist, bestimmt man aus dem Gewicht des Wassers oder des Quecksilbers, welches der Ballon fasst.

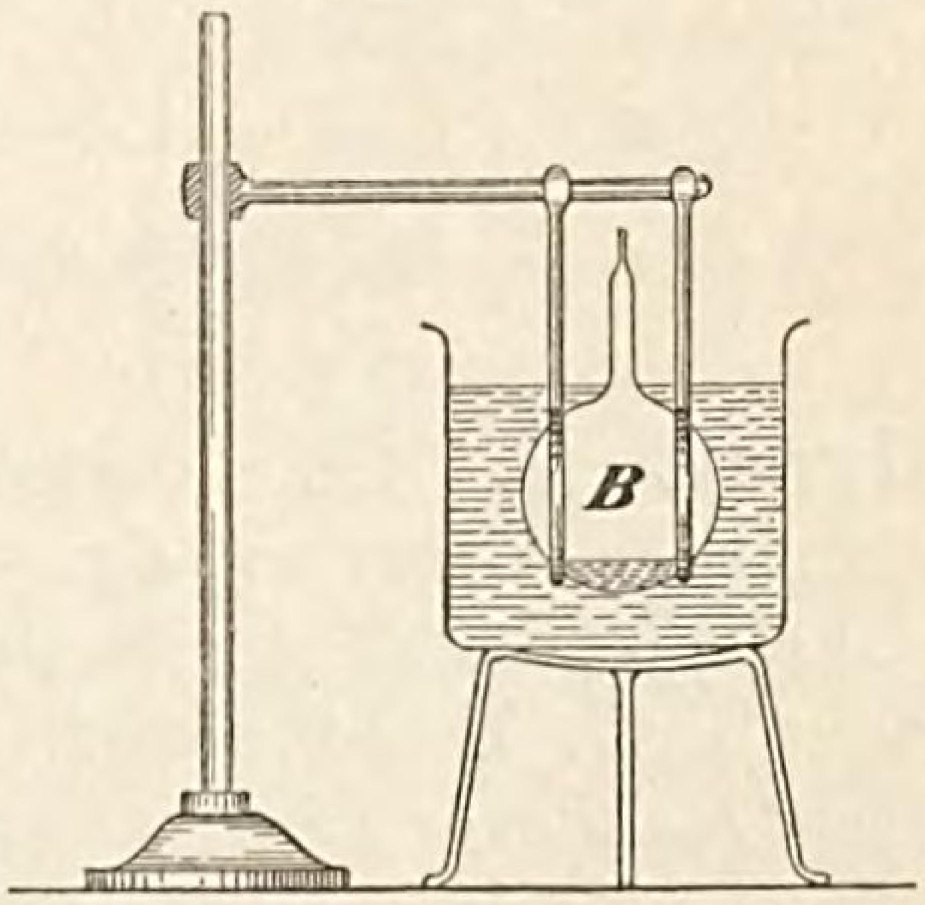


Fig. 171.

383. Bei der Methode von V. Meyer wird das Luftgewicht m (Art. 379) direkt bestimmt. Die Glasbirne B (Fig. 172) setzt sich in ein längeres Biegrohr R fort; aus diesem führt ein Gasentbindungsrohr V heraus, dessen offenes Ende sich unter Wasser befindet. Das Rohr R trägt oben einen durch einen Stöpsel S verschlossenen Kautschukschlauch K, welcher zunächst in der Lage der Figur gehalten wird; auf dem Stöpsel ruht ein wie bei der Hofmann'schen Methode mit abgewogener Substanzmenge gefülltes Glaskügelchen. Man bringt die Glasbirne in ein Bad, welches man über den Siedepunkt der Substanz hinaus erwärmt; wird aus V keine Luft mehr entbunden, so ist die Temperatur constant geworden.

Man stülpt alsdann über das offene Ende von V ein mit Wasser gefülltes, in Cubikcentimeter getheiltes Messrohr M und lässt durch Heben des Kautschukschlauchs das Glaskügelchen in die Birne fallen.

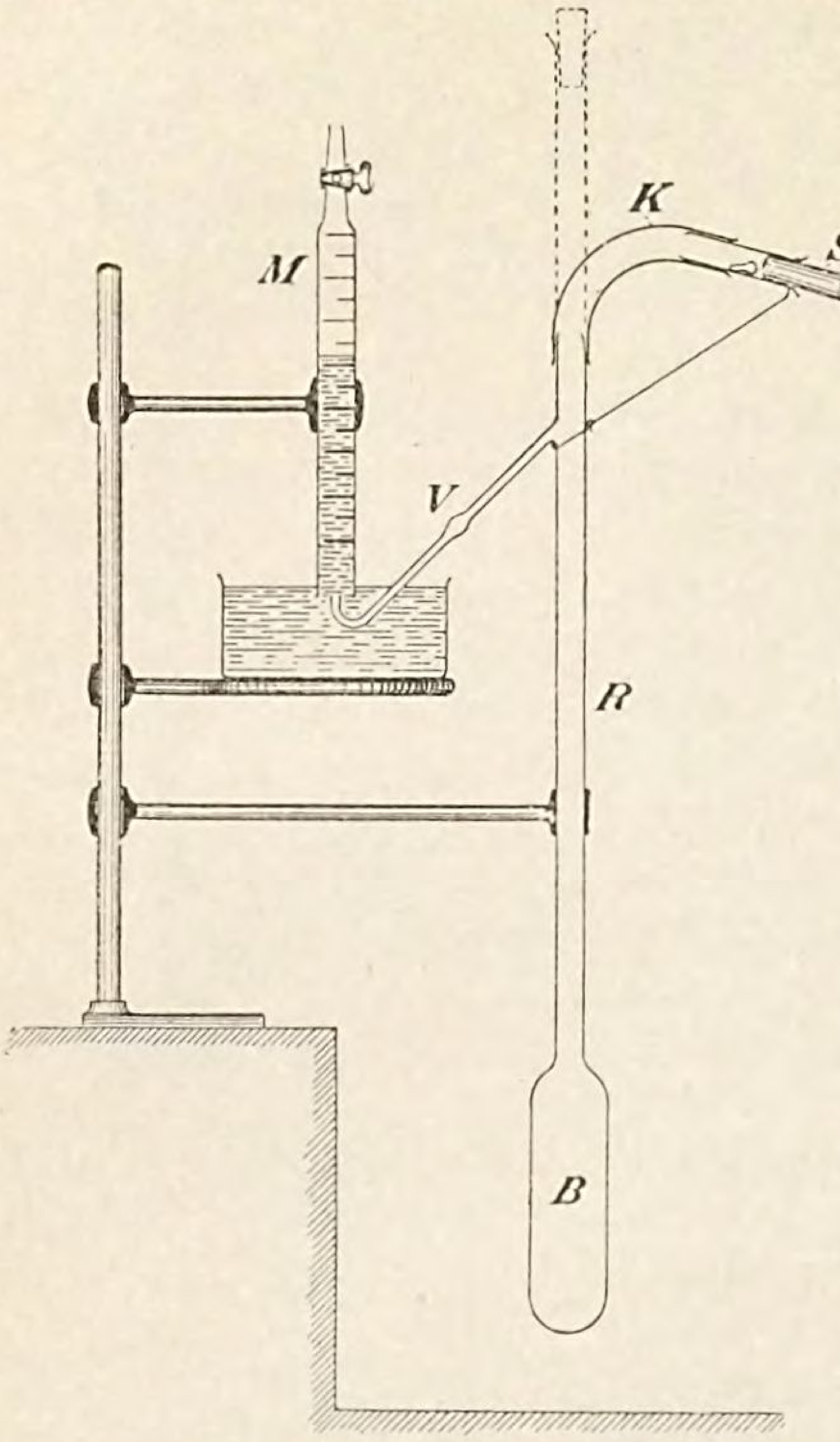


Fig. 172.

Alsbald wird der Inhalt des Kügelchens in überhitzten Dampf verwandelt, welcher aus der Birne ein dem seinen gleiches Luftvolumen verdrängt. Dieses wird in der Messröhre aufgefangen und sein Gewicht durch Volum-, Druck- und Temperaturmessung nach Art. 322 bestimmt; da es in der Birne, also unter denselben Verhältnissen des Drucks und der Temperatur wie der Dampf, dasselbe Volumen wie dieser einnimmt, so ist sein Gewicht das gesuchte m'.

Die Methode bietet den Vortheil dar, dass man die Temperatur des Bades nicht zu messen braucht, deren Bestimmung, wenn sie hoch ist, umständlich und schwierig wäre.

384. Die Avogadro'sche Hypothese. Die Thatsache, dass für alle Gase, welches auch ihre chemische Natur sei, das gleiche Druckgesetz gilt, deutet auf einen von der chemischen Natur unabhängigen übereinstimmenden molekularen Bau aller Gase. Dieser besteht nach einer von Avogadro und Ampère 1811 auf Grund anderer Betrachtungen aufgestellten Hypothese darin, dass unter gleichen Verhältnissen des Drucks und der Temperatur alle Gase in gleichen Raumtheilen die gleiche Anzahl von Molekeln (Art. 212) enthalten.

385. Dampfdichte und Molekulargewicht. Nach dieser Hypothese verhalten sich die Gewichte der Molekeln zweier Gase oder ihre Molekulargewichte wie die Gewichte gleicher Raumtheile dieser Gase unter gleichen Verhältnissen, d. h. wie die Dampfdichten dieser Gase. Man ist übereingekommen, das Molekulargewicht des Wasserstoffs = 2 zu setzen (vgl. Art. 387). Die Dichte des Wasserstoffs bezüglich der Luft ist 0,06925. Ist also M das Molekulargewicht, δ die Dampfdichte irgend eines Stoffs bezüglich der Luft, so ist

$$M : 2 = \delta : 0{,}06925 \quad \text{oder}$$

$$M = \delta \cdot \frac{2}{0{,}06925} = 28{,}88 \, . \, \delta \ldots . \qquad (71)$$

Nach dieser Gleichung berechnet man das Molekulargewicht eines Stoffs aus seiner bezüglich der Luft bestimmten Dampfdichte.

386. Theoretische Dampfdichte. Wird umgekehrt das Molekulargewicht als bekannt angenommen, so ist

$$\delta = \frac{M}{28,88} \dots \qquad (71^a)$$

Die so berechnete heisst die theoretische Dampfdichte.

387. Atom und Molekel. Nach Gay Lussac's Entdeckung verbindet sich 1 l Chlor mit 1 l Wasserstoff zu 2 l Chlorwasserstoffsäure, wobei alle Volumina unter den gleichen Verhältnissen des Drucks und der Temperatur gemessen sind (Fig. 173). Setzt man für diese Verhältnisse des Drucks und der Temperatur die unbekannte Zahl von Molekeln im Liter $= n$ und macht zunächst die einfachste Annahme, dass 1 Mol. Chlor und 1 Mol. Wasserstoff zu 1 Mol. Chlorwasserstoff zusammentreten, so wird die Reaktion ausgedrückt durch die Gleichung

$$n \text{ Mol. Chlor} + n \text{ Mol. Wasserstoff} = n \text{ Mol. Chlorwasserstoff.}$$

Da aber die gebildeten 2 l Chlorwasserstoff nach dem Satz von Avogadro $2n$ Molekeln enthalten, so ist mit diesem Satz die gemachte einfachste Annahme im Widerspruch. Dieser Widerspruch wird gehoben durch die Annahme, dass die kleinste Menge einer Substanz, welche im freien Zustande existiren kann — ihre Molekel — verschieden ist von der kleinsten Menge der Substanz, welche in eine chemische Verbindung eingehen kann — ihrem Atom; dass im Besonderen 1 Molekel Chor aus 2 Atomen Chlor und 1 Molekel Wasserstoff aus 2 Atomen Wasserstoff besteht, dass, wie man sagt, die Molekeln dieser Gase zweiatomig sind. Die erwähnte Reaktion wird dann ausgedrückt durch die Gleichung

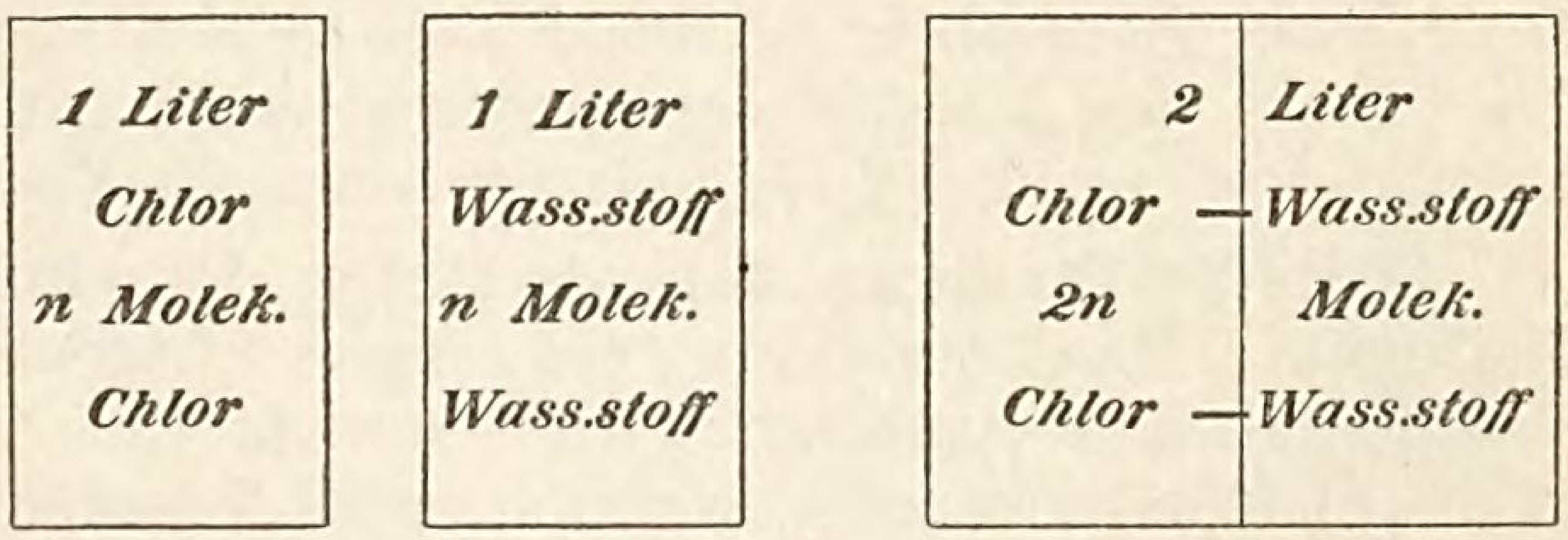


Fig. 173.

$$n \,.\, (Cl_2) + n \,.\, (H_2) = 2\,n\,(Cl\,H).$$

In den entstehenden 2 l Chlorwasserstoff finden sich nach dieser Gleichung in Uebereinstimmung mit dem Avogadro'schen Satz $2\,n$ Molekeln. Das Atomgewicht des Wasserstoffs ist also halb so gross, als sein Molekulargewicht und daher nach der Art. 385 gemachten Festsetzung $= 1$.

Aehnliche Thatsachen führen auf die Annahme, dass auch die Molekeln des Stickstoffs und des Sauerstoffs zweiatomig sind. Dagegen giebt 1 l Quecksilbergas mit 1 l Chlor zusammengebracht 1 l Sublimat $(Hg\,Cl_2)$; also

$$n \,.\, (Hg) + n \,.\, (Cl_2) = n \,.\, (Hg\,Cl_2)$$

Die Quecksilbermolekel ist einatomig, Molekular- und Atomgewicht fallen beim Quecksilber zusammen (vgl. Art. 354). Dasselbe Verhalten hat man bei anderen Metalldämpfen gefunden.

Cap. 8. Hygrometrie.

388. Absolute und relative Feuchtigkeit. Die atmosphärische Luft enthält in Folge ihrer Berührung mit dem irdischen Wasser stets Wasserdampf, ist aber im Allgemeinen nicht mit Wasserdampf gesättigt (Art. 367).

Def. Unter der absoluten Feuchtigkeit versteht man den Partialdruck e des Wasserdampfes in der Luft in Millimetern Quecksilber (Art. 224). Da die Dampfdichte des Wassers bezüglich der Luft 0,622 ist und der Wasserdampf bei gewöhnlicher Temperatur bis zur Sättigung dem Druckgesetz der Gase merklich folgt, so ist die Menge m des Wasserdampfs in der Luft in Grammen per Cubikcentimeter

$$m = 0{,}001293 \,.\, 0{,}622 \cdot \frac{e}{760} \cdot \frac{1}{1 + \alpha\, t} \cdots \quad (72)$$

Def. Unter der relativen Feuchtigkeit versteht man das Verhältniss der in der Luft wirklich vorhandenen zu der bei der Sättigung vorhandenen Dampfmenge.

Man findet die relative Feuchtigkeit, indem man den in der Luft vorhandenen Wasserdampfdruck, d. i. die absolute Feuchtigkeit, durch den der Lufttemperatur entsprechenden Sättigungsdruck dividirt, und giebt sie in Procenten an. Ist z. B. die absolute Feuchtigkeit $e = 12$ mm Quecksilber bei einer Lufttemperatur von 20^0, so ist nach der Tabelle des Art. 366 der Sättigungsdruck 17,36 und die relative Feuchtigkeit gleich $12/17{,}36 = 0{,}69$ oder 69 Procent.

389. Bestimmung der absoluten Feuchtigkeit, chemische Methode. Man lässt ein gemessenes Luftvolumen durch eine Trockensubstanz streichen; das Gewicht des in demselben vorhandenen Wasserdampfes, welcher an die Trockensubstanz abgegeben wird, ist gleich der Gewichtszunahme der letzteren. Aus der Menge m des Wasserdampfs im Cubikcentimeter wird e aus (72) berechnet.

Man kann dabei den Apparat (Fig. 174) nach Shaw benutzen. M ist eine Mariotte'sche Flasche, mit Wasser gefüllt, das durch den

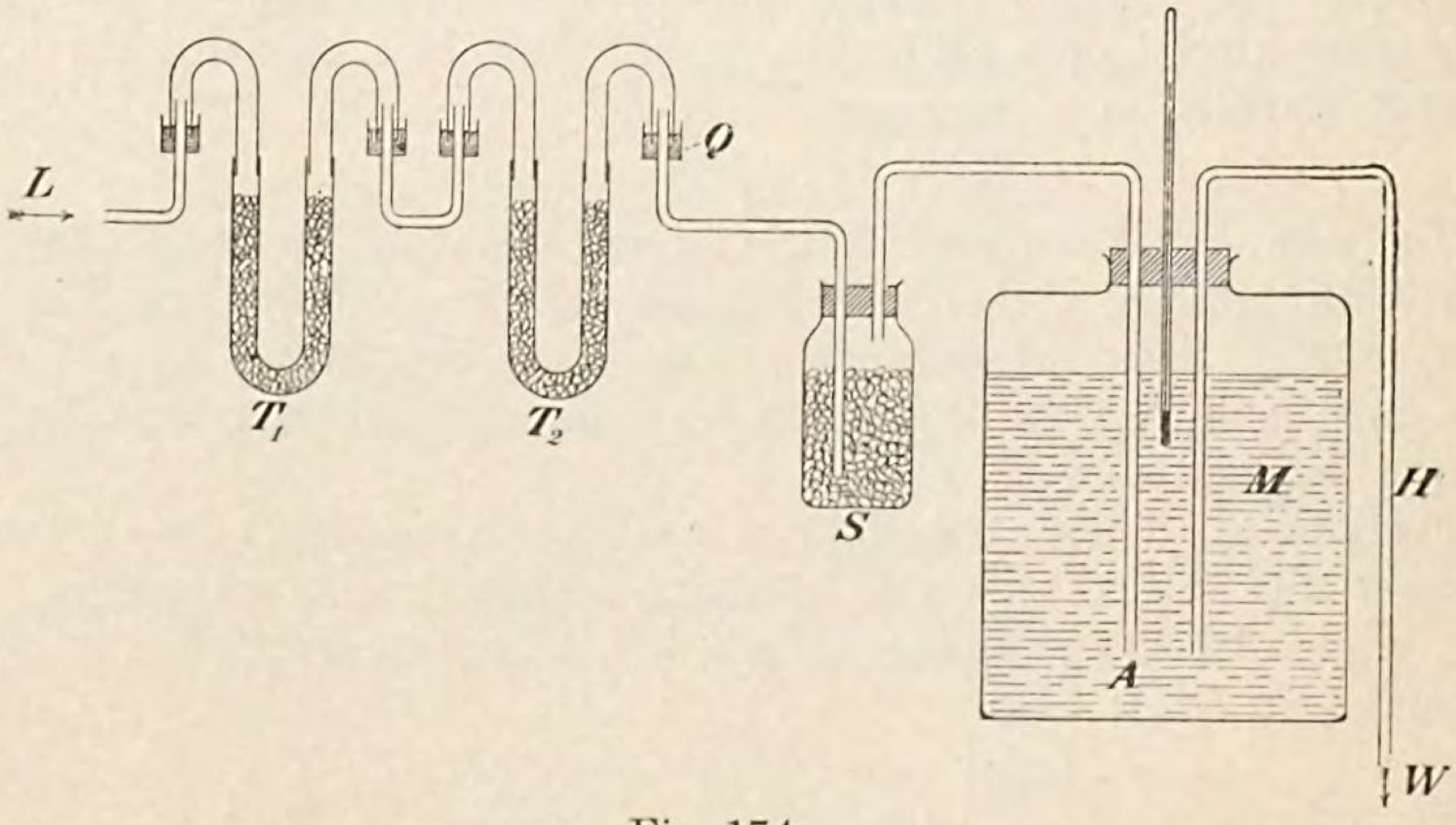


Fig. 174.

Heber H entleert wird. Die aus A austretende Luft ist bei L eingetreten und hat ihren Wassergehalt an die Trockenröhren T

abgegeben. Die Trockensubstanz in der Vorlage S verhütet, dass Wasser von A nach T gelangt. Durch die zweite Trockenröhre T_2 kann controllirt werden, ob die erste T_1 allen Wasserdampf aufgenommen hat. Die Verbindung der Röhren T mit einander ist durch Quecksilberverschluss in einer aus der Figur verständlichen Weise bewirkt.

390. Methode des Thaupunkts. Der Thaupunkt ist die Temperatur, für welche der in der Luft vorhandene Wasserdampfdruck der Druck der Sättigung ist. Auf einen Körper, welchen man in der Luft noch so wenig unter den Thaupunkt abkühlt, muss sich Wasser in tropfbarer Form niederschlagen; der Beginn des Thaubeschlages wird auf einer blank polirten Metalloberfläche leicht bemerkt. Man benutzt ein mit solcher Oberfläche versehenes Metallgefäss, welches Aether und ein in diesen tauchendes Thermometer enthält. In einen durch den Aether geleiteten Luftstrom hinein verdampft jener und kühlt sich dabei durch Verbrauch latenter Verdampfungswärme ab. Das Mittel aus der Aethertemperatur, bei welcher der Beschlag entsteht und der, bei welcher er nach Unterbrechung des abkühlenden Luftstroms wieder verschwindet, wird als Thaupunkt genommen. Die absolute Feuchtigkeit e ist der aus einer Dampfdrucktabelle (Art. 366) zu entnehmende Sättigungsdruck, welcher dem Thaupunkt entspricht.

391. Methode des Psychrometers von August. Das Gefäss eines Thermometers (Fig. 175) ist mit Zeug umwickelt, das durch einen darum geschlungenen, in Wasser tauchenden Docht feucht gehalten wird; daneben hängt ein Thermometer, dessen Gefäss trocken ist und welches daher die Lufttemperatur anzeigt. Ist die Luft mit Wasserdampf gesättigt, so zeigen beide Thermometer die gleiche Temperatur an, da kein Wasser am feuchten Thermometer verdampfen kann. Ist aber, wie gewöhnlich, die Luft nicht mit Wasserdampf gesättigt, so tritt Verdampfung des Wassers am feuchten Thermometer ein, und dessen Temperatur sinkt, bis der Wärmeverlust durch Verbrauch latenter Verdampfungswärme dem Wärmegewinn durch Wärmezufluss aus der wärmeren Umgebung gleich geworden ist. Die absolute Feuchtigkeit oder der Wasserdampfdruck in der Luft ist also kleiner, als der der Temperatur des feuchten Thermometers entsprechende Sättigungsdruck. Tabellen, die nach theilweise empirischen Formeln berechnet sind, geben die absolute Feuchtigkeit an, wenn die Temperaturen der beiden Thermometer bekannt sind.

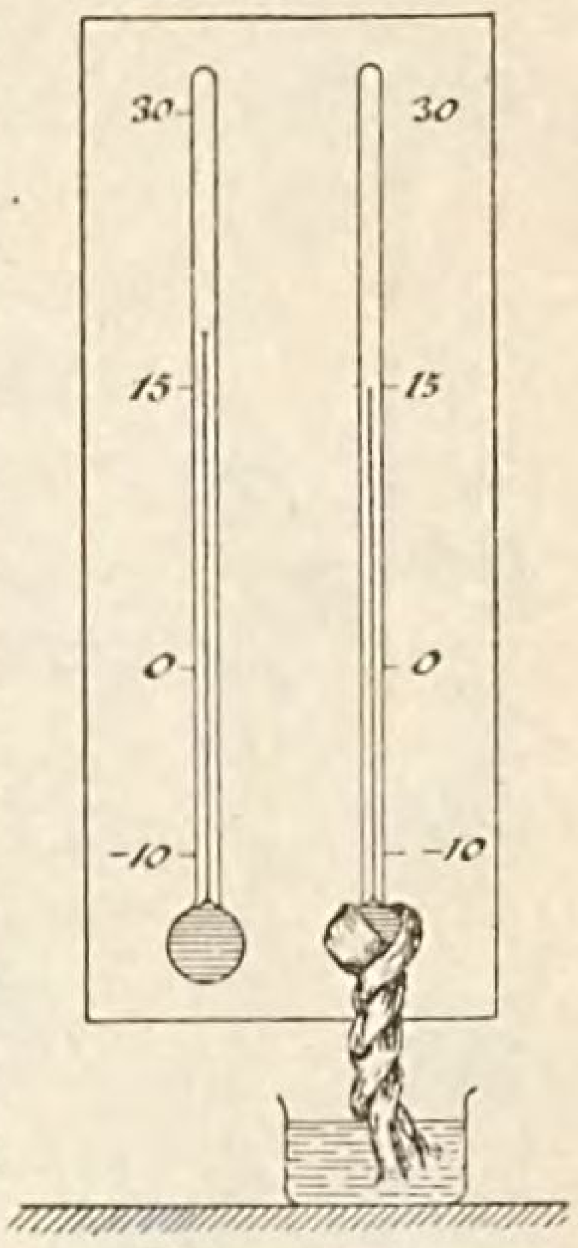


Fig. 175.

392. Das Haarhygrometer. Der Wassergehalt eines entfetteten Haares in der Luft hängt hauptsächlich von der relativen Feuchtigkeit der Luft ab. Darauf und auf die mit zunehmendem Wassergehalt eintretende Verlängerung des Haares hat H. B. de Saussure sein Haarhygrometer gegründet (1783), bei welchem, wie Fig. 176

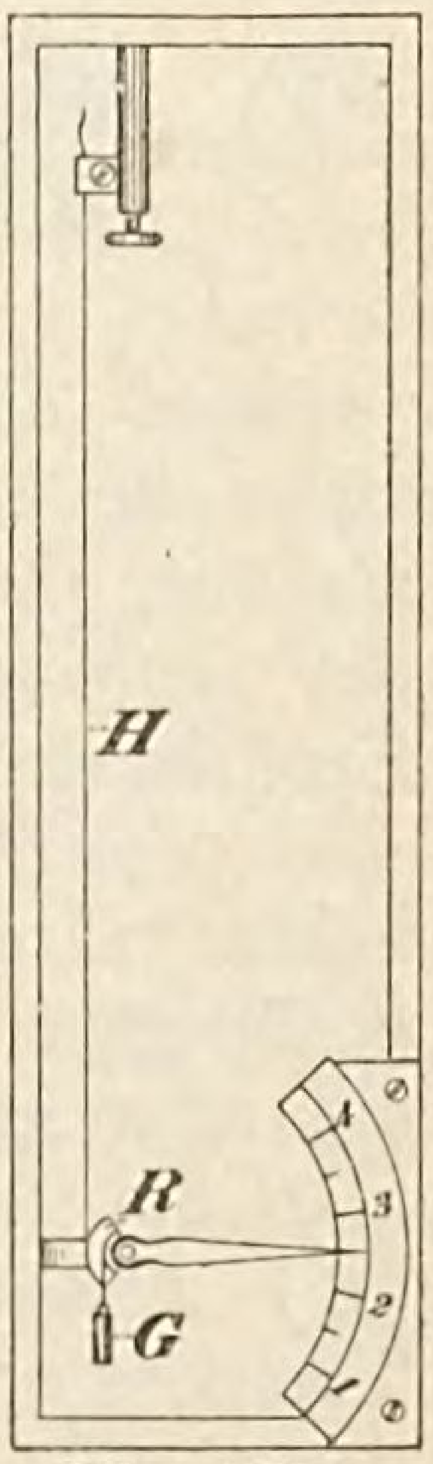


Fig. 176.

zeigt, die kleinen Längenänderungen des durch ein kleines Gewicht gespannten Haares vermittelst eines Zeigers in vergrössertem Maassstabe sichtbar gemacht werden. Zu genauer Messung der relativen Feuchtigkeit ist das Instrument nicht tauglich.

Cap. 9. Von der kritischen Temperatur und der Condensation der Gase.

393. Die kritische Temperatur. Drückt man bei constanter Temperatur einen überhitzten Dampf zusammen, so wächst der Druck nach Art. 365 bis zum Sättigungsdruck, behält diesen Werth bei, bis aller Dampf zu tropfbarer Flüssigkeit condensirt ist und wächst bei weiterer Zusammendrückung sehr schnell, der kleinen Compressibilität der tropfbaren Flüssigkeit entsprechend. Fig. 177 ist diese Zustandsänderung nach der Methode von Clapeyron (Art. 346) durch die Isotherme *GABF* dargestellt. Die Figur soll sich auf die Masseneinheit der Substanz beziehen; dann stellen die Abscissen die specifischen Volumina der Substanz dar (Art. 141). Der Theil *GA* der Linie *GABF* bezeichnet die Zusammendrückung bis zum Sättigungsdruck des Dampfes, *o a*, die zu *A* gehörige Abscisse, ist das specifische Volumen des gesättigten Dampfes. Der Theil *AB* bezeichnet das Stadium der Condensation, während dessen die Substanz in zwei Theile, einen tropfbaren und einen dampfförmigen zerfällt, *Ob*, die zu *B* gehörige Abscisse, ist das specifische Volumen der tropfbaren Flüssigkeit. Der Theil *BF* endlich bezeichnet die Zusammendrückung der tropfbaren Flüssigkeit.

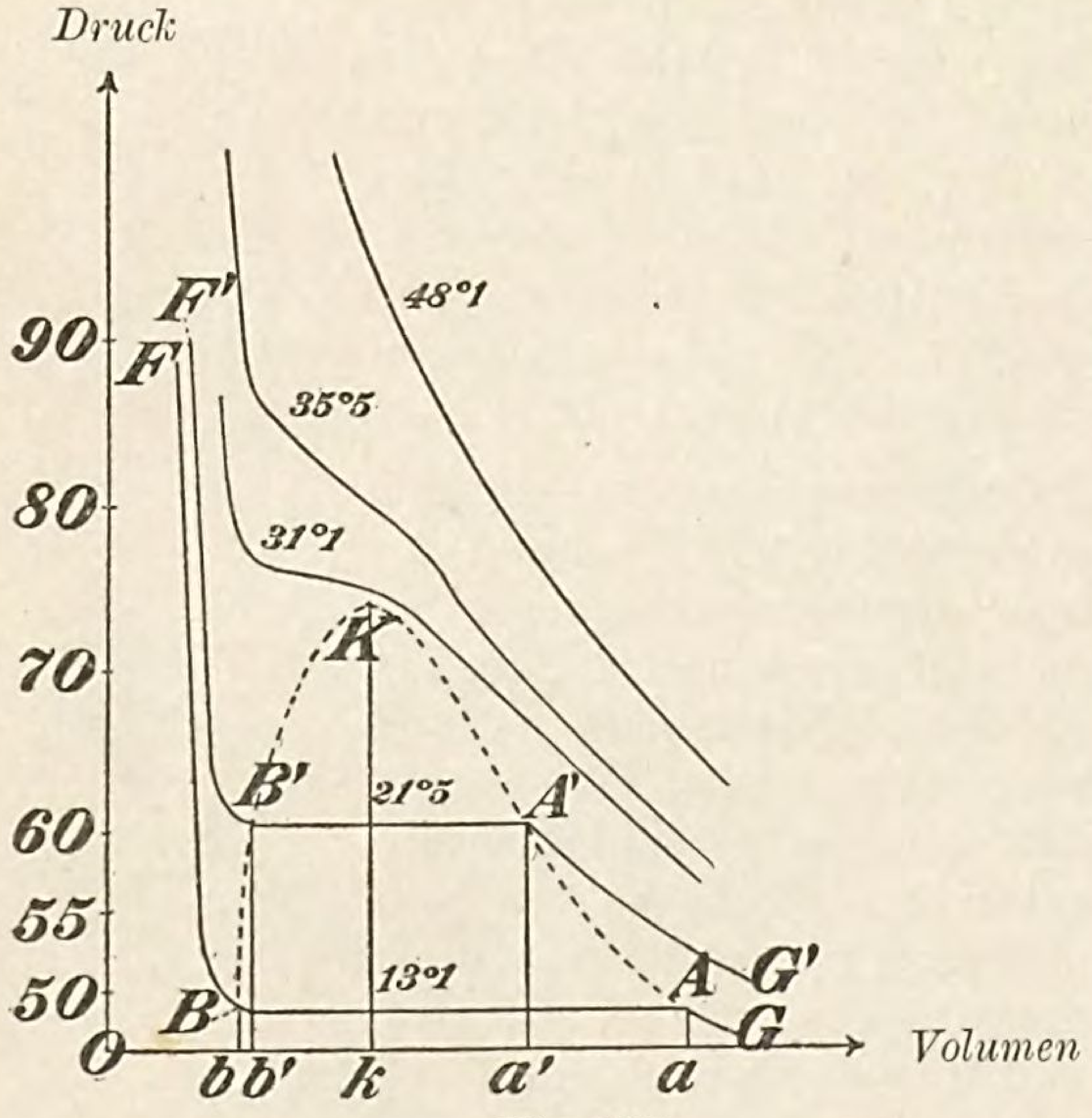


Fig. 177.

G'A'B'F' stellt eine Isotherme höherer Temperatur dar, die beiden Punkte *A* und *B*, also auch die specifischen Volumina des gesättigten Dampfes und der tropfbaren Flüssigkeit haben sich einander genähert. Bei einer gewissen Temperatur endlich, welche man die kritische nennt, fallen die beiden Punkte *A* und *B* in einen (*K*) zusammen. Bei dieser Temperatur und ebenso bei höheren Temperaturen fällt also der Theil *AB* der Isotherme, d. i. das Stadium der Condensation fort und bei keinem Druck tritt ein Zerfallen der Substanz in zwei Aggregatzustände ein. Die kritische Temperatur

ist demgemäss die Temperatur, oberhalb deren eine der Schwere entzogene Substanz bei jedem Druck den ganzen ihr dargebotenen Raum als homogene Masse erfüllt, folglich ein Gas ist (Art. 191), oberhalb deren der tropfbare Aggregatzustand unmöglich ist. Der Druck k K, welchem der Sättigungsdruck sich nähert, wenn die Temperatur sich der kritischen nähert, heisst der kritische Druck, das specifische Volumen der Substanz bei der kritischen Temperatur und dem kritischen Druck der kritische Werth des specifischen Volumens; endlich der Zustand der Substanz, in welchem sie bei der kritischen Temperatur dem kritischen Druck unterworfen ist, der kritische Zustand (Punkt K des Diagramms Fig. 177).

Der beschriebene Verlauf der Isothermen wurde zuerst von Th. Andrews am Kohlendioxyd festgestellt durch Versuche, auf welche die Fig. 177 sich bezieht. Die Grundlinie $O\,a$ des Diagramms entspricht nicht, wie gewöhnlich, dem Druck Null, sondern einem Druck von 47 Atmosphären.

394. Der Versuch von Cagniard de la Tour dient gewöhnlich zur Bestimmung der kritischen Temperatur. Eine zugeschmolzene Glasröhre (Fig. 178[a]) ist zu $^1/_3$—$^1/_2$ ihres Volumens mit der tropfbaren Substanz gefüllt und die Luft aus dem Rohre entfernt; der Raum über der tropfbaren Substanz enthält dann gesättigten Dampf derselben. Wird das Rohr erwärmt, so fängt bei der Annäherung an die kritische Temperatur die tropfbare Substanz an, sich stark auszudehnen, der Meniskus verflacht sich mehr und mehr (Fig. 178[b]), und wenn die kritische Temperatur erreicht ist, erfüllt die Substanz das Rohr als homogene Masse.

a b

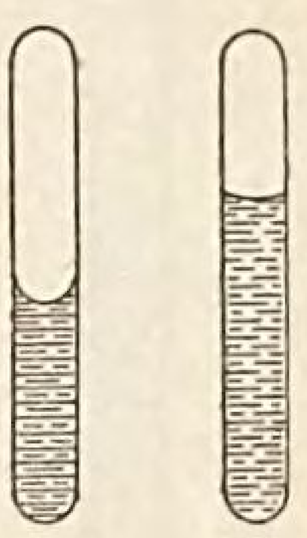


Fig. 178.

Genau genommen findet das Letztere erst bei der kritischen Temperatur nur in dem Falle statt, wenn — die Menge der angewandten Substanz gleich 1 gesetzt — das Volumen des Rohres das kritische Volumen Ok (Fig. 177) ist. Sowohl wenn das Volumen des Rohres grösser, z. B. $= oa'$, als wenn es kleiner, z. B. $= ob'$ ist, findet es schon bei tieferer Temperatur statt; in den beiden bezeichneten Fällen bei 21°,5 bei welcher Temperatur die ganze Substanz im ersten Falle gasförmig, im zweiten tropfbarflüssig wird. Denn die Linien $a'A'$ und $b'B'$, welche Erwärmung bei constantem Volumen vorstellen, treten aus dem durch die punktirte Linie begränzten Raum, in welchem Zerfall in zwei Aggregatzustände stattfindet, bei 21°,5 heraus. Doch bewirkt die grosse Zusammendrückbarkeit der Substanz in der Nähe des kritischen Punktes K, dass man praktisch das Volumen des Rohres, oder bei gleichem Röhrenvolum die Menge der eingebrachten Substanz in ziemlich weiten Grenzen ändern kann, ohne dass die Temperatur, bei welcher homogene Raumerfüllung eintritt, dadurch eine erhebliche Veränderung erfährt.

395. Kritische Temperaturen einiger Substanzen.

Wasser	365°	Kohlendioxyd	30,9	krit. Druck 77 Atm.
Chloroform	260	Aethylen (C_2H_4)	9,2	
Alkohol	234,3	Sauerstoff	— 118	
Aether	190	Kohlenoxyd	— 140	
		Stickstoff	— 145	

396. Tropfbares Kohlendioxyd. Für Kohlendioxyd ist die kritische Temperatur 30°,9, der Sättigungsdruck bei 0° 35,4 bei — 20° 19,9 Atmosphären, Drucke, welche man in dem Fig. 179 skizzirten Natterer'schen Apparat leicht hervorbringt. Durch eine Compressionspumpe (Art. 163) wird bei *E* eintretendes trockenes Kohlendioxyd in den durch Eis oder besser durch Kältemischung gekühlten schmiedeeisernen Recipienten *R* hineingepumpt. Der Druck in demselben steigt dabei bis auf den seiner Temperatur entsprechenden Sättigungsdruck des Kohlendioxyds; ist dieser Druck erreicht, so bildet sich im Recipienten so viel tropfbares Kohlendioxyd, als weiter in ihn eingepresst wird. Bei *s* ist der Recipient durch die Spitze der Schraube *H* verschlossen, lüftet man die Schraube, so tritt die Substanz bei *a* aus.

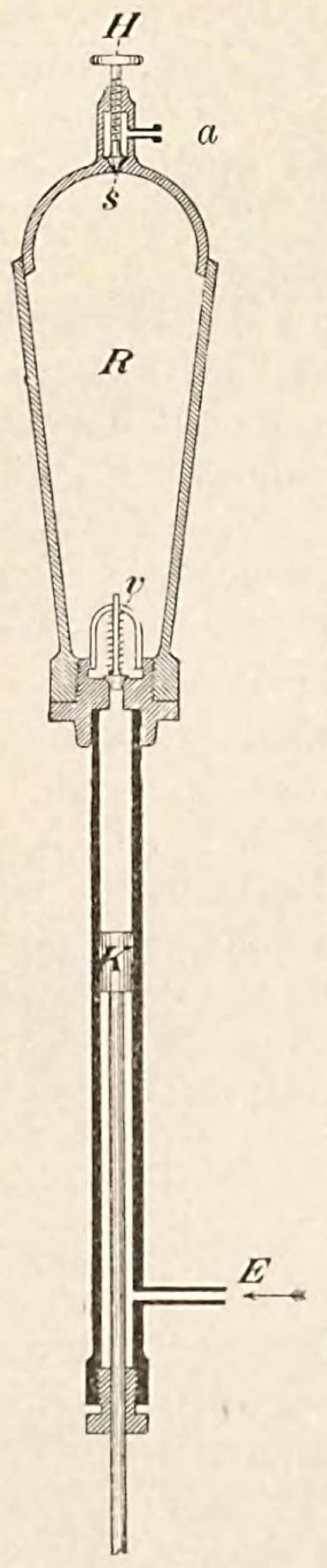


Fig. 179.

Setzt man mit der Ausflussöffnung *a* ein Glasrohr in Verbindung, welches man unter die Temperatur des Recipienten abkühlt, so destillirt das tropfbare Kohlendioxyd in dieses hinein. Dasselbe ist eine wasserhelle Flüssigkeit vom specifischen Gewicht 0,86 bei 15°; es zeigt in der Nähe des kritischen Zustandes — wie wahrscheinlich alle tropfbaren Flüssigkeiten in der Nähe des ihrigen — grosse Wärmeausdehnung und Zusammendrückbarkeit, grössere als die der Luft, kleine Viskosität.

Bei 15° beträgt der Sättigungsdruck des tropfbaren Kohlendioxyds ungefähr 50 Atmosphären. Verwandelt sich dasselbe in gasförmiges Kohlendioxyd, von 15° und dem Drucke von einer Atmosphäre, so dehnt es sich auf das 460fache des Volumens aus, welches es im tropfbaren Zustande einnimmt. Daraus geht hervor, dass beim Zerbrechen des Glasrohres längere Zeit hindurch grosse Kräfte auf die Bruchstücke einwirken und diesen grosse Geschwindigkeiten ertheilen werden; dass also das Rohr beim Zerbrechen explodiren wird (vgl. dagegen Art. 130); tropfbares Kohlendioxyd ist eine nicht gefahrlose Substanz.

397. Festes Kohlendioxyd hingegen ist ein gänzlich gefahrloser Körper. Man erhält ihn, indem man aus der nach unten gekehrten Ausflussöffnung des Recipienten die tropfbare Substanz in einen Beutel aus Zeug ausströmen lässt. Ein Theil derselben verdampft und entweicht durch den Beutel, die latente Verdampfungswärme dieses Theils wird von dem Rest hergegeben, welcher dabei zu einer lockeren, weissen, schneeartigen Masse erstarrt. Ihr Siedepunkt, sofern wir auch hier darunter die Temperatur verstehen, bei welcher der Sättigungsdruck des Dampfes dem äusseren Druck gleich ist, liegt für gewöhnlichen Luftdruck nach Regnault bei — 78°. Die Wärme, welche aus der Umgebung einströmt, wird verbraucht, um

von der Substanz zu verdampfen, die Temperatur des Restes bleibt daher dem Siedepunkt nahe. Der Schmelzpunkt der Substanz liegt bei — 57°. Damit sie sich auf diesen erwärme und schmelze, muss man sie am Verdampfen hindern, wozu man sie in ein Glasrohr bringt und dieses zuschmelzt. Ein Gemisch von Aether und festem Kohlendioxyd zeigt eine sehr tiefe Temperatur, welche zu ungefähr — 90° angegeben wird. Quecksilber erstarrt in dieser Kältemischung (Art. 357).

398. Condensation des Sauerstoffs, Stickstoffs und Kohlenoxyds. Im Jahre 1877 liess Cailletet stark comprimirten Sauerstoff sich rasch ausdehnen. In Folge der hierbei eintretenden Temperaturerniedrigung (Art. 342) trat kurze Zeit lang Verflüssigung ein, durch kurz andauernde Nebelbildung sichtbar werdend. Aethylen siedet nach Cailletet unter Atmosphärendruck bei — 105°, nach Wroblewski und Olszewski unter einem Druck von 10 mm Quecksilber bei — 152°, einer Temperatur, welche unterhalb der kritischen Temperaturen des Sauerstoffs, Stickstoffs und Kohlenoxyds liegt (Art. 395). In einem solchen Bade gelang es den genannten Physikern, diese Körper im tropfbaren Zustande darzustellen und längere Zeit in demselben zu erhalten.

Cap. 10. Thermochemische Beziehungen.

399. Verbindungswärme. Knallgas, d. i. eine Mischung von Wasserstoff und Sauerstoff in dem Verhältniss, in welchem diese Gase Wasser bilden, kann durch einen elektrischen Funken, welchen man durch das Gemisch hindurchschlagen lässt, in geschlossenem Gefäss entzündet werden. Dabei verbrennt das Knallgas zu Wasserdampf unter einer so bedeutenden Temperatursteigerung, dass durch die mit ihr verbundene Drucksteigerung ein geschlossenes Gefäss zersprengt werden, eine Explosion erfolgen kann. Lässt man die Verbrennung unter Atmosphärendruck im Eiscalorimeter stattfinden, wobei in diesem die getrennt zugeführten Gase einander treffen, so erhält man als Verbrennungsprodukt tropfbares Wasser von 0°. Die Wärme, welche dabei dem Verbrennungsprodukt entzogen wurde und welche vom Eiscalorimeter angegeben wird, heisst Verbindungswärme, oder in diesem Fall Verbrennungswärme. Für eine Grammmolekel (Art. 334), d. i. 18 g gebildeten Wassers, ist sie, im Eiscalorimeter bei normalem Luftdruck bestimmt, 68200 Grammcalorieen, d. h. wenn 2 g Wasserstoff und 16 g Sauerstoff von 0° unter dem normalen atmosphärischen Luftdruck zu 18 g tropfbaren Wassers von 0° verbrennen, so geben sie 68200 Grammcalorieen ab. (Schuller u. Wartha.)

400. Thermochemische Gleichungen nach Ostwald. Bei der Verbrennung im Eiscalorimeter hat das Knallgas Energie abgegeben gleich der Verbrennungswärme zu tropfbarem Wasser, Energie aufgenommen gleich der Arbeit, welche der atmosphärische Luftdruck leistete, während das Knallgas zu tropfbarem Wasser von 0° sich condensirte (Art. 344), und welche, in Grammcalorieen aus-

gedrückt, durch A bezeichnet werde. Nach dem Vorschlage Ostwald's mag das chemische Zeichen eines Stoffs hier die Energie eines Grammatoms desselben vorstellen und zwar im gasförmigen, tropfbaren oder festen Zustande, je nachdem das Zeichen in Cursiv-, gewöhnlicher oder Balkenschrift gebraucht wird. Die Verbrennung des Knallgases im Eiscalorimeter wird dann durch die auf 0° bezügliche thermochemische Gleichung

$$2\,H + O = \mathrm{H_2O} + 68200 - A$$

dargestellt. A beläuft sich auf ungefähr 1 Proc. der Verbrennungswärme.

401. Einfluss des Aggregatzustandes der Verbindungsprodukte auf die Verbindungswärme.

Die latente Verdampfungswärme des Wassers bei 0° ist per Grammmolekel, d. h. für 18 g gebildeten Wassers, 10930. Würde also anstatt tropfbaren Wassers Wasserdampf von 0° gebildet, so würden 10930 g Cal. weniger frei werden. Es muss daher bei der Bestimmung der Verbrennungs- oder Verbindungswärme der Aggregatzustand der Verbrennungs- oder Verbindungsprodukte in Betracht gezogen werden.

Bei der Mischung von Schnee mit Schwefelsäure wird, indem Schnee schmilzt, latente Schmelzwärme verbraucht, indem sich Wasser mit Schwefelsäure verbindet, Verbindungswärme frei. Mischt man 1 Gewichtstheil Schnee mit 4 Gewichtstheilen Schwefelsäure, so überwiegt die letztere Wirkung und man erhält Temperaturerhöhung, mischt man 4 Gewichtstheile Schnee mit 1 Gewichtstheil Schwefelsäure, so überwiegt die erstere Wirkung und man erhält eine Kältemischung.

402. Einige thermochemische Gleichungen. In den folgenden Gleichungen ist die Grösse A (Art. 400) fortgelassen worden.

$$\mathbf{C} + 2\,O = CO_2 + 97000 \qquad \mathbf{Cu} + O = \mathbf{CuO} + 37200$$
$$CO + O = CO_2 + 68000 \qquad 2\,\mathbf{Ag} + O = \mathbf{Ag_2O} + 5900$$
$$\mathbf{Zn} + O = \mathbf{ZnO} + 85000$$

Es sind die Atomgewichte $C = 12$, $Zn = 65{,}17$, $Cu = 63{,}24$, $Ag = 107{,}6$. Die Oxydationswärmen der Metalle steigen im Allgemeinen mit der sogenannten Verwandtschaft zum Sauerstoff.

403. Die Leuchtgasflamme. Die hohe Temperatur der Flamme des Leuchtgases, welches ein Gemisch von Wasserstoff und Kohlenwasserstoffen in etwas wechselndem Verhältnisse ist, rührt von der Verbindungswärme dieser Gase mit dem Sauerstoff her. In der Flamme des Bunsen'schen Brenners (Art. 183) tritt vollständige Verbrennung des Leuchtgases zu Kohlendioxyd und Wasser, in der Flamme des Leuchtbrenners unvollständige Verbrennung ein, bei welcher fester Kohlenstoff, in feinster Vertheilung ausgeschieden und zum Glühen erhitzt, das gelblich weisse Licht dieser Flamme ausstrahlt. Die Flamme des Bunsen'schen Brenners leuchtet nur schwach, ist aber heisser, als die des Leuchtbrenners, weil in jener die Verbrennungswärme des Leuchtgases vollständig ausgenutzt wird.

Cap. 11. Die thermodynamischen Maschinen und das Carnot'sche Princip.

404. Die Watt'sche Dampfmaschine. Verwandlung von Wärme in Arbeit oder mechanische Energie findet zu praktischen Zwecken in den thermodynamischen Maschinen statt. Wir betrachten als Beispiel die Dampfmaschine in der Form, in welcher sie im Wesentlichen aus den Händen von James Watt (1736—1819) hervorgegangen ist. Der Dampf gelangt aus dem Kessel (Fig. 180) in den Steuerkasten *a* und aus diesem (Art. 407) in den Cylinder *C* abwechselnd auf die eine und die andere Seite des Kolbens *K*, dessen

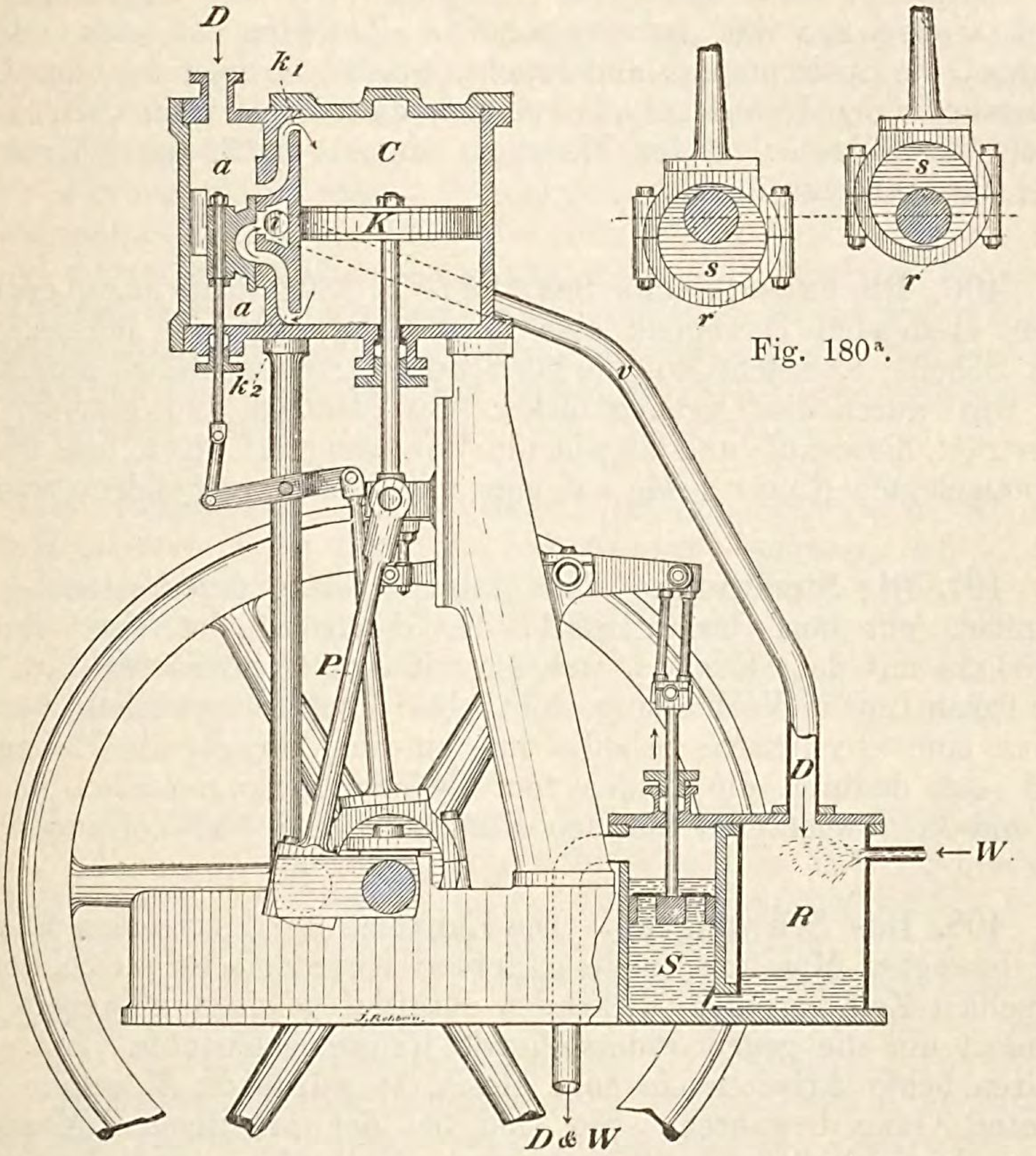


Fig. 180ª.

Fig. 180.

entgegengesetzte Seite dann entweder, wie bei den Niederdruckmaschinen, mit dem Condensator *R*, oder, wie bei den Hochdruckmaschinen, mit der freien Luft communicirt. Auf die eine Seite des Kolbens wirkt also der Dampfdruck im Kessel, auf die andere Seite bei den Niederdruckmaschinen der Druck im Condensator, bei den Hochdruckmaschinen der Druck der atmosphärischen Luft; durch die Differenz dieser Drucke ist die Triebkraft gegeben. Der Druck

im Condensator ist kleiner als der atmosphärische, daher muss bei der Hochdruckmaschine zur Erzielung der gleichen Triebkraft ein höherer Dampfdruck, eine höhere Temperatur des Kesselwassers, als bei der Niederdruckmaschine angewandt werden.

405. Der Condensator der Niederdruckmaschine ist ein Behälter, in welchem der Dampf nach gethaner Arbeit zu Wasser condensirt wird. Um in dem Condensator eine möglichst tiefe Temperatur und einen möglichst kleinen Druck aufrecht zu erhalten, wird mittelst der Kaltwasserpumpe bei W kaltes Wasser in ihn eingespritzt; durch die Luftpumpe wird dieses bei S zugleich mit der angesammelten Luft wieder aus ihm herausgeschafft. Zuweilen ist eine weitere Pumpe, die Speisepumpe, angebracht, welche, Wasser aus dem Condensator in den Kessel zurückpumpend, diesen speist; in diesem Fall macht das Wasser in der Maschine einen vollständigen Kreislauf oder Kreisprocess durch.

406. Die excentrische Scheibe (Fig. 180[a]) dient dazu, mittelst einer drehenden Bewegung eine hin- und hergehende herzustellen. Die Scheibe s, welche auf die horizontale Axe excentrisch aufgesetzt ist, wird durch die Drehung dieser Axe gehoben und gesenkt und überträgt diese auf- und abgehende Bewegung auf einen lose um sie herumgelegten Ring r sowie auf eine mit diesem verbundene Stange.

407. Die Steuerung. Der Raum a des Steuerkastens communicirt mit dem Dampfkessel, der Hohlraum des Vertheilungsschiebers mit dem Raum i, welcher mit dem Condensator bzw. mit der freien Luft in Verbindung steht. Der Vertheilungsschieber erhält durch eine excentrische Scheibe eine hin- und hergehende Bewegung und setzt dadurch die beiden vom Cylinder herkommenden Kanäle k_1 und k_2 abwechselnd mit den Räumen a und i in Verbindung.

408. Das Schwungrad. Die Zunahme der kinetischen Energie der bewegten Maschinentheile in irgend einer Zeit ist gleich der in derselben Zeit von den wirkenden Kräften geleisteten Arbeit vermindert um die gegen widerstehende Kräfte geleisteten (Art. 88). Wären beide Arbeiten einander gleich, so würde die Maschine constanten Gang bewahren. Sie sind bei der arbeitenden Maschine zwar durchschnittlich während eines Kolbenhin- und herganges einander gleich, nicht aber in jedem Zeitabschnitt während eines solchen; so verschwindet z. B. die Arbeit des Dampfdrucks nothwendig zu der Zeit, zu welcher der Kolben die Richtung seiner Bewegung umkehrt.

Um die hieraus entspringenden Schwankungen im Gange der Maschine zu verringern, verbindet man mit der Axe, welche durch die Pleuelstange P in Umdrehung versetzt wird, das Schwungrad. Bei dem grossen Trägheitsmoment des letzteren bringen die Schwan-

kungen in der kinetischen Energie nur kleine Geschwindigkeitsänderungen mit sich (Art. 108).

409. Indicirte und effektive Pferdekräfte.

Sei für eine Niederdruckmaschine die Temperatur des Kesselwassers 125°, also der Dampfdruck 1744 mm Quecksilber (Art. 366); der Druck im Condensator 90 mm Quecksilber, die Differenz beider Drucke folglich 1654 mm Quecksilber oder

$$1{,}033 \cdot \frac{1654}{760} = 2{,}25 \text{ kg-Gewicht aufs qcm.}$$

Ist dann der Querschnitt des Kolbens 500 qcm, der von ihm bei einem Hingang zurückgelegte Weg 0,4 m, und erfolgt ein Hin- und Hergang in der Sekunde, so ist die am Kolben in der Sekunde geleistete Arbeit oder der Effekt (Art. 184) gleich 2,25 . 500 . 0,4 . 2 = 900 mkg in der Sekunde oder gleich 12 Pferdekräften (Art. 184). Die Maschine ist, wie man sagt, eine von 12 indicirten Pferdekräften. Rechnet man 1/4 dieses Effekts als erforderlich zur Ueberwindung von Reibungs- und anderen schädlichen Widerständen, so bleiben als nützlicher Effekt 9 Pferdekräfte übrig. Die Maschine ist, wie man sagt, eine von 9 effektiven Pferdekräften. Letztere werden durch den Prony'schen Zaun gemessen (Art. 187).

410. Nutzeffekt. Die zugeführte Energie setzt man bei der Dampfmaschine gleich der vom Kesselwasser aufgenommenen, aus dem Dampfverbrauch und der latenten Verdampfungswärme zu berechnenden Wärmemenge. Der Nutzeffekt wird nach Art. 188 gefunden, indem man die erhaltene nützliche, mittelst des Prony'schen Zaunes gemessene Arbeit durch die in derselben Zeit zugeführte Energie theilt.

411. Maximum des Nutzeffekts. Nach dem Carnot-Clausius'schen Princip (Art. 414) kann man, ohne die Vorgänge in der Maschine im Einzelnen in Betracht zu ziehen, den grössten, im besten Falle zu erzielenden Nutzeffekt einer thermodynamischen Maschine aus einfachen Daten berechnen. In einer Niederdruckmaschine mit vollkommenem Kreislauf (Art. 405), welche hier als Typus gelten kann, macht eine Substanz, das Wasser, die sog. arbeitende Substanz, einen Cyklus von Veränderungen, einen sogenannten Kreisprocess durch, bei welchem sie von einem Anfangszustand aus durch verschiedene Veränderungen hindurch wieder in den Anfangszustand zurückgeführt wird. Dabei nimmt sie von einer Wärmequelle, der Feuerung, Wärme auf und giebt hernach einen Theil derselben an einen kälteren Körper, den Refrigerator — hier den Condensator — ab. Die Differenz zwischen der aufgenommenen und abgegebenen Wärme wird, abgesehen von dem Verlust an die Umgebung, in nützliche Arbeit verwandelt. Seien t_2 und t_1 die Temperaturen, welche die arbeitende Substanz besitzt, während sie Wärme aus der Quelle aufnimmt und während sie Wärme an den Refrigerator abgiebt.

Dann ist nach dem Carnot-Clausius'schen Princip das Maximum r des zu erzielenden Nutzeffekts

$$r = \frac{t_2 - t_1}{273 + t_2} \ldots . \qquad (73)$$

In dem Beispiel des Art. 409 ist $t_2 = 125^0$; wird $t_1 = 40^0$ angenommen, so ist

$$r = \frac{125 - 40}{273 + 125} = \frac{85}{398} = 0{,}21 = 21 \text{ Proc.}$$

Dieses Maximum wird praktisch aus vielen Gründen nicht erreicht. Zunächst ist der Druck im Condensator wegen der in ihm enthaltenen Luft grösser als er im günstigsten Fall sein würde, d. h. grösser als der Sättigungsdruck des Dampfes bei der Temperatur des Condensators.

412. Maschinen mit Expansion. Weiter wird in der Art. 404 beschriebenen Maschine die Arbeitskraft des Dampfes nicht voll ausgenutzt. Hat derselbe seine Arbeit gethan, so wird er, während er in dem Beispiel des Art. 409 einen Druck von 1744 mm Quecks. besitzt, in den Condensator ausgetrieben, in welchem ein Druck von nur 90 mm vorhanden ist. Er war also im Stande, von jenem Druck bis zu diesem sich ausdehnend, weitere Arbeit zu leisten. In den Maschinen mit Expansion benutzt man einen Theil dieser Arbeit; durch passende Construktion des Vertheilungsschiebers wird nämlich der Dampfzufluss vom Kessel abgesperrt, wenn der Kolben erst einen Theil, z. B. $^2/_3$, seines Weges zurückgelegt hat, wobei dann der im Kolben befindliche Dampf unter Arbeitsleistung sich weiter dehnt.

413. Die Verbrennungstemperatur des Heizmaterials wird nicht ausgenutzt. Nach Art. 411 ist das Maximum des Nutzeffekts um so grösser, eine je höhere Temperatur die arbeitende Substanz besitzt, während sie Wärme aus der Quelle aufnimmt. Nun ist die Verbrennungstemperatur des Heizmaterials weit höher, als die Temperatur des Kesselwassers in unseren Dampfmaschinen, so dass ein Körper von viel höherer Temperatur als dieses die Verbrennungswärme des Heizmaterials aufnehmen könnte. Von diesem Gesichtspunkte aus betrachtet ist die Dampfmaschine eine sehr unvollkommene Vorrichtung. Es kommt hinzu, dass nur ein Theil der Verbrennungswärme, in gewöhnlichen Fällen etwa $^2/_3$, ausgenutzt, d. h. auf Erwärmung des Kesselwassers verwendet wird. Bei den Gasmotoren ist die arbeitende Substanz verbrennendes Leuchtgas; dieselbe besitzt, während sie Arbeit leistet, eine verhältnissmässig hohe Temperatur, was der Erzielung eines hohen Nutzeffekts nach Art. 411 günstig ist.

414. Der zweite Hauptsatz der mechanischen Wärmetheorie. Das Carnot-Clausius'sche Princip wird auch als der zweite Hauptsatz der mechanischen Wärmetheorie bezeichnet, während das Gesetz

von der Erhaltung der Energie der erste Hauptsatz genannt wird. Das Gesetz von der Erhaltung der Energie besagt, dass es unmöglich ist, den Energievorrath der Welt zu vermehren oder zu vermindern. Der zweite Hauptsatz besagt, dass ein anderer Vorgang unmöglich ist, welcher mit dem ersten Hauptsatz verträglich wäre. In einer Niederdruckmaschine nimmt, wie erörtert, die arbeitende Substanz bei ihrem Kreisprocess Wärme aus einer Quelle höherer Temperatur auf, verwandelt einen Theil derselben in Arbeit und giebt den Rest an einen Körper tieferer Temperatur, den Refrigerator, ab. Es ist also hier mit der Verwandlung von Wärme in mechanische Arbeit ein Uebergang von Wärme aus einem wärmeren in einen kälteren Körper verbunden. Es wäre nun denkbar, dass man eine Maschine herstellen könnte, in welcher eine arbeitende Substanz einen Kreisprocess durchmachte mit dem Erfolge, dass nach dem Kreisprocess die Wärmequelle keine Wärme verloren, dagegen der Refrigerator Wärme hergegeben hätte und dass diese in mechanische Arbeit verwandelt worden wäre. Denken wir uns etwa die Erde als Refrigerator, so könnte man mittelst einer solchen Maschine, welche man fortgesetzt arbeiten liesse, der Erde unbegrenzte Wärmemengen entziehen und diese als mechanische Arbeit erhalten, wobei die Erde sich mehr und mehr abkühlen würde. Man hätte dann mechanische Arbeit zwar nicht ohne äquivalenten Energieverbrauch, aber auf Kosten der Erdwärme erhalten, eines Energievorrathes, welcher jedermann unentgeltlich zur Verfügung steht. Man nimmt an, dass eine solche Maschine nicht construirt werden kann, eine Annahme, welche man so formuliren kann: ein Kreisprocess, dessen einziges Resultat die Verwandlung von Wärme in mechanische Arbeit wäre, ist unmöglich, stets ist mit diesem Resultat ein anderes verknüpft, nämlich der Uebergang von Wärme aus einem wärmeren in einen kälteren Körper.

415. Methode der mechanischen Wärmetheorie. Wenn es nun unmöglich sein soll 1) die Energie der Welt zu vermehren oder zu vermindern, 2) durch einen Kreisprocess Wärme in mechanische Arbeit zu verwandeln, ohne dass damit eine Verwandlung von Wärme höherer Temperatur in Wärme tieferer Temperatur verbunden wäre, so müssen zwischen den Eigenschaften der Körper gewisse Beziehungen bestehen, deren Entwicklung den Gegenstand der mechanischen Wärmetheorie ausmacht. Es ergeben sich so der Art. 411 ausgesprochene Satz über das Maximum des Nutzeffekts einer thermodynamischen Maschine, der Art. 363 erörterte Satz über die Beziehung des Schmelzpunktes zum Druck und viele andere wichtige Folgerungen.

Cap. 12. Von der Fortpflanzung der Wärme.

416. Wärmeleitung. Wärme kann sich in einem ruhenden Medium durch zwei Vorgänge fortpflanzen, welche man als Wärmeleitung und Wärmestrahlung unterscheidet. Bei der Wärmeleitung

fliesst Wärme immer von Stellen höherer zu Stellen tieferer Temperatur. In eine eiserne Stange *AB* (Fig. 181) seien in gleichen Abständen Löcher eingebohrt und mit Quecksilber gefüllt, in welches Thermometer eintauchen. Erwärmt man nun das eine Ende *A* der Stange durch eine untergesetzte Lampe, so steigen allmählich, indem

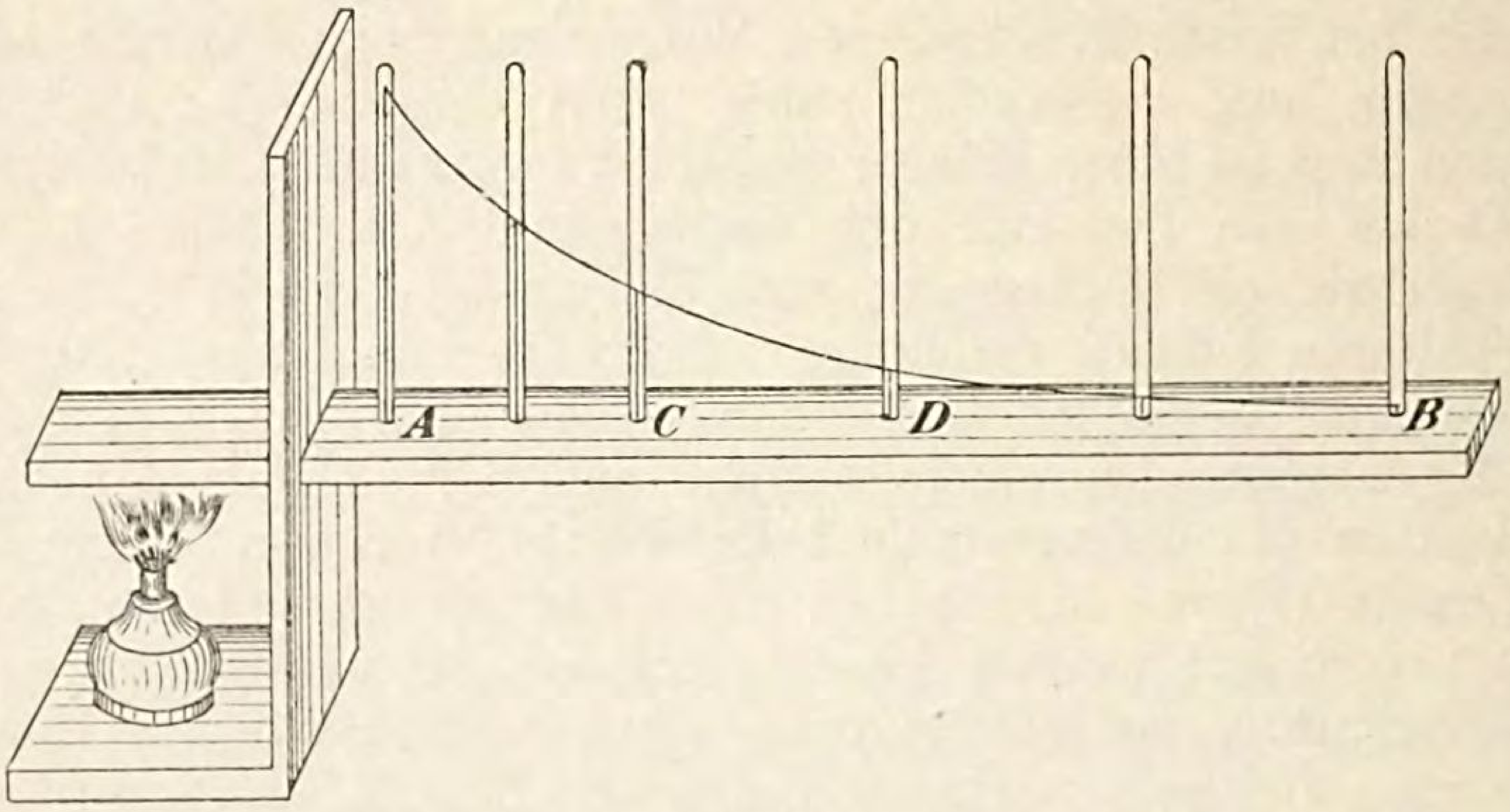


Fig. 181.

die Wärme in der Stange von *A* nach *B* fortgeleitet wird, die verschiedenen Thermometer, wobei die Temperatur der Stange von *A* nach *B* hin abnimmt, also Wärme immer von Stellen höherer zu Stellen tieferer Temperatur fliesst (vgl. dagegen Art. 428).

417. Der stationäre Zustand. Es stellt sich schliesslich ein stationärer Zustand her, bei welchem die Temperaturen an den verschiedenen Stellen der Stange sich nicht mehr ändern. Dann empfängt nothwendig jeder Theil *CD* der Stange in irgend einer Zeit so viel Wärme, als er in derselben Zeit verliert; d. h. es ist dann die Wärme, welche bei *C* durch innere Leitung in *CD* eintritt, gleich der Wärme, welche bei *D* durch innere Leitung austritt, vermehrt um die an der Oberfläche von *CD* abgegebene Wärme.

418. Wärmefluss, Temperaturgefälle und Wärmeleitungsvermögen. Unter dem Wärmefluss in der Stange versteht man die Wärmemenge, welche in der Sekunde durch jedes Quadratcentimeter eines Querschnitts hindurchgeht. Das Temperaturgefälle an einer Stelle ist die auf 1 cm reducirte Temperaturabnahme längs der Stange an dieser Stelle; nimmt z. B. bei *C* die Temperatur auf 0,1 cm um 1^0 ab, so ist das Temperaturgefälle bei *C* gleich 1/0,1 oder 10^0 per cm.

Nach Fourier ist nun

$$\text{Wärmefluss} = \text{Temperaturgefälle} \times k \; . \; . \; . \; . \qquad (74)$$

dabei bedeutet k eine nur von dem Material abhängige Constante, welche sein Wärmeleitungsvermögen heisst. Dasselbe ist der Wärmefluss für das Temperaturgefälle 1.

419. Bestimmung des Wärmeleitungsvermögens. Ist das Ende B der Stange nicht merklich über die Temperatur der Umgebung hinaus erwärmt, so ist die Wärmemenge, welche in den Theil CB bei C durch innere Leitung eintritt, also das Produkt aus dem Stangenquerschnitt in den Wärmefluss bei C, gleich der Wärmemenge, welche in derselben Zeit an den Seitenflächen von CB nach Aussen hin abgegeben wird. Letztere kann durch das Experiment bestimmt, aus ihr und dem Temperaturgefälle bei C kann k berechnet werden (Methode von Forbes).

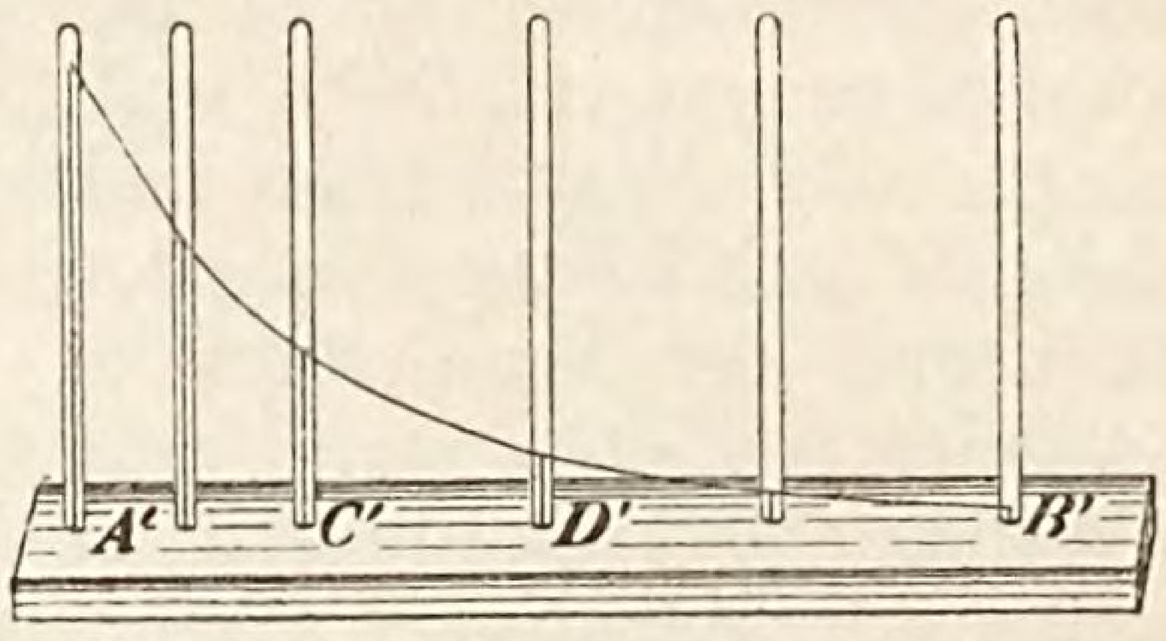


Fig. 181[a].

Ist wiederum B nicht merklich über die Temperatur der Umgebung hinaus erwärmt, so verhalten sich nach der Theorie bei zwei Stäben von gleicher Gestalt und gleicher Oberfläche, aber verschiedenem Material, die Wärmeleitungsvermögen wie die Quadrate der Abstände gleicher Temperaturen auf den Stäben, d. h. (Fig. 181 und 181[a]) wie $CD^2 : C'D'^2$. Nach einer ähnlichen Methode wurde von G. Wiedemann und Franz das relative Wärmeleitungsvermögen zweier Stäbe bestimmt.

420. Der veränderliche Zustand. Die Schnelligkeit, mit welcher vor Eintritt des stationären Zustandes die Temperatur an einer Stelle sich ändert, hängt nicht nur von dem Wärmeleitungsvermögen, sondern auch von der Wärmecapacität des Cubikcentimeters ab, denn je kleiner diese ist, desto schneller steigt bei gleichem Wärmefluss die Temperatur. Der Quotient aus dem Wärmeleitungsvermögen und der Wärmecapacität des Cubikcentimeters heisst das Temperaturleitungsvermögen; für verschiedene feste Substanzen werden aber die Verschiedenheiten des Temperaturleitungsvermögens hauptsächlich durch die Unterschiede des Wärmeleitungsvermögens bedingt.

421. Relative Wärmeleitungsvermögen fester Körper sind hierunter angegeben, indem das Wärmeleitungsvermögen des Silbers = 100 gesetzt ist.

Silber	100	Neusilber	6,3
Kupfer	74	Glas	0,046
Eisen	12	Kiefernholz längs d. Fasern	0,027
		„ im Radius	0,008

Stellt man Löffel aus Silber und Neusilber mit dem unteren Ende in heisses Wasser, so merkt man, die Griffe fassend, bald das bessere Leitungsvermögen des Silbers; ein Glasstab wird unter solchen Umständen am freien Ende kaum erwärmt. Heisses Eisen fühlt sich seines grösseren Wärmeleitungsvermögens halber bei gleicher Temperatur wärmer an, als heisses Holz; kaltes Eisen aus demselben Grunde kälter als kaltes Holz von gleicher Temperatur.

422. Wärmeleitung in der Erde. Durch Wärmeleitung gelangt unausgesetzt Wärme aus dem heissen Erdinnern an die Oberfläche. Den Wärmefluss in der Nähe dieser kann man berechnen, da man weiss, dass das Temperaturgefälle hier ungefähr $^1/_{25}{}^0$ C. per Meter beträgt und da man das Wärmeleitungsvermögen des Erdbodens kennt. Es ergiebt sich dabei, dass die Temperatur an der Erdoberfläche durch diesen Wärmefluss nicht wesentlich beeinflusst wird und hauptsächlich durch den Wärmegewinn vermöge der Sonneneinstrahlung (Art. 586) und den Wärmeverlust durch Ausstrahlung in den Weltenraum bedingt ist (Art. 596). Die Sonnenwärme dringt durch Leitung langsam in das Erdinnere ein, daher tritt das Maximum der Temperatur in verschieden tiefen Schichten zu verschiedenen Zeiten ein. Von vier Thermometern, die in den Porphyrfelsen des Calton Hill zu Edinburgh 0,97; 1,94; 3,89; 7,78 m tief eingesenkt waren, zeigte nach Tait das Maximum der Temperatur das erste am 19. Aug., das zweite am 8. Sept., das dritte am 19. Oct., das vierte am 6. Jan. Da aber von der in die Oberfläche eindringenden Wärme in jeder Schicht etwas zurückgehalten und zur Erwärmung dieser Schicht verwandt wird, so nehmen die jährlichen Temperaturschwankungen um so mehr ab, je weiter man in die Tiefe steigt. Sie betrugen für die bezeichneten vier Thermometer bezüglich 8,2°; 5,6°; 2,7°; 0,7°.

423. Wärmeleitung der Krystalle. Krystalle, welche einem andern als dem regulären System angehören, besitzen nach de Sénarmont in krystallographisch ungleichwerthigen Richtungen verschiedenes Wärmeleitungsvermögen. Setzt man nach Röntgen eine heisse Kupferspitze auf eine behauchte Gypsplatte, so sieht man den Hauch in einer mit der Zeit sich ausdehnenden Ellipse, bei einer Glasplatte unter gleichen Umständen auf einem mit der Zeit sich ausdehnenden Kreise verschwinden. Man fixirt diese Figuren, wenn sie eine schickliche Grösse erreicht haben, indem man die Platte mit Lykopodium bestäubt und dasselbe dann abklopft. Die vom Hauch befreiten Stellen verlieren dabei das Pulver, während dasselbe an den feuchten Stellen hängen bleibt.

424. Wärmeleitung und Wärmefortführung in tropfbaren Flüssigkeiten. Tropfbare Flüssigkeiten besitzen ein geringes Wärmeleitungsvermögen. Freilich erwärmen sich dieselben, in einem Gefäss von unten erhitzt, schnell, indem die am Boden erwärmten Theile vermöge ihres dadurch verkleinerten specifischen Gewichts in der Mitte aufsteigen und kälteren, an den seitlichen Gefässwänden herabsinkenden Theilen Platz machen, die nun ihrerseits am Boden erwärmt werden. Man nennt die Fortpflanzung der Wärme durch Strömungen, welche sich in Folge der Schwere bilden, W ä r m e f o r t f ü h r u n g oder C o n v e k t i o n. Erwärmt man aber die Flüssigkeit von oben her, so ist Wärmefortführung ausgeschlossen und die Wärme wird alsdann durch die r u h e n d e Flüssigkeit nur sehr langsam zu den tieferen Schichten hin geleitet.

425. Wärmeleitung und Wärmefortführung in Gasen. Auch die Gase besitzen ein kleines Wärmeleitungsvermögen und bilden Wärmeisolirende Hüllen, wenn man durch lose Packungen — z. B. von Eiderdaunen bei den Federkissen — die Wärmefortführung behindert.

Das Wärmeleitungsvermögen des Wasserstoffs ist ungefähr 7 mal so gross, als das der Luft. Ein horizontaler Platindraht sei in ein vertikales oben verschlossenes Glasrohr so eingeschmolzen, dass Theile des Drahtes in die Luft hineinragen. Füllt man das Rohr mit Wasserstoff oder mit dem Wasserstoff enthaltenden Leuchtgase und leitet durch den Platindraht einen elektrischen Strom, welcher die in der Luft befindlichen Theile des Drahtes zum lebhaften Glühen bringt, so bleibt der im Rohr befindliche Theil des Drahtes dunkel, weil ein grosser Theil der durch den Strom in ihm entwickelten Wärme durch den gut leitenden Wasserstoff abgeführt wird.

426. Der Leydenfrost'sche Tropfen. Bringt man auf eine mindestens bis zum Zinnschmelzpunkt erhitzte Kupferplatte oder auf eine glühende Platinschale einen Wassertropfen, so rollt er, ohne zu sieden, auf dem heissen Metall hin und her. Er schwebt nämlich auf einem kräftigen Dampfstrahl, welcher aus dem unteren Theil seiner Oberfläche ausfährt und seines geringen Wärmeleitungsvermögens halber ergiebigen Wärmefluss vom Metall zum Wasser verhindert. Lässt man das Metall sich abkühlen, so tritt plötzliches Sieden und Zerplatzen des Tropfens ein, wenn der Dampfstrahl zu schwach geworden ist und der Tropfen dem heissen Metall zu nahe kommt. Mit der beschriebenen Erscheinung hängt zusammen, dass man die nasse Hand während kurzer Zeit ungestraft in geschmolzenes Eisen tauchen kann.

427. Das absolute und relative Wärmeleitungsvermögen verschiedener Stoffe ist in folgender Tabelle verzeichnet. Die erste Columne enthält das absolute Wärmeleitungsvermögen in Bezug auf g, cm und sc. Wird also eine planparallele Eisenplatte von einem senkrecht zu ihrer Oberfläche gerichteten Wärmestrom durchsetzt und nimmt die Temperatur in ihr um 1° per cm ab, so gehen durch 1 qcm in ihr 0,199 g Cal. per Sekunde hindurch. Die zweite Columne enthält das relative Wärmeleitungsvermögen, indem das des Eisens gleich einer Million gesetzt ist.

Eisen	0,199000	1000000
Schiefer	0,000810	4070
Steinkohle	0,000297	1490
Wasser	0,001203	6050
Luft	0,000049	246

428. Wärmestrahlung. Stellt man an einem kalten Wintertage, an welchem die Lufttemperatur unter dem Eispunkt liegt, ein Thermometer in die Sonne, so steigt es erheblich über den Eispunkt. Hier gelangt Wärme zum Thermometer aus einer kälteren Umgebung,

pflanzt sich also nicht durch Leitung fort (Art. 416), sondern durch einen anderen Vorgang, welchen wir Strahlung nennen.

Die Sonnenwärme durchdringt die Luft, ohne sie erheblich zu erwärmen, sie durchdringt den Weltraum, welcher höchstens Spuren wägbarer Materie enthält, ja sie durchdringt einen Raum um so freier, ungeschwächter, je weniger wägbare Materie er enthält. Man ist daher zu der Annahme berechtigt, dass sie einen von wägbarer Materie ganz freien Raum am leichtesten durchdringen würde. Da nun die erste Eigenschaft der Wärme die ist, dass sie den Körper, dem sie zugeführt wird, erwärmt, so ist die Sonnenwärme, während sie sich im luftleeren Raum oder in der Luft befindet, nicht Wärme, sondern eine andere Form der Energie. Dasselbe gilt von der Wärme, welche wir in der Nähe eines geheizten Ofens empfinden.

Wenn also ein über die Temperatur der Umgebung hinaus erwärmter Körper durch den Vorgang der Strahlung Wärme verliert, so setzt sich diese beim Austritt aus dem Körper in eine andere Form der Energie um, welche in dem bestrahlten Körper ganz oder zum Theil in Wärme zurückverwandelt wird und deren nähere Betrachtung dem folgenden Abschnitt vorbehalten bleibt (Artt. 585 ff.)

429. Gesetze der Abkühlung. Die Abkühlung eines Körpers in wärmerer Umgebung hängt nach dem Vorstehenden im Allgemeinen von drei Ursachen ab, von der Wärmeleitung, Wärmefortführung und Wärmestrahlung, ist also ein complicirtes Phänomen. Nach einem von Newton aufgestellten Gesetze soll die Abkühlungsgeschwindigkeit eines Körpers, d. i. die auf die Sekunde reducirte Temperaturabnahme desselben, der Temperaturdifferenz zwischen ihm und der Umgebung proportional sein. Nur solange diese Temperaturdifferenz sich auf wenige Grade beläuft, trifft das Gesetz zu, wird sie grösser, so wird die Abkühlungsgeschwindigkeit grösser, als es das Newton'sche Gesetz verlangt.

---

430. Zur Geschichte der Wärmelehre. Das Thermoskop von Galilei (1600) war eine Art Luftthermometer, aus dessen Angaben der Einfluss der atmosphärischen Luftdruckänderungen nicht eliminirt wurde. Die Thermometer der Accademia del Cimento (1657 bis 1667) waren Alkoholthermometer, welche keine Fixpunkte enthielten. Um Temperaturangaben nach diesen Thermometern zu verstehen, musste man im Besitz eines solchen sein; die zahlreichen, im 17. Jahrhundert von der Accademia del Cimento über die Temperatur von Toscana gemachten Aufzeichnungen wurden deshalb erst verständlich, als 1829 Thermometer der Akademie uafgefunden wurden.

Newton war der Erste, welcher eine reproducirbare, auf Fixpunkte oder feste Temperaturen gegründete Skala einführte (1701). Sein Thermometer enthielt Leinöl; die Fixpunkte waren die Temperaturen des Eispunktes und des menschlichen Körpers; jene wurde 0, diese 12 genannt und die Temperatur des siedenden Wassers,

sowie viele andere Temperaturen bis zum Schmelzpunkt des Zinns in dieser Skala bestimmt. Der von Newton gemachte Fortschritt wurde indessen nicht beachtet und erst durch die Bemühungen von Fahrenheit (1724), Réaumur (1730) und Celsius (1742) gelangte das richtige Construktionsprincip zu allgemeiner Anwendung.

Fahrenheit bezeichnete den Eispunkt durch + 32°, den Siedepunkt durch + 212°. Es sind also 180° Fahr. = 100° C. oder 9° Fahr. = 5° C. 149° Fahr. z. B. liegen um 117° Fahr. oder 65° C. über dem Eispunkt.

Réaumur bezeichnete den Eispunkt durch 0°, und, indem er das Intervall zwischen Eis- und Siedepunkt in 80 gleiche Theile theilte, diesen durch + 80°. 4° Réaum. sind 5° C.

Celsius führte die hunderttheilige Skala ein und bezeichnete den Eispunkt mit 100°, den Siedepunkt mit 0°; durch Vertauschung dieser Bezeichnungen ging diese Skala in die jetzt gebräuchliche über.

Die Vorzüge des Luftthermometers vor dem Quecksilberthermometer (Art. 326), von Dulong und Petit theilweise hervorgehoben (1812), wurden von Regnault (1847) vollständig klar gestellt.

Die latente und specifische Wärme wurde um das Jahr 1770 herum von Black, de Luc und Wilke entdeckt und von Black und Wilke nach der Mischungsmethode gemessen. Diese Entdeckungen ertheilten für einige Zeit von den beiden, neben einander bestehenden Ansichten über die Natur der Wärme derjenigen das Uebergewicht, nach welcher Wärme ein unwägbarer Stoff sein sollte. Erst mit der Entdeckung des mechanischen Wärmeäquivalentes durch R. Mayer (1842) und J. P. Joule (1843) wurde Wärme als Form der Energie endgültig erwiesen. Der Satz von der Erhaltung der Energie wurde zwar schon von R. Mayer allgemein ausgesprochen, aber die ganze Fruchtbarkeit dieses Satzes ging erst aus den Untersuchungen von H. Helmholtz hervor (die Erhaltung der Kraft 1847), welcher ihn auf allen Gebieten der Physik in seine mathematischen Consequenzen verfolgte. Das von S. Carnot 1824 aus der Stofftheorie der Wärme entwickelte und nach ihm benannte Princip (Art. 414) wurde 1850 von R. Clausius mit dem Satze von der Erhaltung der Energie in Einklang gebracht.

Die mathematische Theorie der Wärmeleitung (Art. 418) wurde von Fourier seit 1807 begründet und ist besonders deshalb fruchtbar geworden, weil mit ihr die Theorie einer grossen Zahl anderer Erscheinungen formell analog ist (vgl. Art. 671).

Genauere quantitative Untersuchungen über die thermischen Eigenschaften der Körper wurden von Dulong (1785—1838) und Petit (1791—1820), Magnus (1802—1870) und in besonders grossem Umfange von Regnault (1810—1878) vorgenommen, dessen Werk: Relation des expériences entreprises pour déterminer les principales lois et les données numériques qui entrent dans le calcul des machines à vapeur, die hauptsächlichen experimentellen Daten der Wärmelehre enthält.

VII. Abschnitt. Von der Strahlung, insbesondere vom Licht.

Litteratur: L. Lorenz. Die Lehre vom Licht.

Cap. 1. Gradlinige Fortpflanzung des Lichts.

431. Lichtempfindung, Licht, Lichtstrahl. Lichtempfindung entsteht durch jede Reizung des Sehnerven, das gewöhnliche Reizmittel desselben ist das Licht. Dieses geht aus von Körpern, welche wir selbstleuchtend nennen. Denken wir uns einen sehr kleinen selbstleuchtenden Körper, einen sogenannten leuchtenden Punkt. Von diesem aus pflanzt sich das Licht nach allen Richtungen hin fort auf Wegen, welche wir als die Wege der Lichtstrahlen bezeichnen.

Optisch isotrop heissen Körper, welche sich in Bezug auf die Fortpflanzung des Lichts nach allen Richtungen hin gleich verhalten. In diesen Körpern ist, wenn das Licht nicht sehr enge Oeffnungen zu passiren hat (Artt. 545ff.), der Verlauf der Strahlen vollständig bestimmt durch die Gesetze von der gradlinigen Fortpflanzung, der Zurückwerfung und der Brechung des Lichts.

432. Gesetz von der gradlinigen Fortpflanzung des Lichts. In einem homogenen Mittel pflanzt das Licht sich gradlinig fort. Vor einem leuchtenden Punkte L (Fig. 182) seien zwei Schirme S und T mit kleinen Oeffnungen A und B aufgestellt. Nur wenn L auf der Linie AB liegt, gelangt Licht durch T hindurch und alsdann nur zu den Punkten P, welche auf der Linie AB liegen, nicht aber zu einem Punkte P', den das Licht von L aus, ohne den geraden Weg zu verlassen, nicht erreichen kann.

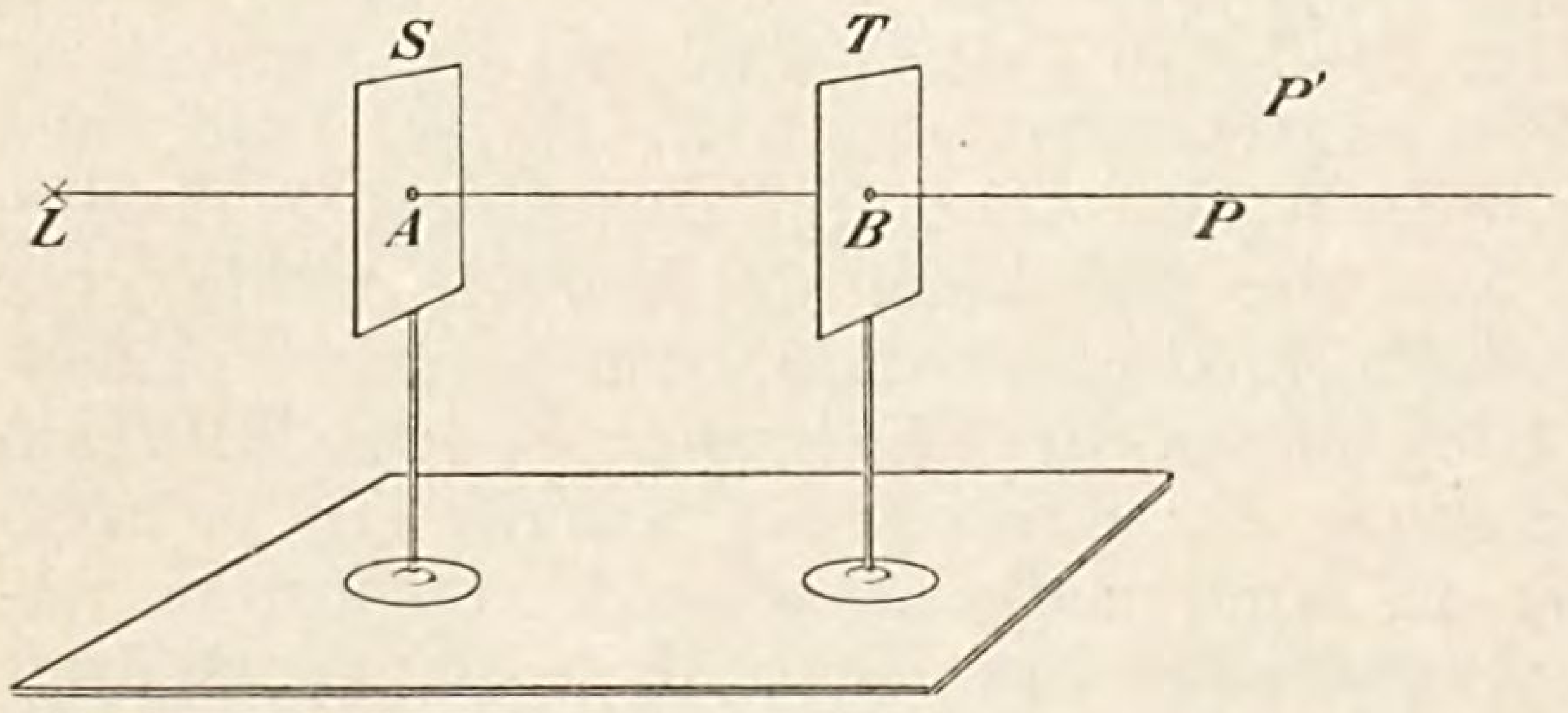


Fig. 182.

433. Schatten. Befindet sich vor dem leuchtenden Punkte L (Fig. 183) ein undurchsichtiger Körper A, so gelangt kein Licht von L in den Schattenkegel oder Schatten K des Körpers. Man grenzt den Schattenkegel ab, indem man eine durch L gehende grade Linie um den Körper so herum bewegt, dass sie ihn stets berührt.

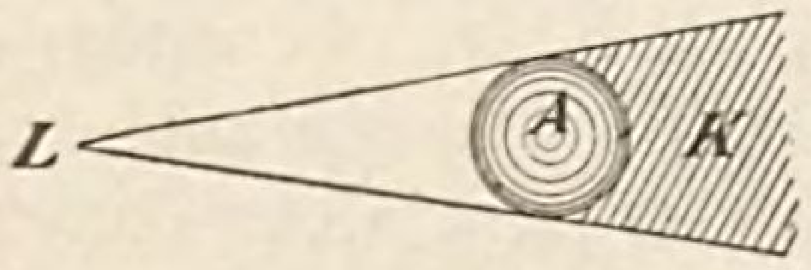


Fig. 183.

Ist die Lichtquelle nicht punktförmig, ist sie z. B. eine leuchtende Linie (Fig. 184), so gelangt gar kein Licht

in den Kernschatten K, welcher den von L_1 und L_2 herrührenden Schattenkegeln gemeinsam ist. In den Theil H_1 des Halbschattens gelangt zwar kein Licht von L_2, aber überall wird H_1 von L_1 beleuchtet und eine Stelle von H_1 wird durch um so mehr Punkte der Linie L_1L_2 beleuchtet, je weiter diese Stelle von dem Kernschatten K entfernt liegt. Der Kernschatten K geht also durch den Halbschatten H hindurch allmählich in den vollbeleuchteten Theil V des Raumes über.

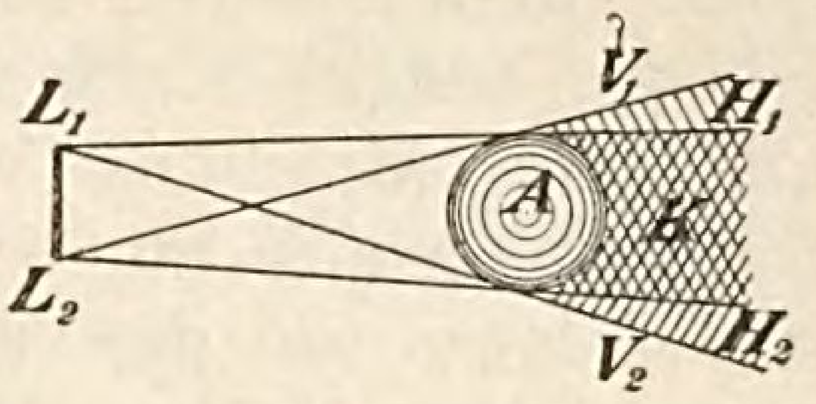


Fig. 184.

434. Bilder kleiner Oeffnungen. Ein leuchtender Gegenstand GG' (Fig. 185) befindet sich vor einem Schirm D mit der kleinen Oeffnung o; hinter D steht eine weisse Tafel S. GG' werde als ein Pfeil vorgestellt, dessen Ebene senkrecht zur Ebene der Zeichnung ist. Von G gelangt ein dünner Strahlenkegel durch die Oeffnung o zur Tafel und erleuchtet auf ihr eine kleine Stelle, deren Gestalt von der Gestalt der Oeffnung abhängt und welche kleiner wird, wenn man die Oeffnung kleiner macht. Wir nennen jene erleuchtete Stelle der Tafel S ein Bild des Punktes G. Die Bilder der verschiedenen Punkte von GG' fügen sich zu einem umgekehrten Bilde BB' von GG' zusammen, welches um so schärfer, aber auch um so lichtschwächer wird, je kleiner die Oeffnung o gemacht wird.

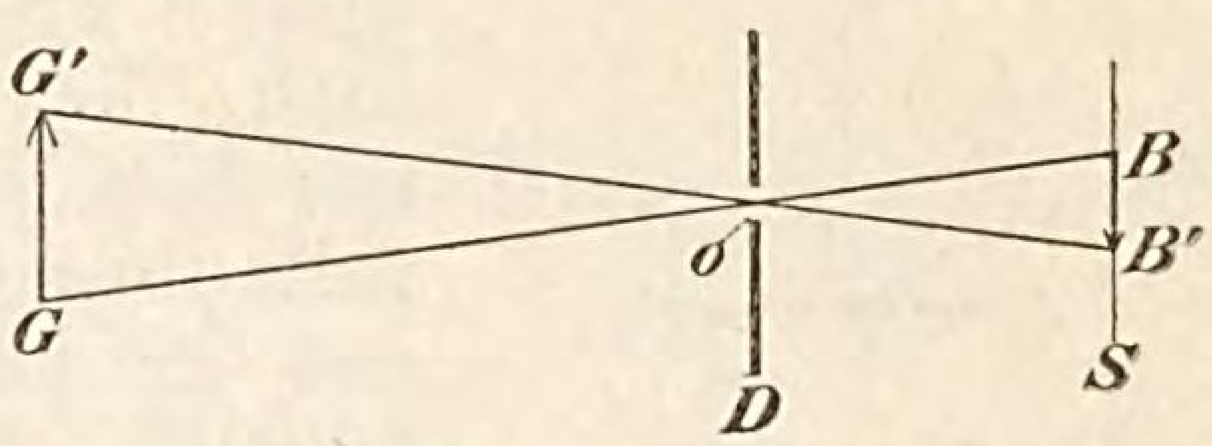


Fig. 185.

Eine kleine Oeffnung, durch welche die Sonne ins Zimmer scheint, entwirft von dieser auf dem Fussboden oder einer Wand des Zimmers ein Bild, welches sichelförmig ist, wenn, wie bei einer Sonnenfinsterniss, die Sonne sichelförmig erscheint.

Cap. 2. Von der Zurückwerfung oder Reflexion des Lichts.

435. Regelmässige Reflexion. Den Sonnenstrahlen, welche durch eine Oeffnung in das verdunkelte Zimmer eintreten, werde eine schräg zu ihnen gehaltene Glasplatte in den Weg gestellt. Auf einer Wand hinter der Glasplatte erscheint ein heller Fleck: ein Theil des auffallenden Lichts tritt in die Platte ein und durchdringt sie.

Da, wo die Platte von den Strahlen getroffen wird, erscheint sie hell, von wo immer man sie betrachten mag: ein Theil des Lichts wird nach allen Seiten hin diffus zurückgeworfen. Dieses diffus reflektirte Licht ist es, welches uns die Gegenstände im Tageslichte sichtbar macht.

Endlich erblickt man im Zimmer einen hellen Fleck, welcher mit der Richtung der Platte seinen Ort ändert: ein Theil des Lichts wird regelmässig, d. h. in einer Richtung zurückgeworfen, welche von der Richtung der zurückwerfenden oder spiegelnden Fläche abhängt.

436. Spiegel. Eine polirte Metallplatte an Stelle der Glasplatte giebt einen helleren reflektirten Fleck als diese; deshalb belegt man Gläser, welche stark spiegeln sollen, auf der Hinterseite mit Zinnamalgam (Mischung von Zinn und Quecksilber). Bei so belegten Spiegeln erhält man zwei reflektirte Strahlen, von denen der eine schwächere an der unbelegten Vorderseite, der andere stärkere, nachdem er in das Glas eingedrungen ist, an der belegten Hinterseite zurückgeworfen wird; jener stört mitunter.

437. Das Reflexionsgesetz giebt die Richtung des regelmässig reflektirten Strahles an. Sei (Fig. 186) *EO* der einfallende Strahl. Man nennt das im Einfallspunkt *O* auf dem Spiegel *SS* errichtete Loth *OP* das Einfallsloth, die durch den einfallenden Strahl und das Einfallsloth gelegte Ebene *EOP* die Einfallsebene, die Winkel, welche der einfallende und der zurückgeworfene Strahl mit dem Einfallsloth bilden, bzw. Einfalls- und Zurückwerfungswinkel.

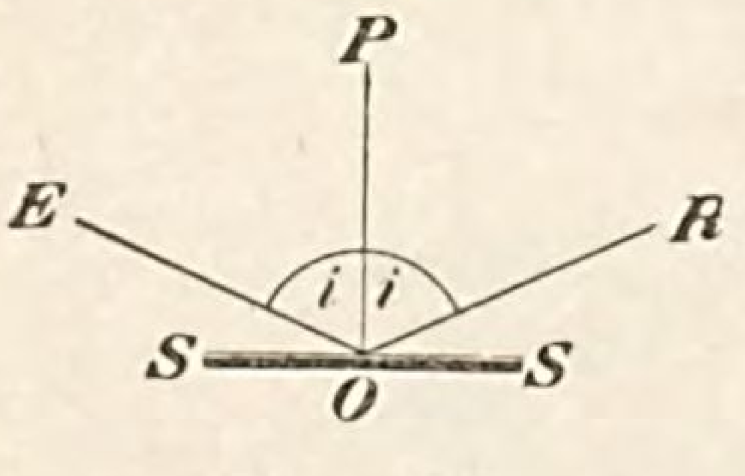


Fig. 186.

Nach dem Reflexionsgesetz bleibt der zurückgeworfene Strahl in der Einfallsebene und verläuft in ihr so, dass der Zurückwerfungswinkel *ROP* dem Einfallswinkel *EOP* gleich ist.

Verläuft umgekehrt der einfallende Strahl in der Richtung *RO*, so ist *OE* nach dem ausgesprochenen Gesetze der zurückgeworfene Strahl: ein besonderer Fall des Reciprocitätsgesetzes der Optik, nach welchem das Licht einen Weg, den es in dem einen Sinne durchlaufen kann, stets auch im entgegengesetzten Sinne durchlaufen kann.

438. Experimenteller Beweis des Reflexionsgesetzes. Um den Mittelpunkt *C* eines vertikalen getheilten Kreises (Fig. 187) sei in dessen Ebene ein Rohr *AB* drehbar; in Platten, welche dasselbe verschliessen, seien kleine Oeffnungen in der Axe des Rohres angebracht. Eines derartigen sogenannten Diopters bedienten sich die älteren Astronomen wie Tycho de Brahe, um die Richtung der Strahlen zu bestimmen, welche von einem Stern zu uns gelangen (vgl. Art. 497).

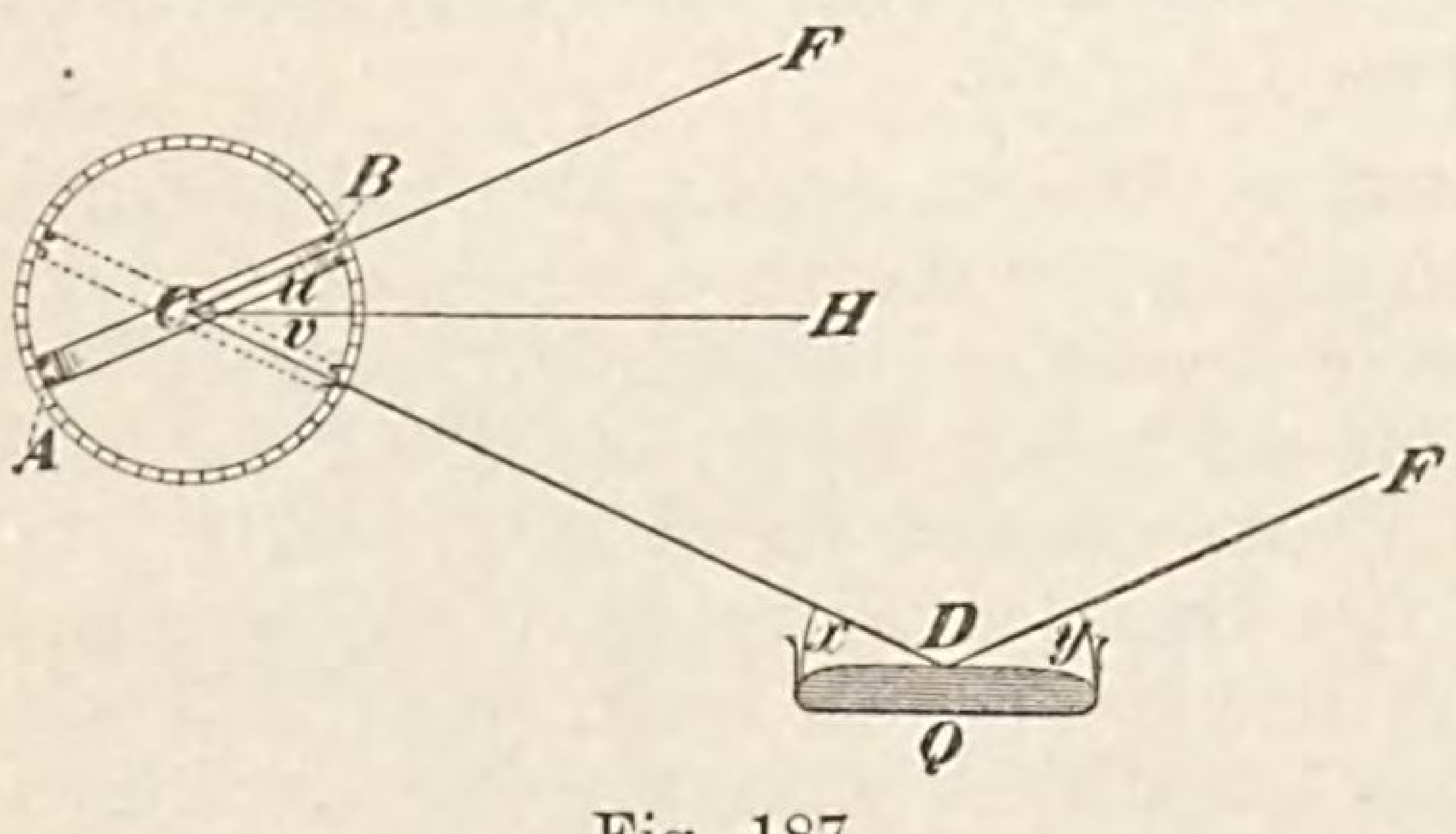


Fig. 187.

Man richtet das Diopter auf einen Fixstern, so dass man diesen durch jenes erblickt, dann hat die Verbindungslinie der kleinen Oeffnungen, d. i. die Axe des Diopters, die Richtung *FC* der vom Fixstern ausgehenden Strahlen.

Die Oberfläche des Quecksilbers im Gefässe *Q* stellt eine genau

horizontale (Art. 134) spiegelnde Fläche, einen sogenannten Quecksilberhorizont dar, und man richtet das Diopter nach CD, so dass man den Fixstern durch die von dem Quecksilberhorizont zurückgeworfenen Strahlen erblickt.

Liest man in beiden Fällen am Theilkreise die Winkel u und v ab, welche die Axe des Diopters mit der Horizontalebene CH bildet, so ergiebt sich

$$u = v.$$

v und x sind Wechselwinkel zwischen Parallelen, daher

$$v = x.$$

Da die vom Fixstern ausgehenden Strahlen FC und FD parallel sind, so werden die Winkel u und y von parallelen und gleichgerichteten Linien gebildet; daher

$$u = y.$$

Da $u = v$, so ist auch $x = y$, d. h. einfallender und zurückgeworfener Strahl bilden mit dem Spiegel, folglich auch mit dem Einfallsloth, den gleichen Winkel.

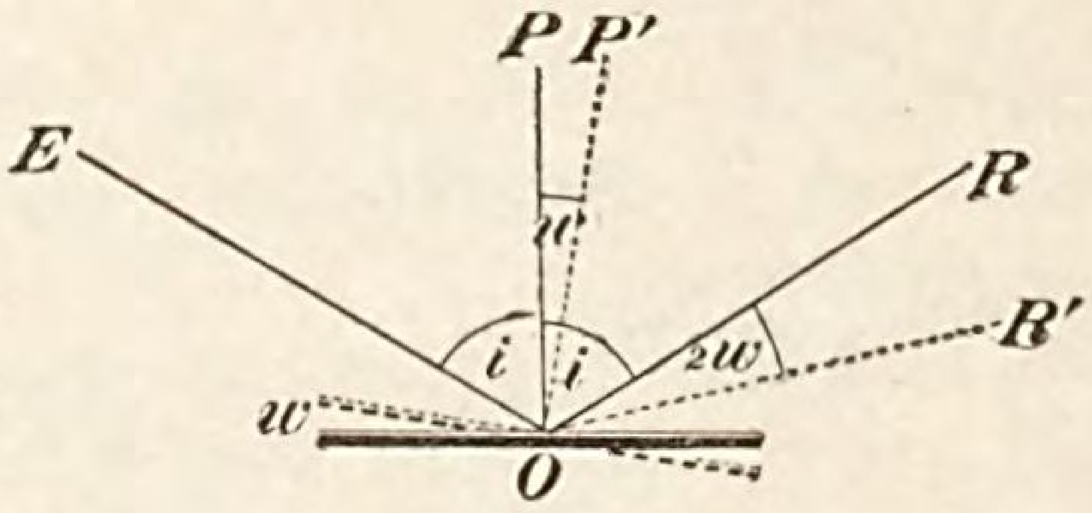


Fig. 188.

439. Dreht sich ein ebener Spiegel um eine zur Einfallsebene senkrechte Axe um den Winkel w, so dreht sich der reflektirte Strahl um den doppelten Winkel $2w$. Denn der einfallende Strahl EO (Fig. 188) bildet mit dem neuen Einfallsloth OP' den Winkel $i + w$, der neue reflektirte Strahl OR' bildet mit dem neuen Einfallsloth den gleichen Winkel $i + w$, folglich mit dem alten Einfallsloth, mit welchem der alte reflektirte Strahl OR den Winkel i bildete, den Winkel $i + 2w$.

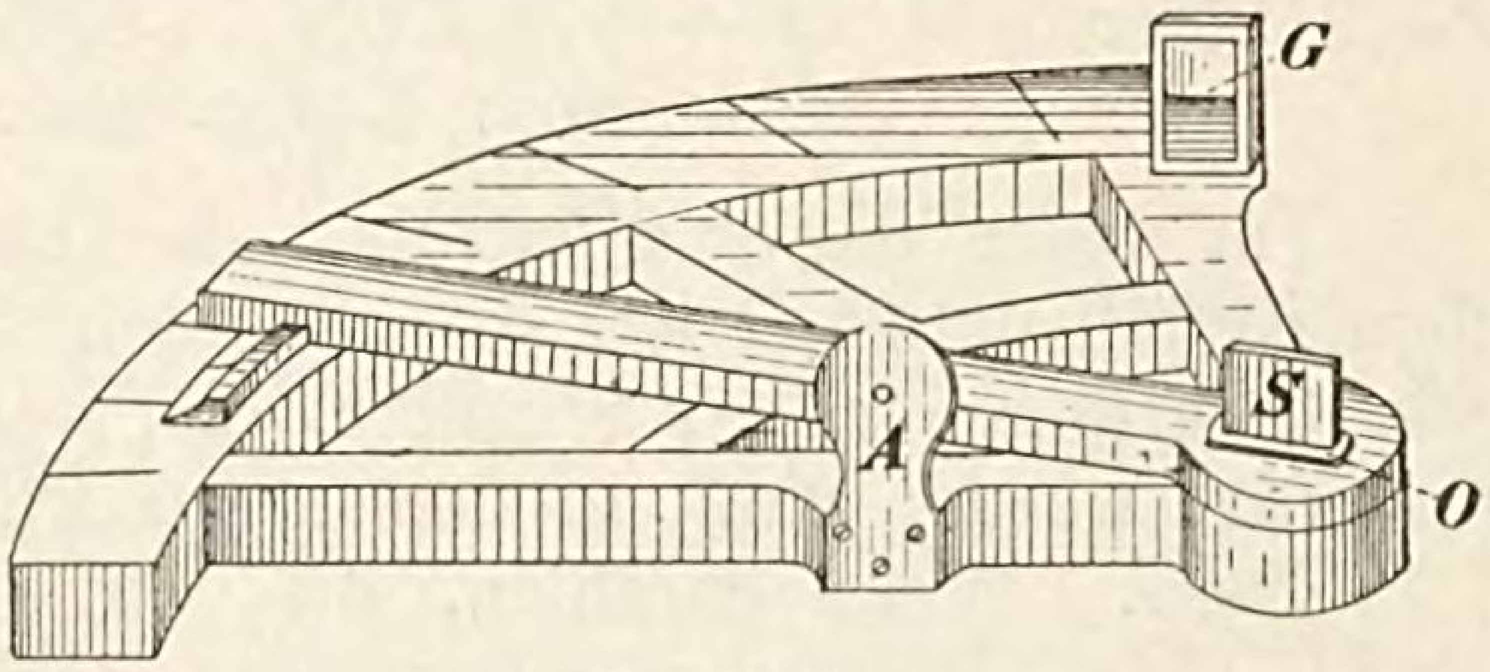


Fig. 189.

440. Der Spiegelsextant dient zur Messung des Winkels x, welchen die von zwei fernen Punkten P und Q zum Auge führenden Strahlen mit einander bilden. Im Centrum O eines Kreisausschnitts (Fig. 189) ist ein belegter Spiegel S, dessen Ebene senkrecht zur Kreisebene steht, drehbar um eine senkrecht zum Kreise stehende Axe. Schräg gegenüber steht ein unten belegtes, oben unbelegtes Glas G. Der von P ausgehende Strahl PO wird durch zweimalige Reflexion nach $O'R$ geworfen; sind die Ebenen von S und G parallel, so ist $O'R$ parallel PO. Ein zweiter von P ausgehender Strahl PO' gelangt durch den unbelegten Theil von G in derselben Richtung $O'R$ ins Auge, da alle von dem fernen Punkte P ausgehenden Strahlen als parallel anzusehen sind. Man sieht daher, durch

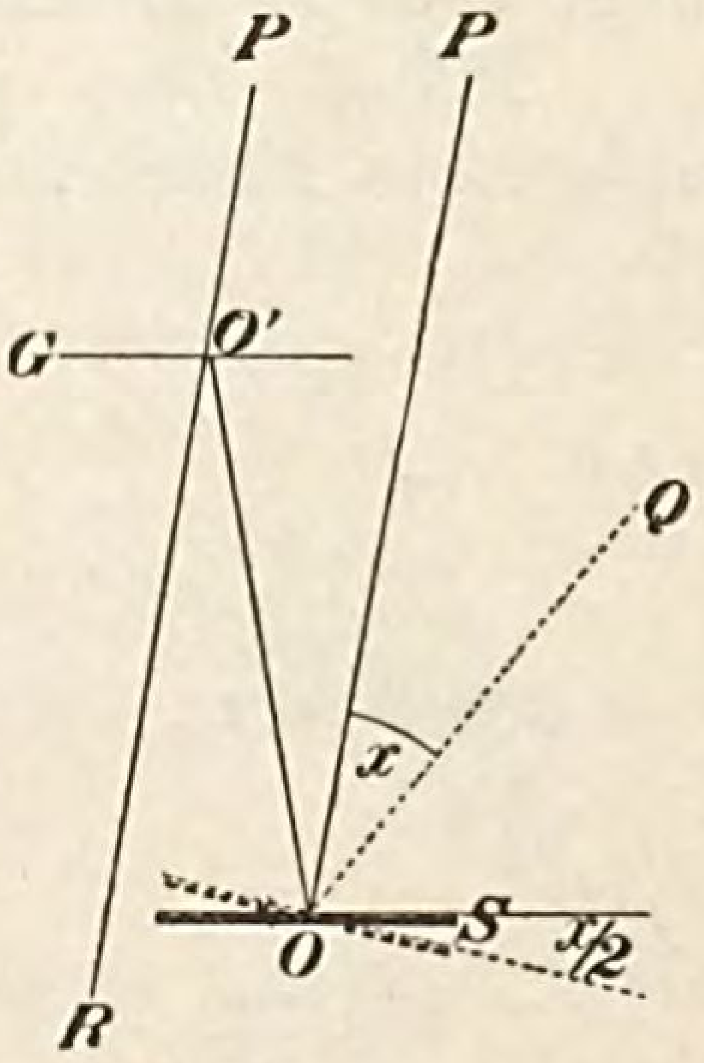


Fig. 190.

die Oeffnung A (Fig. 189) blickend, von P zwei Bilder, welche durch ihre verschiedene Helligkeit von einander unterschieden werden können. Das Zusammenfallen der Bilder zeigt den Parallelismus von S und G an.

Dreht man nun aus dieser Stellung den Spiegel S heraus, so wird mit dem direkt gesehenen Bilde von P das durch zweimalige Reflexion entstandene eines anderen, in der Ebene der Figur liegenden Punktes zusammenfallen, und man bewirkt, dass Q dieser Punkt ist. Musste man zu diesem Zweck den Spiegel um den Winkel w drehen, so ist der gesuchte Winkel $x = 2w$ (Art. 439).

441. Bilder ebener Spiegel, virtuelle und reelle Bilder. Sei (Fig. 191) L ein leuchtender Punkt vor dem Spiegel SS; in L' schneidet die rückwärts gezogene Verlängerung des reflektirten Strahles OR das von L auf die Spiegelebene herabgelassene Loth. Der Winkel $L'OA$ ist seinem Scheitelwinkel ROS, dieser dem Winkel LOA nach dem Reflexionsgesetze gleich; daher

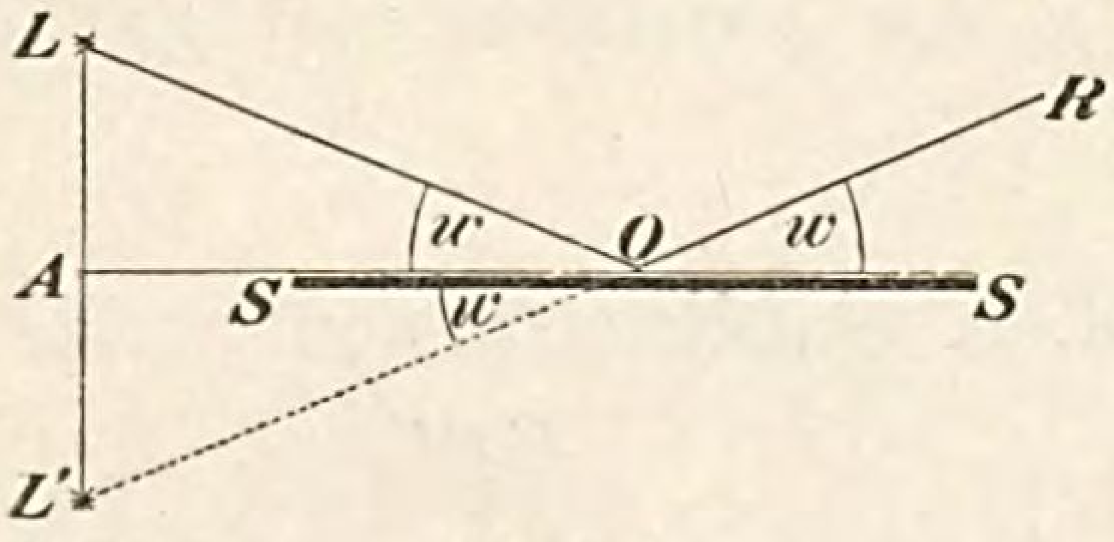


Fig. 191.

$$\sphericalangle LOA = \sphericalangle L'OA$$

$$\text{ferner: } \sphericalangle LAO = \sphericalangle L'AO = 90^0$$

$$\text{und } OA = OA.$$

$$\text{Daher} \quad \triangle LOA \cong \triangle L'OA$$

$$\text{woraus: } L'A = LA.$$

Da nach dieser Gleichung die Lage von L' unabhängig von dem Einfallspunkt O ist, so schneiden sich die rückwärts gezogenen Verlängerungen aller Strahlen, die, von L ausgegangen, am Spiegel reflektirt worden sind, in demselben Punkte L'.

Def. Wenn Strahlen, die von einem Punkte L ausgegangen sind, solche Richtungsänderungen erleiden, dass sie sich in einem anderen Punkte L' schneiden, so heisst L' ein optisches Bild von L. Das Bild heisst reell oder virtuell, je nachdem die Strahlen selbst oder ihre rückwärts gezogenen Verlängerungen sich schneiden.

Bringt man in einen reellen Bildpunkt eine das Licht zerstreuende Fläche, z. B. ein Blatt Papier, so wird dasselbe da, wo es vom Licht getroffen wird, erhellt. Man kann daher ein reelles Bild auffangen, während man ein virtuelles Bild nicht auffangen kann.

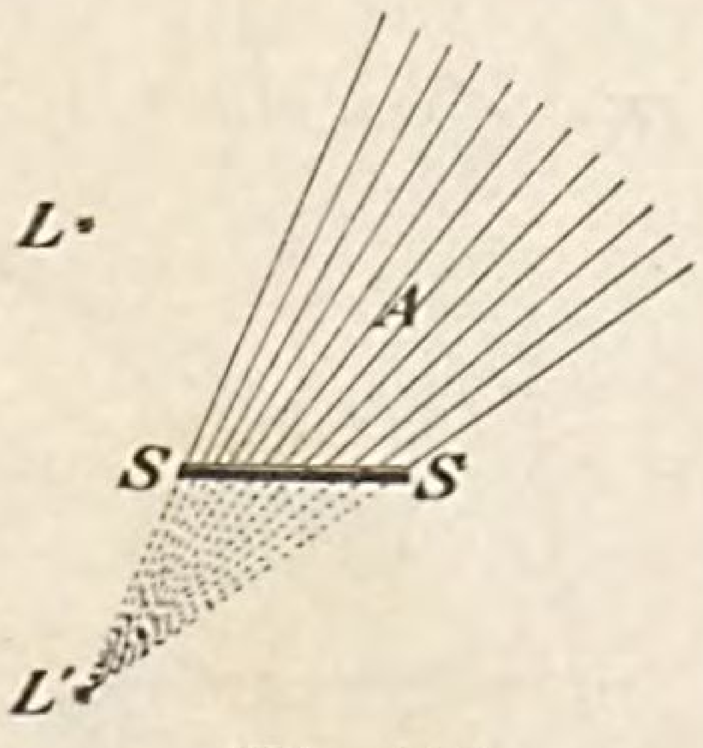


Fig. 192.

Ein virtuelles Bild entwirft der ebene Spiegel von L in L'. Die reflektirten Strahlen, welche in das Auge dringen, wenn dasselbe in den von ihnen erfüllten Raum A (Fig. 192) gebracht wird, verhalten sich der Richtung nach genau so, als ob sie von dem virtuellen Bildpunkte L' ausgingen. Daher sieht das Auge das virtuelle Bild in L'.

Von einem leuchtenden Punkte L vor einem ebenen Spiegel entwirft also dieser ein virtuelles Bild, das auf dem von L auf die Spiegelebene herabgelassenen Loth ebenso weit hinter dem Spiegel liegt, als L vor dem Spiegel. Befindet sich vor dem Spiegel ein heller Gegenstand, so wird jeder Punkt des letzteren nach der angegebenen Regel, wie Fig. 193 zeigt, vom Spiegel abgebildet. Zwei räumliche Gebilde, welche sich zu einander wie Gegenstand und Spiegelbild verhalten, heissen symmetrisch zu einander in Bezug auf den Spiegel als Symmetrieebene. Sie können im Allgemeinen nicht zur Deckung gebracht werden, sind also nicht congruent. So ist die linke Hand symmetrisch zu der rechten und in dem Spiegelbilde unseres Körpers wird unsere rechte Hand als linke Hand abgebildet.

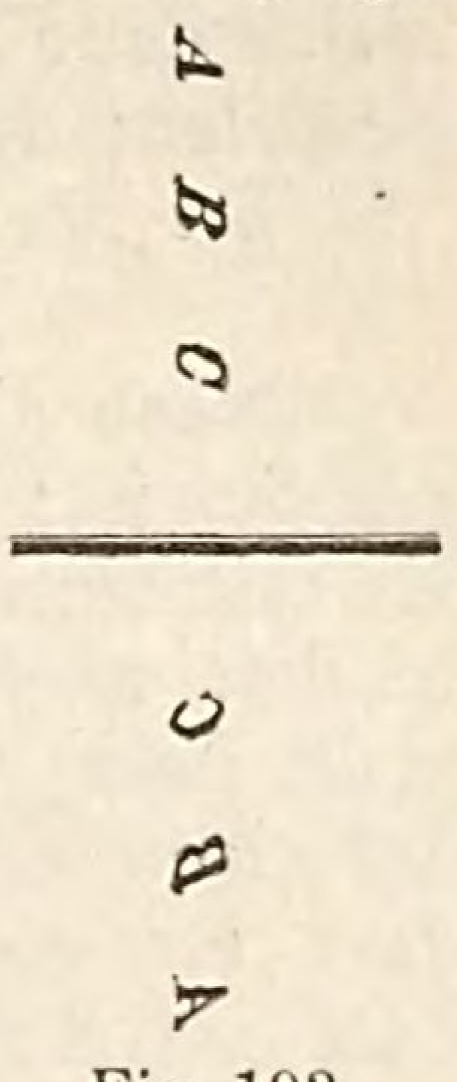


Fig. 193.

442. Versuche. Ist der Spiegel unbelegt, so kann zugleich mit dem virtuellen Bilde durch den Spiegel hindurch ein Gegenstand gesehen werden, welcher sich am Ort des Bildes dann befindet, wenn er an derselben Stelle wie das Bild gesehen wird, wie man auch im Sehraum A (Fig. 192) den Ort des Auges verändern mag; dadurch kann der Ort des virtuellen Bildes angenähert bestimmt werden. Bleibt dabei der unbelegte Spiegel unbemerkt, so können Täuschungen erzielt werden, so lange der Zuschauerraum in den Sehraum A (Fig. 192) hineinfällt; denn ein ausserhalb dieses Raumes befindliches Auge sieht das Spiegelbild nicht mehr.

443. Sphärische Spiegel haben die Form einer Kugelhaube. Je nachdem die hohle oder die gewölbte Seite spiegelt, heisst der Spiegel Concav- oder Convexspiegel. Man nennt (Fig. 194) den Mittelpunkt C der Kugel, von welcher die Spiegeloberfläche einen Theil bildet, den Krümmungsmittelpunkt; den geometrischen Mittelpunkt S des Spiegels den Scheitel; die Verbindungslinie CS die Axe; endlich den Winkel, welchen zwei mit der Axe in einer Ebene liegende, nach dem Rande gezogene Radien mit einander bilden, die Oeffnung des Spiegels.

444. Concavspiegel. Ein leuchtender Punkt G auf der Axe schickt einen Strahl GM auf den Spiegel (Fig. 194). Für die Reflexion ist die Gestalt des Spiegels nur in unmittelbarer Nachbarschaft des Einfallspunktes M maassgebend, in welcher die gekrümmte Fläche mit ihrer Tangentialebene zusammenfällt. Da auf dieser der Kugelradius CM senkrecht steht, so ist CM das Einfallsloth, die Ebene des Papiers die Einfallsebene und wenn $\sphericalangle BMC = \sphericalangle GMC$ gemacht

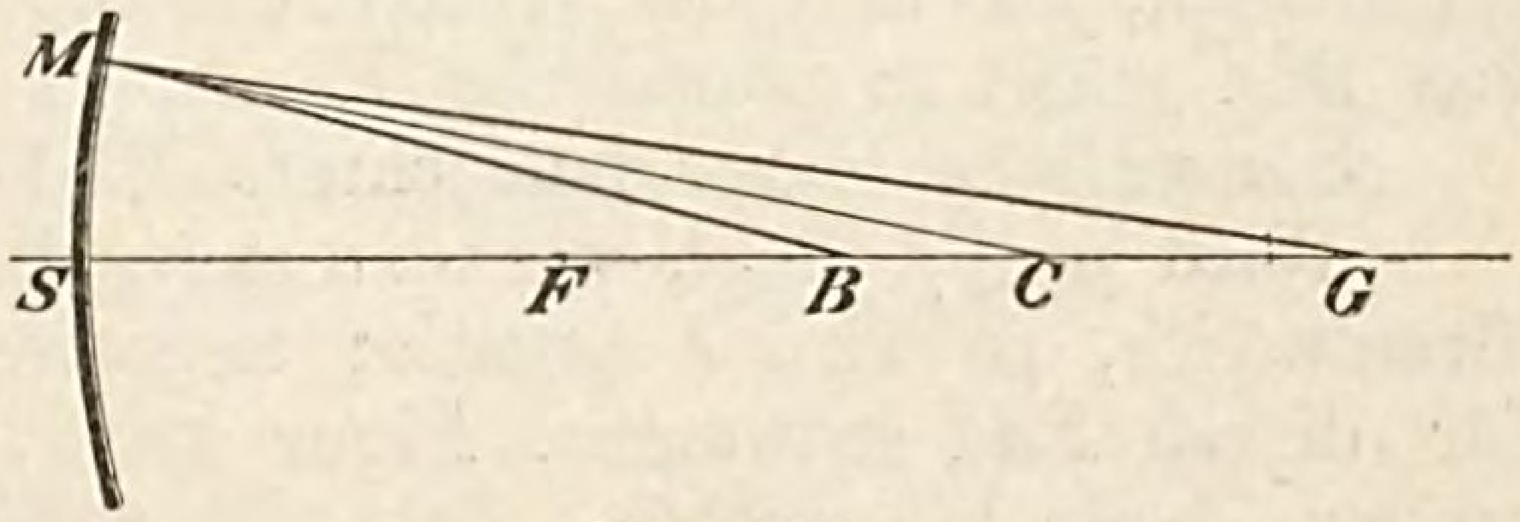


Fig. 194.

wird, MB der reflektirte Strahl. Der von G ausgehende Strahl GS besitzt den Einfallswinkel Null, wird also in sich selbst nach SG zurückgeworfen; die reflektirten Strahlen SG und MB schneiden sich in B.

Da MC den Winkel bei M im Dreieck BMG halbirt, so ist

$$BC : BM = GC : GM.$$

Nach dieser Proportion kann man den Punkt B finden, wenn G gegeben ist; B ergiebt sich dabei abhängig von dem Einfallspunkte M. Es schneiden sich also nicht alle Strahlen, welche G auf den Spiegel sendet, nach der Reflexion in einem Punkt und der Kugelspiegel giebt keine vollkommenen Bilder. Wenn indessen der Spiegel bis auf einen so kleinen Theil um den Scheitel S herum verdeckt wird, dass für die zur Reflexion gelangenden Strahlen $BM = BS$ und $GM = GS$ gesetzt werden kann, so wird

$$BC : BS = GC : GS \ldots. \qquad (75)$$

Soweit diese Gleichung angewandt werden darf, giebt der Spiegel vollkommene Bilder, da die Lage des Punktes B vom Einfallspunkte M unabhängig ist.

445. Spiegelformel. Wir setzen die Gegenstandsweite $GS = g$, die Bildweite $BS = b$, den Krümmungshalbmesser des Spiegels $SC = r$. Aus der Figur 194 folgt $GC = g - r$, $BC = r - b$. Setzt man diese Werthe in die Proportion (75) hinein, so ergiebt sich

$$b \,.\, (g - r) = g \,.\, (r - b) \quad \text{oder}$$
$$br + gr = 2bg$$

oder durch Division mit $b \,.\, g \,.\, r$

$$\frac{1}{g} + \frac{1}{b} = \frac{2}{r} = \frac{1}{f} \ldots. \qquad (75^a)$$

indem $f = r/2$ gesetzt ist.

446. Diskussion.

Für $g = \infty$ wird $b = f$. f heisst die Brennweite und, wenn $SF = f$ gemacht wird, F der Brennpunkt des Spiegels. In diesem wird ein in unendlicher Ferne auf der Axe gelegener Punkt abgebildet, welcher zur Axe parallele Strahlen auf den Spiegel schickt.

Es nähere sich der Gegenstand dem Spiegel. Da $1/g + 1/b$ dabei ungeändert bleibt (75^a), so wird b grösser, wenn g kleiner wird: Bild und Gegenstand gehen einander entgegen.

Für $g = r$ wird $b = r$: im Krümmungsmittelpunkt treffen sich Bild und Gegenstand.

Für $g = f$ wird $b = \infty$: ist der Gegenstand in den Brennpunkt gekommen, so sind die reflektirten Strahlen der Axe parallel und das Bild rückt in unendliche Ferne.

Sämmtliche bisher betrachtete Bilder sind reell.

Wird $g < f$, liegt, wie man sagt, der Gegenstand innerhalb der Brennweite, so wird b negativ; negative Bildweiten sind, wie eine für diesen Fall entworfene Figur zeigt, hinter den Spiegel abzutragen, bedeuten mithin, dass die rückwärts gezogenen Verlängerungen der Strahlen sich hinter dem Spiegel schneiden, oder dass ein virtuelles Bild hinter dem Spiegel entsteht.

447. Construktion der Bilder. Sei (Fig. 195) GG' eine kleine zur Axe senkrechte Linie. Der zur Axe parallele Strahl $G'M$ wird gegen den Brennpunkt F hin reflektirt, der durch den Krümmungsmittelpunkt C gehende Strahl $G'C$ wird in sich selbst zurückgeworfen. Der Durchschnittspunkt B' dieser beiden Strahlen ist das Bild von G'. $B'B$, senkrecht zur Axe gezogen, ist das umgekehrte reelle Bild von $G'G$, da das Bild einer der Axe nahen und zu ihr senkrechten Linie ebenfalls eine solche Linie ist[1].

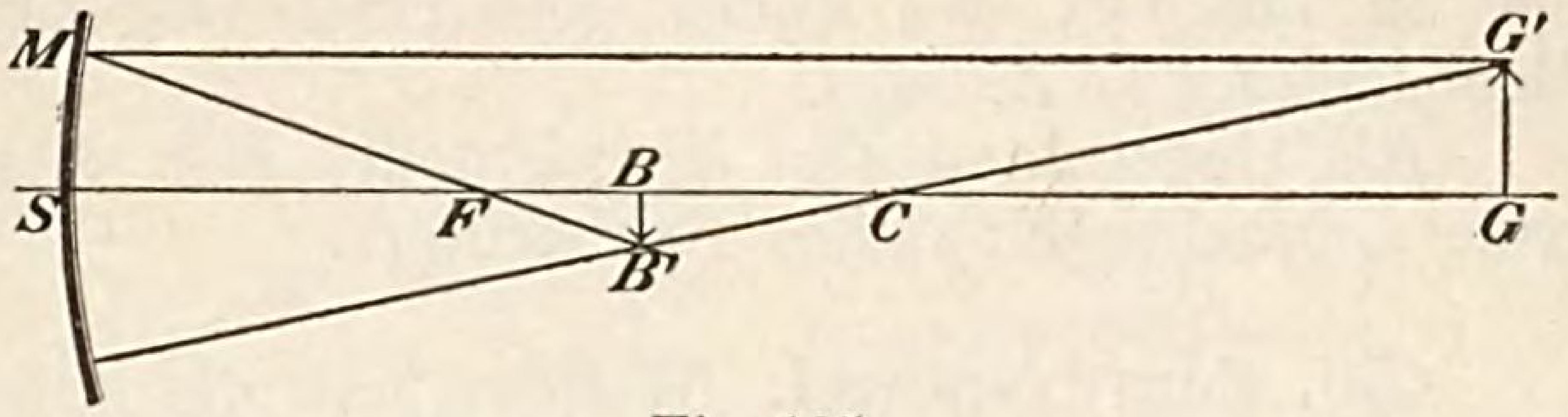


Fig. 195.

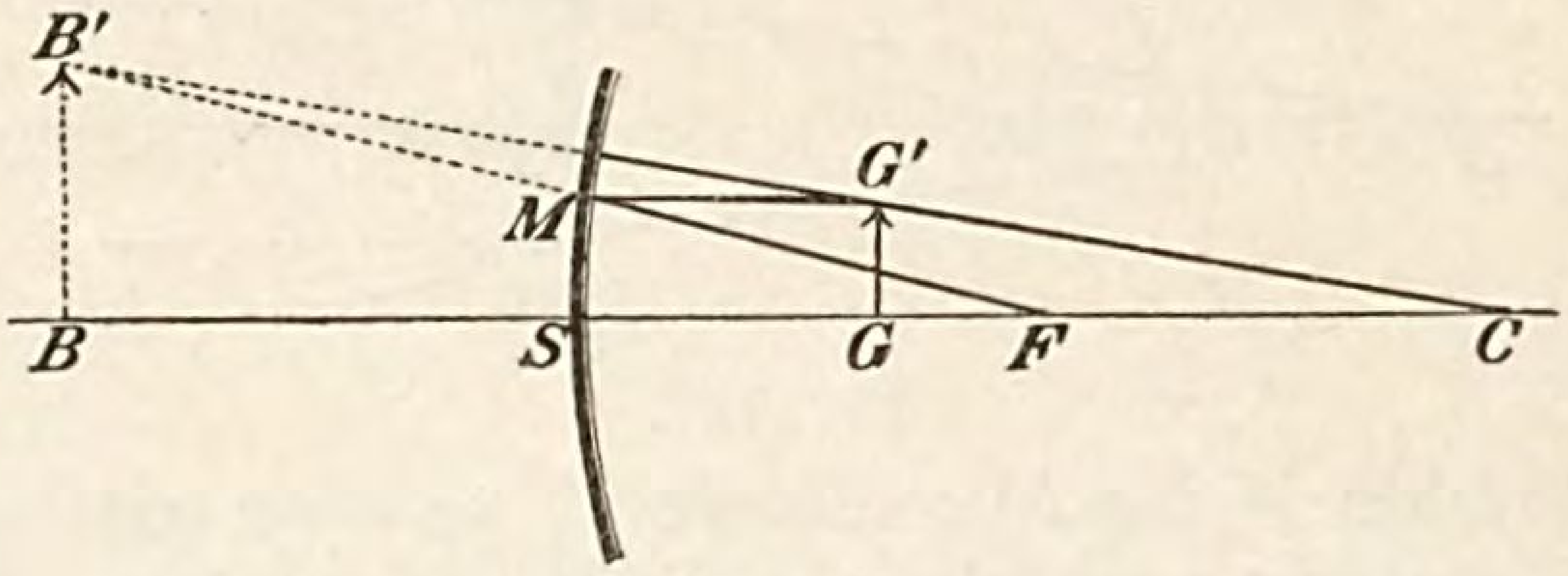


Fig. 196.

Die Bildgrösse BB' werde durch β, die Gegenstandsgrösse GG' durch γ bezeichnet. Aus der Aehnlichkeit der Dreiecke $BB'C$ und $GG'C$ folgt:

$$\beta : \gamma = BC : GC$$

oder nach (75):

$$\beta : \gamma = BS : GS = b : g \ldots. \quad (76)$$

Fig. 196 ist ein virtuelles Bild von einem innerhalb der Brennweite gelegenen Gegenstand construirt; ein solches ist aufrecht und vergrössert.

448. Zusammenfassung. Hohlspiegel geben reelle oder virtuelle Bilder, je nachdem der Gegenstand ausserhalb oder innerhalb der Brennweite liegt, welche gleich dem halben Krümmungshalbmesser ist. Die reellen Bilder sind umgekehrt, und vergrössert oder verkleinert, je nachdem der Gegenstand innerhalb oder ausserhalb der doppelten Brennweite liegt. Die virtuellen Bilder sind aufrecht und vergrössert. Die lineare Bildgrösse verhält sich zur linearen Gegenstandsgrösse wie Bildweite zu Gegenstandsweite.

449. Versuche. Die reellen Bilder der Hohlspiegel weist man nach, indem man sie auf einem weissen Schirm auffängt; als Gegenstand dient eine brennende Kerze. Ist das Bild verwaschen, wenn der ganze Spiegel zur Abbildung benutzt wird, so kann es dadurch scharf erhalten werden, dass man denselben bis auf einen kleinen Theil am Scheitel verdeckt (Art. 444).

---

[1] Es ist

$$B'G' : B'C = MG' : FC = g : f$$
$$B'G' - B'C : B'C = g - f : f = g : b \text{ (Gleichung } 75^a)$$
$$G'C : B'C = g : b = GC : BC.$$

Daher

$\triangle\, CGG' \sim \triangle\, CBB'$, woraus $\sphericalangle\, B'BC = \sphericalangle\, G'GC = 90^0$ w. z. b. w.

Ein im Sehraum (Art. 442) befindliches Auge kann den Ort des reellen Bildes erkennen, ohne dass dieses aufgefangen wird; ein an den Ort des Bildes gebrachter Gegenstand erleichtert die Beobachtung (Art. 442).

Als Gegenstand für ein virtuelles Bild dient der dem Spiegel nahe gebrachte Kopf des Beobachters.

450. Convexspiegel. Wendet man die Untersuchungsweise des Art. 444 auf die Convexspiegel an, so ergeben sich folgende Resultate. Parallel der Axe auffallende Strahlen (Fig. 197) werden so zurückgeworfen, dass ihre rückwärts gezogenen Verlängerungen sich hinter dem Spiegel in dem Punkte F der Axe schneiden, welcher mitten zwischen Scheitel S und Krümmungsmittelpunkt C liegt und der virtuelle Brennpunkt des Convexspiegels heisst. Sei (Fig. 198) GG' eine kleine zur Axe senkrechte Linie. Der Strahl $G'M$ fällt der Axe parallel auf, die rückwärts gezogene Verlängerung des reflektirten Strahls geht durch den Brennpunkt F. Der gegen den Krümmungsmittelpunkt, nach $G'C$, gerichtete Strahl wird in sich selbst zurückgeworfen. Die rückwärts gezogenen Verlängerungen dieser beiden Strahlen schneiden sich in B', dem Bilde von G'. Fig. 198 zeigt, dass Convexspiegel virtuelle, aufrechte und verkleinerte Bilder zwischen Scheitel und virtuellem Brennpunkt liefern. Die Formel (75) gilt auch hier, nur muss nach Art. 446 $f = -FS$, $b = -BS$ gesetzt werden.

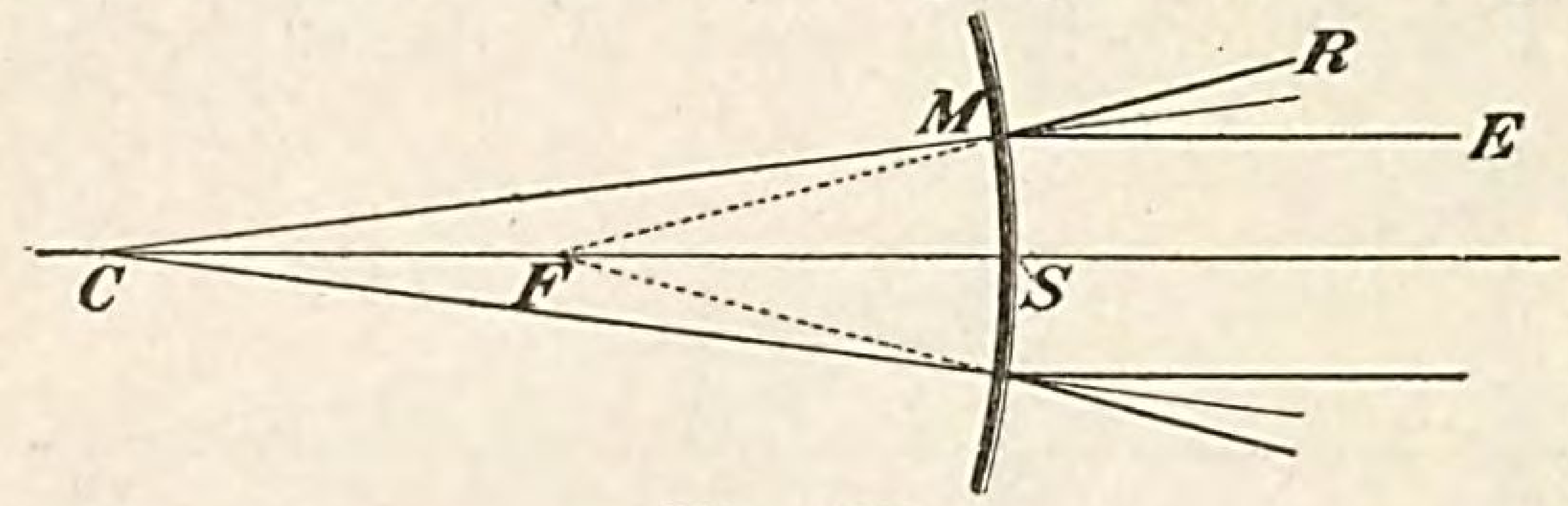


Fig. 197.

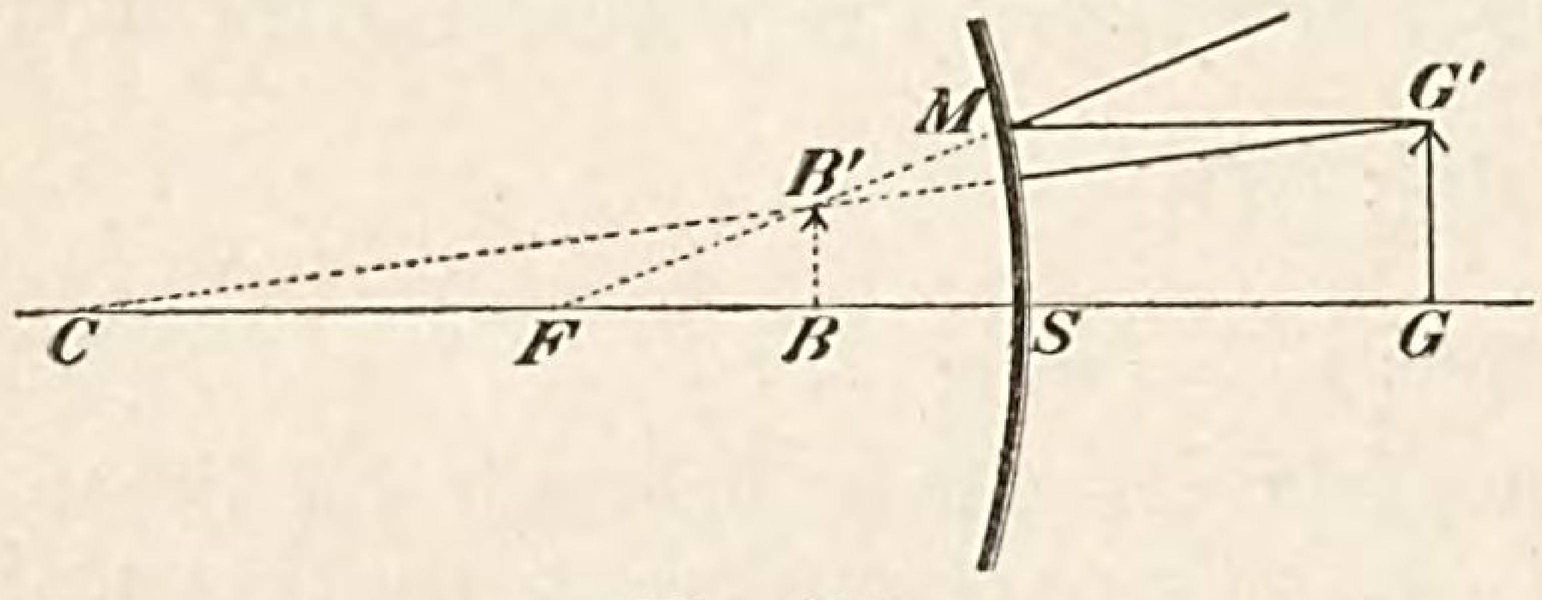


Fig. 198.

451. Unvollkommene Spiegelbilder sind dem Gegenstande nicht geometrisch ähnlich und ändern Gestalt und Lage mit dem Ort des Auges; diese Eigenschaften werden an convexen Kugelspiegeln von grosser Oeffnung, noch besser an convexen Cylinder- oder Kegelspiegeln beobachtet.

Cap. 3. Von der Brechung des Lichts.

452. Das Snellius'sche Gesetz. Ein Strahl, welcher aus einem Mittel *1* in ein anderes *2* eindringt, erleidet dabei im Allgemeinen eine Richtungsänderung oder Brechung. Lässt man ein schmales Bündel Sonnenstrahlen in schräger Richtung auf eine Wasseroberfläche fallen, so bemerkt man die Brechung, wenn man die Strahlen in Luft und Wasser eine weisse Fläche streifen lässt.

Nennt man den Winkel, welchen der gebrochene Strahl mit dem Einfallsloth (Art. 437) bildet, den Brechungswinkel, so besagt das von W. Snell 1621 entdeckte Brechungsgesetz, dass der gebrochene Strahl OB (Fig. 199) in der Einfallsebene bleibt, und dass das Verhältniss des Sinus des Einfallswinkels zum Sinus des Brechungswinkels, das sogenannte Brechungsverhältniss (Brechungsexponent), nur von der Natur der beiden Medien abhängt. Sei also (Fig. 199) i_1 der Einfalls-, i_2 der Brechungswinkel, n_{12} das Brechungsverhältniss für den Uebergang des Lichts aus 1 in 2, so ist

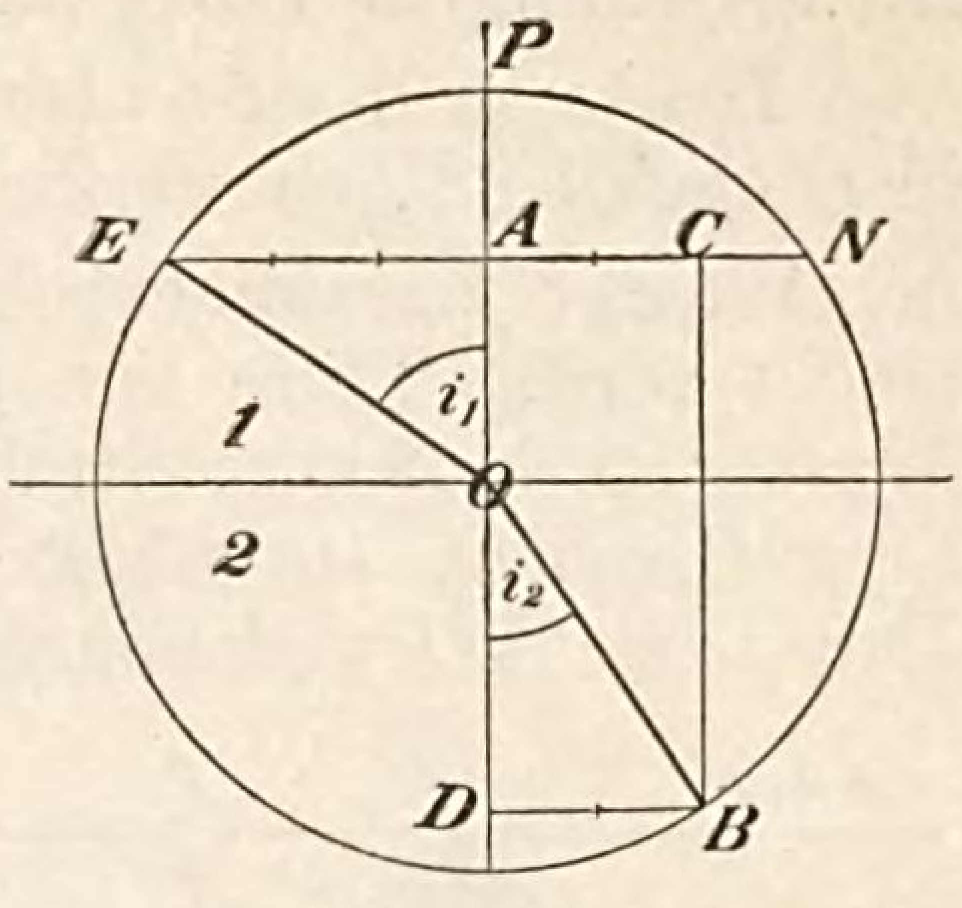


Fig. 199.

$$\frac{\sin i_1}{\sin i_2} = n_{12} \dots \tag{77}$$

Ein Strahl der (Fig. 199) in 2 den Weg BO verfolgt, verläuft in Folge des Reciprocitätsgesetzes (Art. 437) in 1 nach OE; daher ist

$$\frac{\sin i_2}{\sin i_1} = n_{21} = \frac{1}{n_{12}} \dots \tag{78}$$

Gewöhnlich versteht man unter dem Brechungsverhältniss eines Körpers das Brechungsverhältniss für den Uebergang des Lichts aus Luft in den Körper. Das Brechungsverhältniss des Crownglases ist ungefähr $^3/_2$, das des Wassers ungefähr $^4/_3$.

Wird der Strahl beim Uebergang aus 1 in 2 dem Einfallsloth genähert, zum Einfallsloth gebrochen, so heisst 2 optisch dichter als 1. Glas ist optisch dichter als Luft; Alkohol ist optisch dichter als Wasser, während das specifische Gewicht des Alkohols kleiner, als das des Wassers ist.

453. Construktion des gebrochenen Strahls. Sei (Fig. 199) EO der einfallende Strahl, OP das Einfallsloth, 1 Luft, 2 Crownglas. Man schlage um O einen Kreis mit dem Halbmesser eins, ziehe $EN \perp OP$, theile EA in drei gleiche Theile, trage zwei dieser Theile über A hinaus ab (AC) und ziehe CB parallel OP. Dann ist OB der gebrochene Strahl. Denn es ist

$$\sin i_1 = AE \qquad \sin i_2 = BD = AC.$$

Mithin
$$\frac{\sin i_1}{\sin i_2} = \frac{AE}{AC} = \frac{3}{2}.$$

454. Totale Reflexion. Sei 1 Luft, 2 Wasser. Der Brechungswinkel im Wasser wächst, wenn der Einfallswinkel in Luft zunimmt, und ist dieser auf 90^0 angewachsen, fällt der Strahl in der Luft in Flucht mit der Wasserfläche auf, so ist der Brechungswinkel $\bar{i}_2$ der, welcher sich aus (77) ergiebt, wenn $i_1 = 90^0$, $\sin i_1 = 1$ gesetzt wird; daher

$$\sin \bar{i}_2 = \frac{1}{n_{12}} \dots \tag{79}$$

Im vorliegenden Fall ergiebt sich, indem $n_{12} = {}^4/_3$ ist, $\overline{i_2} = 48^0\ 35'$; ist *2* Crownglas (Brechungsexponent 1,53), so ist $\overline{i_2} = 40^0\ 49'$.

Denkt man sich also in der Luft von allen Seiten her Strahlen in *O* einfallend, so werden diese (Fig. 200) in den schraffirten Raum im Wasser zusammengebrochen, wenn $B_1OD = B'_1OD = \overline{i_2}$ gemacht wird. Träte nun ein ausserhalb des schraffirten Raumes im Wasser verlaufender Strahl *CO* in die Luft nach irgend einer Richtung *OA* aus, so müsste in Folge des Reciprocitätsgesetzes ein in Luft nach *AO* verlaufender Strahl im Wasser die Richtung *OC* verfolgen, während in Wirklichkeit der Strahl *AO* in den schraffirten Raum hineingebrochen wird. Ein solcher Strahl *CO*, in Wasser die Grenzfläche gegen Luft unter einem Einfallswinkel treffend, welcher grösser ist, als der durch (79) bestimmte Winkel $\overline{i_2}$, kann also nicht in die Luft austreten; er wird vollständig ins Wasser zurückgeworfen, total reflektirt. Der Winkel $\overline{i_2}$ heisst der Grenzwinkel der totalen Reflexion. Totale Reflexion kann nur eintreten, wenn ein Strahl in einem optisch dichteren Medium verlaufend die Grenze gegen ein optisch dünneres Medium trifft.

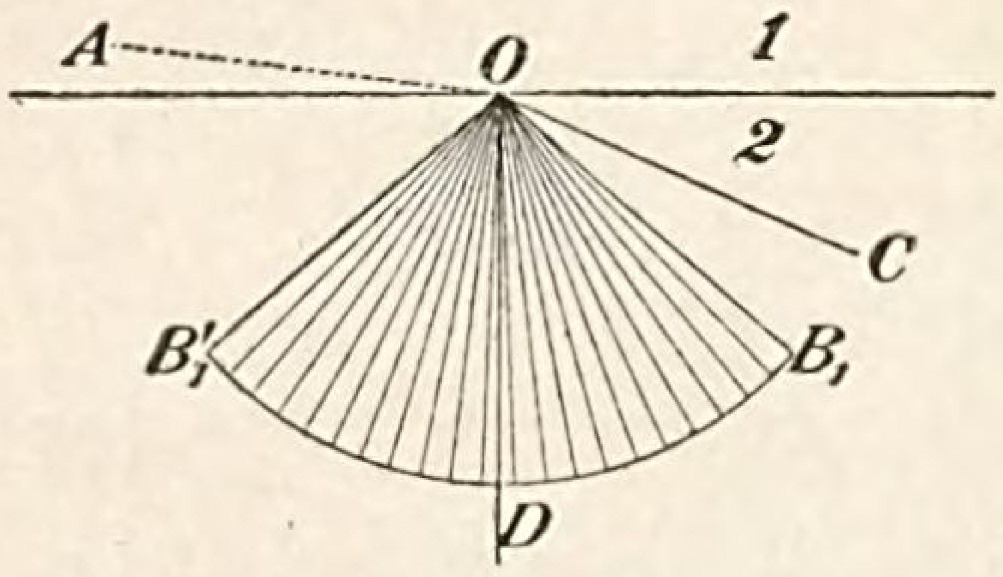


Fig. 200.

Sieht man von unten in hinreichend schräger Richtung gegen eine Wasserfläche, so erscheint diese durch totale Reflexion wie eine sehr hell glänzende Metallfläche; in der That reflektirt sie alles auffallende Licht, noch mehr, als das stark reflektirende Metall. Ein Strahl *AB*, der auf eine Kathetenfläche eines rechtwinkligen, gleichschenkligen Glasprismas (Fig. 201) senkrecht auftrifft, geht ungebrochen weiter und trifft die Hypotenusenfläche unter einem Einfallswinkel von 45°, der grösser ist, als der Grenzwinkel der totalen Reflexion; ein Auge in *C* sieht daher die Hypotenusenfläche hell glänzend.

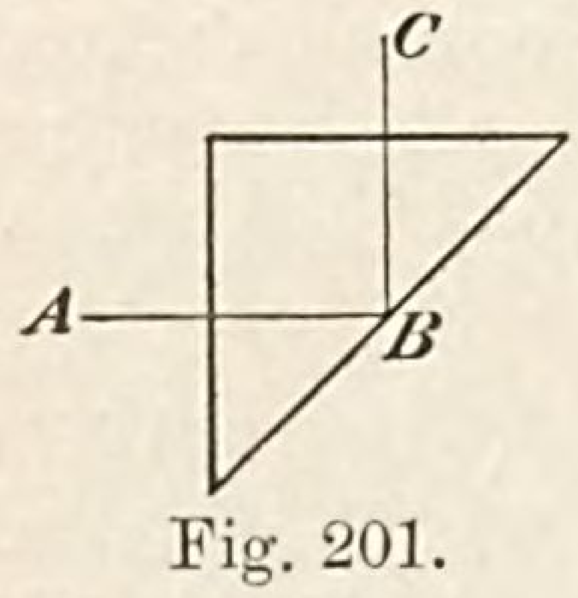


Fig. 201.

455. Beim Durchgang durch eine **planparallele Platte** (Fig. 202) erleidet ein Lichtstrahl eine zweimalige Brechung; nach dieser verläuft der austretende Strahl *CD*, gegen den einfallenden *AB* etwas verschoben, diesem parallel; denn zu den gleichen Winkeln i_2, welche der in der Platte verlaufende Strahl mit den parallelen Einfallslothen bildet, gehören nach dem Reciprocitätsgesetz gleiche Winkel i_1 in der Luft.

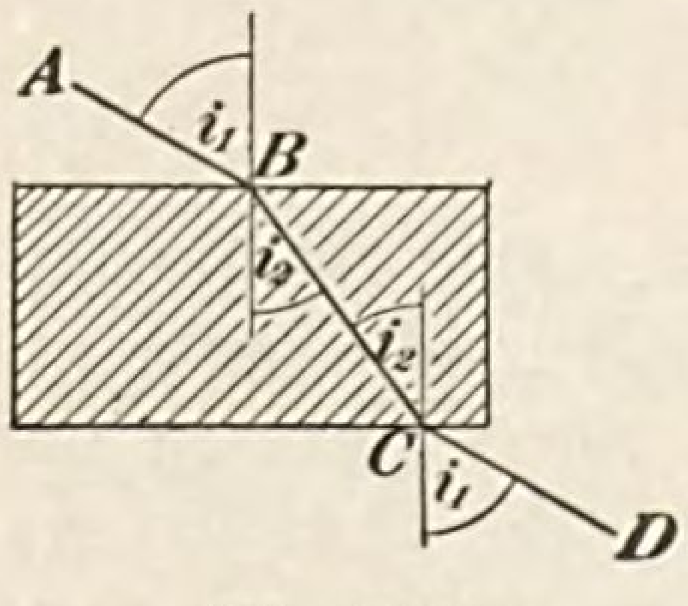


Fig. 202.

456. Die Relation $n_{13} = n_{12} \cdot n_{23}$. Durchdringt ein Strahl zwei angrenzende planparallele Schichten (Fig. 203), so ist, wie die

Erfahrung lehrt[1], der austretende Strahl DE dem einfallenden AB parallel. Daraus folgt zunächst nach dem Reciprocitätsgesetz, dass zu dem Einfallswinkel $EDP = i_1$ in der Luft der Brechungswinkel i_3 im Mittel 3 gehört. Tritt also der Strahl AB direkt von 1 in 3 hinein, so verläuft er parallel CD; auf die Richtung eines Strahles, der aus einem Mittel 1 in ein anderes 3 übergeht, hat die Einschaltung einer planparallelen, der brechenden Ebene parallelen Schicht keinen Einfluss.

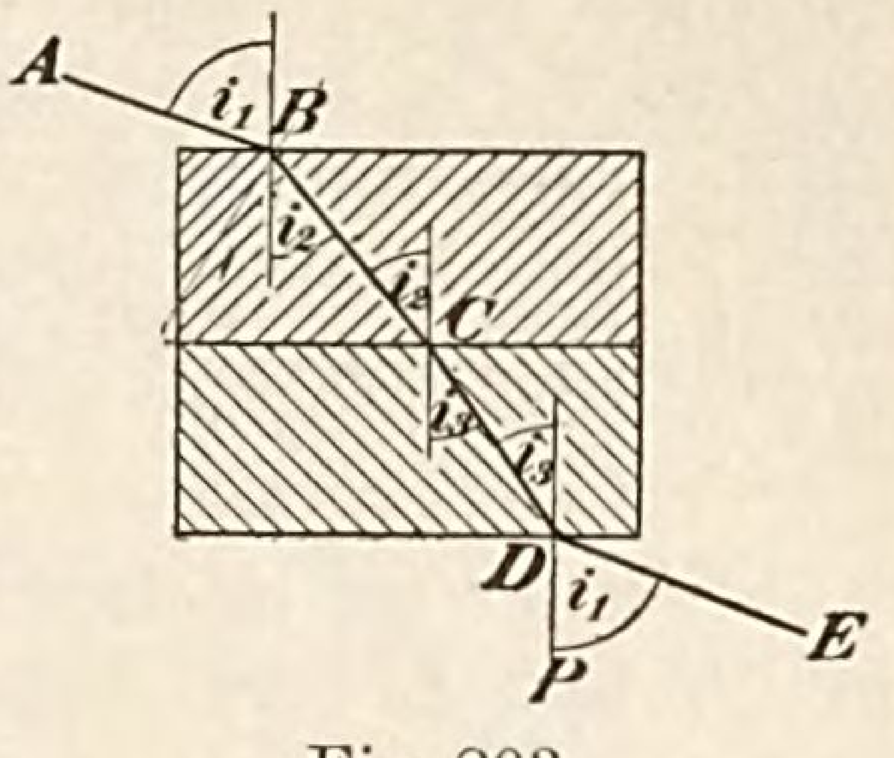


Fig. 203.

Weiter ist in Folge des Brechungsgesetzes

$$\frac{\sin i_1}{\sin i_2} = n_{12}, \quad \frac{\sin i_2}{\sin i_3} = n_{23}, \quad \frac{\sin i_3}{\sin i_1} = n_{31}.$$

Durch Multiplikation dieser Gleichungen ergiebt sich

$$1 = n_{12} \cdot n_{23} \cdot n_{31}$$

und durch Multiplikation mit n_{13} nach (78)

$$n_{13} = n_{12} \cdot n_{23} \ldots \qquad (80)$$

457. Absolutes Brechungsverhältniss eines Körpers nennt man das Brechungsverhältniss für den Uebergang des Lichts aus dem leeren Raum in den Körper. Wird in der Gleichung (80) 1 auf den leeren Raum, 2 auf die Luft, 3 auf den Körper bezogen, so sagt sie aus, dass das absolute Brechungsverhältniss eines Körpers das Produkt ist aus seinem in Luft bestimmten Brechungsverhältniss in das absolute, n, der Luft. Letzteres ist für Luft unter den Normalverhältnissen (Art. 169) gleich $1{,}000294$; es nimmt mit abnehmender Dichte der Luft ab, so dass $n-1$ der Dichte proportional ist. Wenn die von einem Sterne kommenden Strahlen in die Atmosphäre eindringen, so werden sie, in immer dichtere Luftschichten gelangend, dem Einfallsloth mehr und mehr genähert; daher erscheint durch die atmosphärische Strahlenbrechung ein Stern dem Zenith genähert. Bei den astronomischen Beobachtungen muss die atmosphärische Strahlenbrechung berücksichtigt werden.

458. Prisma. Eine keilförmige Schicht lichtbrechender Substanz heisst in der Optik ein Prisma; es heissen die beiden Flächen des Keils, welche ein Lichtstrahl durchdringt, die brechenden Flächen, der Winkel, den diese mit einander bilden, der brechende Winkel, ihre Durchschnittslinie die brechende Kante, ein ebener Schnitt senkrecht zur brechenden Kante ein Hauptschnitt des Prismas. Fig. 204 zeigt den Durchgang eines Strahls $ABCD$ durch einen Hauptschnitt des Prismas; der Strahl erleidet dabei, wie die Figur zeigt, zwei Brechungen, deren jede ihn in dem-

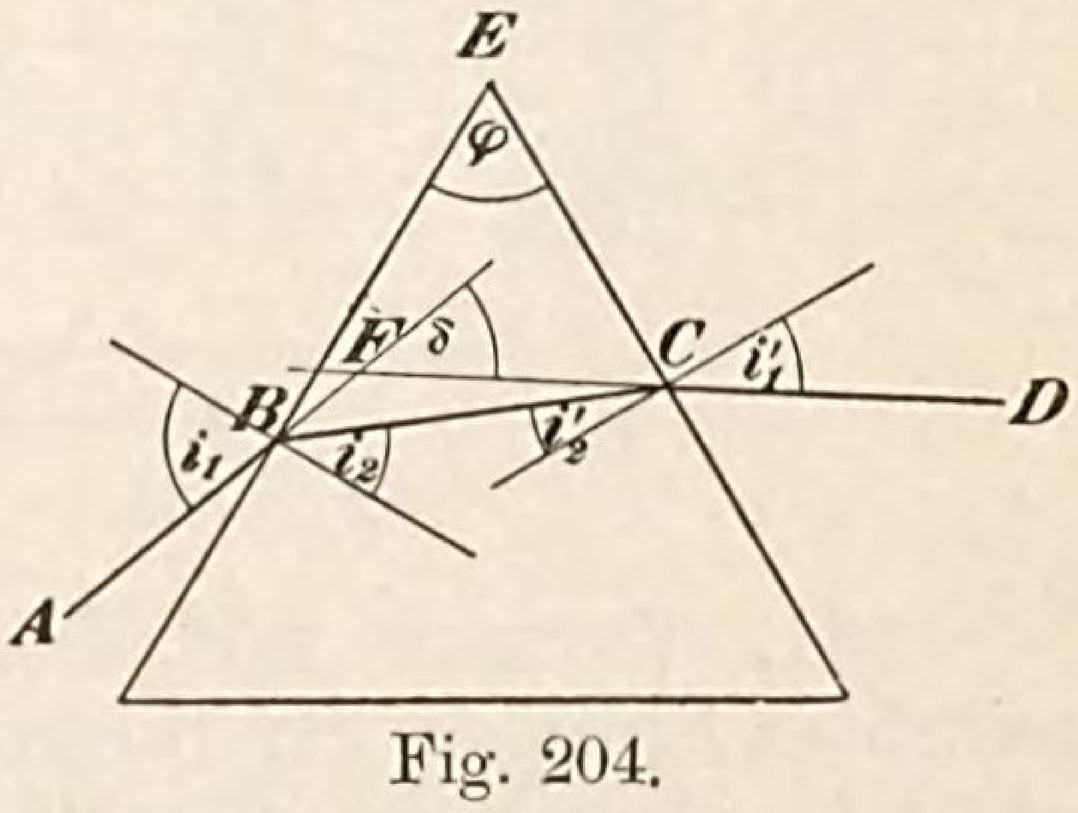


Fig. 204.

[1] und aus der Undulationstheorie sich ergiebt (S. Art. 533).

selben Sinne ablenkt. Ist, wie in der Figur angenommen, die Substanz des Prismas optisch dichter, als die es umgebende Luft, so findet die Ablenkung nach dem dicken Ende des Prismas hin statt. Die Summe der beiden Winkel bei B und C in dem Dreieck BEC wird sowohl durch $i_2 + i'_2$, als auch durch den brechenden Winkel φ zu zwei Rechten ergänzt; daher ist

$$\varphi = i_2 + i'_2 \ldots . \quad (81)$$

Ferner ist in dem Dreieck BFC die Summe der beiden Winkel bei B und C dem Aussenwinkel δ gleich; daher ist

$$\delta = i_1 - i_2 + i'_1 - i'_2$$

oder nach Gleichung (81)

$$\delta = i_1 + i'_1 - \varphi \ldots . \quad (82)$$

δ ist die Ablenkung, d. i. der Winkel, welchen der eintretende Strahl AB mit dem austretenden CD bildet.

459. Brechender Winkel und Einfallswinkel sind unendlich klein. In diesem Fall sind alle Winkel i sehr klein und können, in Bogenmaass ausgedrückt, (Art. 3) für ihre Sinus gesetzt werden. Es ist dann, wenn n das Brechungsverhältniss der Prismensubstanz bedeutet, $i_1/i_2 = i'_1/i'_2 = n$ und man erhält nach (82) $\delta = n\,(i_2 + i'_2) - \varphi$ oder nach (81):

$$\delta = (n - 1) \cdot \varphi \ldots . \quad (83)$$

Für Crownglas ist in diesem Fall $\delta = \frac{\varphi}{2}$.

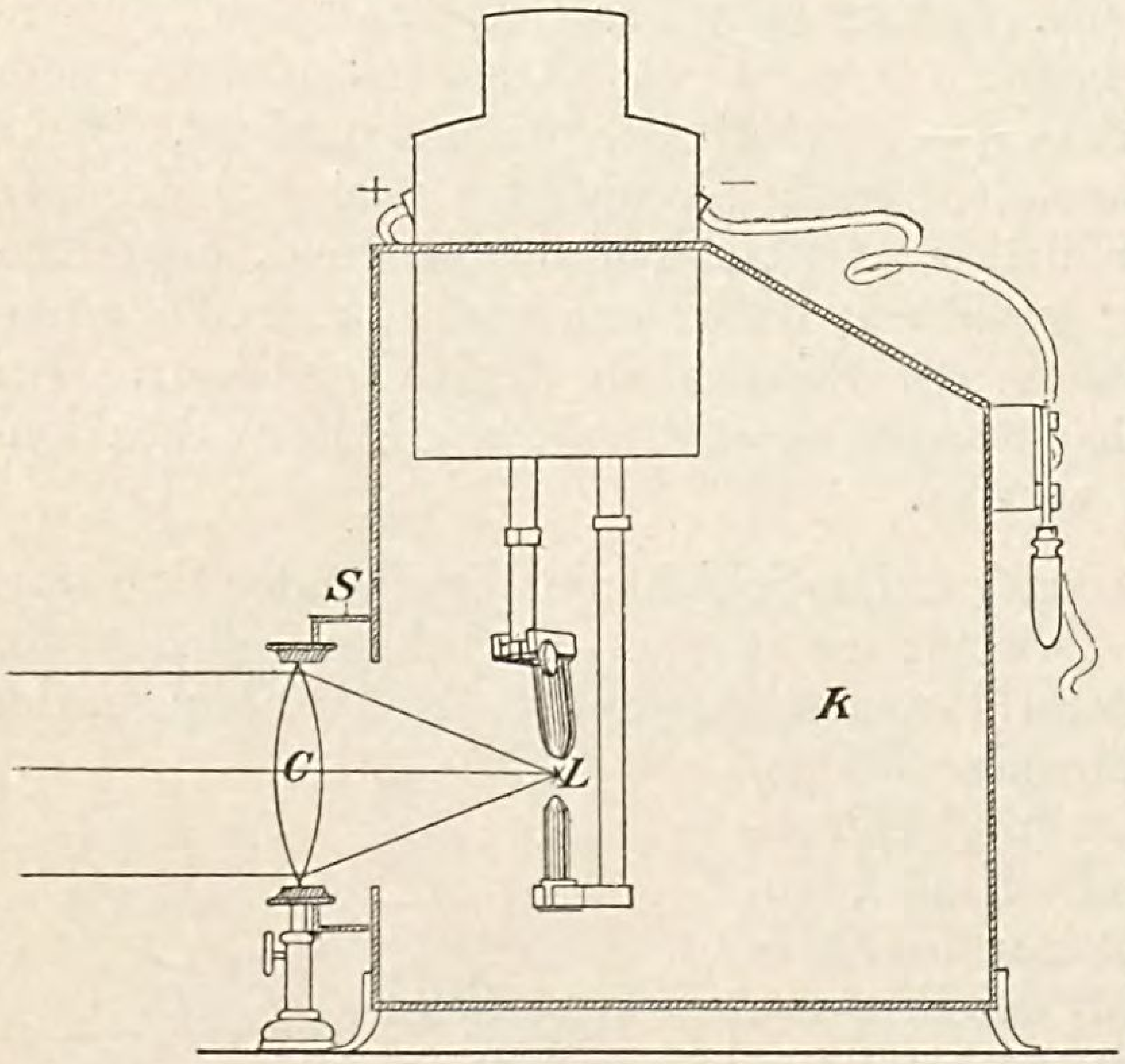


Fig. 205.

460. Elektrisches Bogenlicht (Art. 745) wird gewöhnlich zu den folgenden und anderen optischen Versuchen benutzt. Die Lichtstrahlen, welche von den in dem Kasten K (Fig. 205) befindlichen glühenden Kohlenspitzen L ausgehen, passiren die Collimatorlinse C, welche alle von einem Punkt der Kohlenspitzen ausgehenden Strahlen parallel macht (Art. 476).

461. Versuch mit dem Prisma. Die durch ein rothes Glas gefärbten Strahlen der Bogenlampe passiren Fig. 206 den vertikalen Spalt G, alsdann die Sammellinse L, welche in B ein reelles Bild von G entwirft (Art. 476). Stellt man den von der Linse herkommenden

Strahlen ein Prisma mit vertikaler brechender Kante in den Weg, so werden die Strahlen nach dem dicken Ende des Prismas hin abgelenkt und man erhält ein abgelenktes Spaltbild in B' auf einem Schirm. Da der Strahl GS durch die Linse L nicht abgelenkt wird, so bezeichnen die Punkte B und B' die Wege des Strahles GS für den Fall, dass man unter Weglassung der Linse nur mit ihm operirt hätte.

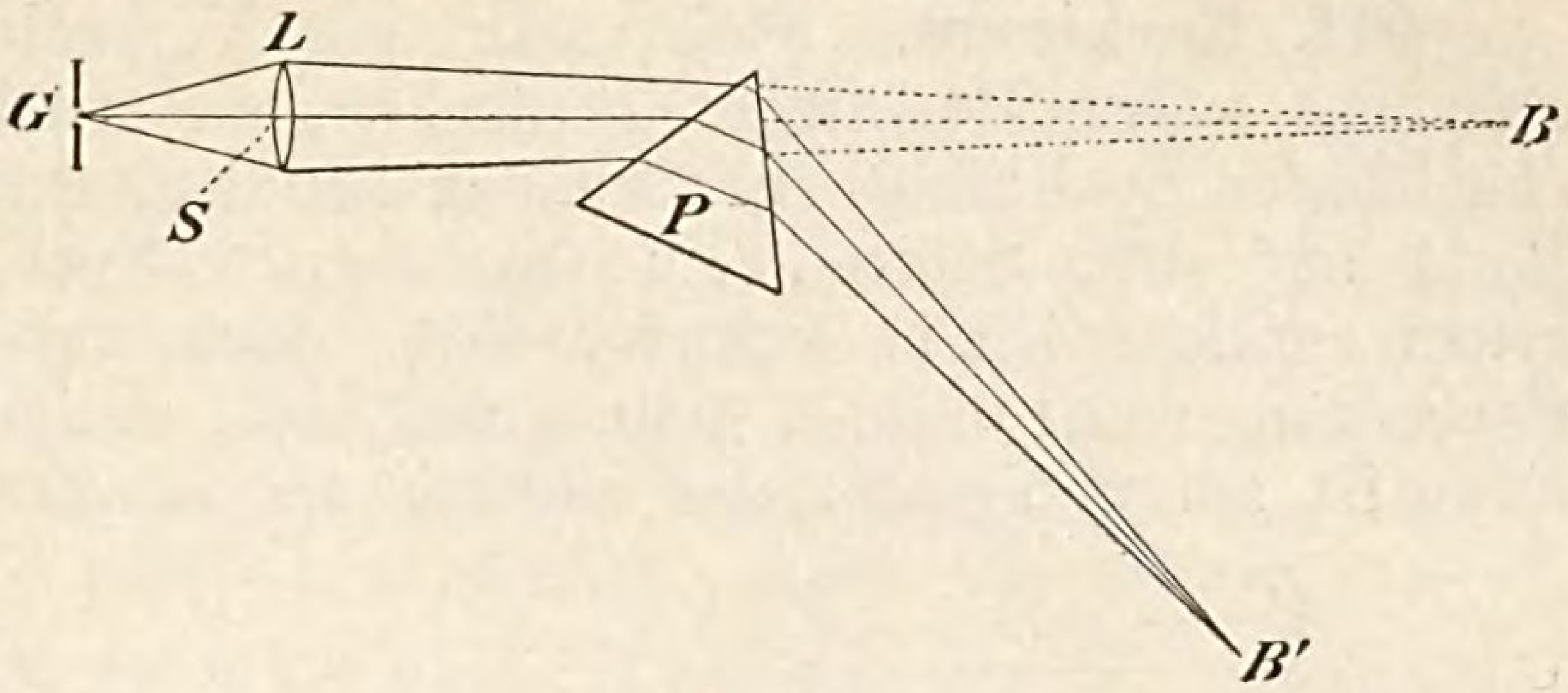


Fig. 206.

462. Das Minimum der Ablenkung. Je nachdem man das Prisma um seine brechende Kante in dem einen oder anderen Sinne dreht, nimmt im Allgemeinen die Ablenkung zu oder ab. In einer Stellung des Prismas aber nimmt die Ablenkung in beiden Fällen zu, mag man es in dem einen oder in dem anderen Sinne drehen. Man nennt diese Stellung des Prismas seine Haupt- oder Minimalstellung; in ihr ertheilt es den Strahlen eine kleinere Ablenkung, als in irgend einer anderen. Diese kleinste Ablenkung heisst die Minimalablenkung. Es lässt sich zeigen, dass bei der Minimalstellung des Prismas der Strahl dasselbe symmetrisch durchläuft, d. h. im Prisma mit den brechenden Flächen gleiche Winkel bildet (Fig. 207). Es ist also dann $i_2 = i'_2$, daher auch $i_1 = i'_1$ und nach (81) und (82)

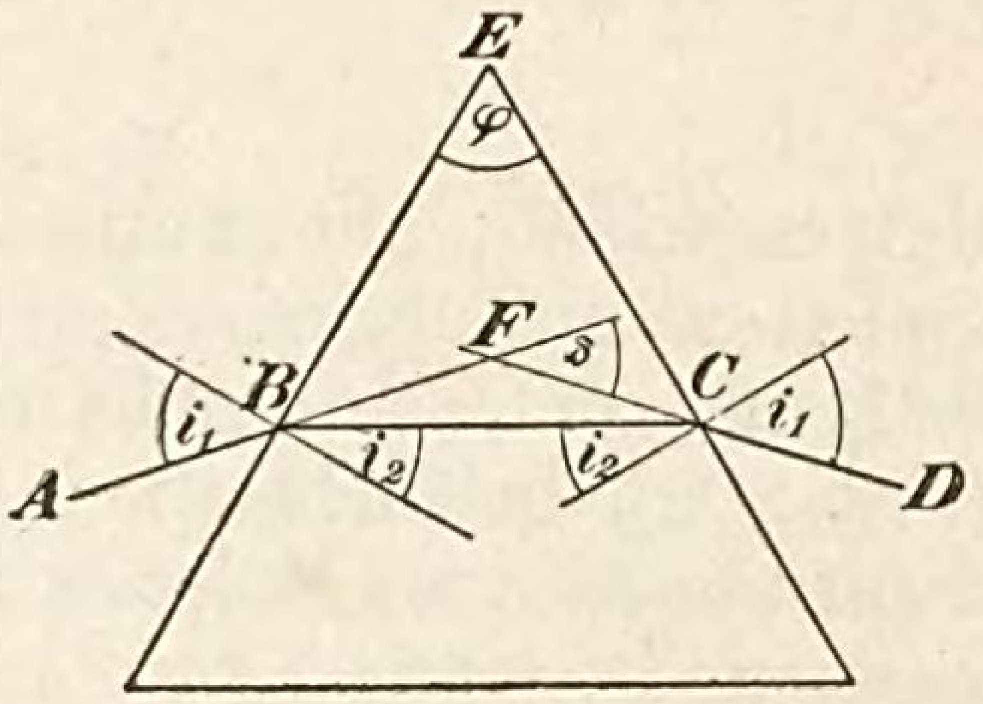


Fig. 207.

$$i_2 = \frac{\varphi}{2} \qquad i_1 = \frac{\delta + \varphi}{2} \quad \ldots \tag{84}$$

463. Bestimmung des Brechungsverhältnisses. Nach dem Brechungsgesetz Art. 452 ist

$$n_{12} = \frac{\sin i_1}{\sin i_2}.$$

Es würde schwer sein, die Winkel i_1 und i_2 direkt genau zu messen; dagegen können die Minimalablenkung δ und der brechende Winkel φ leicht genau bestimmt werden (Art. 499). Alsdann ergiebt sich nach (84)

$$n_{12} = \frac{\sin \dfrac{\delta + \varphi}{2}}{\sin \dfrac{\varphi}{2}} \quad \ldots \tag{84ª}$$

Damit ist eine der wichtigsten Methoden zur Bestimmung des Brechungsverhältnisses gegeben.

Cap. 4. Von der Dispersion.

464. Spektrum. Stellt man den Versuch des Art. 461 an, ohne das weisse Bogenlicht zu färben, so erhält man anstatt des abgelenkten Spaltbildes ein zusammenhängendes, horizontales, farbiges Band auf dem Schirm, ein sogenanntes Spektrum. Die Farben gehen continuirlich in einander über, doch unterschied Newton die Farbentöne roth, orange, gelb, grün, blau, indigo, violett; das rothe Ende ist am wenigsten, das violette am meisten abgelenkt. Diese Erscheinung rührt, wie Newton bewies, daher, dass das weisse Licht, mit welchem der Spalt beleuchtet wird, ein Gemisch ausserordentlich vieler Strahlen ist, welche sich durch Farbe und Brechbarkeit unterscheiden; die rothen Strahlen werden am schwächsten, die violetten am stärksten gebrochen[1]. Beleuchtet man den Spalt mit rothem Licht, so erhält man ein abgelenktes rothes Spaltbild $B'r$ (Fig. 208), beleuchtet man ihn mit violettem Licht, so erhält man ein mehr abgelenktes violettes Spaltbild $B'v$; beleuchtet man ihn mit dem weissen Bogenlicht, so erhält man die Spaltbilder aller der verschiedenen in diesem Licht enthaltenen farbigen Strahlen in der Reihenfolge ihrer Brechbarkeit neben einander; der Inbegriff dieser Spaltbilder ist das Spektrum. Wegen der endlichen Breite des Spalts greifen die Spaltbilder über einander; das Spektrum ist daher um so reiner, jeder Punkt des Schirms wird in um so grösserer Annäherung durch nur eine homogene Lichtart von bestimmter Farbe und Brechbarkeit beleuchtet, je schmäler der Spalt ist.

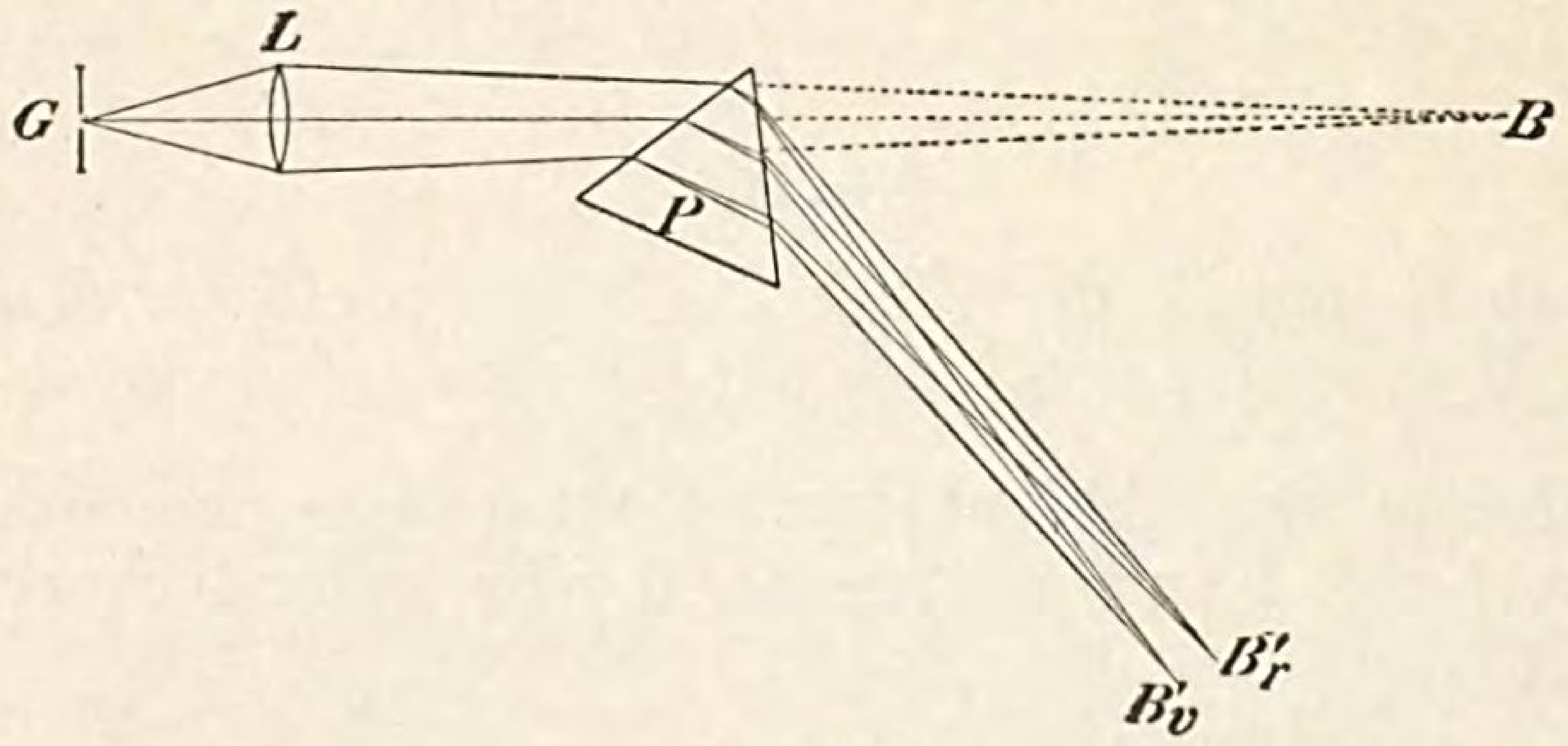


Fig. 208.

465. Versuche von Newton. Von den verschiedenen Versuchen, durch welche Newton seine Theorie bestätigte, führen wir zwei an:

1. Man stelle eine Linse L (Fig. 209) so auf, dass sie von der mit weissem Licht beleuchteten Vorderfläche des Prismas ein scharfes Bild auf einem Schirm entwirft; dieses Bild ist dann weiss. Alle die farbigen Strahlen nämlich, in welche an einem Punkte v der Vorderfläche des Prismas der einfallende Strahl sich spaltet, werden in

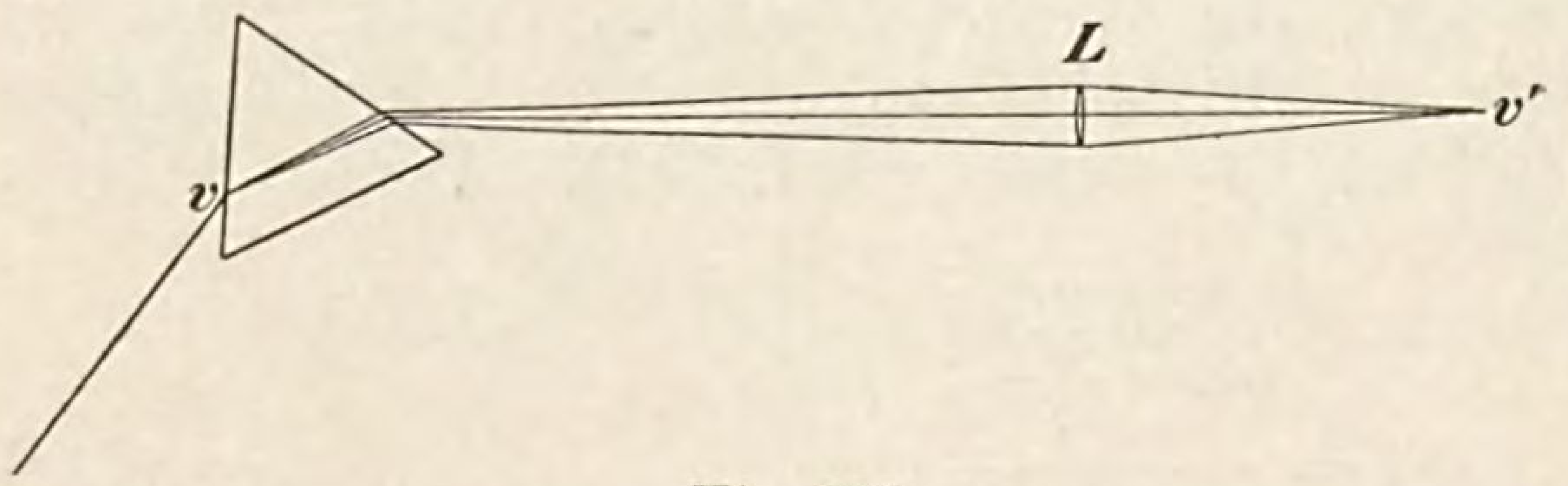


Fig. 209.

[1] In Ausnahmefällen, welche man als Fälle anomaler Dispersion bezeichnet, ist nach Christiansen und Kundt die Reihenfolge der Brechbarkeit eine andere, als gewöhnlich.

dem Bildpunkte v' von v wieder vereinigt und erzeugen bei ihrer Mischung das Weiss, aus dem sie entstanden sind.

2. Man fange die farbigen Strahlen, welche von dem Prisma herkommen, durch ein zweites Prisma mit horizontaler brechender Kante auf. Ist diese abwärts gekehrt, so erhält man auf dem Schirm ein schräg aufwärts gerichtetes, aber in vertikaler Richtung nicht verbreitertes Spektrum, dessen rothes Ende unten, dessen blaues Ende oben ist. In der That werden durch das zweite Prisma die einzelnen homogenen Spaltbilder nach Maassgabe der Brechbarkeit ihres Lichts lediglich abgelenkt, nicht aber weiter zerlegt.

466. Der Heliostat. Um mit Sonnenlicht zu experimentiren, lässt man dieses auf einen ebenen Spiegel fallen, welcher auf einem Consol ausserhalb des Zimmers aufgestellt, die Sonnenstrahlen in der gewünschten Richtung durch eine Oeffnung oder einen Spalt ins Zimmer wirft. Durch ein Uhrwerk, mit welchem er verbunden ist, wird der Spiegel der Sonne so nachgedreht, dass die Richtung der reflektirten Strahlen stets ungeändert bleibt. Der Spiegel mit seinem Uhrwerk heisst ein Heliostat.

467. Die Fraunhofer'schen Linien. Stellt man den Versuch des Art. 464 an, indem man den Spalt mit Sonnenlicht beleuchtet, so findet man das horizontale Spektrum von vertikalen, dunklen Linien durchzogen; die Lichtarten, welche im Spektrum an die Stelle jener Linien fallen würden, fehlen also im Sonnenlicht. Man nennt diese Linien die Fraunhofer'schen Linien; einen Theil derselben hat Fraunhofer, wie Fig. 210 zeigt, durch Buchstaben bezeichnet. Die von Fraunhofer zuerst erkannte Bedeutung dieser Linien

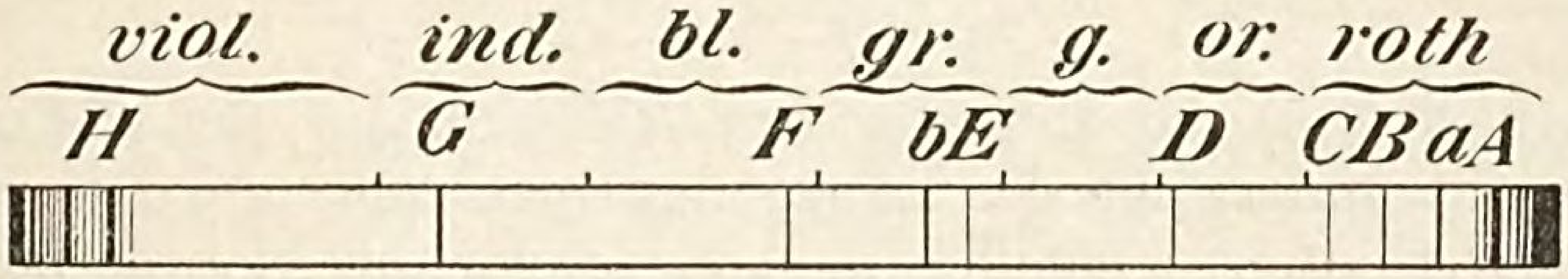


Fig. 210.

für die messende Optik besteht darin, dass sie es uns ermöglichen, bestimmte Lichtarten zu bezeichnen. So ist Licht der D-linie diejenige gelbe Lichtart, welche, wenn sie im Sonnenlicht vorhanden wäre, ein helles gelbes Spaltbild an der Stelle der D-linie im Sonnenspektrum geben würde. Um nach der Methode des Art. 463 den Brechungsexponenten eines Prismas für die D-linie zu bestimmen, beleuchtet man den Spalt mit Sonnenlicht und stellt das Prisma so auf, dass die D-linie das Minimum der Ablenkung erfährt. Flüssigkeiten füllt man in gläserne Hohlprismen ein, welche von planparallelen Wänden begrenzt sind; da letztere nach Art. 456 die Richtung der Lichtstrahlen nicht beeinflussen, so ist die Ablenkung eines Strahls dieselbe, wie wenn das ganze Prisma aus der Flüssigkeit bestünde.

468. Die folgende Tabelle enthält die **Brechungsexponenten einiger Körper** gegen Luft für verschiedene Fraunhofer'sche Linien:

	B	D	E	F	G	H	H—B
Wasser ausgekocht 20°,2	1,3304	1,3330	1,3352	1,3371	1,3406	1,3434	0,0130
Crownglas 17°,5	1,5258	1,5296	1,5330	1,5361	1,5417	1,5466	0,0208
Flintglas 18°,8	1,6277	1,6350	1,6420	1,6483	1,6603	1,6711	0,0434
Schwefelkohlenstoff 17°	1,6176	1,6303	1,6432	1,6553	1,6798	1,7028	0,0852
Zimmtsäureäthyläther 20°,6	1,5501	1,5602	1,5703	1,5810	1,6031	1,6254	0,0753

469. Dispersion. Bezeichnet man durch δ_v und δ_r die Ablenkungen, welche ein Prisma von sehr kleinem brechenden Winkel φ bei kleinem Einfallswinkel den violetten (H) und rothen (B) Strahlen ertheilt, durch n_v und n_r die Brechungsverhältnisse für diese Strahlen, so ist nach Art. 459 Gleichung (83)

$$\delta_v - \delta_r = \varphi \, . \, (n_v - n_r) \ldots . \qquad (85)$$

$$\delta_r = \varphi \, . \, (n_r - 1) \ldots . \qquad (85^a)$$

Da nach (85) die Differenz der Ablenkungen für violettes und rothes Licht und damit die Länge des Spektrums der Differenz der Brechungsverhältnisse nämlich $n_v - n_r$ proportional ist, so bezeichnet man $n_v - n_r$ als das Zerstreuungsvermögen oder die Dispersion der Prismensubstanz. Die Dispersion ist in der letzten Columne der Tabelle (Art. 468) verzeichnet.

470. Achromatisches Prisma. Aus der Tabelle und den Gleichungen (85) ergiebt sich

	für Crownglas	für Flintglas	
$\delta_v - \delta_r$	$0{,}0208 \, . \, \varphi$	$0{,}0434 \, . \, \varphi \ldots .$	(86)
δ_r	$0{,}5258 \, . \, \varphi$	$0{,}6277 \, . \, \varphi \ldots .$	(86ᵃ)

Unter den Voraussetzungen des Art. 469 giebt bei gleichem brechendem Winkel ein Flintglasprisma nach (86) ein ungefähr doppelt so langes Spektrum, als ein Crownglasprisma und nach (86ᵃ) ein etwas mehr abgelenktes. Vergrössert man aber den brechenden Winkel des Crownglasprismas, bis sein Spektrum ebenso lang gegeworden ist, als das des Flintglasprismas, also nach (86) etwa bis

auf das doppelte, so bringt es eine grössere Ablenkung δ_r der rothen Strahlen, als dieses hervor. Setzt man nun die beiden Prismen hinter einander (Fig. 211), so dass sie ihre brechenden Kanten nach entgegengesetzten Seiten kehren, so bleibt Ablenkung zu Gunsten des Crownglasprismas übrig, während die Farbenzerstreuung, was die rothen und violetten Strahlen anlangt, aufgehoben ist. Würden, was nicht der Fall ist, die Spektren der beiden Prismen völlig congruent sein, so würde die Farbenzerstreuung völlig aufgehoben werden. Die beschriebene Prismencombination heisst ein achromatisches Prisma.

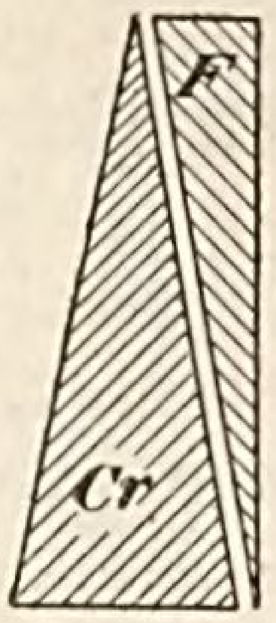


Fig. 211.

471. Gradsichtiges Prisma. Vergrössert man hingegen den brechenden Winkel des Crownglasprismas soweit, dass es die rothen Strahlen — oder Strahlen mittlerer Brechbarkeit — ebenso stark ablenkt wie das Flintglasprisma, so ist die Länge des Spektrums für dieses grösser, als für jenes. Setzt man daher die beiden Prismen wie in Art. 470 hinter einander, so bleibt Farbenzerstreuung zu Gunsten des Flintglasprismas übrig, während die Ablenkung aufgehoben ist. Eine solche Prismencombination heisst ein gradsichtiges Prisma. Gewöhnlich combinirt man (Fig. 212) drei Crownglasprismen *Cr* mit zwei rechtwinkligen Flintglasprismen *F*; die Prismen werden mit dem durchsichtigen Kanadabalsam zusammengekittet, dessen Brechungsverhältniss ungefähr gleich dem des Crownglases ist.

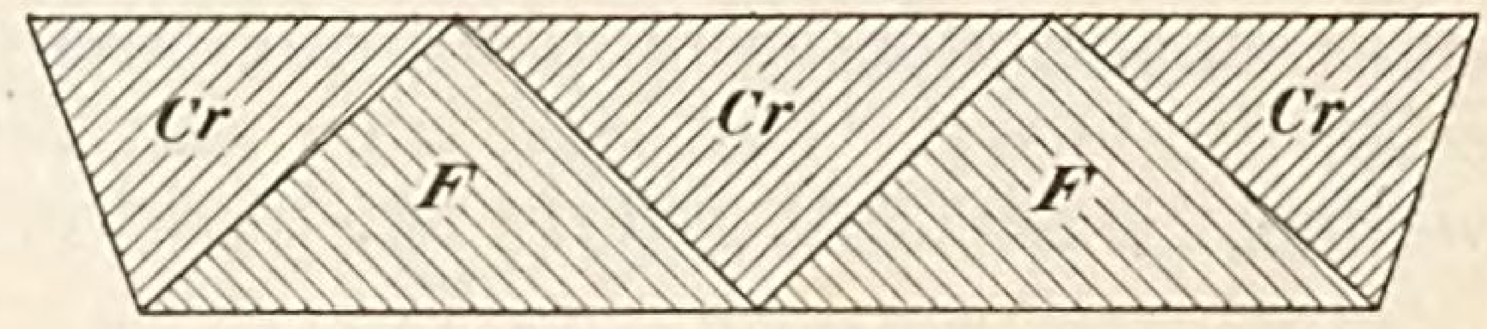


Fig. 212.

Solche zusammengesetzte Prismen haben den Uebelstand, dass beim Uebergang des Lichts aus einem Körper in den andern jedesmal Licht durch Reflexion verloren geht. Die Menge dieses reflektirten Lichtes ist nun um so kleiner, je weniger die Brechungsverhältnisse der beiden Körper von einander verschieden sind; darauf beruht die grosse Lichtstärke des gradsichtigen Prismas von Wernicke. Hier bilden Fig. 213 die Crownglasprismen *Cr* und die Glasplatte *G* einen prismatischen Hohlraum, welcher mit Zimmtsäureäthyläther gefüllt wird, einer Flüssigkeit, welche (Art. 468) bei nur wenig grösserem mittlerem Brechungsverhältniss ein 3—4 mal so grosses Zerstreuungsvermögen als Crownglas besitzt.

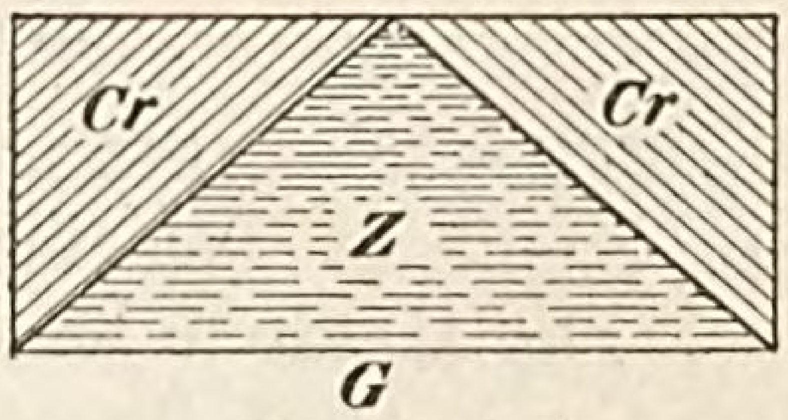


Fig. 213.

472. Spektralanalyse. Um die Natur des Lichts zu erkennen, welches eine Lichtquelle aussendet, entwirft man mittelst Prisma und Linse ein Spektrum von einem durch die Lichtquelle erleuchteten Spalt; zur objektiven Darstellung in der Anordnung des Art. 464, zur subjektiven Beobachtung im Spektralapparat (Art. 500).

Ist die Lichtquelle ein glühender fester oder tropfbarer Körper, so ist das Spektrum continuirlich, d. h. ein ununterbrochenes Farbenband, welches sich, wenn der Körper weiss glüht, vom Roth bis zum Violett erstreckt. Solche Körper senden also Licht jeder Brechbarkeit aus.

Ist aber die Lichtquelle gasförmig, so besteht das Spektrum hauptsächlich aus einzelnen hellen Linien oder Spaltbildern, es ist, wie man sagt, ein discontinuirliches oder Linienspektrum. Leuchtende Gase senden also hauptsächlich einzelne bestimmte Lichtarten aus[1]. So ist das Spektrum der weissglühenden Kohlen der Bogenlampe ein continuirliches, das des Lichtbogens (Art. 744) aber ein discontinuirliches; es zeigt, wenn Metalle wie Silber, Zink, Kupfer im Bogen verflüchtigt werden, vorzugsweise die charakteristischen Linien dieser Metalle. Das Linienspektrum eines glühenden Gases hängt nun in erster Linie nur von der chemischen Natur des letztern ab; sind daher die Linienspektren der glühenden Gase ein für allemal bestimmt, so kann man aus ihnen rückwärts auf die chemische Natur der glühenden Gase schliessen. Dies ist die Methode der Spektralanalyse von Bunsen und Kirchhoff.

Die Spektralanalyse wird in den Laboratorien besonders zur Erkennung der leichten Metalle benutzt. In eine an einen dünnen Platindraht angebogene Oese schmelzt man eine Perle aus dem Salz eines solchen Metalls ein und bringt diese in die Flamme eines Bunsen'schen Brenners. Das Spektrum der Flamme, welche durch das sich verflüchtigende Salz gefärbt ist, hängt dann erfahrungsgemäss nur von dem Metall, nicht von der Säure des Salzes ab und erlaubt daher einen Schluss auf jenes zu ziehen. Fig. 214 zeigt die charakteristischen Linien einiger Metalle; eine helle Linie im Gelb ist für das Natrium, eine im Roth für das Lithium besonders charakteristisch; ein Gemisch mehrerer Metallsalze liefert die Spektren der einzelnen Metalle superponirt.

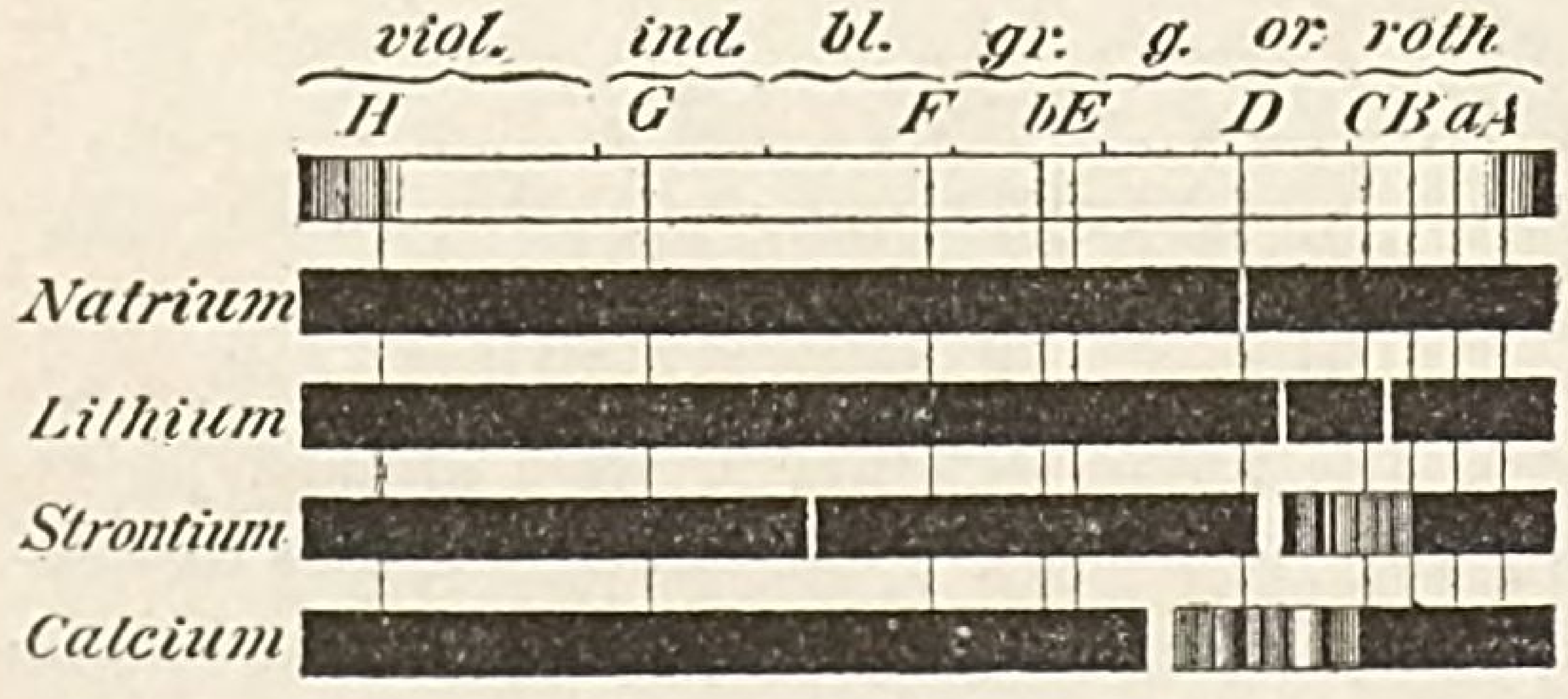


Fig. 214.

Die Methode ist ausgezeichnet durch hohe Empfindlichkeit; sie erlaubt z. B. nach Bunsen noch 1/14 000 000 mg Natrium nachzuweisen. Dadurch hat sie zur Entdeckung neuer Metalle geführt, des Cäsiums und Rubidiums in den Händen von Bunsen selbst, des Thalliums, Indiums, Galliums, Germaniums in den Händen anderer Beobachter.

Cap. 5. Von den Linsen.

473. Linsen. Eine Linse ist eine, ganz oder zum Theil, von zwei brechenden Kugelhauben begrenzte Schicht lichtbrechender Substanz

[1] Ausser den hellen Linien enthält das Spektrum glühender Gase zuweilen auch Theile eines meist schwachen continuirlichen Spektrums, welche praktisch von geringer Bedeutung sind.

und besteht gewöhnlich aus Glas. Axe der Linse heisst die Linie, welche die Krümmungsmittelpunkte C_1 und C_2 der begrenzenden Kugelflächen (Fig. 216) verbindet. Sammellinsen sind in der Mitte dicker, als am Rande, Zerstreuungslinsen verhalten sich umgekehrt.

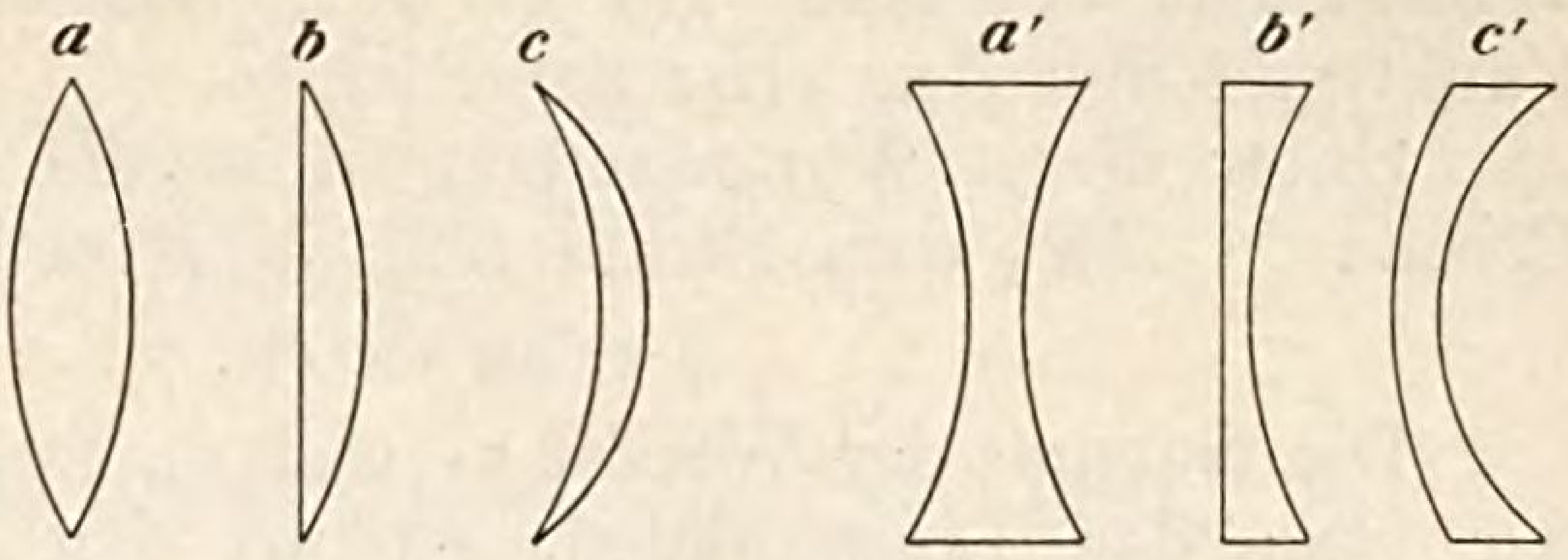


Fig. 215.

Man unterscheidet biconvexe, planconvexe, concavconvexe Sammellinsen (Fig. 215 [a—c]); biconcave, planconcave, convexconcave Zerstreuungslinsen (Fig. 215 [a'—c']). Die Figuren stellen Schnitte dar, welche durch die Axen der Linsen geführt sind.

474. Sammellinsen. Fig. 216 zeigt den Durchgang eines Strahls $GM_1 M_2B$ durch eine Sammellinse; dabei finden Brechungen in den Punkten M_1 und M_2 statt. Für die Brechung in einem Punkte M der gekrümmten Linsenfläche ist deren Gestalt nur in unmittelbarer Nähe des Einfallspunktes maassgebend, in welcher sie mit der Tangentialebene zusammenfällt; daher ertheilt die Linse dem

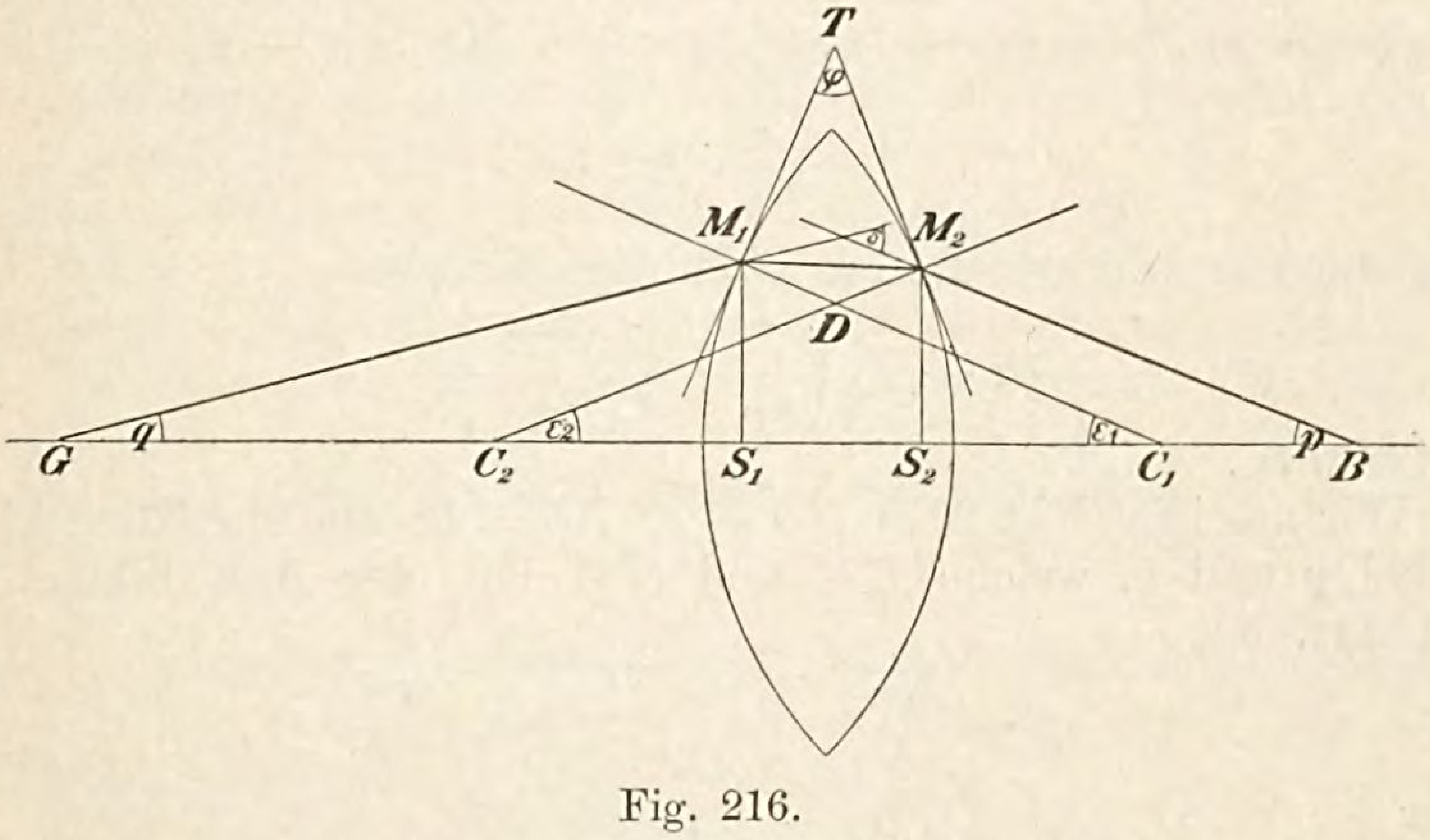


Fig. 216.

Strahl dieselbe Ablenkung, wie ein Prisma, dessen brechende Flächen die Tangentialebenen TM_1 und TM_2 sind, dessen dickes Ende der Axe zugewendet ist. Beim Durchgang durch die Sammellinse werden mithin die auffallenden Strahlen gegen die Axe hin gebrochen (Art. 458); Sammellinsen vermindern die Divergenz auffallender Strahlen.

475. Linsenformel. Ein zweiter von G ausgehender Strahl ist GC_2, der mit dem Einfallsloth zusammenfällt und deshalb ungebrochen weiter geht; er schneidet den Strahl GM_1M_2B in B.

Die Lage von B bestimmen wir unter den Voraussetzungen, dass 1. die Linse unendlich dünn, der brechende Winkel φ des

Prismas Art. 474 unendlich klein ist, dass 2. die Strahlen sehr kleine Winkel mit der Axe und dem Einfallslothe bilden, dass also die Punkte M der Axe sehr nahe liegen.

Unter diesen Voraussetzungen ist die Ablenkung δ, welche das Prisma M_1TM_2 dem Strahl GM_1M_2B ertheilt, nach Art. 459

$$\delta = (n-1)\,.\,\varphi\,.\,.\,.\,. \qquad (87)$$

Die Summe der Winkel ε_1 und ε_2, welche die Kugelradien mit der Axe der Linse bilden, ergänzt den Winkel C_1DC_2 zu zwei Rechten; dasselbe gilt von dem Winkel φ; daher ist

$$\varphi = \varepsilon_1 + \varepsilon_2\,.\,.\,.\,. \qquad (88)$$

Zieht man M_1S_1 und M_2S_2 senkrecht zur Axe und setzt die Radien $C_1M_1 = r_1$, $C_2M_2 = r_2$, so sind nach Art. 3 die unendlich kleinen Winkel ε

$$\varepsilon_1 = \frac{M_1S_1}{r_1} \qquad \varepsilon_2 = \frac{M_2S_2}{r_2}$$

Ist nun die Linse unendlich dünn, so fallen die Punkte M_1, M_2, S_1, S_2 je in einen Punkt M und S (Fig. 217) zusammen und es wird

$$\varepsilon_1 + \varepsilon_2 = MS\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right)\,.\,.\,.\,. \qquad (89)$$

Nach (87)—(89):

$$\delta = (n-1)\,.\,\varphi = (n-1)\,.\,(\varepsilon_1+\varepsilon_2) = MS\,.\,(n-1)\left(\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r_2}\right)$$

$$= \frac{1}{f}\cdot MS\,.\,.\,.\,. \qquad (90)$$

wenn die nur von der Linse abhängige Grösse

$$(n-1)\left(\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r_2}\right) = \frac{1}{f}\,.\,.\,.\,. \qquad (91)$$

gesetzt wird.

Wir machen (Fig. 217) $GS = g$, $BS = b$; die unendlich kleinen Winkel p und q, welche BM und GM mit der Axe bilden, sind nach Art. 3

$$p = \frac{MS}{b} \qquad q = \frac{MS}{g}$$

daher

$$\delta = p + q = MS\left(\frac{1}{b}+\frac{1}{g}\right)\,.\,.\,.\,. \qquad (92)$$

Die Vergleichung von (90) und (92) ergiebt

$$\frac{1}{g} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}\,.\,.\,.\,. \qquad (93)$$

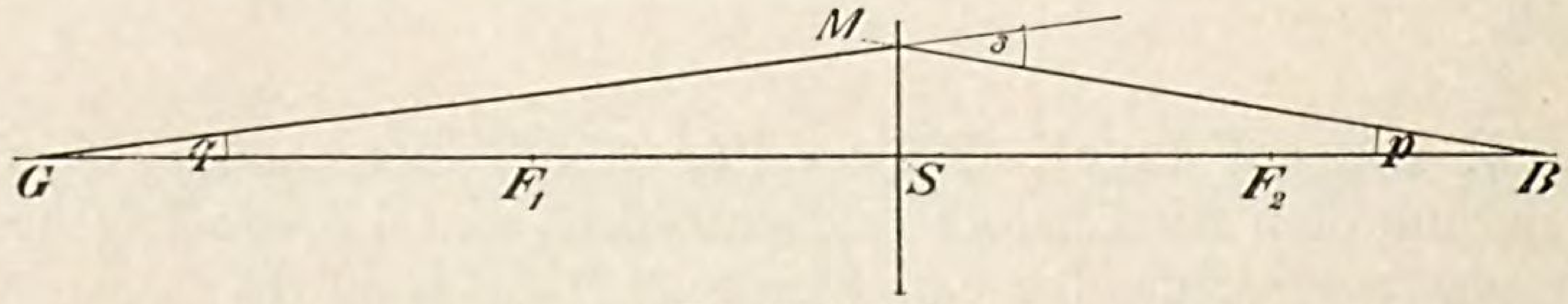


Fig. 217.

Diese Gleichung bestimmt die Lage des Punktes B unabhängig

vom Einfallspunkte M. Unter den gemachten Voraussetzungen schneiden sich also alle Strahlen, die von dem auf der Axe liegenden Punkt G ausgehen, nach dem Durchgang durch die Linse in einem Punkt B, dem optischen Bilde von G. Zwei Punkte B und G, von denen der eine das Bild des andern ist, heissen conjugirt; GS heisst die Gegenstandsweite, BS die Bildweite.

476. Diskussion der Linsenformel (vgl. Art. 446).

Für $g = \infty$ wird $b = f$. f heisst die Brennweite und, wenn $SF_1 = SF_2 = f$ gemacht wird, F_1 der erste, F_2 der zweite Brennpunkt der Linse; die durch die Brennpunkte senkrecht zur Axe gelegten Ebenen heissen die Brenn- oder Fokalebenen der Linse. Für eine biconvexe Crownglaslinse ($n = {}^3/_2$) ist bei gleichem Krümmungshalbmesser der brechenden Flächen die Brennweite f nach (91) diesem gleich. Im zweiten Brennpunkt wird ein in unendlicher Ferne auf der Axe gelegener Punkt abgebildet, welcher zur Axe parallele Strahlen auf die Linse schickt.

Es nähere sich der Gegenstand G der Linse. Da $1/g + 1/b$ dabei ungeändert bleibt, so wird b grösser, wenn g kleiner wird: Bild und Gegenstand bewegen sich in derselben Richtung.

Für $g = 2f$ wird $b = 2f$: die Bildweite ist gleich der Gegenstandsweite, wenn diese der doppelten Brennweite gleich ist.

Für $g = f$ wird $b = \infty$: ist der Gegenstand in den ersten Brennpunkt gekommen, so treten die Strahlen der Axe parallel aus der Linse und das Bild rückt in unendliche Ferne.

Sämmtliche bisher betrachtete Bilder sind reell.

Wird $g < f$, liegt, wie man sagt, der Gegenstand innerhalb der Brennweite, so wird b negativ; negative Bildweiten sind, wie eine für diesen Fall entworfene Figur zeigt, vor die Linse abzutragen, bedeuten mithin, dass die rückwärts gezogenen Verlängerungen der Strahlen sich vor der Linse schneiden, oder dass ein virtuelles Bild vor der Linse entsteht.

477. Optischer Mittelpunkt der Linse. Man ziehe (Fig. 218) die beiden parallelen Radien C_1B_1 und C_2B_2. Auf den Strahl $A_1B_1B_2A_2$, welcher im Glase nach B_1B_2 verläuft, wirkt die Linse wie eine planparallele Platte, welche ihm keine Richtungsänderung, sondern nur eine Parallelverschiebung ertheilt (Art. 455); auch diese verschwindet, wenn die Linse unendlich dünn ist. Die beiden Punkte m_1 und m_2 fallen dann in einen Punkt zusammen, nämlich in den, in welchem die unendlich dünne Linse die Axe schneidet, und welcher der optische Mittelpunkt der Linse heisst. Ein gegen ihn gerichteter Strahl geht unabgelenkt durch die Linse hindurch.

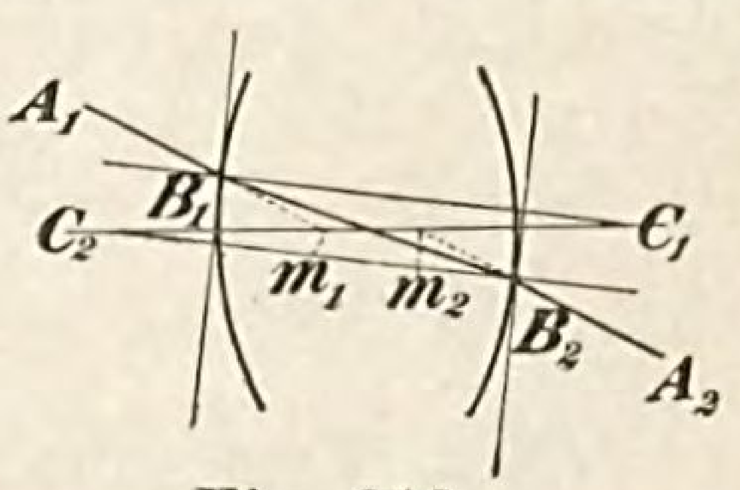


Fig. 218.

478. Construktion der Linsenbilder. Sei (Fig. 219) GG' eine kleine zur Axe senkrechte Linie. Der zur Axe parallele Strahl $G'M$ geht

nach der Brechung durch den zweiten Brennpunkt F_2, der nach

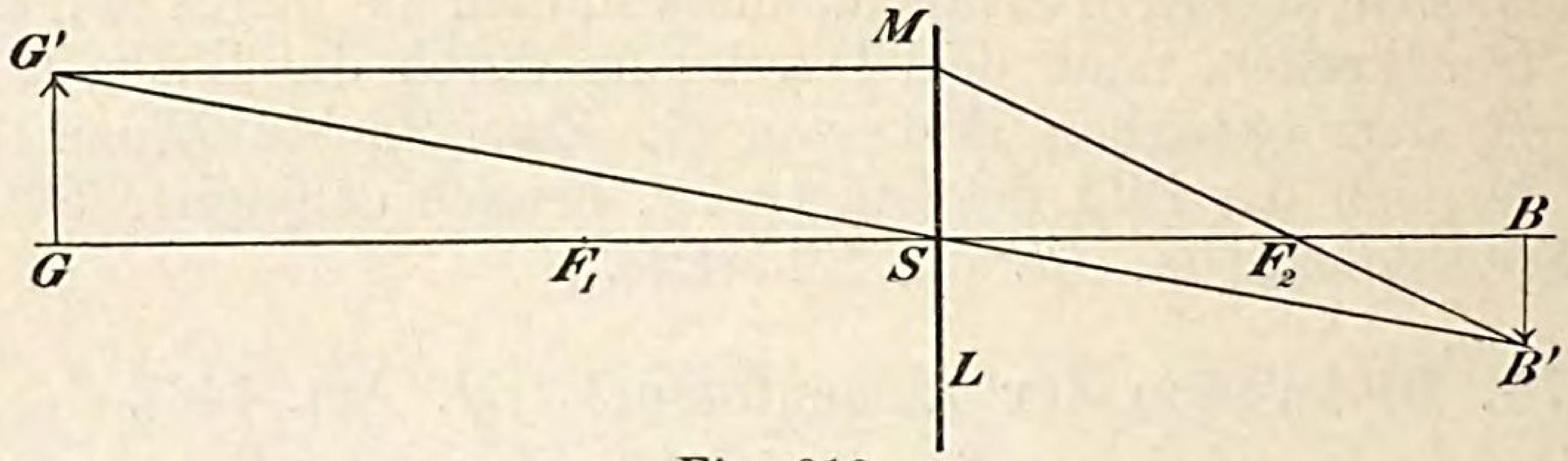


Fig. 219.

dem optischen Mittelpunkt S gerichtete Strahl $G'S$ geht ungebrochen weiter. Der Durchschnittspunkt B' dieser beiden Strahlen ist das Bild von G'. BB', senkrecht zur Axe gezogen, ist das umgekehrte reelle Bild von GG', da das Bild einer der Axe nahen und zu ihr senkrechten Linie, ebenfalls eine solche Linie ist[1].

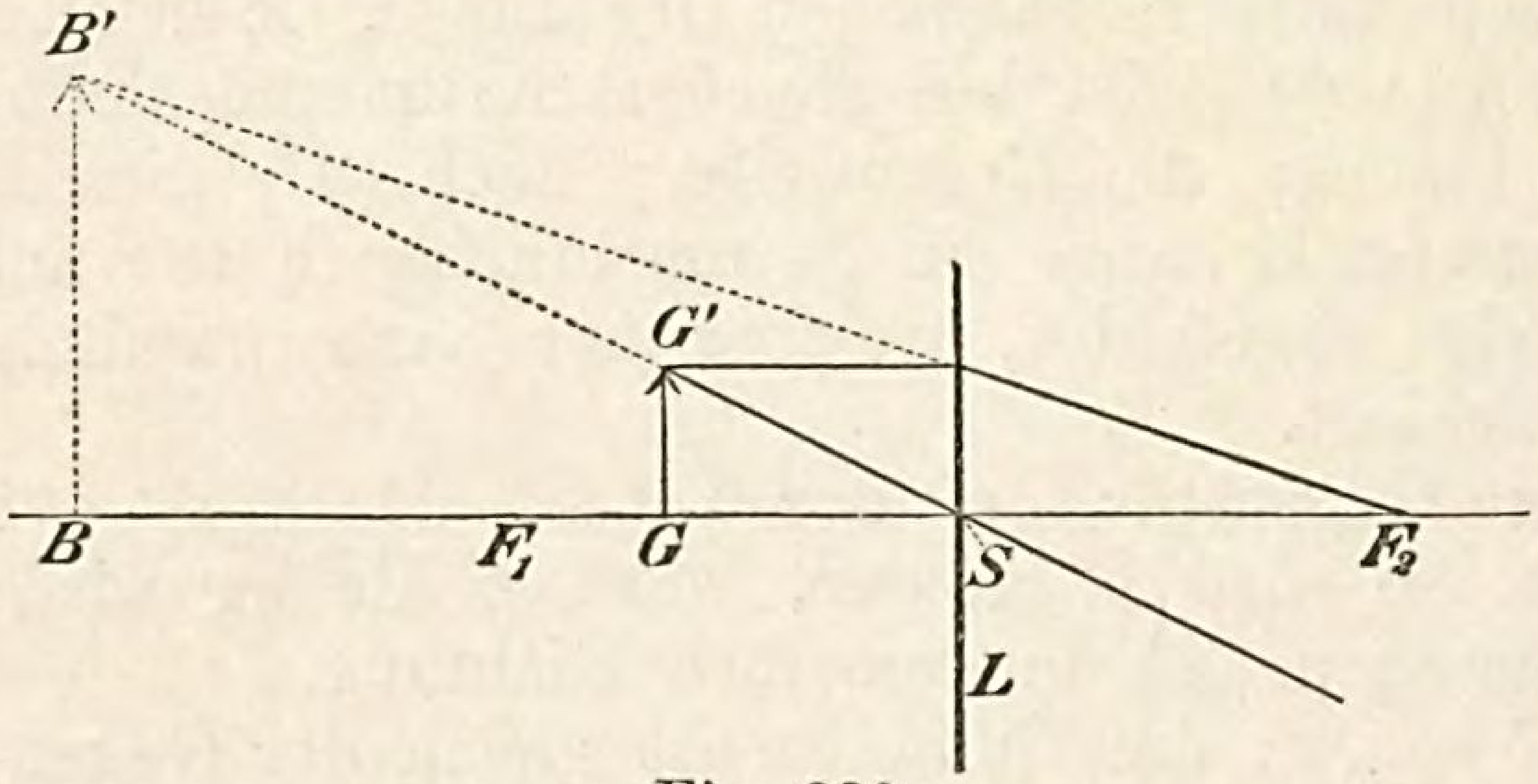


Fig. 220.

Die Bildgrösse BB' werde durch β, die Gegenstandsgrösse GG' durch γ bezeichnet. Aus der Aehnlichkeit der Dreiecke $GG'S$ und $BB'S$ folgt:

$$\beta : \gamma = b : g \ldots . \qquad (94)$$

Fig. 220 ist in derselben Weise ein virtuelles Bild von einem innerhalb der Brennweite gelegenen Gegenstande construirt; es ist aufrecht und vergrössert.

479. Zusammenfassung. Sammellinsen geben reelle oder virtuelle Bilder, je nachdem der Gegenstand ausserhalb oder innerhalb der Brennweite liegt. Die reellen Bilder sind umgekehrt, und vergrössert oder verkleinert, je nachdem der Gegenstand innerhalb oder ausserhalb der doppelten Brennweite liegt. Die virtuellen Bilder sind aufrecht und vergrössert. Die lineare Bildgrösse verhält sich zur linearen Gegenstandsgrösse wie Bildweite zu Gegenstandsweite. Vgl. Art. 448.

480. Versuche. Man weist die reellen Bilder der Sammellinsen nach, indem man sie wie Art. 449 auf einem weissen Schirm auffängt. Dabei kann man die Entfernungen g und b zweier conjugirter Punkte von der Linse messen und aus g und b nach (93)

---

[1] Es ist

$$B'G' : B'S = G'M : SF_2 = g : f$$
$$B'G' - B'S : B'S = g - f : f = g : b \quad \text{(Gleichung 93)}$$
$$G'S : B'S = g : b = GS : BS.$$

Daher $\triangle\, GG'S \sim \triangle\, BB'S$, woraus $\sphericalangle\, B'BS = \sphericalangle\, G'GS = 90^\circ$, w. z. b. w

die Brennweite f der Linse berechnen. Die virtuellen Bilder beobachtet man, indem man durch die vor das Auge gehaltene Linse einen innerhalb der Brennweite gelegenen Gegenstand betrachtet.

481. Eine Zerstreuungslinse wirkt (Fig. 221) auf einen Strahl $A_1 B_1 B_2 A_2$ wie ein Prisma, dessen dickes Ende von der Axe abgewendet ist, bricht folglich die auffallenden Strahlen, deren Divergenz vermehrend, von der Axe fort. In Folge hiervon divergiren schon Strahlen, die der Axe parallel auffallen, nach dem Durchgang durch die Linse, und schneiden sich, rückwärts verlängert, in dem zweiten, virtuellen Brennpunkt F_2 vor der Linse (Fig. 222). Man findet auch hier für die unendlich dünne Linse einen optischen Mittelpunkt S; mittelst S und F_2 nach dem Muster des Art. 478 construirt ergeben sich die Bilder der Zerstreuungslinsen aufrecht, virtuell, verkleinert und zwischen Brennpunkt F_2 und optischem Mittelpunkt S der Linse gelegen (Fig. 222).

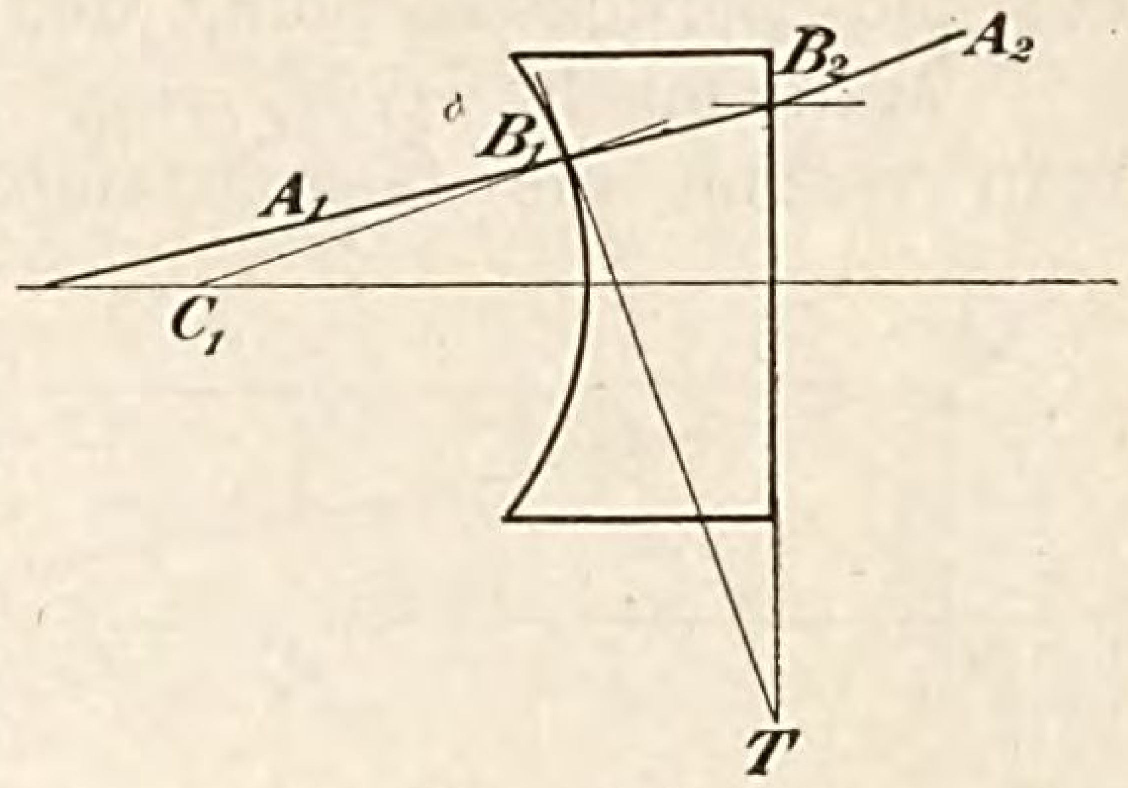


Fig. 221.

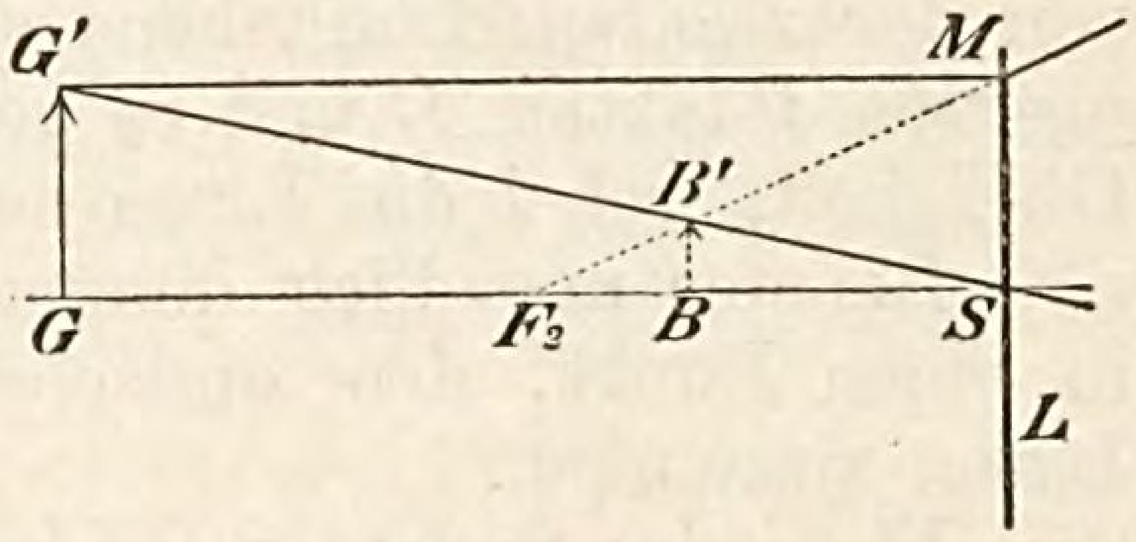


Fig. 222.

482. Allgemeine Gültigkeit der Linsenformel. Führt man die Betrachtungen des Art. 475 für irgend eine Linse durch, so zeigt sich, dass die Formel (93) in jedem Fall gilt, wenn man den Krümmungshalbmesser r einer brechenden Fläche positiv oder negativ rechnet, je nachdem diese ihre convexe oder concave Seite nach aussen kehrt, und wenn man negative Bildweiten allemal vor die Linse abträgt.

483. Hauptpunkte. Um, die Voraussetzung 2. des Art. 475 beibehaltend, die Dicke der Linse zu berücksichtigen, benutzt man die von Gauss eingeführten Hauptpunkte, zwei auf der Axe der Linse liegende conjugirte Punkte, deren Eigenschaften wir ohne Beweis anführen.

1. Ein Strahl, welcher vor der Brechung in irgend einer Richtung durch den ersten Hauptpunkt geht, geht nach der Brechung jener Richtung parallel durch den zweiten.

2. Nennt man die durch die Hauptpunkte senkrecht zur Axe gelegten Ebenen die Hauptebenen, so hat jeder Punkt der ersten Hauptebene sein optisches Bild gerade gegenüber in der zweiten.

Fig. 223 ist eine biconvexe Linse mit ihren Hauptpunkten H_1 und H_2 und ihren Brennpunkten F_1 und F_2 gezeichnet.

Der von dem Gegenstandspunkt G' ausgehende, der Axe parallel auffallende Strahl geht vor der Brechung durch den Punkt h_1 der ersten

Hauptebene, nach der Brechung durch den gerade gegenüber liegenden Punkt h_2 der zweiten; da er auch durch den Brennpunkt F_2 geht, so ist h_2F_2 der gebrochene Strahl. Der vor der Brechung durch H_1 gehende Strahl $G'H_1$ geht nach der Brechung parallel verschoben durch H_2 (H_2B'). Der Durchschnittspunkt B' beider Strahlen ist das mit Berücksichtigung der Linsendicke construirte Bild von G'.

Man mache $GH_1 = g$, $BH_2 = b$, $H_1F_1 = H_2F_2 = f$; d. h. man rechne die Gegenstandsweite von der ersten, die Bildweite

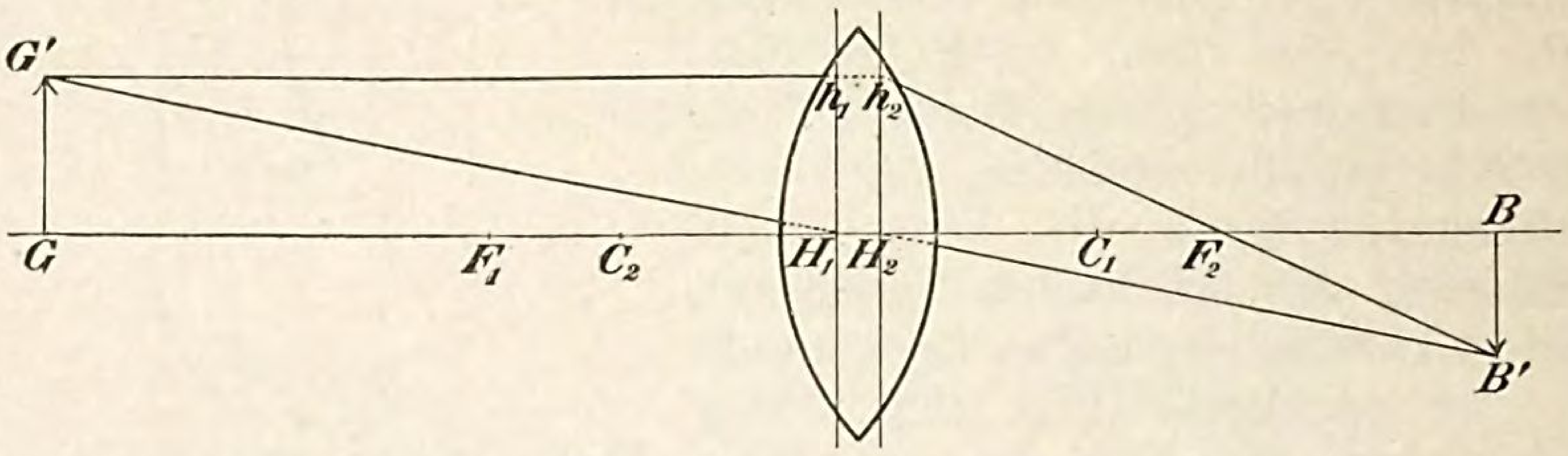


Fig. 223.

von der zweiten Hauptebene ab; dann bleibt die zwischen den conjugirten Punkten B und G gefundene Beziehung $1/g + 1/b = 1/f$ in Gültigkeit, wobei die Linse eine beliebige Dicke haben kann.

Bei der unendlich dünnen Linse fallen die beiden Hauptpunkte in einen Punkt, den optischen Mittelpunkt der unendlich dünnen Linse, zusammen.

Ein jedes System von Linsen, deren Axen zusammenfallen, d. h. ein jedes centrirtes Linsensystem besitzt auf seiner Axe zwei Hauptpunkte mit den geschilderten Eigenschaften.

484. Sphärische Abweichung. Ist die zweite Voraussetzung des Art. 475 nicht erfüllt, so giebt die Linse keine vollkommenen Bilder. Im Allgemeinen, z. B. bei biconvexen Linsen, liegt, wie Fig. 224 zeigt, der Brennpunkt F' der Randstrahlen der Linse näher, als der Brennpunkt F der centralen, d. h. der Axe sehr nahen Strahlen. Die Strecke FF' heisst die sphärische Längenabweichung der Linse; durch Anwendung von mehreren Linsen anstatt einer einzigen kann sie verkleinert werden. Vgl. z. B. Art. 498.

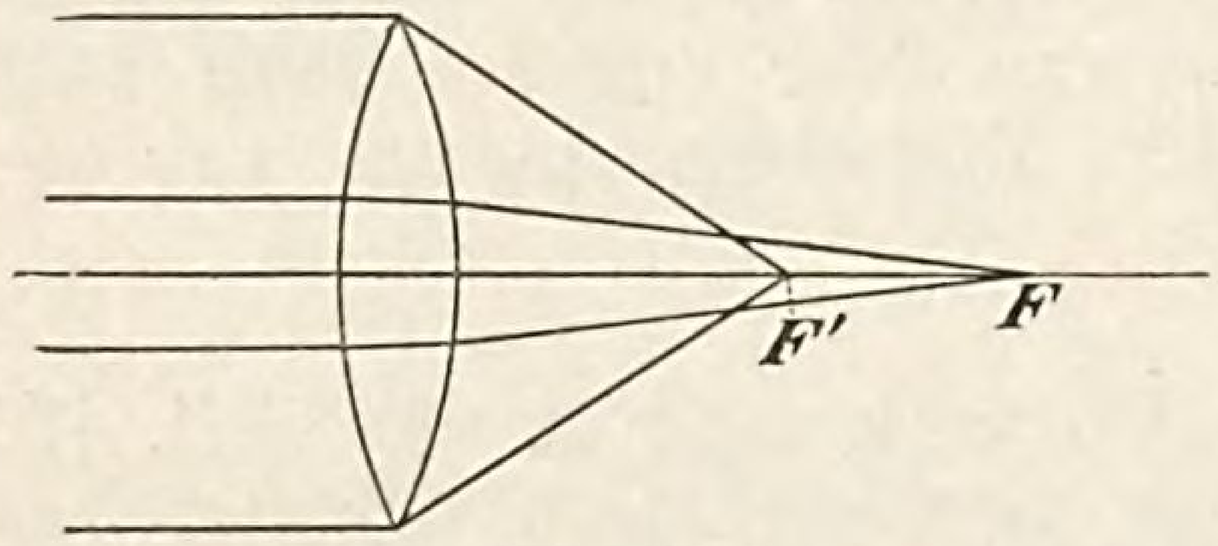


Fig. 224.

485. Chromatische Abweichung. Die violetten Strahlen des einfallenden weissen Lichtes werden stärker als die rothen gebrochen, daher liegt, wie Fig. 225 zeigt, der Brennpunkt Fv der violetten Strahlen der Linse näher, als der Brennpunkt Fr der rothen; die Strecke $FvFr$, d. i. die Differenz der Brennweiten für rothe und violette Strahlen, heisst die

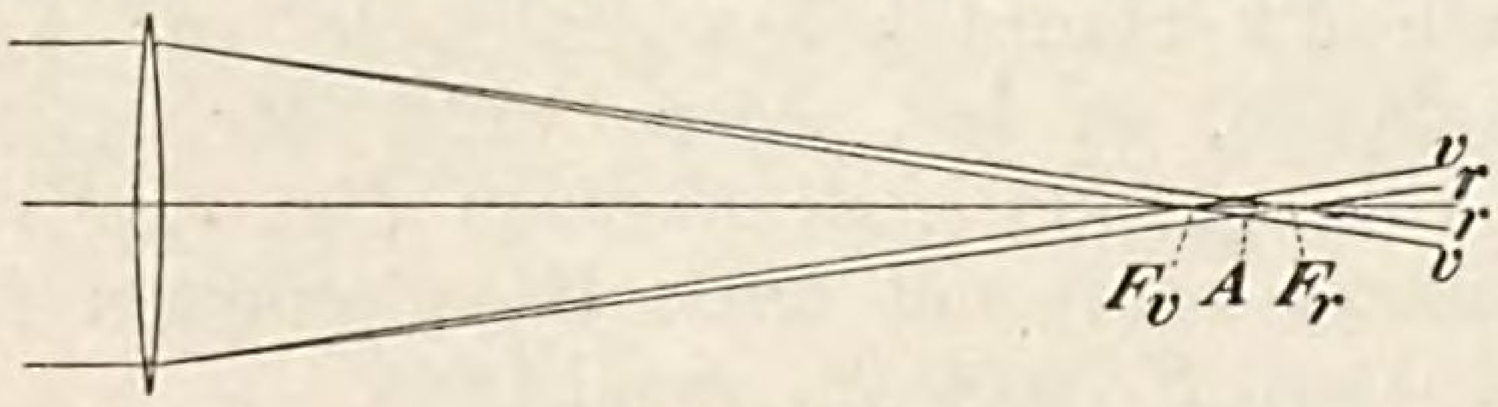


Fig. 225.

chromatische Längenabweichung der Linse. Die von einem weissen Objektpunkt ausgehenden verschiedenfarbigen Strahlen werden daher durch die Linse nicht in einem Punkte vereinigt; für einen unendlich fernen Punkt ist in *A* (Fig. 225) das Bild am kleinsten, diesseits *A* gegen die Linse hin ist es roth, jenseits *A* violett gesäumt.

Da aber die Wirkung einer Linse auf einen Strahl mit der Wirkung eines Prismas übereinkommt, dessen dickes Ende der Axe zu- oder von ihr abgewendet ist, je nachdem die Linse eine Sammel- oder Zerstreuungslinse ist (Artt. 474 und 481), so kann man nach dem Princip des achromatischen Prismas (Art. 470) eine achromatische Sammellinse construiren, für welche die Brennpunkte der rothen und violetten Strahlen zusammenfallen. Fig. 226 zeigt eine derartige achromatische Linse, welche aus einer Sammellinse aus Crownglas und einer Zerstreuungslinse aus Flintglas besteht.

Fig. 226.

Würden die Spektren der beiden Glassorten bei gleicher Länge vollständig congruent sein, so wäre die Achromasie eine vollständige. Für Crown- und Flintglas ist das nicht der Fall; aber in den apochromatischen Systemen von Abbe ist das Crownglas durch Fluorit (Flussspath) ersetzt und dadurch die chromatische sowie auch die sphärische Abweichung auf einen noch kleineren Betrag herabgesetzt.

Cap. 6. Die optischen Instrumente und das Auge.

486. **Die Projektionsapparate** bestehen aus den Beleuchtungslinsen S_1[1] und S_2 und der projicirenden Linse *P* (Fig. 227). Erstere verwandeln, wie die Figur zeigt, das von der Lichtquelle aus divergirende Strahlenbündel in ein convergentes, welches durch die projicirende Linse hindurchgeht und auf einem weissen Schirm einen hellen Kreis erzeugt. Von dem abzubildenden, mit durchfallendem Licht beleuchteten Gegenstande (z. B. Photographie auf Glas) *GG'* entwirft *P* ein reelles, umgekehrtes, vergrössertes Bild *BB'* auf dem Schirm.

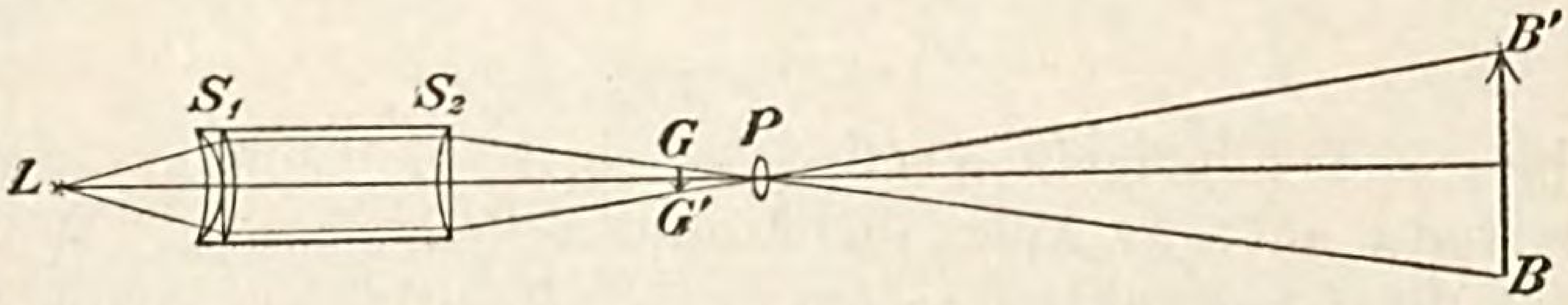


Fig. 227.

487. In der **Camera obscura** (Fig. 228) entwirft die Linse *L* auf der matten Glastafel *M*, welche die Hinterwand eines dunkeln

[1] Die Anwendung der beiden in der Figur gezeichneten Linsen S_1 statt einer verringert die sphärische Abweichung der Strahlen.

Kastens bildet, ein reelles Bild des Gegenstandes, auf welchen man das Instrument richtet. Das Bild eines Objektpunktes G ist der Punkt B, in welchem der von G durch den optischen Mittelpunkt O von L gehende Strahl die Bildebene schneidet.

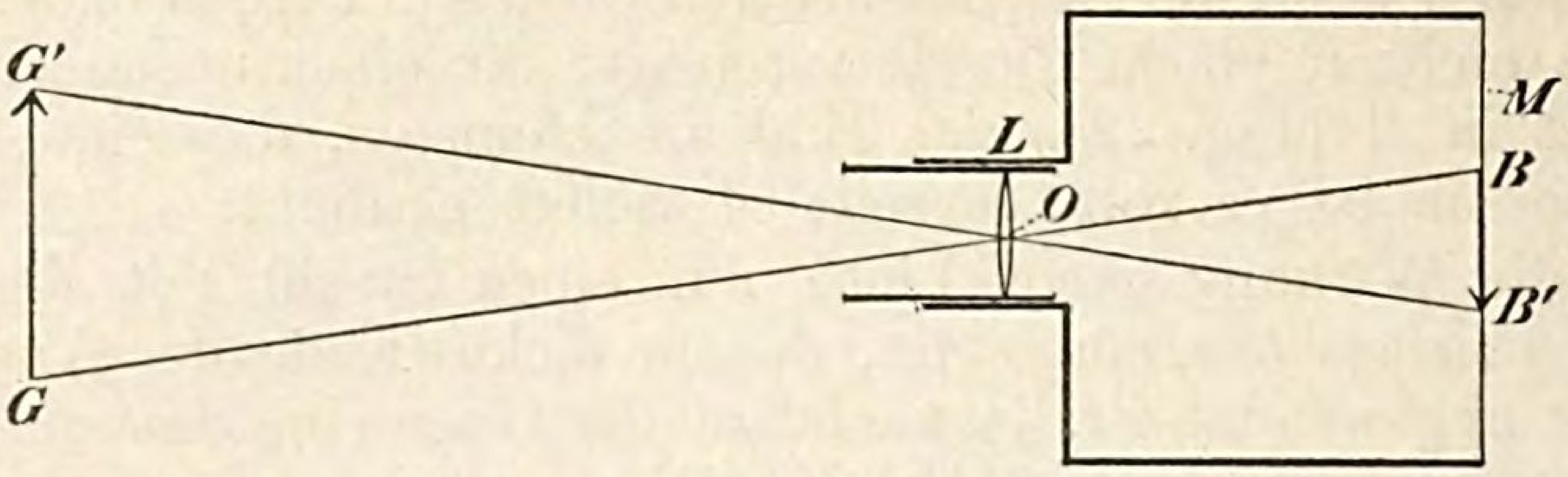


Fig. 228.

488. Das **Auge.** Fig. 229 zeigt einen Schnitt durch die Axe des menschlichen Auges, welches verschiedene, durch nahezu kugelförmige, centrirte Flächen getrennte brechende Medien enthält. Das Licht durchdringt nach einander die Hornhaut H, die wässrige Feuchtigkeit w, die Pupille P, d. i. ein Loch in der Iris oder Regenbogenhaut I, die Krystalllinse K, den Glaskörper V und gelangt so zur Netzhaut R, welche die Ausbreitung des Sehnerven auf dem Hintergrunde des Auges bildet. Auf der Netzhaut entstehen von den betrachteten Gegenständen umgekehrte Bilder, durch deren Einwirkung auf den Sehnerven das Sehen vermittelt wird.

Das letzte Mittel also, in welchem die Bilder zu Stande kommen, der Glaskörper, ist verschieden von dem ersten Mittel, der Luft, aus welchem die Strahlen herkommen. Dieser Umstand bewirkt,

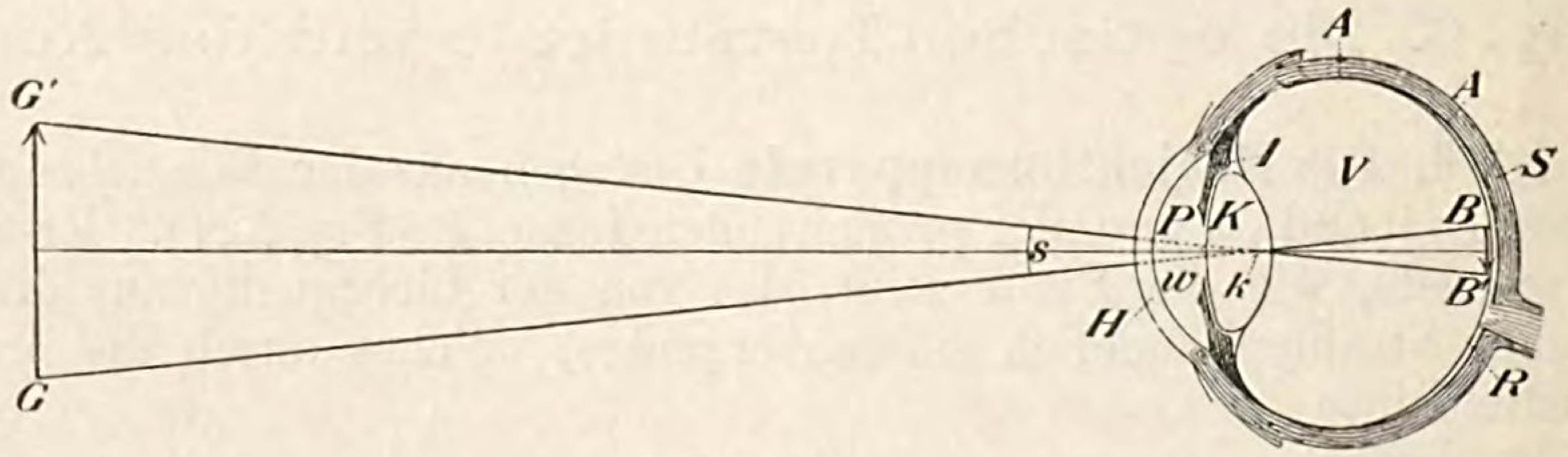


Fig. 229.

dass die allgemeinen Gesetze eines in Luft aufgestellten Linsensystems auf das Auge nicht unmittelbar passen. Wo es aber bloss auf die Construktion scharfer Netzhautbilder ankommt, kann dem Auge bis an die Netzhaut hin eine unendlich dünne, in Luft befindliche Linse substituirt werden, deren Axe mit der Augenaxe zusammenfällt und deren optischer Mittelpunkt 7,5 mm hinter der Vorderfläche der Hornhaut (in k) liegt. Wir nennen diesen Punkt den optischen Mittelpunkt des Auges. Mit Hülfe dieses Punktes werden die scharfen Netzhautbilder wie die Bilder der camera obscura construirt (Art. 487), mit welcher das Auge in vielen Hinsichten verglichen werden kann.

489. **Aufrechtsehen.** Dass wir mittelst der umgekehrten Netzhautbilder aufrecht sehen, erklärt sich nach der empiristischen Theorie des Sehens daraus, dass die Netzhautbilder Zeichen

sind, welche wir durch Erfahrung und Uebung, besonders unter Beihülfe des Tastsinns, verstehen lernen. Denken wir uns ein Kind, welches zum ersten Mal die Augen aufschlägt, so wissen wir nicht, ob und welche Vorstellungen äusserer Objekte in dem Kinde durch die Netzhautbilder erweckt werden. Durch Combination anderer Empfindungen, besonders der Tastempfindungen mit den Netzhautbildern wird sich aber bald in dem Kinde eine Uebung herausbilden, vermöge deren es das „unten" des Netzhautbildes als Zeichen für das „oben" in der Wirklichkeit erkennt, und daher das, was in der Aussenwelt oben ist, auch oben sucht. Aufrecht sehen heisst aber nichts Anderes, als, was oben ist, auch oben suchen.

490. Akkommodation. Wäre das Auge ein unveränderliches Organ, so könnten scharfe Netzhautbilder nur von Gegenständen zu Stande kommen, welche in einer bestimmten Entfernung vom Auge sich befinden, nur solche Gegenstände könnten wir deutlich sehen. In Wirklichkeit kann man durch die sogenannte Akkommodation die Krümmung der Krystalllinse, namentlich ihrer Vorderfläche, so verändern, dass von Gegenständen, deren Entfernungen vom Auge in gewissen Grenzen liegen, scharfe Netzhautbilder entstehen. Ein Gegenstand aber, welcher dem Auge näher liegt, als ein gewisser Punkt, der Nähpunkt heisst und für ein normales Auge 10—12 cm von diesem entfernt ist, kann nicht mehr deutlich gesehen werden, da auch bei äusserster Akkommodation sein Bild hinter die Netzhaut fällt.

491. Scheinbare Grösse und Vergrösserung.

Def. Die scheinbare Grösse eines linearen Objekts oder der Gesichtswinkel desselben ist der Winkel s, unter welchem es, vom optischen Mittelpunkt des Auges aus gesehen, erscheint.

Sei g die Gegenstandsweite, b die Netzhautbildweite, $\gamma = GG'$ und $\beta = BB'$ bzw. die Grösse eines zur Augenaxe senkrechten linearen Gegenstandes und seines Bildes, s die scheinbare Grösse des Gegenstandes. Für kleine Gesichtswinkel ist $s = \gamma / g$ (Fig. 229): die scheinbare Grösse eines linearen Objekts ist seiner Entfernung vom Auge umgekehrt proportional. Weiter ist $\beta / \gamma = b / g$ oder $\beta = b \,.\, \gamma / g = b \,.\, s$: die Grösse des Netzhautbildes ist der scheinbaren Grösse des Gegenstandes direkt, mithin seiner Entfernung vom Auge umgekehrt proportional.

Die Deutlichkeit, mit welcher wir die kleinsten Theile eines Gegenstandes unterscheiden können, wächst mit der Grösse seines Netzhautbildes; daher bringt man einen Gegenstand, den man möglichst deutlich sehen will, in den Nähpunkt und erschöpft damit die Leistungsfähigkeit des unbewaffneten Auges.

Die Leistung jedes optischen Instruments, mit welchem man, um die Deutlichkeit des Sehens zu erhöhen, das Auge bewaffnet, besteht in einer Vermehrung der scheinbaren Grösse des Gegenstandes; daher definirt man als Vergrösserungszahl δ des Instruments das Verhältniss

$$\delta = \frac{\text{scheinbare Grösse durch das Instrument}}{\text{scheinbare Grösse ohne Instrument}} \quad \ldots \quad (95)$$

492. Die Lupe ist eine Sammellinse von kurzer Brennweite, innerhalb der letzteren wird der Gegenstand angebracht. Sei (Fig. 230) L die Lupe, GG' der Gegenstand, BB' das von ihm durch die Lupe entworfene virtuelle, vergrösserte, aufrechte Bild, welches, von dem optischen Mittelpunkt A des Auges aus gesehen, unter dem Gesichtswinkel BAB' erscheint. Wir beschränken uns auf den Fall, dass das mit der Lupe bewaffnete Auge auf unendlich akkommodirt ist, d. h. einen unendlich fernen Gegenstand deutlich sieht. In diesem Fall versetzt man BB' in unendliche Entfernung von A, indem man G dem Brennpunkt F unendlich nahe bringt. Die scheinbare Grösse BAB' des durch die Lupe gesehenen Gegenstandes ist dann merklich $= BLB' = GLG' = \gamma/f$, wenn γ die Grösse des linearen Gegenstandes, f die Brennweite der Lupe bedeutet. Wir nehmen an, dass bei der Betrachtung mit blossem Auge der Gegenstand in der deutlichen Sehweite d sich befindet, d. h. in der Entfernung vom Auge, in welcher man ohne Anstrengung deutlich sieht und welche für ein normales Auge zu 25 cm angenommen wird. Dann ist die scheinbare Grösse ohne Instrument gleich γ/d und die Vergrösserungszahl der Lupe

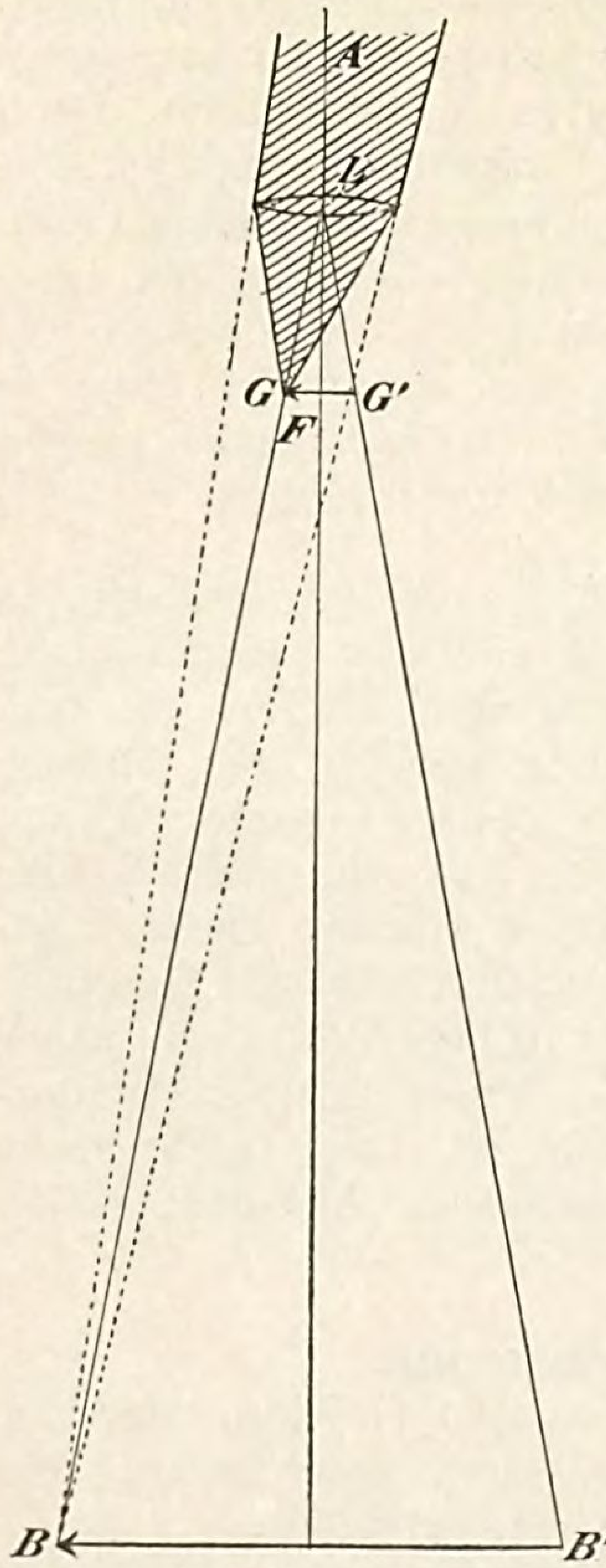


Fig. 230.

$$\delta = \frac{d}{f} \dots \qquad (96)$$

493. Astronomisches Fernrohr. Das Objektiv O, eine Sammellinse von grosser Brennweite (Fig. 231), entwirft von einem fernen

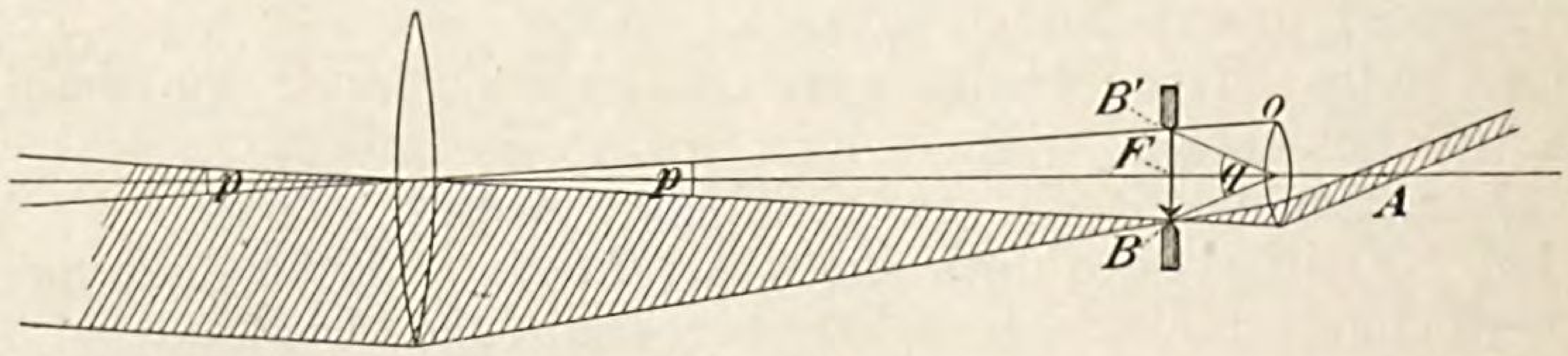


Fig. 231.

Gegenstande ein reelles Bild BB', welches durch das Okular o, eine Sammellinse von kurzer Brennweite, wie durch eine Lupe betrachtet wird. Kann, wie gewöhnlich, der Gegenstand als ein unendlich ent-

fernter gelten, und ist das Auge auf unendlich akkommodirt (Art. 492), so müssen die Brennpunkte der beiden Linsen in einen Punkt F zusammenfallen und die Länge L des Fernrohrs wird gleich der Summe der Brennweiten F und f des Objektivs und des Okulars

$$L = \mathrm{F} + \mathrm{f}.$$

Unter der Fokalebene des Fernrohres versteht man die im Rohr liegende Fokalebene des Objektivs.

494. Vergrösserung. Die scheinbare Grösse ohne Instrument ist (Fig. 231) der Winkel p, indem das Auge im Mittelpunkt des Objektivs gedacht wird. Ist β die Grösse des Bildes, so ist $p = \beta/\mathrm{F}$. Die scheinbare Grösse mit Instrument ist $q = \beta/\mathrm{f}$, die Vergrösserung

$$\delta = \frac{\frac{\beta}{\mathrm{f}}}{\frac{\beta}{\mathrm{F}}} = \frac{\mathrm{F}}{\mathrm{f}} \cdots \qquad (97)$$

495. Gesichtsfeld. Unter Hauptstrahlen versteht man Strahlen, welche durch den Mittelpunkt des Objektivs gegangen sind. Eine Blende in der Ebene, in welcher das reelle Bild entsteht (Fig. 231), lässt nur von solchen Punkten Licht ins Okular gelangen, welche noch Hauptstrahlen auf dasselbe schicken. Bei dieser Einrichtung ist das Bild an den Rändern nicht zu lichtschwach, da auch die Randpunkte, wie Fig. 231 zeigt, noch durch einen ganzen Strahlencylinder abgebildet werden. Das Gesichtsfeld ist dann der Winkel p, unter welchem der Durchmesser des Okulars erscheint gesehen vom Mittelpunkt des Objektivs. Damit die den verschiedenen Objektpunkten angehörenden Strahlencylinder ins Auge gelangen, muss die Pupille sich in A befinden, d. h. in dem Punkt, in welchem der Mittelpunkt des Objektivs durch das Okular abgebildet wird. Kehrt man das Objektiv gegen das Helle, so wird um diesen Punkt herum das von dem Okular entworfene Bild des Objektivs als heller Kreis sichtbar.

496. Helligkeit. Ein sehr kleines ebenes Flächenstück, welches in unendlicher Entfernung vom Fernrohr von dessen Axe getroffen wird, sendet (Fig. 232) einen Strahlencylinder AB vom Querschnitt Q auf das Objektiv; dieser Cylinder wird beim Durchgang durch das Fernrohr in einen Cylinder ab von dem kleinerenQuerschnitt q verwandelt.

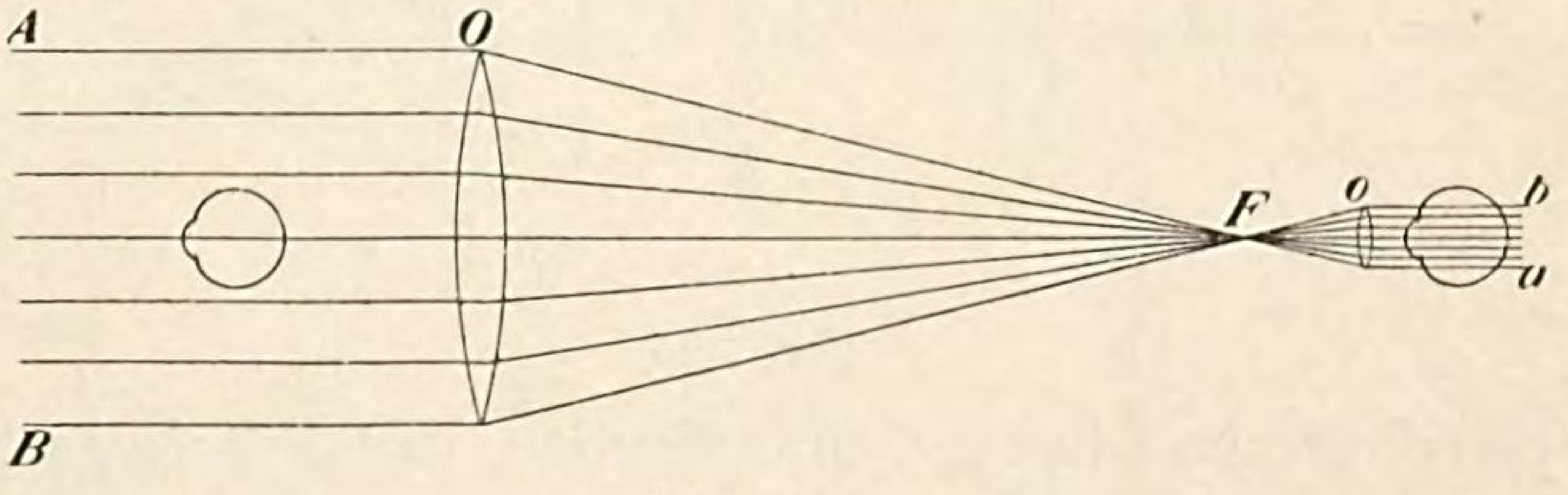


Fig. 232.

Die Pupille empfängt daher, wenn sie beim Sehen durch das Fernrohr in den kleinen Cylinder taucht, mehr Licht von dem Flächenstück, als wenn sie beim Sehen mit unbewaffnetem Auge in den grossen Cylinder taucht. Aber in demselben

Verhältniss[1] ist das Netzhautbild im ersten Fall grösser, als im zweiten, so dass die Lichtmenge, welche die Flächeneinheit des Netzhautbildes trifft und damit dessen Helligkeit in beiden Fällen sich gleich bleibt; wäre der Querschnitt q des kleinen Cylinders kleiner, als die Pupille, so würde durch das Fernrohr die Helligkeit verkleinert.

Aus verschiedenen Gründen, u. A. weil kugelförmige brechende Flächen keine vollkommenen Bilder geben, ist das Netzhautbild eines leuchtenden Punktes ein kleiner Kreis. Ist die scheinbare Grösse der linearen Dimensionen eines Gegenstandes so gering, dass sein Bild nur die Fläche dieses Kreises bedeckt, so findet augenscheinlich eine Vergrösserung durch das Fernrohr nicht mehr statt, welches alsdann die Helligkeit des Netzhautbildes steigert. Das ist z. B. der Fall für die Fixsterne, welche, bei Tage dem unbewaffneten Auge unsichtbar, durch ein Fernrohr gesehen werden können.

497. Fadenkreuz. Da, wo das reelle Bild entsteht, sind zwei dünne, gewöhnlich rechtwinklig sich kreuzende Spinnefäden an der Blende befestigt, das sogenannte Fadenkreuz, welches durch das Okular zugleich mit dem reellen vom Objektiv entworfenen Bilde gesehen wird. Der Kreuzungspunkt der Fäden soll in der Axe des Fernrohres liegen. Erscheint dann ein ferner Lichtpunkt in jenem Kreuzungspunkt, so hat die Axe des Fernrohrs die Richtung der von dem Lichtpunkt zum Beobachter gehenden Strahlen. Hierauf beruht die Anwendung des Fernrohres als Messinstrument; erst nach Einführung des Fadenkreuzes wurde bei astronomischen Messungen das Diopter der alten Astronomen (Art. 438) durch das Fernrohr verdrängt.

498. Die zusammengesetzten Okulare. Das Objektiv ist gewöhnlich eine achromatische Linse und liefert dann ein farbenfreies Bild. Von diesem würde ein einfaches Okular ein mit farbigen Rändern behaftetes Bild entwerfen. Doch kann durch Anwendung zusammengesetzter Okulare, wie sie besonders von den Optikern Campani und Ramsden construirt wurden, eine bedeutende Verminderung der chromatischen sowie auch der sphärischen Abweichung erzielt werden. Das Campanische Okular (Fig. 233) besteht aus zwei planconvexen Linsen, dem Collectiv C und dem Augenglase A. Ersteres

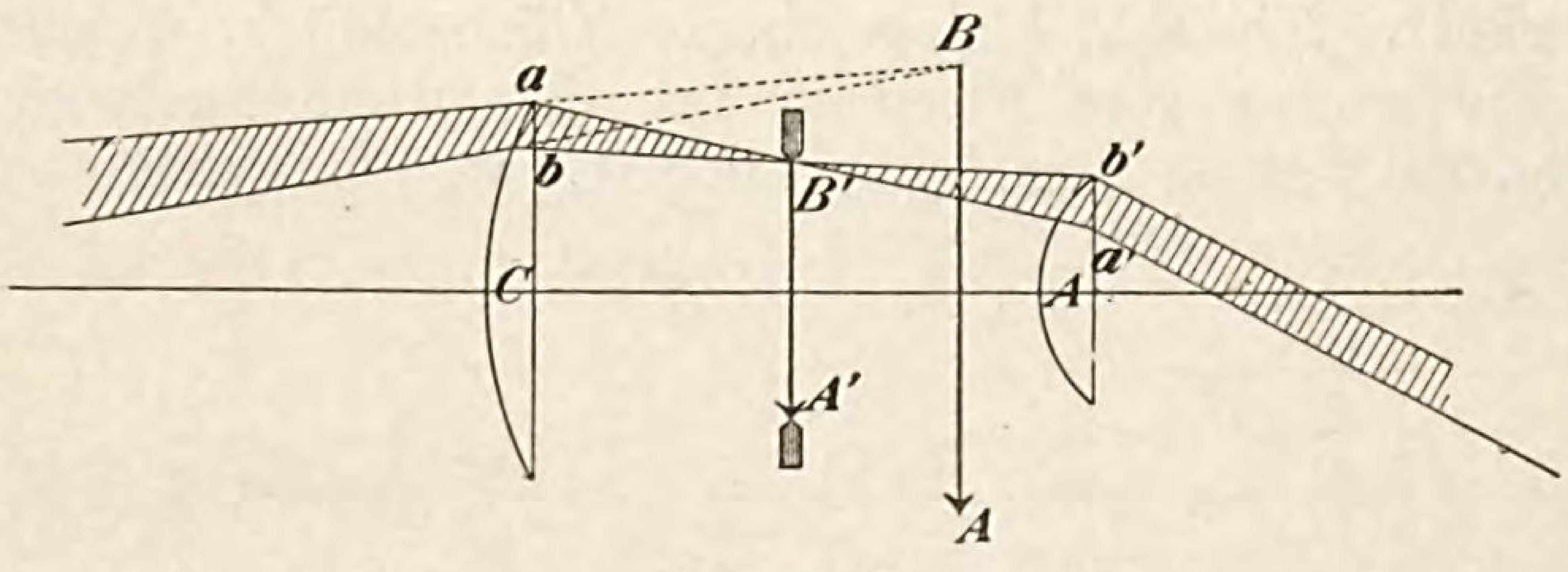


Fig. 233.

[1] Es ist nach der Figur 232

$$\frac{Q}{q} = \frac{F^2}{f^2}.$$

Die lineare Vergrösserung δ ist F/f (Art. 494); also verhalten sich die Flächengrössen der Netzhautbilder mit und ohne Fernrohr wie $F^2 : f^2$ (vgl. Art. 491).

fängt die Strahlen, welche zu dem vom Objektiv herrührenden reellen Bilde *AB* hinführen, vor Entstehung des letzteren auf und bringt das kleinere reelle Bild *A'B'* hervor; durch das Augenglas *A* wird dieses wie durch eine Lupe betrachtet. Da ohne Collektiv der Punkt *B* nicht mehr gesehen werden würde, so vergrössert dieses das Gesichtsfeld.

Die Verminderung der Farbenzerstreuung zeigt Fig. 234. Ein weisser Strahl *w* wird vom Collektiv in Farben zerlegt, der schwächer gebrochene rothe Strahl *v* trifft das Augenglas näher am Rand, als der stärker gebrochene violette *V* und wird deshalb durch das Augenglas stärker, als dieser, abgelenkt (Art. 484); nach dem Durchgang durch beide Gläser treten beide Strahlen nahe parallel aus und werden in dem auf unendlich akkommodirten Auge zu weiss vereinigt.

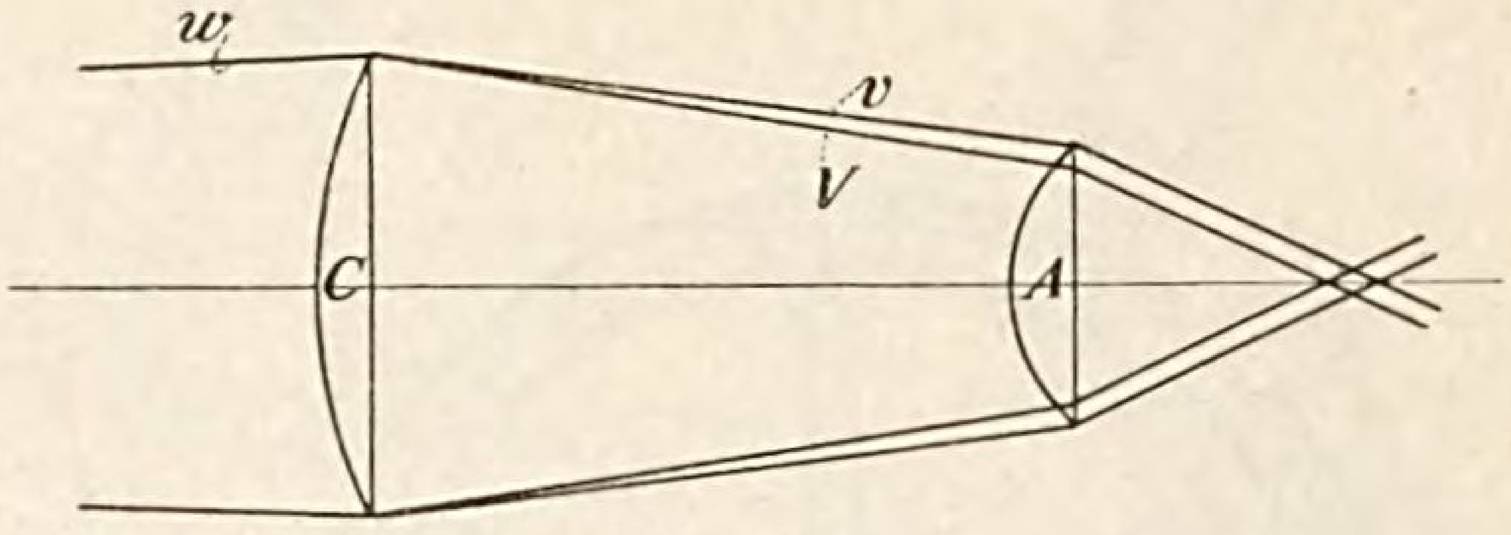


Fig. 234.

Von den beiden einfarbig gedachten Strahlen *aB'a'* und *bB'b'* (Fig. 233), welche sich in *B'* kreuzen, erhält der erstere am Collektiv eine grössere sphärische Abweichung, als der letztere, weil er von der Axe weiter als dieser entfernt ist; da am Augenglase die Sache sich umgekehrt verhält, wird auch die sphärische Abweichung vermindert.

Das Fadenkreuz, in *A'B'* angebracht, wo das reelle Bild entsteht, wird durch das Augenglas allein betrachtet; sein Bild ist daher mit der chromatischen und sphärischen Abweichung behaftet.

Dies findet nicht statt bei dem Okular von Ramsden (Fig. 235), bei welchem das reelle, vom Objektiv herrührende farbenfreie Bild vor dem zusammengesetzten Okular zu Stande kommt und durch dieses wie durch eine Lupe betrachtet wird. Die chromatische und sphärische Abweichung ist in ähnlicher Weise wie bei dem Campanischen Okular verringert, das Gesichtsfeld aber ist kleiner als bei diesem.

Fig. 235.

Die Vortheile der beiden beschriebenen Okulare sind vereinigt in dem Okular Fig. 236, in welchem *A* die Collektivlinse ist und in *D*, dem Ort des reellen Bildes, das Fadenkreuz angebracht wird. Dieses Okular wird in Fernröhren, die zu physikalischen Messungen dienen, vielfach gebraucht.

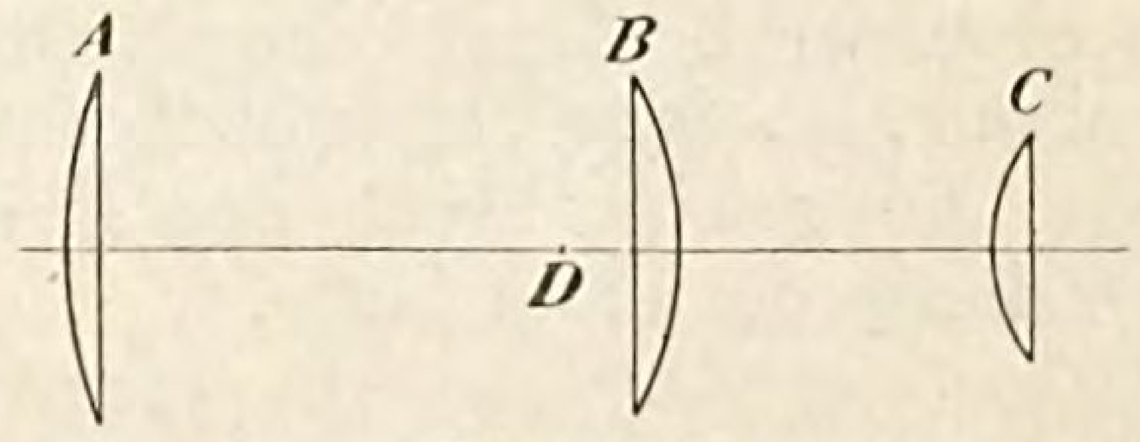


Fig. 236.

499. Spektrometer. Die von einem Punkte des Spaltes *A* (Fig. 237) ausgehenden Strahlen werden durch die Collimatorlinse *L*, in deren

Brennebene er sich befindet, parallel gemacht[1], durch das Prisma *P* abgelenkt und treffen dann das Objektiv *O* eines auf unendlich gestellten astronomischen Fernrohres; in dessen Brennebene entsteht ein reelles Spaltbild, oder, falls das Spaltlicht zusammengesetzt ist, ein Spektrum (Art. 464). Anstatt dieses, wie Art. 464, auf einem Schirm aufzufangen, betrachtet man es hier durch das Okular des Fernrohres wie durch eine Lupe.

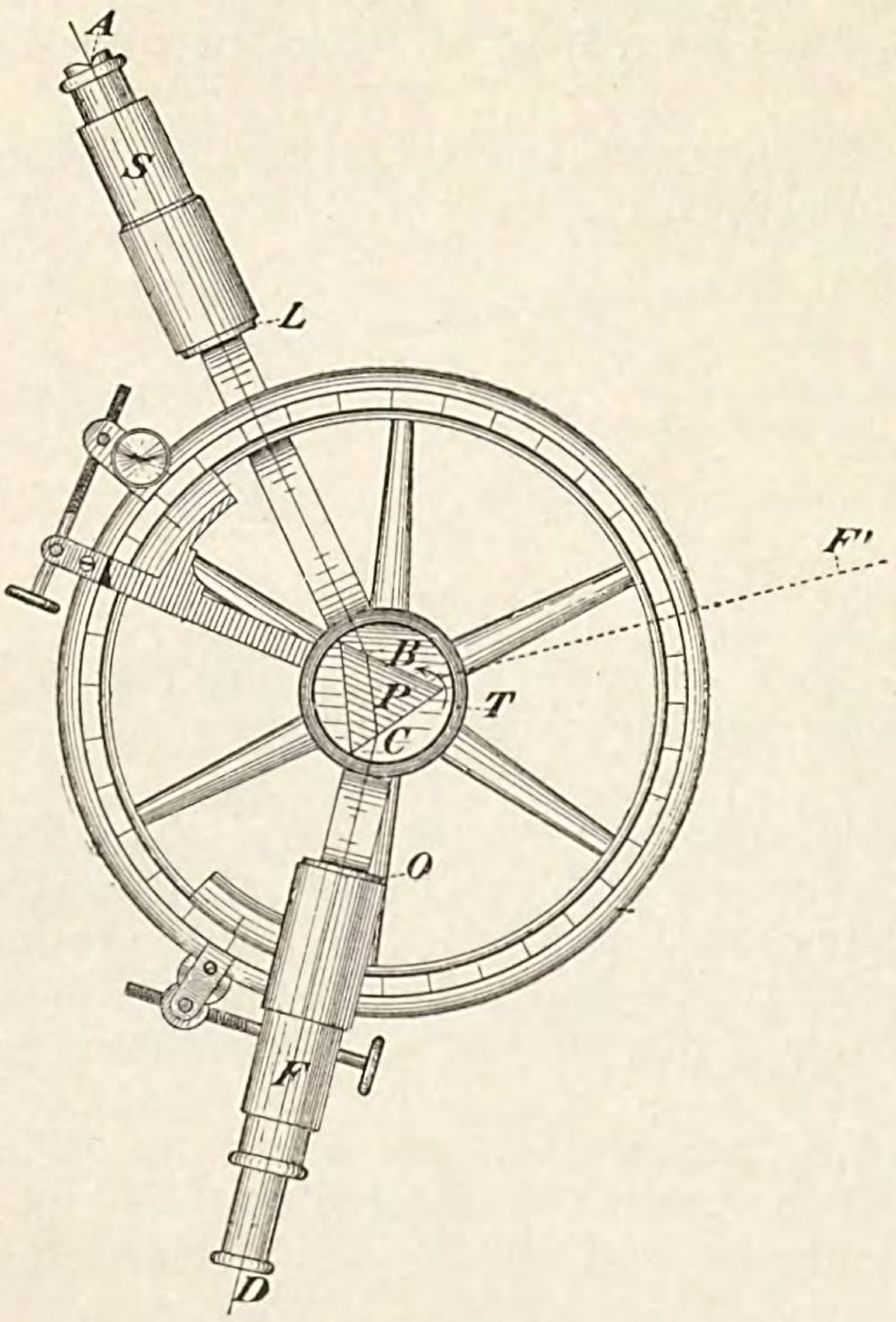


Fig. 237.

Um mit Hülfe des Spektrometers Brechungsexponenten nach der Methode des Art. 463 zu bestimmen, stellt man das am Theilkreise drehbare Fernrohr auf den Spalt ein, bringt alsdann das Prisma in seiner Hauptstellung (Art. 462) den Strahlen in den Weg und stellt wieder auf den Spalt an. Der am Theilkreise abgelesene Winkel, um den das Fernrohr aus der ersten in die zweite Stellung gedreht wurde, ist die Minimalablenkung δ. Um den brechenden Winkel φ des Prismas zu bestimmen, befestigt man dasselbe auf einem am Kreise drehbaren Tischchen *T* so, dass die brechende Kante der Drehungsaxe des Tischchens parallel ist; man stellt das Fernrohr in *F'* auf das von der ersten brechenden Fläche des Prismas entworfene Spiegelbild des Spaltes ein und dreht hierauf das Prisma am Theilkreise in der Richtung des Pfeils, bis das Fernrohr auf das Spiegelbild des Spaltes einsteht, welches von der zweiten brechenden Fläche des Prismas entworfen wird. Der Winkel, um welchen man das Prisma drehen musste, ist das Complement von φ zu 180°; denn nach der Drehung hat die zweite brechende Fläche die Richtung, welche vor der Drehung die erste hatte.

500. Der Bunsen-Kirchhoff'sche Spektralapparat (Fig. 238) besitzt keinen Theilkreis und das Prisma ist ein für allemal in der

[1] Nur in diesem Fall kann ein vollkommenes Spaltbild nach dem Durchgang der Strahlen durch das Prisma entstehen; darin liegt einer der Vortheile, welche die Anwendung paralleler Strahlen mit sich bringt.

richtigen Stellung fixirt. Ausser dem Spaltrohr S und dem Fernrohr F enthält der Apparat noch das Skalenrohr T, in welchem eine kleine auf Glas photographirte, mit durchfallendem Licht beleuchtete Skala in der Fokalebene einer Sammellinse angebracht ist. Die aus letzterer austretenden Strahlen werden an der Prismenfläche P gespiegelt und ins Fernrohr geworfen, in dessen Fokalebene sie ein reelles Bild der Skala erzeugen; dieses, mit dem Spektrum zugleich gesehen, dient zur Registrirung der Spektrallinien.

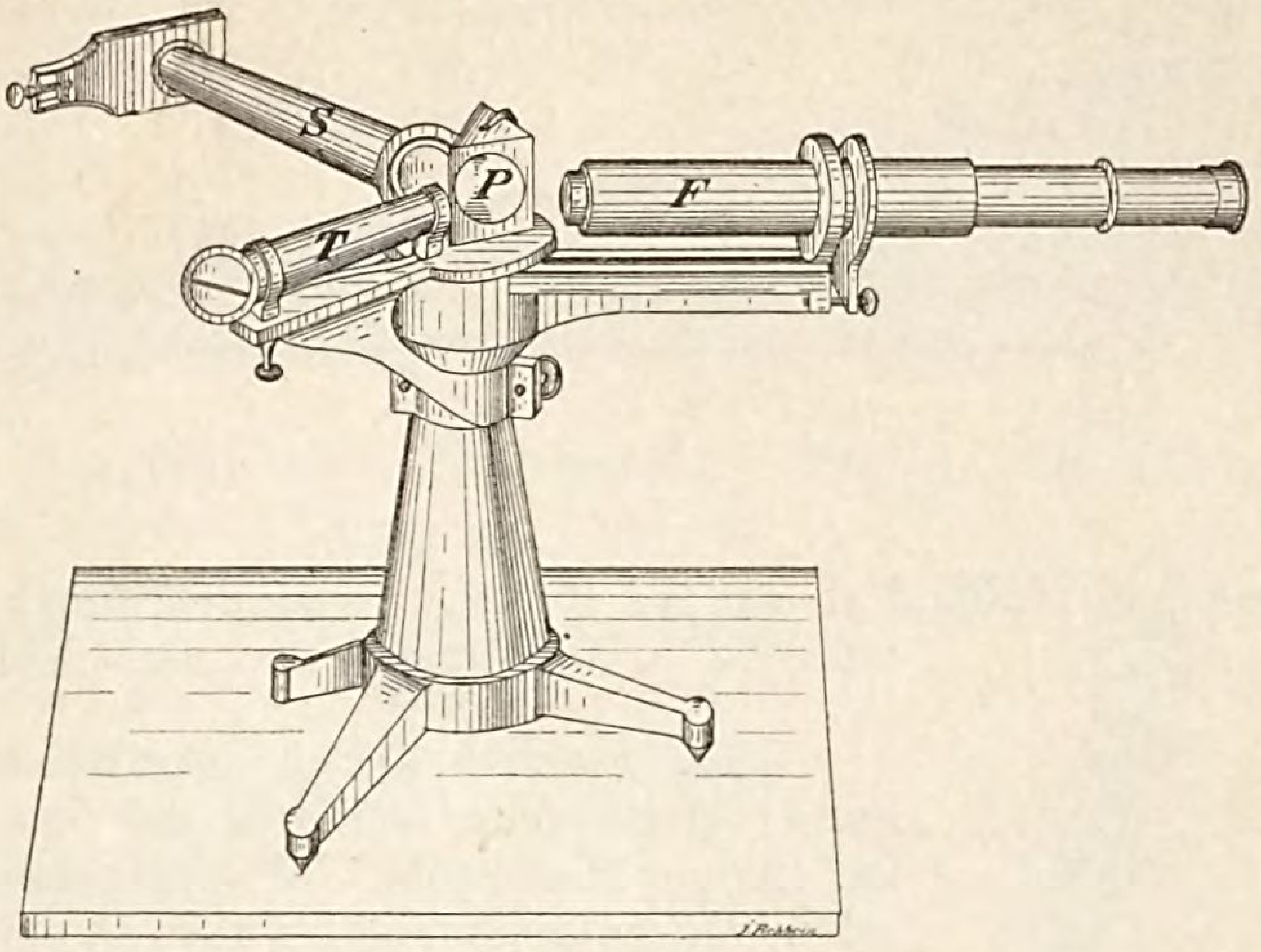


Fig. 238.

501. Spiegelteleskop. Solange man achromatische Linsen nicht besass, bot das Spiegelteleskop Vortheile; in ihm ist das Objektiv durch einen Hohlspiegel ersetzt, bei welchem die chromatische Abweichung fortfällt. In dem Newton'schen Spiegelteleskop (Fig. 239) treffen die vom Hohlspiegel O reflektirten Strahlen, ehe sie zum reellen Bilde sich vereinigen, einen unter 45° gegen die Axe geneigten Planspiegel; das reelle Bild entsteht in F und wird bei A durch das Okular o wie durch eine Lupe betrachtet.

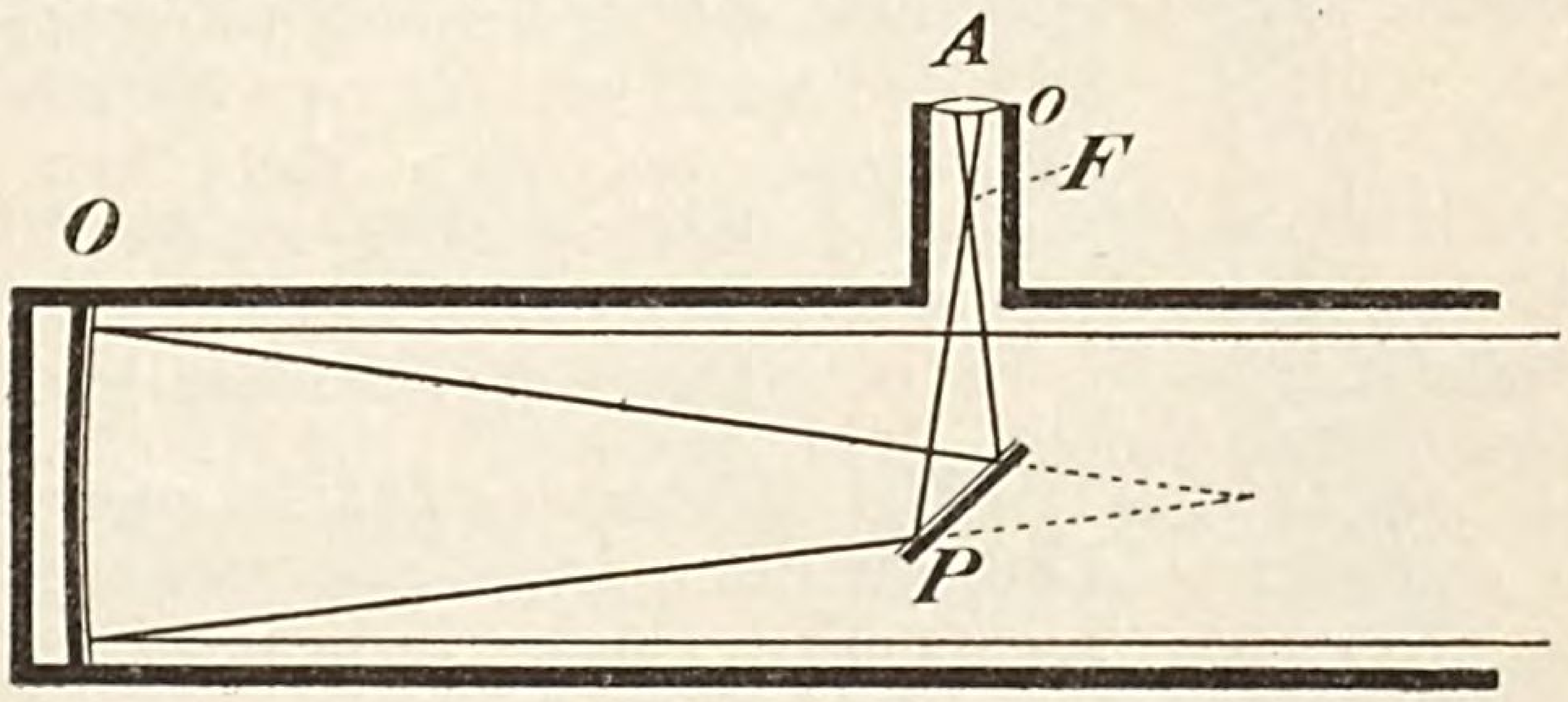


Fig. 239.

502. In dem **Galilei'schen Fernrohr** [Opernglas] (Fig. 240) werden die vom Objektiv O herkommenden Strahlen, ehe sie sich zum reellen Bilde AB vereinigen, von dem Okular, der Zerstreuungslinse o, aufgefangen und schwach divergent oder, für ein auf unendlich akkommmodirtes Auge, parallel gemacht; man sieht das aufrechte virtuelle Bild in $A'B'$. Da kein reelles Bild zu Stande kommt, so kann ein Fadenkreuz nicht angebracht und das Fernrohr als Mess-

instrument nicht verwandt werden (Art. 497). Das Galilei'sche Fern-

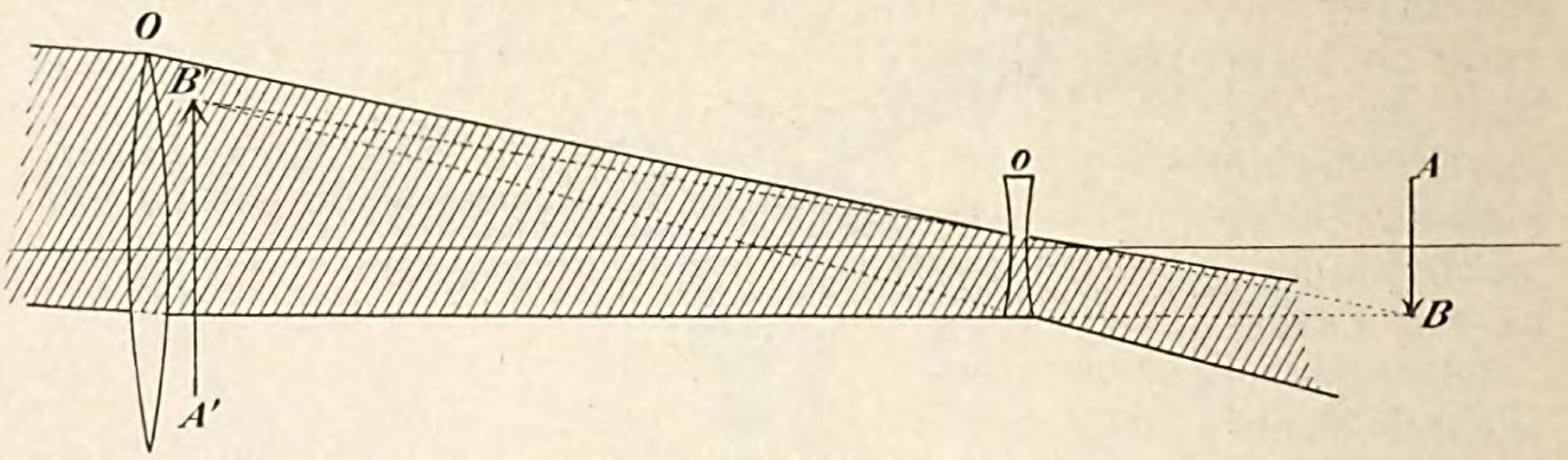


Fig. 240.

rohr, in Holland als **erstes** Fernrohr erfunden, führte in den Händen Galilei's zu wichtigen astronomischen Entdeckungen.

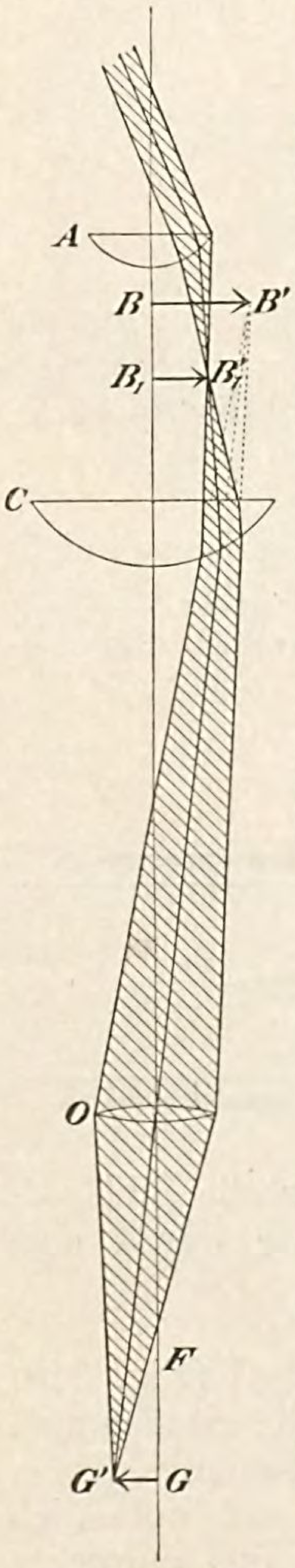


Fig. 241.

503. Im **Mikroskop** entwirft das Objektiv von kurzer Brennweite von dem auf den Objekttisch gelegten, gewöhnlich mit durchfallendem Licht beleuchteten Gegenstande GG' ein reelles, stark vergrössertes Bild, welches durch das Okular wie durch eine Lupe betrachtet wird. Gewöhnlich ist indessen das Okular das Campanische; Fig. 241 zeigt für diesen Fall den Lauf der Strahlen. In $B_1\ B'_1$, wo das reelle Bild entsteht, kann ein kleiner auf Glas getheilter Maassstab, ein sogenanntes Okularmikrometer angebracht werden, welches, mit dem Bilde zugleich gesehen, zu dessen Ausmessung dient. Will man den absoluten Werth eines Okularmikrometertheils kennen, so benutzt man als Objekt ein Objektmikrometer von bekannter Theilung und bestimmt, wie viele Skalentheile des Okularmikrometers von einem Skalentheil des Objektmikrometers im Bilde gedeckt werden.

Cap. 7. Photometrie.

504. Unter der **Stärke oder Intensität einer Lichtquelle** versteht man die irgendwie gemessene Lichtmenge, welche sie in der Zeiteinheit ausstrahlt.

505. Unter der **Beleuchtungsstärke einer Fläche** versteht man die auf die Flächeneinheit reducirte (Art. 10) Lichtmenge, von welcher in der Zeiteinheit die Fläche getroffen wird.

506. Die Beleuchtungsstärke, welche ein leuchtender Punkt auf einer senkrecht gegen die Strahlen gestellten Fläche in einem vollkommen durchsichtigen Mittel hervorbringt, ist umgekehrt proportional dem Quadrat seiner Entfernung von der Fläche. Denn die Lichtmenge L, welche der leuchtende Punkt in gewisser Zeit ausstrahlt, trifft in dieser Zeit

jede Kugel, welche um den Punkt geschlagen werden kann. Die Beleuchtungsstärke auf einer solchen Kugel vom Halbmesser r ist also

$$\frac{L}{4\pi r^2}.$$

507. Die **Helligkeit** einer Fläche hängt ausser von der Beleuchtungsstärke von der Natur der Fläche ab. Weisses Papier erscheint bei gleicher Beleuchtungsstärke heller als graues.

508. Das Bouguer'sche Photometer. Zwei in einer Ebene liegende durchscheinende Tafeln A_1 und A_2 (Fig. 242) von gleicher Beschaffenheit werden von hinten durch zwei gleichgefärbte Lichtquellen *1* und *2* beleuchtet, wobei man durch den undurchsichtigen Schirm S bewirkt, dass A_1 nur von *1*, A_2 nur von *2* beleuchtet wird. Bei gewissen Entfernungen der Lichtquellen von ihren Tafeln werden diese dem Auge gleich hell erscheinen, also gleich stark beleuchtet werden; sind solche Entfernungen z. B. 1 m für die Lichtquelle *1*, 2 m für die Lichtquelle *2*, so folgt daraus, dass *2* in der Entfernung von 1 m 4 mal so stark als 1 in derselben Entfernung beleuchten würde (Art. 506) oder dass *2* 4 mal so stark als *1* ist.

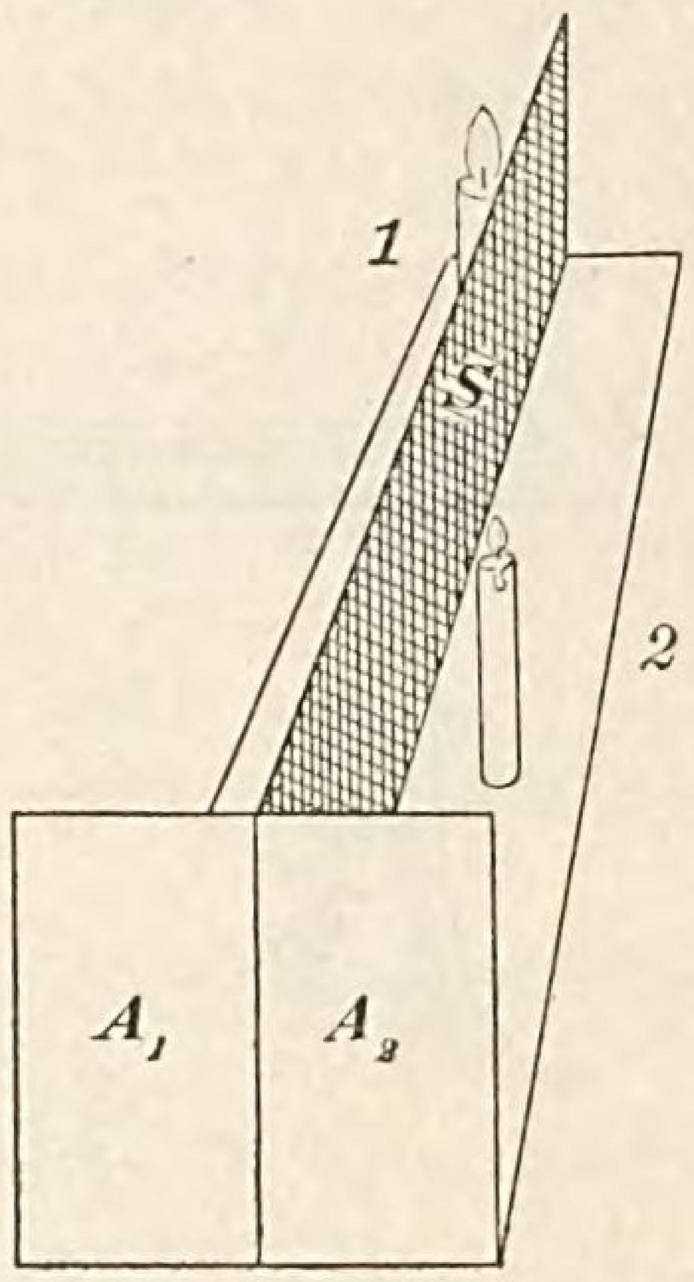


Fig. 242.

Die Intensitäten zweier punktförmiger Lichtquellen verhalten sich also wie die Quadrate der Entfernungen, in welchen sie eine senkrecht gegen die Strahlen gestellte Fläche gleich stark beleuchten.

509. Das Bunsen'sche Photometer. Ein Fettfleck auf einem weissen Papierschirm erscheint im durchfallenden Licht hell auf dunklem Grunde, da das gefettete Papier mehr Licht durchlässt, als das nicht gefettete; im reflektirten Licht dunkel auf hellem Grunde, da das gefettete Papier weniger Licht reflektirt, als das nicht gefettete. Befindet sich hinter dem Schirm eine Lichtquelle L_0, vor dem Schirm eine andere L_1, so kann man die Entfernung r_1 zwischen L_1 und dem Schirm so reguliren, dass der Fleck weder hell auf dunklem noch dunkel auf hellem Grunde erscheint, sondern grade verschwindet. Bewirkt, während L_0 am Platz bleibt, dasselbe eine Lichtquelle L_2 in der Entfernung r_2, so ist $L_1 : L_2 = r_1^2 : r_2^2$ (Art. 506).

Eine in den Gasanstalten vielfach benutzte Anordnung zeigt Fig. 243. P ist der Photometerschirm mit dem Fettfleck, MN ist die mit einer Längentheilung versehene Photometerbank; auf der einen Seite befindet sich die Normallichtquelle A, auf der anderen Seite die mit A zu vergleichende Lichtquelle B (Gasbrenner). In den Spiegeln s und s' erblickt man durch die vor ihnen befindliche Oeffnung den Schirm mit dem Fettfleck gleichzeitig von beiden

Seiten. Man verschiebt den Photometerschirm P auf der Bank, bis die beiden Spiegelbilder des Fettflecks gleich hell erscheinen[1]; bei dieser „photometrischen Einstellung“ wird der Schirm von beiden Seiten gleich stark beleuchtet und die Stärken der Lichtquellen verhalten sich dann wie die Quadrate ihrer Entfernungen von dem Photometerschirm P.

Würde das Papier gar kein Licht absorbiren (Art. 511), oder würde auch nur das gefettete Papier ebensoviel Licht, wie das nicht

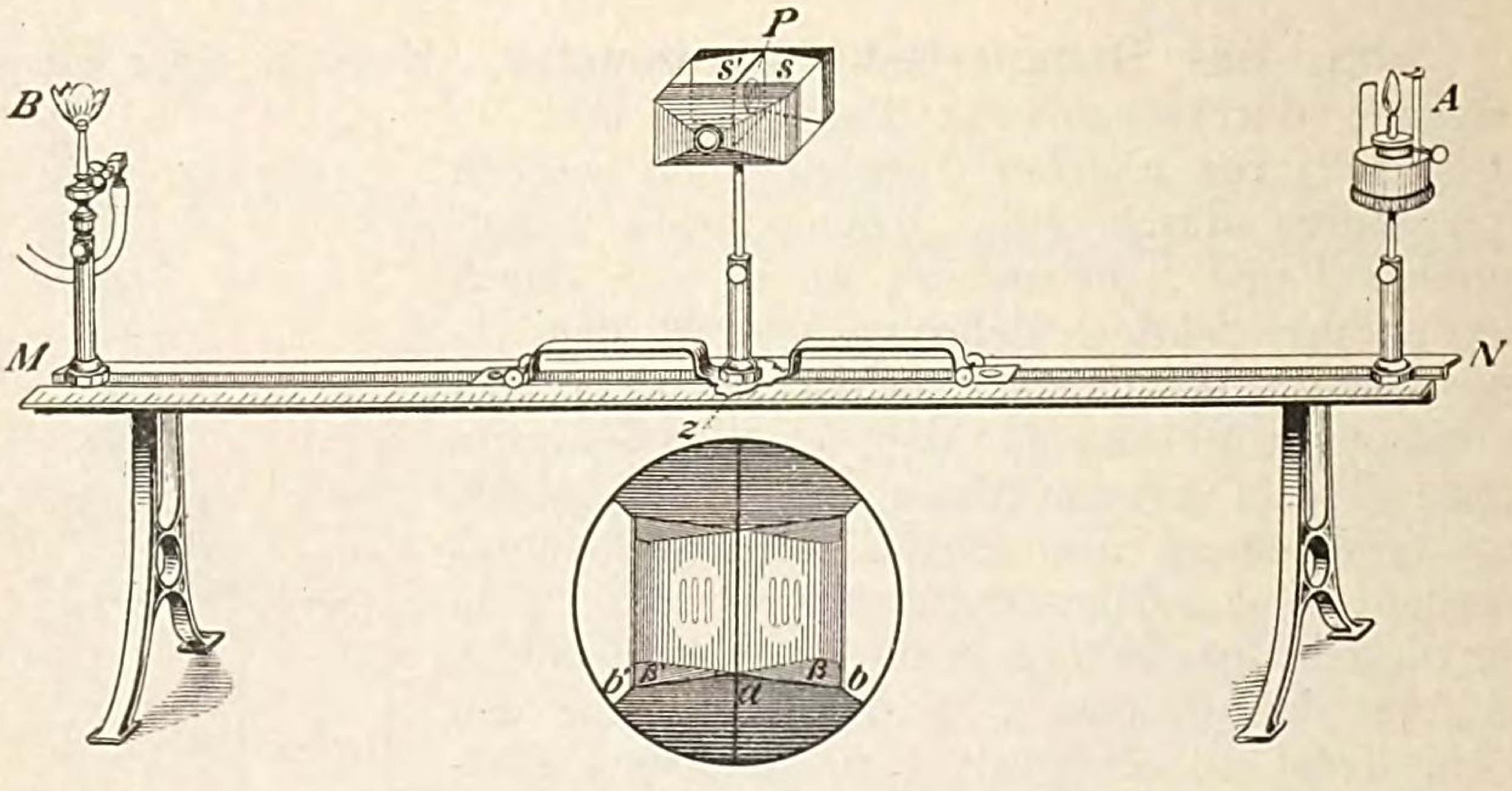


Fig. 243.

gefettete absorbiren, so würde bei der photometrischen Einstellung der Fettfleck, von beiden Seiten gesehen, gerade verschwinden. In Wirklichkeit ist dies nicht der Fall, weil das gefettete Papier weniger Licht als das nicht gefettete absorbirt.

510. Lichteinheit. Als Lichteinheit benutzt man in Deutschland entweder die sogenannte Normalkerze oder die Hefner'sche Amylacetatlampe A, Fig. 243, bei 40 mm Flammenhöhe. Das Hefnerlicht verhält sich zur Normalkerze der Stärke nach etwa wie 1 : 1,2.

Cap. 8. Absorption des Lichts.

511. Absorption. Verschiedene Körper, Lichtstrahlen in den Weg gestellt, bringen eine mit der Natur jener Körper sehr wechselnde Schwächung des Lichtes hervor, welche gewöhnlich nur zum kleinsten Theil von der Reflexion herrührt und der Hauptsache nach auf eine Verschluckung oder Absorption des Lichts in den Körpern zurückgeführt werden kann.

Metalle sind schon in ziemlich dünner Schicht völlig undurchsichtig; bei Luft und Wasser wird ohne feinere Prüfungsmittel auch

[1] Die Nebenfigur (Fig. 243) zeigt die beiden Spiegelbilder $a\beta$ und $a\beta'$ in den Spiegeln ab und ab' für die photometrische Einstellung; es befinden sich hier drei Fettflecke auf dem Schirm.

bei grösserer Dicke der durchlaufenen Schicht die Absorption vom Auge nicht bemerkt.

Gewöhnlich erstreckt sich die Absorption in verschiedener Stärke auf die verschiedenen Farben. So erscheint rothes Glas im durchfallenden Lichte roth, weil es nur rothe Strahlen hindurchlässt, die übrigen absorbirt. Wasser erscheint in dicker Schicht grün, wobei die grüne Farbe besonders dann hervortritt, wenn es kleine feste Theile suspendirt enthält.

512. Absorptionsspektrum. Man beleuchte den Spalt des Spektralapparats mit weissem Lampen- oder Tageslicht und bringe vor dem Spalt den auf seine Absorption zu untersuchenden Körper in Form einer planparallelen Schicht an. Das durch Einführung des Körpers modificirte Spektrum heisst das Absorptionsspektrum des Körpers und giebt über die von ihm ausgeübte Absorption in gewissem Maasse Aufschluss. Tropfbare Flüssigkeiten bringt man dabei in kleine Glaströge, deren vom Licht durchstrahlte Wände aus parallelen, planparallelen Glasscheiben gebildet sind.

So zeigt sich, dass eine rothe Glasscheibe nur rothes Licht, eine solche aus blauem Kobaltglas nur einen Streifen im Roth und den blauen Theil des Spektrums hindurchlässt.

Eine Lösung von Kaliumbichromat löscht den brechbareren Theil des Spektrums, nämlich das blaue und grüne Licht, eine Lösung von Kupferoxydammoniak den weniger brechbaren Theil, nämlich rothes und gelbes Licht aus.

Das Absorptionsspektrum einer Chlorophylllösung zeigt u. A. einen dicken Absorptionsstreifen im Roth. Blut zeigt selbst in grosser Verdünnung zwei charakteristische Absorptionsstreifen im Grün, welche zum Nachweis des Blutes in der forensischen Praxis benutzt werden.

Das Spektrum des Joddampfes ist von zahlreichen, ziemlich scharfen Linien durchzogen.

513. Absorptionsspektra glühender Gase. Glühende Gase absorbiren nach Kirchhoff und Bunsen nur diejenigen einzelnen Lichtarten, welche sie selbst aussenden (Artt. 472 und 598). So absorbirt die Natriumflamme nur die gelben Strahlen, welche der hellen Linie des Natriumspektrums angehören (Art. 472). Bei der Untersuchung des Absorptionsspektrums eines glühenden Gases, z. B. des Natriumdampfs, begegnet man zunächst der Complikation, dass derselbe nicht nur gelbes Licht absorbirt, sondern auch solches aussendet, mithin am Ort der Natriumlinie durch Absorption Verdunklung, durch Emission aber Erhellung hervorbringt. Nun ist die von einer Flamme ausgestrahlte Lichtmenge eine bestimmte, E, die von der Flamme absorbirte Lichtmenge ein bestimmter Bruchtheil ($1/n$) der auffallenden (J), d. i. $= J/n$. Wird also J hinlänglich gesteigert, so wird $J/n > E$, die Verdunklung durch Absorption grösser, als die Erhellung durch Emission und die Natriumlinie erscheint dann dunkel auf hellem Grunde. Das ist z. B. der Fall, wenn man elek-

trisches Bogenlicht zur Erleuchtung des Spaltes benutzt. Behufs objektiver Darstellung entwirft man nach Art. 464 von einem mit Bogenlicht erleuchteten Spalt ein Spektrum auf einem Schirm und bringt vor den Spalt einen Bunsen'schen Brenner, in welchem man mittelst eines eisernen Löffels etwas metallisches Natrium verflüchtigt; dann erscheint im Spektrum an der Stelle der Natriumlinie ein dicker schwarzer Streifen.

Daraus geht hervor, dass bei hinreichender Intensität des auffallenden Lichts das Absorptionsspektrum eines glühenden Gases die Umkehrung seines Emissionsspektrums ist, d. h. an denjenigen Stellen, an welchen die hellen Linien des Emissionsspektrums liegen, von dunklen Linien durchschnitten ist.

514. Ursprung der Fraunhofer'schen Linien. Da das Sonnenspektrum mit seinen Fraunhofer'schen Linien (Art. 467) ein derartiges Spektrum ist, so schloss Kirchhoff 1) dass die Sonne aus einem weissglühenden festen oder tropfbar flüssigen Kern besteht, welcher von einer Atmosphäre glühender Gase umgeben ist, 2) dass das Sonnenspektrum der Hauptsache nach die Umkehrung des Emissionsspektrums der Gase ist, welche in der Sonnenatmosphäre glühen. In der That entstehen die meisten Fraunhofer'schen Linien durch Lichtabsorption in der Sonnenatmosphäre, nur einige wenige, die sogenannten atmosphärischen Linien, welche verstärkt werden, wenn bei Annäherung der Sonne an den Horizont das Licht einen grösseren Weg in der Erdatmosphäre zu durchlaufen hat, durch Absorption in dieser.

515. Spektralanalyse durch Absorptionsspektra. Erleuchtet man den Spalt eines Spektralapparates zur einen Hälfte durch Sonnenlicht, zur anderen Hälfte durch einen glühenden Dampf, so erhält man dessen Spektrum und das Sonnenspektrum über einander, und schliesst aus der Coincidenz der hellen Linien des Dampfs mit dunklen Fraunhofer'schen Linien auf die Gegenwart des Dampfes in der Sonnenatmosphäre, mit um so grösserer Sicherheit, an je mehr Linien der Spektren die Coincidenz beobachtet wurde. So schliesst man aus der Coincidenz der Fraunhofer'schen Linie *D* mit der gelben Natriumlinie auf die Gegenwart von Natriumdampf in der Sonnenatmosphäre, auf die Gegenwart des Eisens aus der Coincidenz von über 500 Linien. Bei derartigen Untersuchungen erzeugt man die Spektren der schweren Metalle durch Verdampfen derselben in der elektrischen Bogenlampe oder im Funken des Funkeninduktors (Art. 796).

516. Fixsterne und Nebelflecke. Die Spektren der Fixsterne sind dem Sonnenspektrum ähnlich, indem sie von dunklen Linien durchschnitten sind, lassen daher auf eine der Constitution der Sonne ähnliche Constitution der Fixsterne schliessen. Gewisse, durch das Fernrohr nicht auflösbare Nebelflecke geben ein Linienspektrum, sind also leuchtende Gasmassen.

517. Die natürlichen Farben der Körper, welche im diffus reflektirten Lichte sich zeigen, rühren auch von der Absorption her, indem das Licht nicht an der mathematischen Oberfläche der Körper, sondern, in den Körper eindringend, in einer gewissen Tiefe reflektirt wird, also dabei einen gewissen Weg im Körper zurücklegt und auf diesem Absorption erleidet.

Cap. 9. Von den Wirkungen des Lichts.

518. Fluorescenz. Ein Strahlenbündel, welches Luft oder Wasser durchdringt, wird nach allen Seiten hin in jenen Körpern sichtbar durch die Staubtheilchen, welche es trifft und welche das Licht nach allen Seiten hin zerstreuen. Dieses zerstreute Licht wird um so schwächer, je mehr die Luft oder das Wasser von Staubtheilchen befreit wird; wahrscheinlich wird indessen auch bei völliger Entfernung fremder Theilchen noch etwas Licht an den Theilchen selbst jener Körper zerstreut und diesem Umstande wird von einigen Autoren die blaue Farbe des Himmels zugeschrieben.

Lässt man hingegen durch eine verdünnte, schwach alkalische Fluorescinlösung ein Strahlenbündel gehen, so wird dieses nach allen Seiten hin mit gelbgrünem Lichte sichtbar, dessen Stärke von der Gegenwart der Staubtheilchen unabhängig ist. Ferner verschwindet das gelbgrüne Licht, wenn man das erregende Bündel vor Eintritt in die Lösung durch Kaliumbichromatlösung gehen lässt, bleibt dagegen, und zwar mit der gelbgrünen Farbe, bestehen, wenn man das erregende Bündel durch Kupferoxydammoniaklösung färbt. Im Fall des Wassers ist das zerstreute Licht in beiden Fällen sichtbar und zwar hat es die Farbe des Lichts, mit welchem das Wasser beleuchtet wird.

Man schliesst daraus, dass die Fluorescinlösung während der Beleuchtung mit gewissen Lichtarten selbstleuchtend wird, nennt einen solchen Körper fluorescirend und das von ihm ausgestrahlte Licht Fluorescenzlicht.

Betrachtet man eine Fluorescinlösung im durchfallenden Licht, so erscheint sie orangegelb, betrachtet man sie im auffallenden Licht, so schillert sie gelbgrün durch das Fluorescenzlicht, welches sie selbst aussendet. Uranglas flourescirt gründlich, eine mit etwas Schwefelsäure versetzte Lösung von schwefelsaurem Chinin fluorescirt himmelblau, ätherische Chlorophylllösung rothbraun.

519. Spektrale Untersuchung, ultraviolette Strahlen. Um die Fluorescenz erregenden Strahlen genauer zu bestimmen, lässt man ein Spektrum auf die fluorescirende Substanz, z. B. eine Uranglasplatte fallen. Es zeigt sich dabei 1) dass die Farbe des Fluorescenzlichts verschieden ist von der Farbe des die Fluorescenz erregenden; 2) dass die Fluorescenz bei Uranglas vom rothen Ende ab im Blau beginnt und, falls Linsen und Prisma aus Quarz bestehen, sich weit über das violette Ende des sichtbaren Spektrums hinaus erstreckt. Dorthin fallen also Strahlen, welche noch brechbarer als die

violetten sind und deshalb ultraviolette heissen; vom Glase werden sie stark absorbirt, vom Quarz hingegen gut durchgelassen.

Das Fluorescenzlicht ist bei farblosen fluorescirenden Substanzen weniger brechbar, als das die Fluorescenz erregende; bei gefärbten Substanzen enthält es zuweilen nach Lommel auch einige mehr brechbare Strahlen.

520. Phosphorescenz. Schwefelmetalle der alkalischen Erden zeigen sich, wenn sie dem Tageslicht ausgesetzt waren, im Dunkeln längere Zeit hindurch leuchtend mit einer Farbe, welche von der Bereitungsart und kleinen fremden Beimengungen der Präparate abhängt. Einen derartigen Körper, der während und nach der Beleuchtung selbst leuchtet, nennt man einen phosphorescirenden Körper oder einen Lichtsauger. Die spektrale Untersuchung nach Art. 519 zeigt, dass die Phosphorescenz durch Strahlen starker Brechbarkeit hervorgerufen wird. Von grosser Dauer und Stärke ist das blaue Phosphorescenzlicht der Balmain'schen Leuchtfarbe. Bei sehr vielen Körpern ist die Phosphorescenz von sehr kurzer Dauer und wird nur dann bemerkt, wenn man sie durch einen besonderen Apparat, das Becquerel'sche Phosphoroskop, sehr kurze Zeit nach der Belichtung der Beobachtung darbietet.

521. Chemische Wirkungen des Lichts. Schriftzüge aus Silbernitratlösung auf Papier werden im Licht bald dunkel, indem bei Gegenwart organischer Substanz Silbernitrat durch Belichtung reducirt wird. Papier, welches mit chlornatriumhaltiger Eiweisslösung getränkt ist, sogenanntes Eiweisspapier, macht man lichtempfindlich, indem man es einige Minuten auf Silbernitratlösung schwimmen und dann trocknen lässt. Es enthält nun Chlorsilber und Silbernitrat und bräunt sich unter der Wirkung des Lichts, indem eine Reduktion des Chlorsilbers eintritt. Chlorknallgas, eine Mischung gleicher Volumtheile Chlor und Wasserstoff (Art. 387), verbindet sich, wenn es eine Spur Wasserdampf enthält, unter der Wirkung des Lichts zu Chlorwasserstoffsäure, unter Umständen mit Explosion. Wahrscheinlich ist auch hier, wie immer, die primäre Wirkung des Lichts eine zersetzende, indem bei der Bildung von HCl H_2 und Cl_2 gespalten werden müssen (Art. 387).

522. Die wirksamen Strahlen. Bedeckt man das beschriebene lichtempfindliche Papier zum Theil mit rothem, zum Theil mit blauem Glase, so wird nur der letztere Theil im Licht gebräunt. In diesem Fall wird daher die chemische Wirkung von den brechbareren Strahlen ausgeübt. Umgekehrt sind bei dem auch durch das Licht bedingten Assimilationsprocess der Pflanzen im chlorophyllhaltigen Stärkekorn die weniger brechbaren Strahlen wirksam: das Maximum der Wirkung liegt wahrscheinlich an der starken Absorptionsbande des Chlorophylls im Roth.

523. Der photographische Process. Beim Negativprocess wird gewöhnlich eine Trockenplatte angewandt, d. i. ein auf Glas

fixirtes, bromsilberhaltiges Gelatinehäutchen. Nachdem bei der Exposition das reelle Bild der Camera obscura (Art. 487) kurze Zeit hindurch auf die Platte gewirkt hat, ist es noch nicht sichtbar. Entwickelt oder hervorgerufen wird es, indem man die Platte mit einer alkalischen Lösung von Pyrogallussäure behandelt. Dabei wird das Bromsilber zu Silber reducirt und zwar an einer Stelle in um so stärkerem Maasse, je stärker diese Stelle bei der Exposition von wirksamen Strahlen beleuchtet wurde. Fixirt wird das Bild durch Behandlung der Platte mit einer wässrigen Lösung von unterschwefligsaurem Natron (25 g auf 100 g Wasser), welche die lichtempfindliche Substanz beseitigt. Das erhaltene Bild ist im durchfallenden Licht ein Negativ, d. h. den hellen Stellen des Originals entsprechen die durch Silberniederschlag dunkel gemachten Stellen des Bildes. Beim Positivprocess belichtet man unter dem Negativ lichtempfindliches Papier, welches unter den durchsichtigen Stellen des Negativs gebräunt wird, unter den undurchsichtigen Stellen desselben hell bleibt und so ein positives Bild empfängt, d. h. ein Bild, in dem die Lichter des Originals hell, die Schwärzen dunkel sind.

Der photographische Process wird in der Physik u. A. zur Aufnahme der Spektren benutzt. Handelt es sich um die Aufnahme des ultravioletten Theils derselben, so benutzt man Quarzlinsen und Quarzprismen im Spektralapparat (Art. 519).

524. **Die photomechanischen Methoden** dienen zur Herstellung einer druckfähigen Platte auf photographischem Wege. Wir beschreiben hier das zinkographische Verfahren in der Form, in welcher es zur Herstellung der Abbildungen in diesem Buche benutzt worden ist. Das Verfahren beruht, wie viele andere photomechanische Methoden, auf der Eigenschaft der mit Chromsalz versetzten Gelatine, durch Belichtung die Löslichkeit in warmem Wasser zu verlieren.

Von der zu reproducirenden Zeichnung wird ein photographisches Negativ hergestellt und unter diesem eine auf Papier fixirte Schicht von Chromgelatine belichtet. Man ertheilt demnächst der Schicht auf der belichteten Vorderseite durch Behandlung mit ätherischen Oelen einen dünnen Fettüberzug und lässt alsdann von der Hinterseite aus warmes Wasser auf die Schicht einwirken, indem man das Chromgelatinepapier mit der Papierseite auf Wasser schwimmen lässt. Dieses löst die den dunklen Stellen des Negativs entsprechenden, nicht belichteten Theile der Schicht, von welchen alsdann das Fett mit einem Wattebausch abgerieben werden kann; dagegen bleiben die Theile der gefetteten Gelatineschicht stehen, welche belichtet und dadurch unlöslich geworden sind und den Schwärzen des Originals entsprechen.

Das so erhaltene Bild wird mit einer Zinkplatte in Berührung gebracht und überträgt sich auf diese, indem sie das Fett annimmt. Um das Bild auf der Zinkplatte zu verstärken, überzieht man diese mit einer sehr dünnen, wässrigen Lösung von arabischem Gummi und führt einen mit Wachsfarbe getränkten Schwamm über die

Platte hin. Die Gummilösung hält die Farbe von den blanken Stellen des Zinks ab und das Bild kommt schwarz und deutlich auf der Zinkplatte zum Vorschein; dadurch sind die unter ihm liegenden Stellen der Platte gegen den Angriff von Säure geschützt.

Legt man also die Platte nunmehr in verdünnte Salpetersäure, so werden die nicht vom Bilde bedeckten Stellen durch Aetzung vertieft, während das Bild selbst als Hochrelief stehen bleibt. Es entspricht den Schwärzen des Originals und kann, wenn erforderlichenfalls der Aetzung durch gewöhnliche Metallbearbeitung nachgeholfen wird, mit den Lettern in der Buchdruckerpresse abgedruckt werden.

525. **Die Wärmewirkungen der Lichtstrahlen** werden in einem besonderen Kapitel betrachtet werden (Artt. 585 ff.).

Cap. 10. Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichts.

526. **Römer's Methode (1673).** Sei *ABCD* (Fig. 244) die Erdbahn (Ekliptik); in *I* stehe der Planet Jupiter. Braucht das Licht Zeit, um sich fortzupflanzen, so wird ein Ereigniss am Jupiter im Punkte *C* der Erdbahn später, als im Punkte *A* derselben gesehen werden, und zwar später um die Zeit, welche das Licht gebraucht, den Durchmesser *AC* der Erdbahn zu durchlaufen. Als sichtbares Ereigniss am Jupiter benutzte Römer das Verschwinden eines Trabanten dieses Planeten im Schatten des letzteren. Hat man den Zeitpunkt dieses Ereignisses beobachtet, während die Erde in *A* steht, so kann man aus der Umlaufszeit des Trabanten (ungefähr $42\,{}^1/_2$ Stunden) jeden Zeitpunkt berechnen, zu welchem das Ereigniss dann sich wiederholen würde, wenn die Erde in *A* stehen bliebe. Ist sie aber mittlerweile nach *C* gekommen, so wird das Ereigniss später beobachtet werden, als unter der genannten Voraussetzung berechnet wurde und zwar später um die Zeit, in welcher das Licht den Durchmesser D der Erdbahn durchläuft. Diese Zeit oder Verspätung ergiebt sich aus den besten Beobachtungen[1] gleich 1000 sc. oder ungefähr $16\,{}^1/_2$ Minuten, die Fortpflanzungsgeschwindigkeit v des Lichts im luftleeren Raum mithin gleich D/1000 = 296300000 km/1000 = 296300 km in der Sekunde[2].

Fig. 244.

527. **Bradley's Methode, Aberration des Lichts (1727).** Sowohl wenn (Fig. 245) die Erde in *B*, als auch wenn sie in *D* steht,

[1] Nach Glasenapp.

[2] Der für D angenommene Werth geht aus den Beobachtungen über die Venusdurchgänge 1874 und 1882 hervor.

richte man ein Fernrohr nach einem Fixstern, welcher ungefähr in der Richtung *BD* gesehen wird. Es zeigt sich, dass die Richtungen *BE'* und *DE''* der Fernrohraxe in den beiden Fällen einen kleinen Winkel von 40'',89 mit einander bilden. Unter der Voraussetzung, dass die Bewegung des Lichts in den Lichtstrahlen unabhängig von der Bewegung der Erde erfolge, erklärt sich diese Erscheinung folgendermassen. *AB* (Fig. 246[a]) sei die Fernrohraxe. Ist diese gerade auf den Stern gerichtet, so wird, während das Licht von *A* nach *B* geht, das Fernrohr um das Stück *bB* in der durch den Pfeil gekennzeichneten Bewegungsrichtung der Erde fortgeführt sein, der Strahl also relativ zum Fernrohr den Weg *Ab* zurücklegen und nicht in der Axe des Fernrohrs bleiben. Damit er das letztere thue, muss man (Fig. 246[b]) die Fernrohraxe in der Bewegungsrichtung der Erde um den Winkel α nach vorwärts neigen, welcher dadurch bestimmt ist, dass

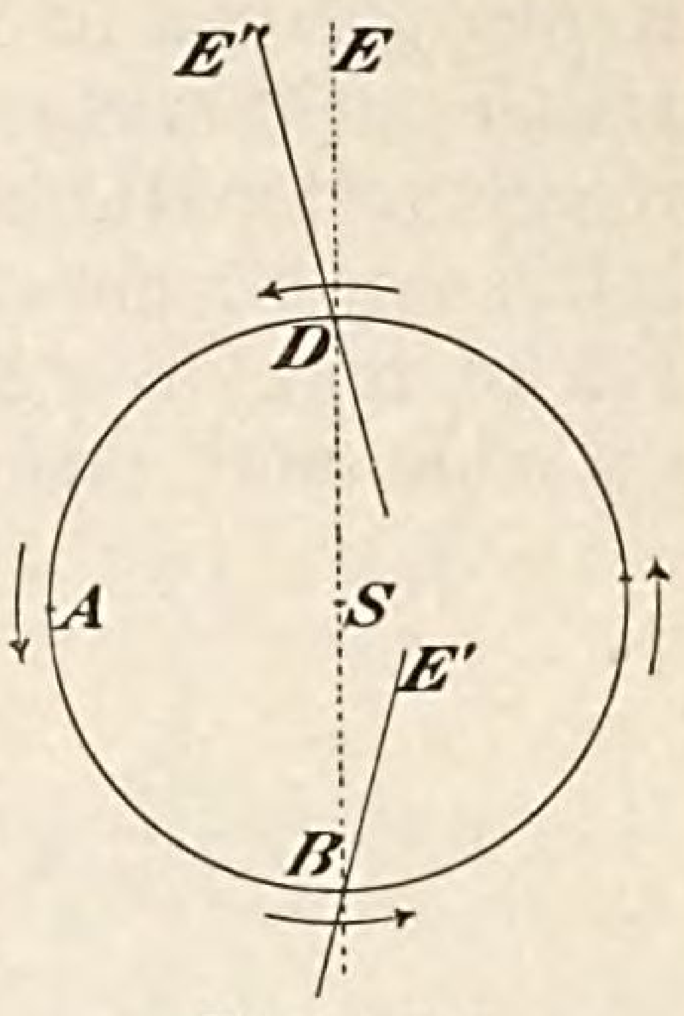


Fig. 245.

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{Bb}{Ab}$$

sein muss. α ist die sog. Aberrationsconstante = 40,89/2, *Bb* und *Ab* sind bzw. Wege, welche gleichzeitig von der Erde und vom Licht durchlaufen werden, sich also wie die bekannte Geschwindigkeit *c* der Erde und die Fortpflanzungsgeschwindigkeit *v* des Lichts verhalten. Daraus folgt $\operatorname{tg} \alpha = c/v$ und $v = c/\operatorname{tg} \alpha$; *v* ergiebt sich auf diesem Wege gleich 297600 km in der Sekunde.

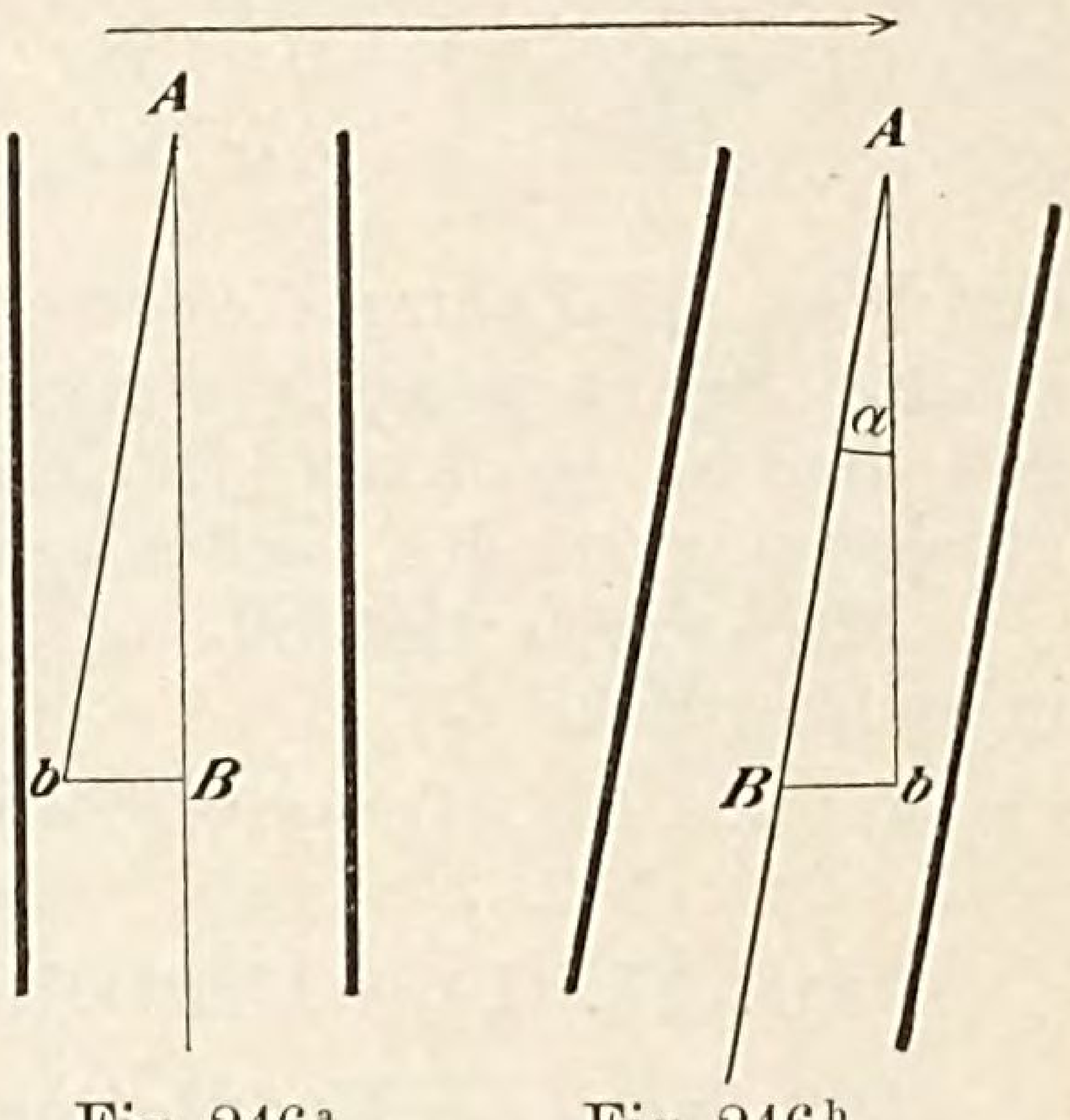


Fig. 246[a]. Fig. 246[b].

528. **Fizeau's Methode.** Endlich gelang es im Jahre 1849 Fizeau, *v* durch Versuche auf der Erde zu bestimmen. Zwei Fernrohre (Fig. 247) sind an den Enden einer Standlinie von 8633 m einander so gegenüber gestellt, dass durch jedes derselben das Objektiv des anderen gesehen wird, die Axen beider also zusammenfallen. *L* ist ein leuchtender Punkt, von welchem die Sammellinse *S* im Brennpunkt *F* des Objektivs O_1, ein reelles Bild entwirft, indem die von *L* kommenden Strahlen an der unter 45° gegen die Fernrohraxe geneigten, unbelegten Glasplatte *g* zum Teil zurückgeworfen werden. Die durch O_1 parallel gemachten Strahlen fallen auf das Objektiv O_2 des zweiten Fernrohrs, werden in dessen Brennpunkt vereinigt und dort von dem Metallspiegel *M* wieder zurückgeworfen. So entsteht in *F* ein zweites reelles Bild, welches durch das Okular *o* des ersten Fernrohrs gesehen wird. *F* befindet sich nun in dem peri-

pherischen, gezahnten Theil eines in das erste Fernrohr eingeführten Rades Z, das in rasche Umdrehung um die Axe ab versetzt wird. Dabei sieht man zunächst noch das Bild von L, wenn auch mit verminderter Helligkeit; steigert man aber die Umdrehungsgeschwindigkeit so weit, dass die Zeit, in welcher ein Zahn an die Stelle einer Lücke tritt, der Zeit gleich kommt, in welcher das Licht die Standlinie hin und zurück durchläuft, dann ist dem zurückkehrenden Licht

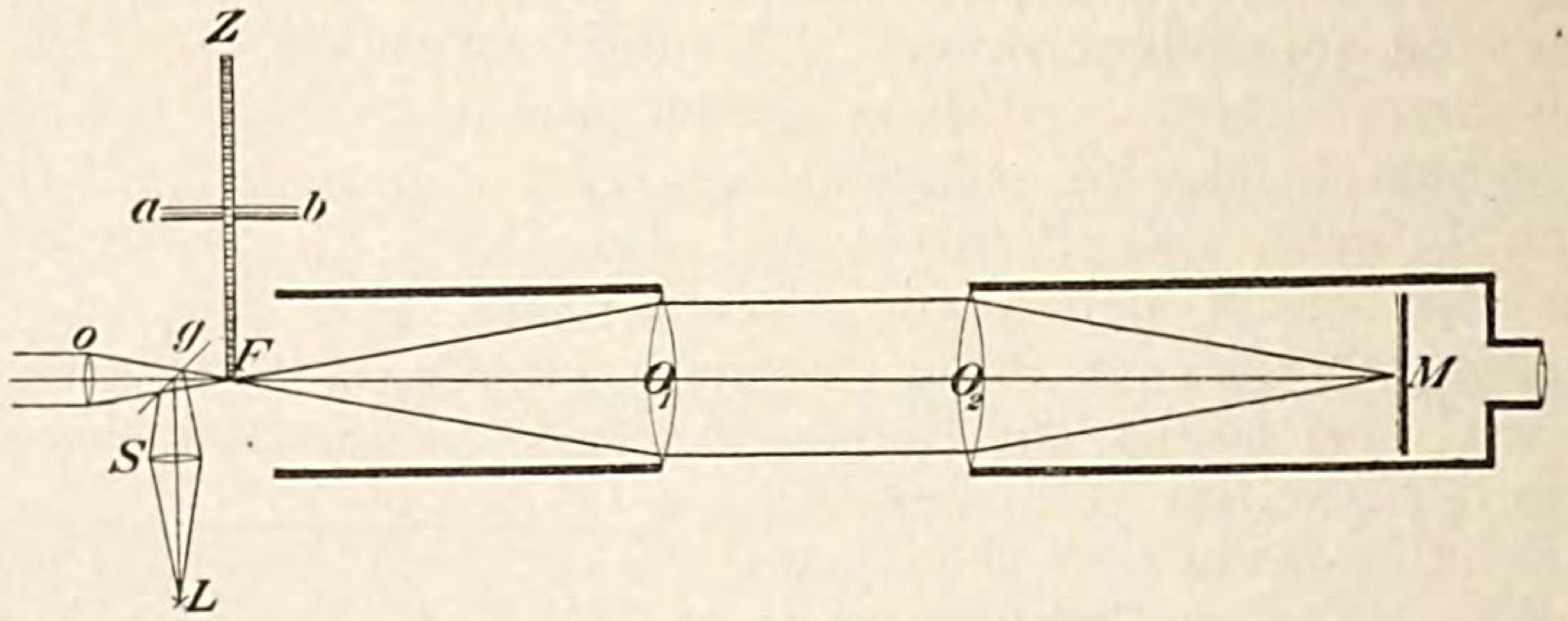


Fig. 247.

der Weg am Zahnrad abgeschnitten und L wird nicht mehr gesehen. Kennt man für diesen Fall die Umdrehungsgeschwindigkeit des Rades, so kann jene Zeit und damit die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichts berechnet werden.

Nach dieser Methode fand Cornu 1874 mit verbesserten Mitteln in runder Zahl

$$v = 300\,000 \text{ km in der Sekunde.}$$

Cap. 11. Die Undulationstheorie des Lichts.

529. Nach der **Undulationstheorie des Lichts** besteht der Vorgang auf einem Lichtstrahl darin, dass auf ihm eine transversale Wellenbewegung, erregt durch Schwingungen des leuchtenden Punktes, sich fortpflanzt. Da das Licht erfahrungsgemäss einen Raum mit um so geringerer Schwächung durchdringt, je weniger wägbare Materie dieser Raum enthält, so nimmt man an, dass es sich auch durch einen von wägbarer Materie freien Raum fortpflanzen könne. Den Träger der Lichtbewegung, welcher hiernach die wägbare Materie nicht sein kann, nennt man den Aether.

530. Wellenlänge. Denkt man sich an Stelle des Lichtstrahls ein gespanntes Seil, dessen an den leuchtenden Punkt befestigtes Ende in transversaler Schwingungsbewegung gehalten wird, so ist nach der geschilderten Hypothese der Vorgang auf dem Lichtstrahl dem auf diesem Seile sich abspielenden ähnlich. Doch sind die Lichtwellen ausgezeichnet durch eine sehr kleine Länge, welche für die verschiedenen Farben verschieden, für rothes Licht grösser, als für violettes ist und für Licht der Fraunhofer'schen Linien

B	D	E	F	G	H
0,687	0,589	0,527	0,486	0,431	0,397

Mikromillimeter im luftleeren Raum beträgt. Wellenlänge ist nach Art. 254 die während der Schwingungsdauer zurückgelegte Weglänge. Während der Schwingungsdauer legt also Licht der D-linie nur 0,589 Mikromillimeter zurück, während es in einer Sekunde 300 000 Kilometer durcheilt; soviel mal 0,589 Mikromillimeter in 300 000 Kilometern enthalten sind, soviel Schwingungen, d. i. 509 Billionen, führt ein Aethertheilchen auf einem Strahl der D-linie aus. Die Schwingungszahl, der Wellenlänge umgekehrt proportional, ist grösser für violettes, als für rothes Licht.

531. Wellenfläche. Eine um den leuchtenden Punkt geschlagene Kugelfläche enthält lauter Theilchen gleicher Schwingungsphase (Art. 255). Eine derartige zusammenhängende Fläche gleicher Schwingungsphase heisst eine Wellenfläche des Lichts. In optisch isotropen Mitteln (Art. 431) sind die Lichtstrahlen stets die Normalen der Wellenflächen; so entsprechen parallelen Strahlen ebene, zu ihnen senkrechte Wellenflächen. Mit den Wellenflächen des Lichts in einem solchen Mittel sind daher auch die Richtungen der Strahlen bestimmt.

532. Das Huyghens'sche Princip. Denkt man sich um den leuchtenden Punkt L eine geschlossene Fläche S gelegt (Fig. 248), so ist klar, dass die Lichtbewegung ausserhalb dieser Fläche durch die auf ihr stattfindende Bewegung völlig bestimmt ist. Um jene aus dieser zu bestimmen, dient das Huyghens'sche Princip, d. i. die Annahme, dass jeder Punkt m der Fläche S als ein Wellencentrum angesehen werden kann, von welchem aus Wellen nach allen Richtungen hin ausgehen. Unter dieser Annahme ist die Lichtbewegung in einem Punkte P ausserhalb S die Resultirende der Bewegungen, welche sämmtliche Punkte m_0, m_1, m_2 ... von S in P hervorbringen.

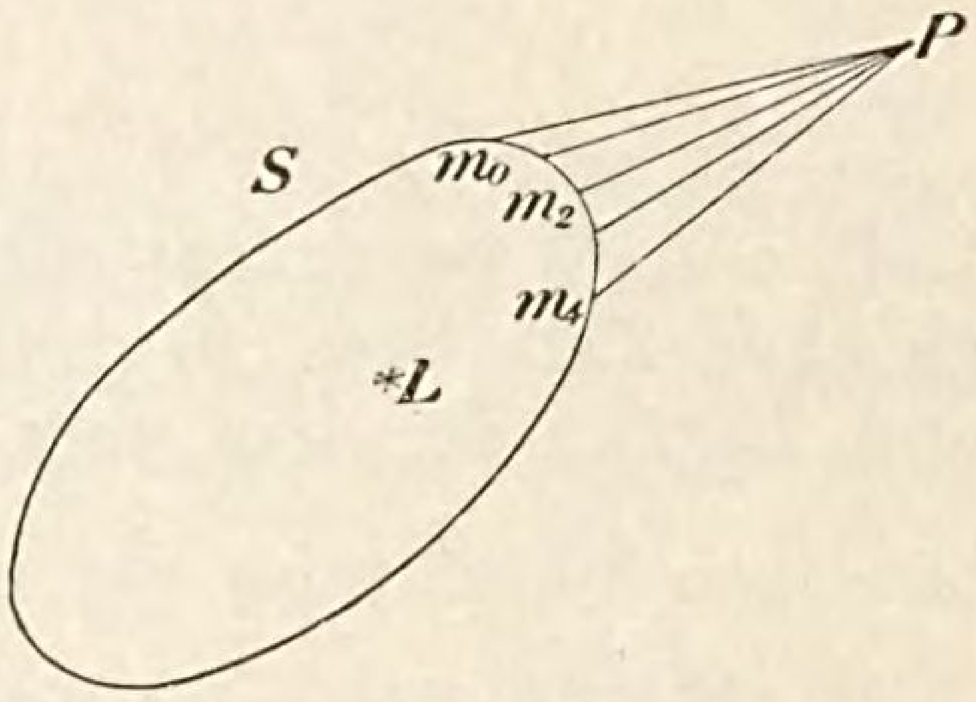


Fig. 248.

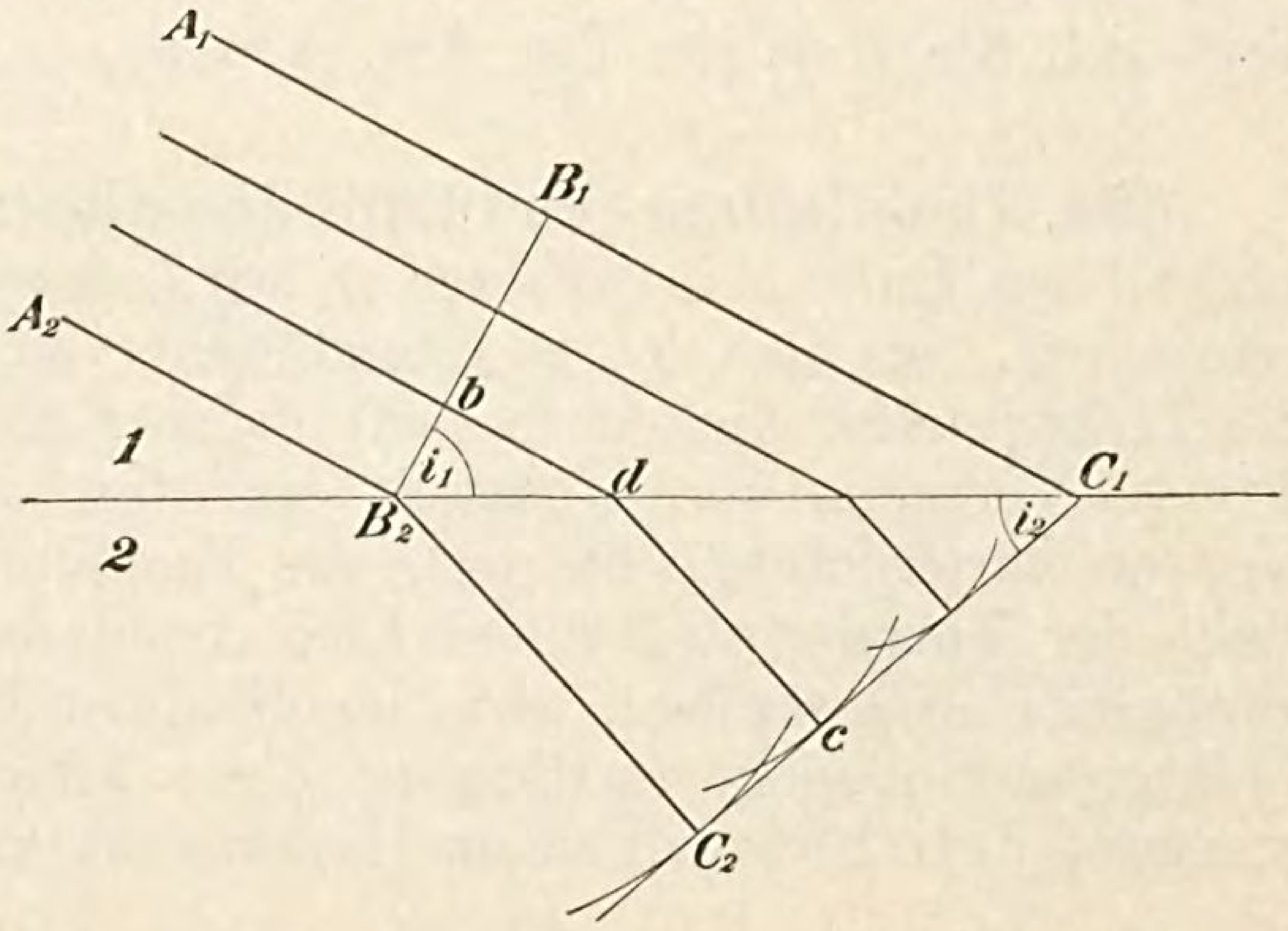


Fig. 249.

533. Brechung des Lichts. Eine ebene Welle, von welcher (Fig. 249) $B_1 B_2$ eine Wellenfläche vorstelle, in einem isotropen Medium 1 (Luft) treffe die ebene Grenzfläche $B_2 C_1$ gegen ein isotropes Medium 2 (Wasser); diese Fläche werde als die Fläche S, Art. 532, angesehen. Auf der

ebenen Wellenfläche B_1B_2 ist (Art. 531) überall die gleiche Schwingungsphase vorhanden; während diese in der Luft von B_1 nach C_1 sich fortpflanzt, hat sie sich ins Wasser hinein auf eine Kugel vom Halbmesser B_2C_2 verbreitet, wenn B_1C_1 und B_2C_2 Wege vorstellen, welche vom Licht in gleicher Zeit bzw. in Luft und in Wasser zurückgelegt werden. In den Punkten C_1 und C_2 der Tangentialebene, welche durch die in C_1 auf die Ebene der Figur errichtete Normale an die Kugel gelegt wird, ist also dieselbe Schwingungsphase vorhanden; man kann nachweisen, dass dies für alle Punkte der genannten Tangentialebene zutrifft, diese also eine Wellenfläche des Lichts im Wasser ist; ihre Normale B_2C_2 ist mithin der gebrochene Strahl, welcher aus dem einfallenden A_2B_2 entsteht. Die Winkel i_1 und i_2 (Fig. 249), welche von der einfallenden und gebrochenen Welle mit der ebenen Trennungsfläche gebildet werden, sind auch die Winkel, welche der einfallende und gebrochene Strahl mit dem Einfallslothe bildet, also Einfalls- und Brechungswinkel; es ergiebt sich aus der Figur:

$$\sin i_1 = \frac{B_1C_1}{B_2C_1}, \quad \sin i_2 = \frac{B_2C_2}{B_2C_1}$$

und daraus

$$\frac{\sin i_1}{\sin i_2} = \frac{B_1C_1}{B_2\,C_2} = \frac{v_1}{v_2} = n_{12} \;.\;.\;.\;. \qquad (98)$$

wenn v_1 und v_2 die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten des Lichts in Luft und Wasser vorstellen; denn diese verhalten sich wie die in gleicher Zeit bzw. in Luft und Wasser durchlaufenen Wege B_1C_1 und B_2C_2. In dem nur von der Natur der Mittel 1 und 2 abhängigen Verhältniss der Fortpflanzungsgeschwindigkeiten $\frac{v_1}{v_2}$ erkennt man das Brechungsverhältniss n_{12} wieder; aus der Gleichung

$$n_{12} = \frac{v_1}{v_2}$$

lässt sich die Relation des Art. 456 $n_{13} = n_{12} \,.\, n_{23}$ ableiten.

534. Undulations- und Emissionstheorie. Beim Uebergang des Lichts aus Luft 1 in Wasser 2 wird der Strahl zum Einfallsloth gebrochen, ist also $n_{12} > 1$, und daher ist nach der Wellentheorie die Lichtgeschwindigkeit in Luft grösser als in Wasser, was durch direkte Versuche von Foucault bestätigt wurde. Nach einer von Newton vertheidigten Theorie, der Emissionstheorie des Lichts, besteht der Vorgang auf einem Lichtstrahl darin, dass auf ihm kleine unwägbare Körperchen, vom leuchtenden Punkte ausgeworfen, mit Lichtgeschwindigkeit fortfliegen; diese Theorie liefert das entgegengesetzte, dem Foucault'schen Experiment widersprechende Resultat.

535. Dispersion. Im leeren Raum pflanzen sich Strahlen jeder Farbe oder Wellenlänge gleich schnell fort, zur Erklärung der Dispersion muss man also annehmen, dass in wägbaren Körpern mit

normaler Dispersion die brechbareren Strahlen sich langsamer als die weniger brechbaren fortpflanzen, was durch direkte Wellenmessung bestätigt wird.

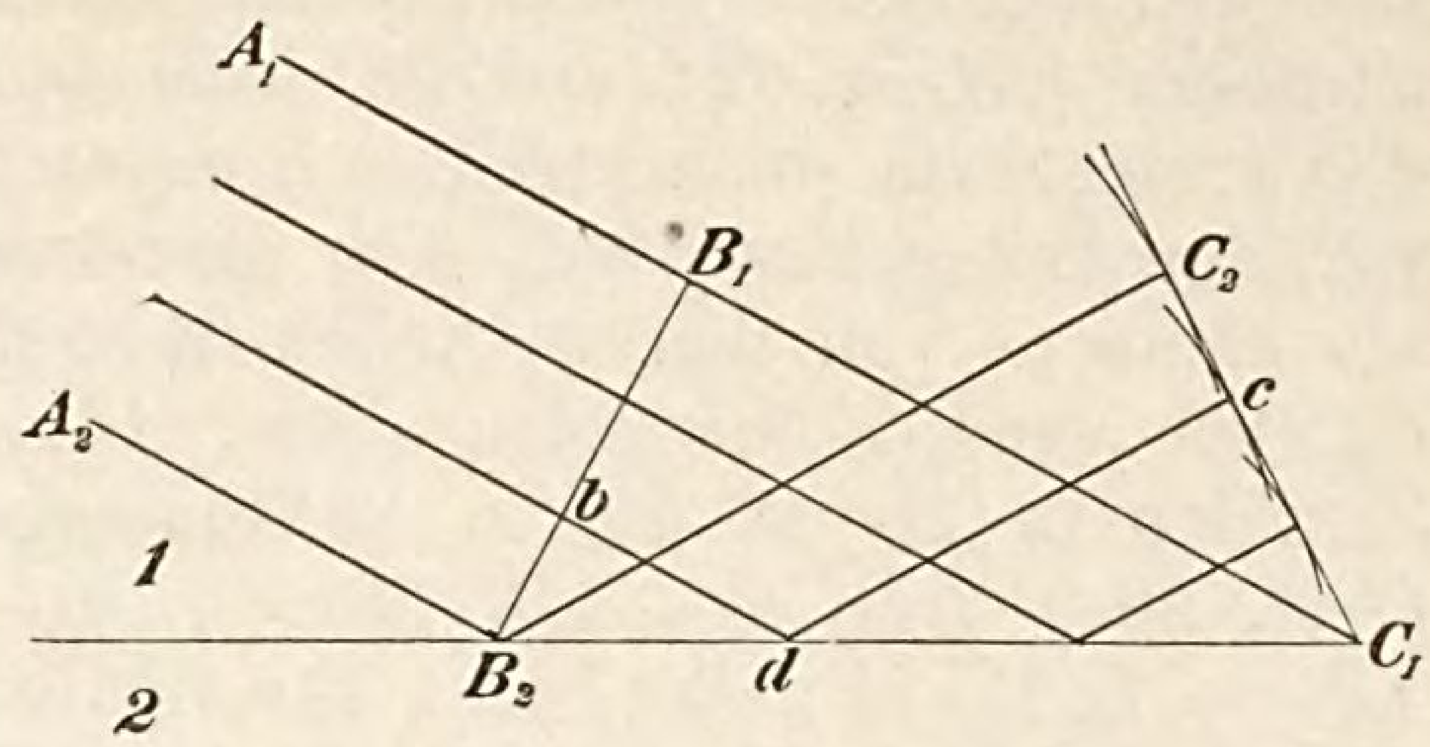


Fig. 250.

536. Die Reflexion wird ähnlich wie die Brechung in der durch Fig. 250 dargestellten Weise aus der Undulationstheorie erklärt; B_1B_2 ist die einfallende, C_1C_2 die reflektirte Welle, entstanden aus den von der Trennungsfläche B_2C_1 ausgehenden Wellen.

Cap. 12. Die Interferenz des Lichts.

537. Die Intensität des Lichts an einer Stelle setzen wir dem Quadrat der Schwingungsamplitude an dieser Stelle proportional; diese Grösse ist nach Art. 93 auch proportional der Energie der pendelartig gedachten Aetherschwingung an dieser Stelle.

538. Interferenz des Lichts muss nach der Wellentheorie im Allgemeinen in einem Punkt P eintreten, zu welchem von einem leuchtenden Punkt L Licht auf mehreren, z. B. zwei Wegen oder Strahlen gelangt. Je nachdem der Gangunterschied der beiden Strahlen in P einem graden oder ungraden Vielfachen einer Halbwelle gleich ist, verstärken oder schwächen sie sich in P und heben sich im letzteren Falle auf, wenn sie von gleicher Stärke sind (Art. 266, Fig. 119).

539. Der Fresnel'sche Spiegelversuch. Ein leuchtender Punkt L

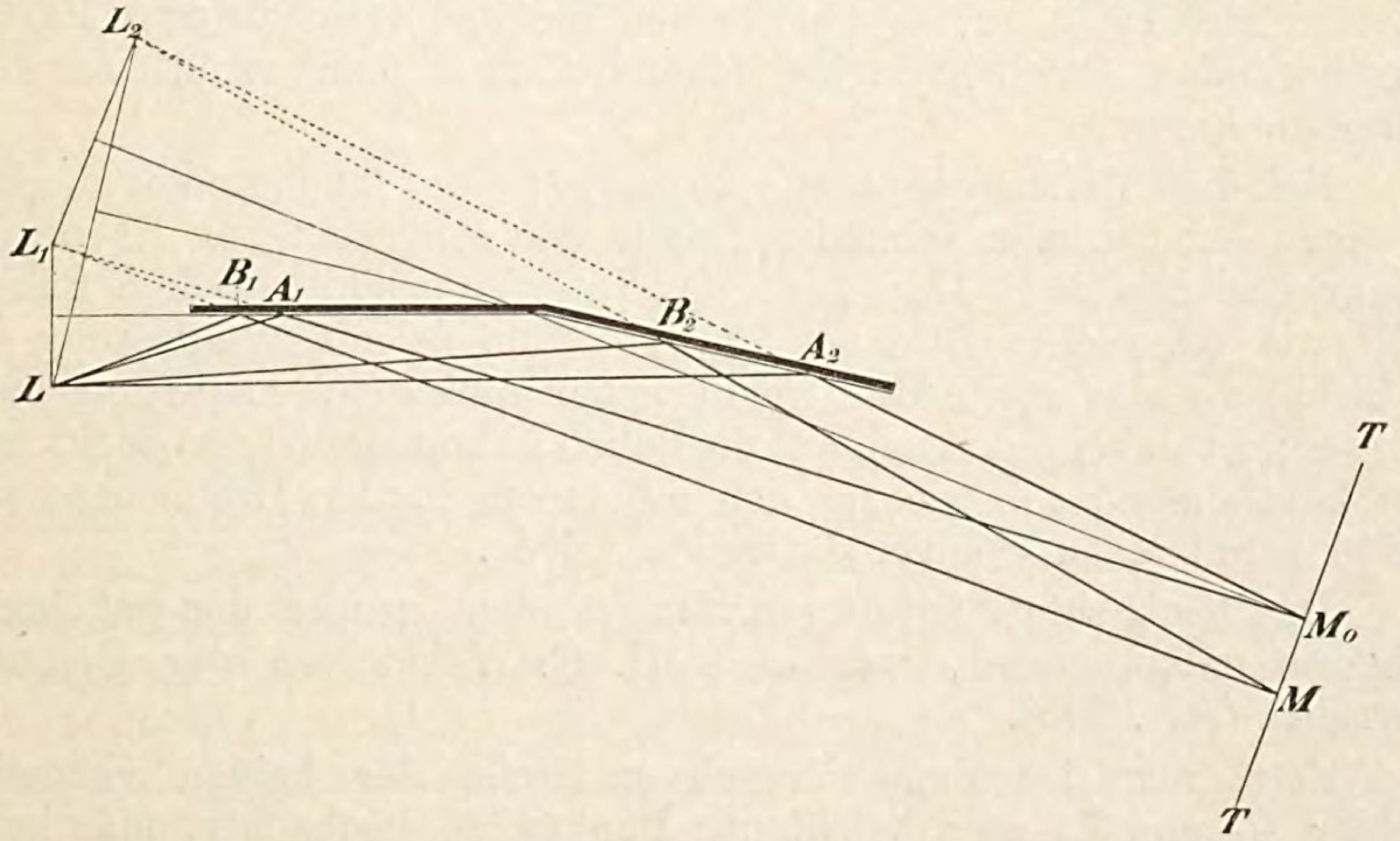


Fig. 251.

(Fig. 251) befindet sich vor zwei angrenzenden, wenig gegen ein-

ander geneigten ebenen Spiegeln *1* und *2*. Zu einem Punkt M vor den Spiegeln gelangt dann Licht von L aus auf den beiden Strahlen LB_1M und LB_2M, von denen der eine von dem ersten, der andere von dem zweiten Spiegel zurückgeworfen ist; das Licht vor den Spiegeln verhält sich also erstens der Richtung nach so, als käme es von den virtuellen Bildern L_1 und L_2 her, welche die Spiegel von L entwerfen (Art. 441). Der Gangunterschied der Strahlen in M ist die in Wellenlängen ausgedrückte Wegdifferenz (Art. 266) $LB_1M - LB_2M = L_1M - L_2M$, da $LB_1 = L_1B_1$ und $LB_2 = L_2B_2$ ist; das Licht vor den Spiegeln verhält sich also auch der Schwingungsphase nach so, als käme es von den in gleicher Phase schwingenden Punkten L_1 und L_2 her, welche mithin der aus dem leuchtenden Punkt L und den Spiegeln bestehenden Anordnung substituirt werden dürfen.

L möge zunächst einfarbiges Licht von der Wellenlänge λ aussenden. In einem Punkte M_0 (Fig. 251), welcher symmetrisch zu L_1 und L_2 liegt, ist der Gangunterschied der Strahlen Null und verstärken sie einander. Rückt aber M zur Seite, so wächst der Gangunterschied; in Punkten $M_1, M_3, M_5 \ldots$, in welchen er

$$1 \cdot \frac{\lambda}{2},\; 3 \cdot \frac{\lambda}{2},\; 5 \cdot \frac{\lambda}{2} \ldots.$$

ist, heben die Strahlen einander auf, in Punkten $M_2, M_4, M_6 \ldots$, in welchen er

$$2 \cdot \frac{\lambda}{2},\; 4 \cdot \frac{\lambda}{2},\; 6 \cdot \frac{\lambda}{2} \ldots.$$

beträgt, verstärken sie einander. Auf einem Schirm TT entstehen daher abwechselnd dunkle und helle Streifen, deren Breite mit der Wellenlänge des angewandten Lichts wächst. Wendet man weisses Licht an, so überdecken die den verschiedenen Farben angehörenden Streifensysteme einander und man erhält farbige Streifen.

Bei dem Versuch benutzt man anstatt eines leuchtenden Punktes L einen beleuchteten schmalen Spalt, der senkrecht zur Ebene der Figur gerichtet ist. Da ferner das Interferenzbild auf dem Schirm sich wie ein reelles Bild verhält, so kann es mit Weglassung des Schirms wie das reelle Bild im Fernrohr durch eine Lupe betrachtet werden; ist dabei das Auge auf unendlich akkommodirt, so sieht man die Erscheinung so, wie sie sich auf einem in der Brennebene der Lupe befindlichen Schirm darstellen würde.

Das beobachtete Interferenzbild ist nicht genau der gegebenen Theorie entsprechend, was nach H. F. Weber von der Beugung herrührt (Art. 545).

Setzt man bei dem Versuch an Stelle der beiden virtuellen Bilder L_1 und L_2 zwei leuchtende Punkte, so beobachtet man keine Interferenz; man schliesst daraus, dass der Phasenunterschied der letzteren schnellem Wechsel unterworfen ist.

540. Farben dünner Blättchen. Glasplatten, Seifenblasen und andere durchsichtige Stoffe erscheinen, im reflektirten Licht betrachtet, bei grösserer Dicke farblos, als dünne Blättchen farbig, wobei die Farbe der dünnen Blättchen von ihrer Dicke abhängt. Daher ist zum Studium der Erscheinung die Newton'sche Anordnung zweckmässig, bei welcher das dünne Luftblättchen zwischen einem Planglas und einer schwach gekrümmten planconvexen Linse (Fig. 252) benutzt wird. Auf einem um den Berührungspunkt der Gläser beschriebenen Kreise ist die Dicke und deshalb auch die Farbe des Blättchens dieselbe; daher sieht man im reflektirten Licht ein System concentrischer Ringe. Der Berührungspunkt der Gläser ist dunkel, gegen den Rand hin, mit zunehmender Dicke des Blättchens, verblassen die Ringe, so dass nur etwa 7 gesehen werden. Beleuchtet man die Vorrichtung mit homogenem Licht, so sieht man dunkle und helle Ringe, deren Durchmesser im rothen Licht grösser als im blauen sind, und aus deren Uebereinanderlagerung die farbigen Ringe bei weissem Licht entstehen.

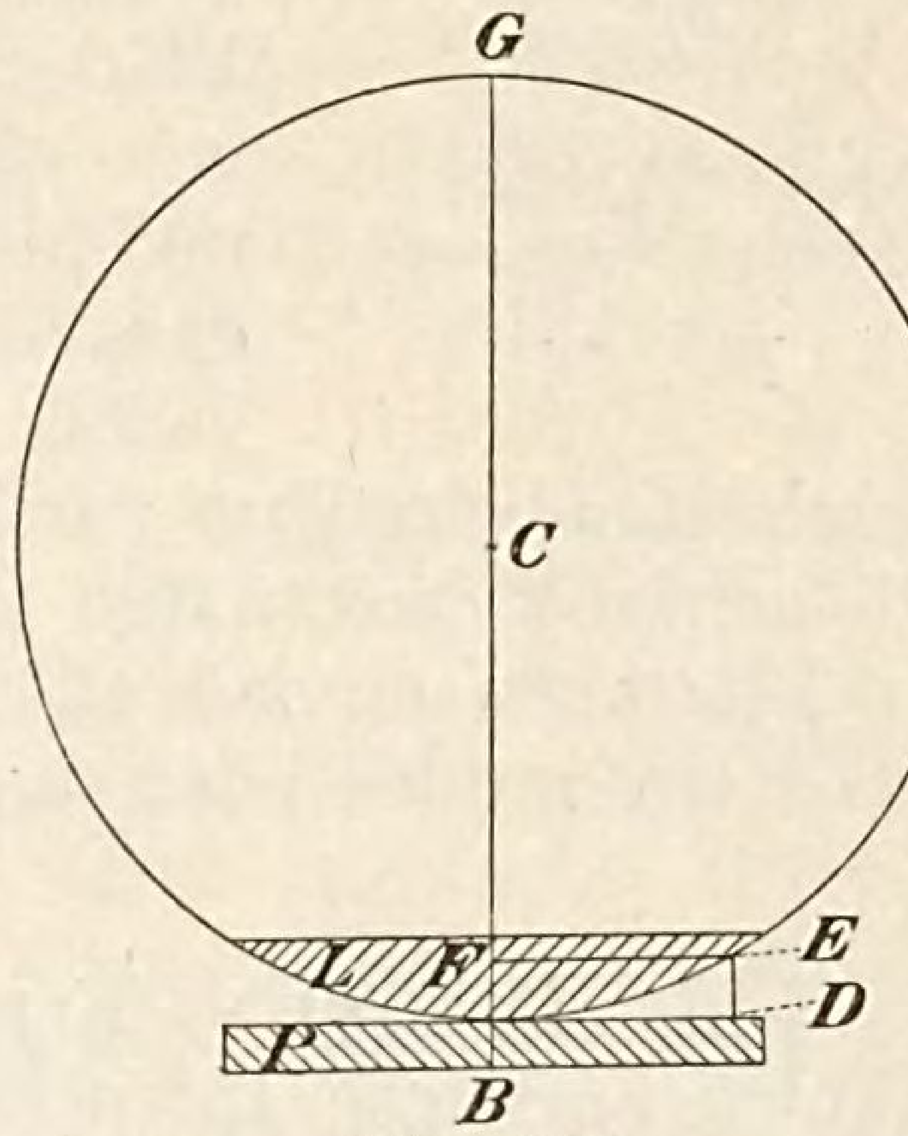


Fig. 252.

541. Theorie (Th. Young). Auf ein Luftblättchen von gleichförmiger Dicke falle der Strahl AB (Fig. 253) senkrecht auf. Ein Theil des Lichts wird an der Vorderfläche des Blättchens in der Richtung BA zurückgeworfen, der andere Theil dringt in das Blättchen ein und hiervon wird wieder ein Theil an der Hinterfläche des Blättchens bei C in derselben Richtung CBA zurückgeworfen. Fig. 253 sind diese beiden reflektirten Strahlen durch V und H angedeutet. In der Richtung BA pflanzen sich also die b e i d e n reflektirten Strahlen fort und von ihrem Gangunterschied, welcher der in Wellenlängen ausgedrückten doppelten Dicke $2d$ des Blättchens gleich zu sein scheint, hängt die Stärke der Lichtbewegung auf dem Strahl BA ab. Je nachdem also $2d$ gleich $0, \lambda, 2\lambda, \cdots$ oder gleich $\lambda/2,\ 3\lambda/2,\ 5\lambda/2$ ist, sollte im homogenen Licht das Blättchen bei senkrecht auffallenden Strahlen hell oder dunkel erscheinen (Art. 538) und das Blättchen der Newton'schen Vorrichtung, dessen Dicke nach dem Rande zu wächst, sollte in helle und dunkle Ringe zerfallen. Die Beobachtung bestätigt das letztere Resultat, widerspricht aber dem ersteren, indem an der Berührungsstelle, wo die Dicke nahe Null ist, das Blättchen nicht hell, sondern dunkel erscheint. Nun aber lehrt die Theorie, dass bei der Zurückwerfung in Luft, dem optisch dünneren Medium, an Glas, dem optisch dichteren, ein Wellenberg als Wellenthal, hingegen bei der Zurückwerfung in Glas an Luft ein Wellen-

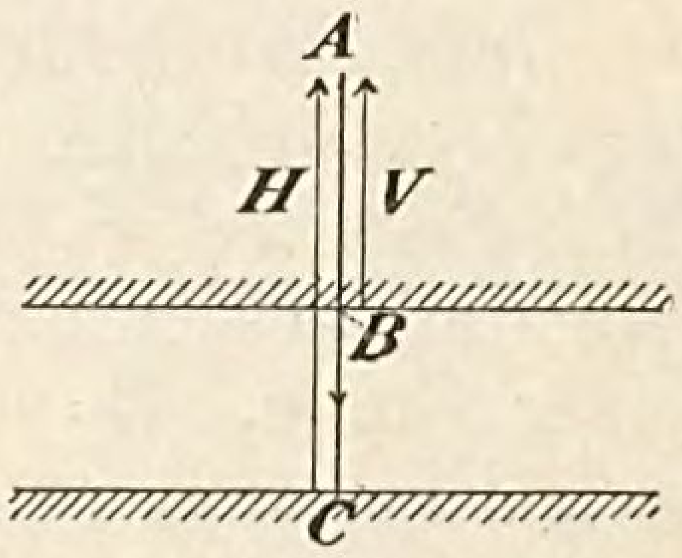


Fig. 253.

berg als Wellenberg zurückgeworfen wird; man pflegt zu sagen, es gehe bei der Reflexion in Glas an Luft eine halbe Wellenlänge verloren (vgl. Art. 282). Fig. 254 ist die gleichzeitige Lage der Aethertheilchen in der direkten Welle ausgezogen, in den beiden reflektirten punktirt gezeichnet. Bei verschwindender Dicke des Blättchens fällt daher in den beiden zurückgeworfenen Strahlen Wellenberg auf Wellenthal und bleibt das Blättchen dunkel. Es folgt daraus, dass der Gangunterschied der beiden Strahlen gleich ist dem aus ihrem Wegunterschied $2d$ berechneten vermehrt um $\lambda/2$, und wir gelangen so zu dem von der Beobachtung bestätigten Resultat, dass bei senkrechter Incidenz das Blättchen dunkel oder hell erscheint, je nachdem die doppelte Dicke ein grades oder ungrades Vielfaches einer Halbwelle beträgt.

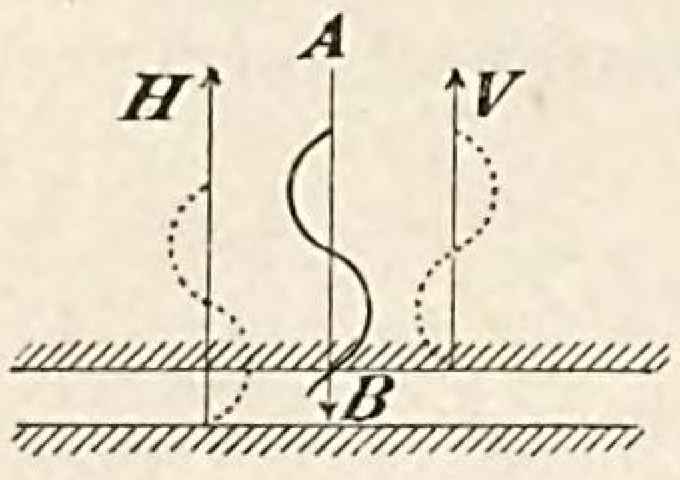


Fig. 254.

542. Poisson's Bemerkung. Da die beiden interferirenden Strahlen ungleiche Intensität besitzen, so sollten die dunklen Ringe nicht ganz dunkel sein. Doch hat man es in Wirklichkeit nicht mit zwei, sondern mit unendlich vielen zusammenwirkenden Strahlen zu thun, indem der Strahl zwischen den Grenzflächen des Blättchens endlos hin- und hergeworfen wird und dabei jedesmal ein Theil des Lichts in der Richtung BA austritt. Die Resultante aller dieser Strahlen ist in der That, wie Poisson bewiesen hat, in Uebereinstimmung mit der Beobachtung für die dunklen Ringe gleich Null.

543. Wellenmessung. Der erste dunkle Ring bildet sich in der Newton'schen Vorrichtung da, wo die doppelte Dicke des Blättchens $2d = \lambda$ oder $d = \lambda/2$ ist. Bedeutet (Fig. 252) $\rho = FE$ den Halbmesser eines Ringes, $d = DE$ die Dicke des Blättchens an seiner Stelle, $R = CG$ den Krümmungshalbmesser der Linse, so ist nach Fig. 252

$$d : \rho = \rho : 2R - d$$

oder, indem d gegen $2R$ nicht in Betracht kommt,

$$d = \frac{\rho^2}{2R}.$$

Ist also ρ_1 der Halbmesser des ersten dunklen Ringes, so ist $\lambda/2 = \rho_1{}^2/2R$,

$$\lambda = \frac{\rho_1{}^2}{R} \cdots \qquad (99)$$

Auf diese Weise wurden von Newton zum ersten Mal die Längen der Lichtwellen gemessen, die Resultate der Messungen aber nicht als Lichtwellenlängen, sondern, vom Standpunkt der Emissionstheorie aus (Art. 534), anders gedeutet.

544. Verhalten dünner und dicker Blättchen im weissen Licht. Ist die doppelte Dicke des Luftblättchens ein kleines Vielfaches einer Lichtwellenlänge, z. B. = 650 Milliontel Millimeter, d. i. gleich der Wellenlänge einer bestimmten rothen Lichtart, so ist sie nicht sehr verschieden von den Wellenlängen der übrigen rothen Lichtarten, so dass der rothe Theil des Spektrums im reflektirten Licht merklich ausgelöscht ist. Dagegen ist die doppelte Blättchendicke, da $650 = 3 \,.\, 433/2$, gleich dem Dreifachen der Halbwelle blauen Lichts (Art. 530); blaues Licht ist im reflektirten Licht kräftig vorhanden und das Blättchen erscheint in einer lebhaften Farbe (himmelblau).

Ist aber die doppelte Blättchendicke ein grosses Vielfaches einer Lichtwellenlänge, z. B. = $50 \,.\, 650$ Milliontel Millimeter, so ist sie auch = $51 \,.\, 637 = 52 \,.\, 625$ Milliontel Millimeter u. s. f.; d. h. jedesmal, wenn die Lichtwellenlänge um einen kleinen Betrag abnimmt, tritt wieder Auslöschung ein. Es werden also aus allen Theilen des Spektrums schmale Streifen fortgenommen, Licht aller Hauptfarben ist im reflektirten Licht vorhanden und giebt, gemischt, weiss. Daher erscheinen dicke Blättchen im weissen Licht farblos; dass auch bei grösserer Blättchendicke Interferenz stattfindet, bemerkt man, wenn man die Newton'sche Vorrichtung mit dem homogenen Licht der Natriumflamme (Art. 472) beleuchtet, in welchem Fall die Gläser bis an den Rand hin mit hellen und dunklen Ringen bedeckt sind.

Cap. 13. Die Beugung des Lichts.

545. Beugung durch einen Spalt. Man entwerfe (Fig. 255) durch eine Sammellinse L ein scharfes, reelles Bild s eines Spaltes S auf einem Schirm TT. Bei gradliniger Fortpflanzung, bei welcher Licht nur zu Punkten gelangt, welche dem reellen Spaltbilde angehören, könnte die Wirkung

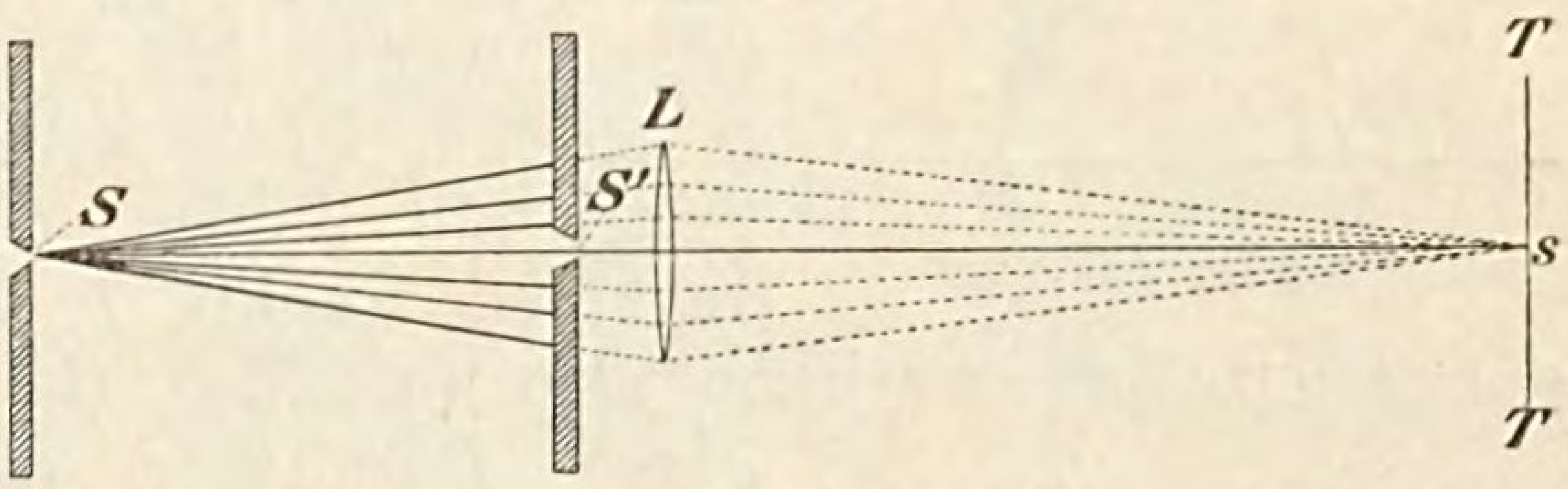


Fig. 255.

eines zweiten, den Strahlen in den Weg gestellten Spaltes S' nur in einer durch Abfangung von Strahlen bewirkten Schwächung des Bildes bestehen. Dies beobachtet man in der That, so lange der Spalt S' ziemlich breit ist. Verengert man ihn aber mehr und mehr, so verbreitert sich das Spaltbild, wobei es an den Rändern verwaschen wird, und es treten zu beiden Seiten des verwaschenen Spaltbildes farbige Streifen auf, welche durch dunkle Zwischenräume getrennt sind (Fig. 256).

Dasselbe beobachtet man, wenn man mit blossem Auge durch einen engen Spalt nach einem diesem parallelen erleuchteten

Spalt blickt. Im homogenen Licht sieht man dunkle und helle Streifen, bemerkt aber, dass diese im blauen Licht enger, als im rothen an einander liegen. Aus der Uebereinanderlagerung dieser Streifensysteme entsteht das im weissen Licht beobachtete Bild.

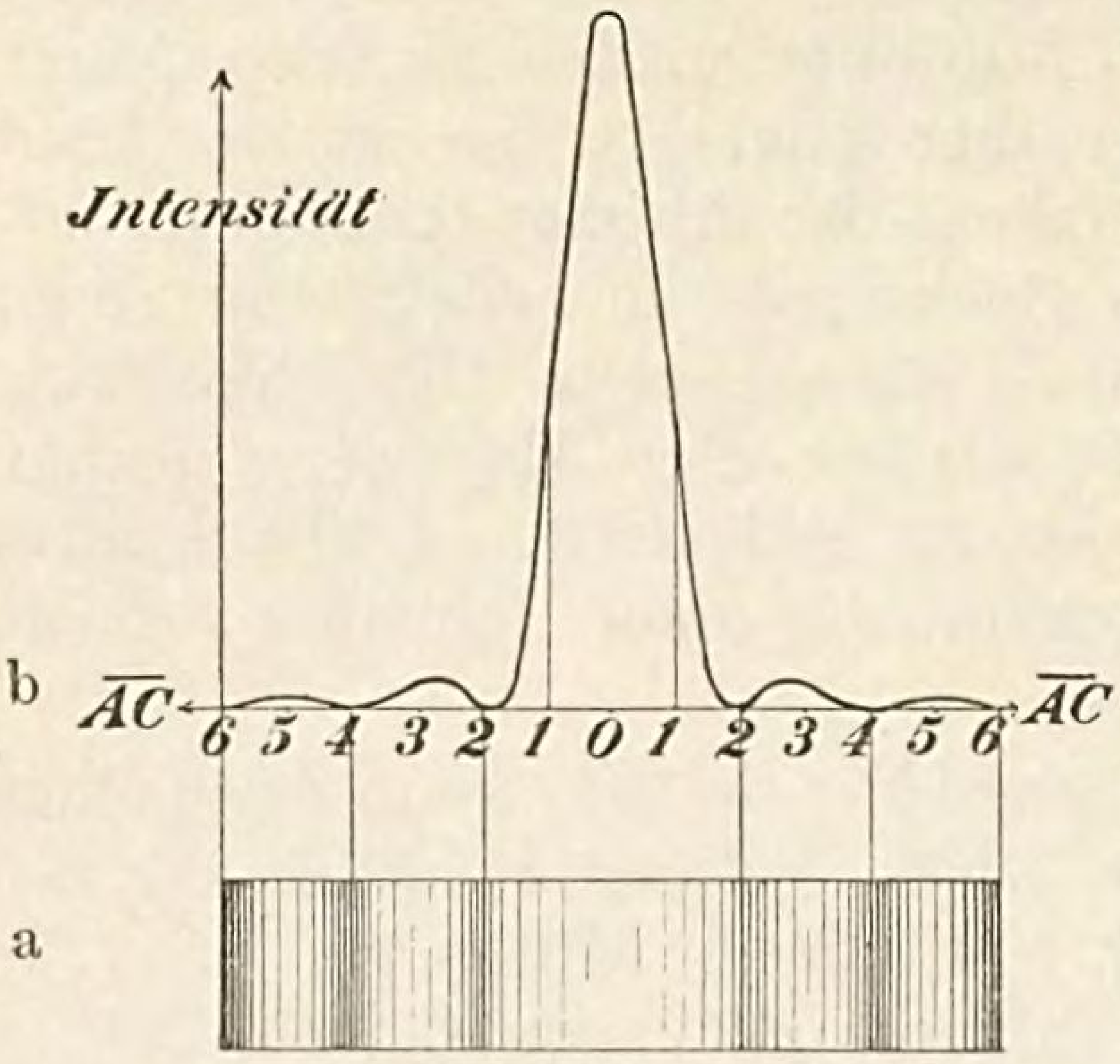


Fig. 256.

Diese, sowie jede Erscheinung, welche auf einer Störung des Gesetzes von der gradlinigen Fortpflanzung des Lichts beruht, heisst eine Beugungserscheinung. Beugung tritt nur auf in der Nähe der Grenzen der Lichtwellen, also bei grossen ausgedehnten Lichtwellen nur an den Schattengrenzen; bei kleinen, durch enge Oeffnungen abgegrenzten Lichtwellen in so hohem Maasse, dass von gradliniger Fortpflanzung nichts mehr zu bemerken ist.

546. Theorie der Beugung. *AB* (Fig. 257) stelle einen senkrecht zur Ebene der Zeichnung gerichteten Spalt vor; auf der durch die Spaltmitte zur Spaltebene senkrecht gezogenen Linie befinde sich in unendlicher Ferne ein leuchtender Punkt, welcher ebene, der Spaltebene parallele Wellen auf den Spalt schickt. Nach dem Huyghens'schen Princip Art. 532 kann man, zur Ermittlung der Lichtbewegung hinter dem Spalt, den leuchtenden Punkt durch unzählig viele leuchtende Punkte ersetzen, welche die Spaltebene erfüllen, alle in gleicher Phase schwingen und nach allen Seiten hin Wellen oder Strahlen aussenden. In einem Punkte *P* eines hinter den Spalt gesetzten Schirmes wirken also unendlich viele Strahlen zusammen, deren Resultante die Lichtbewegung in *P* ist.

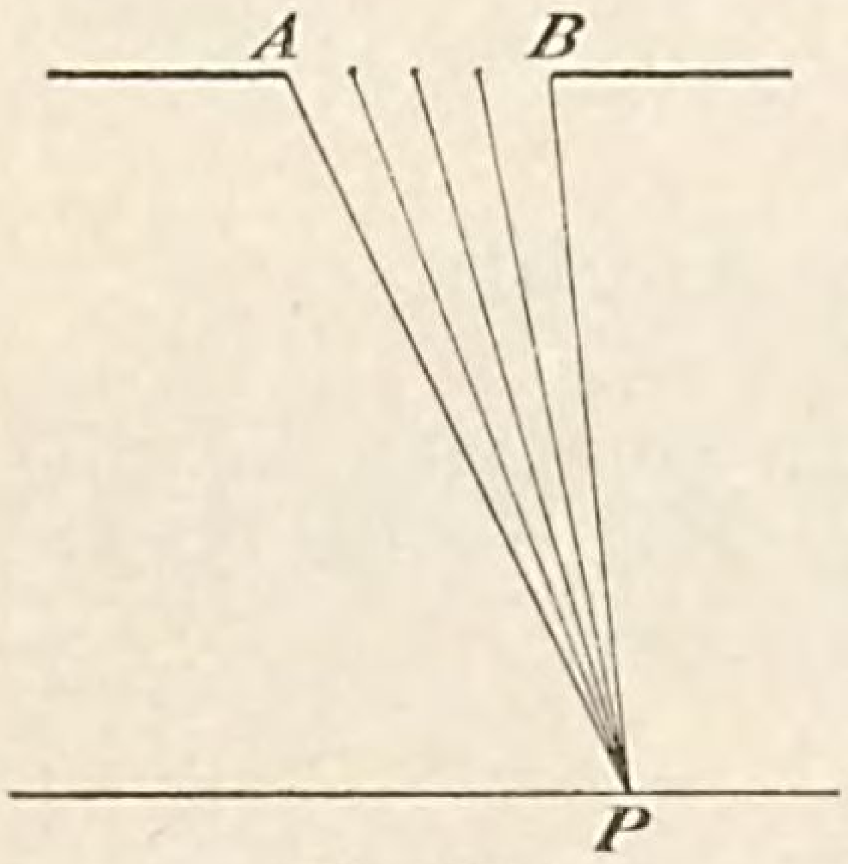


Fig. 257.

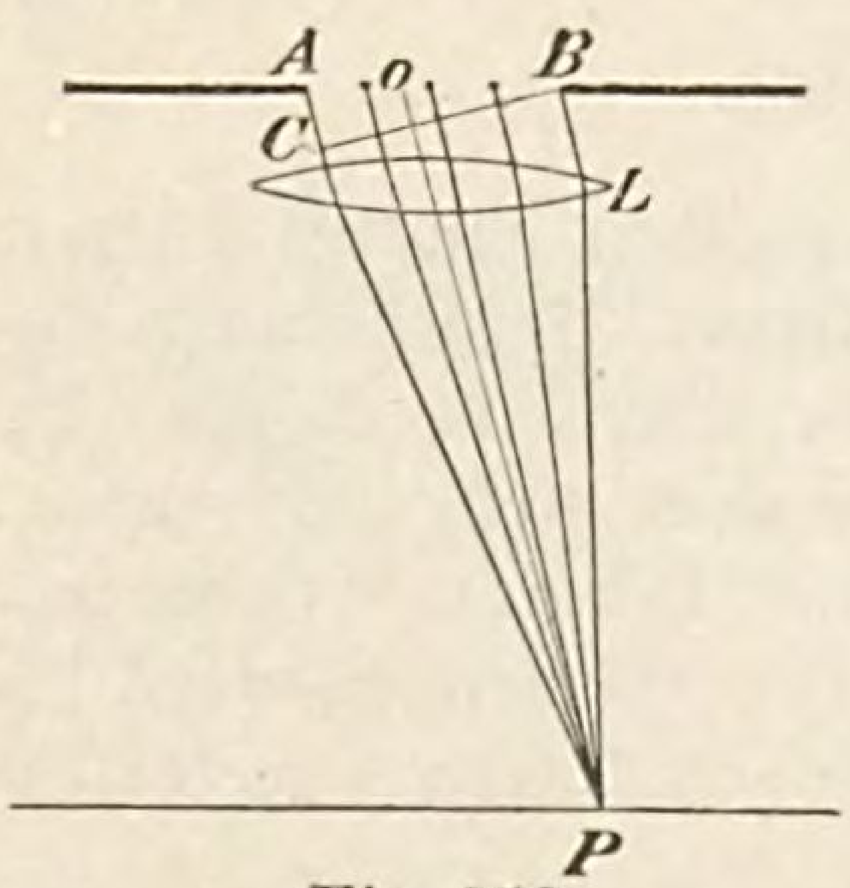


Fig. 258.

547. Fraunhofer's Anordnung. Hinter den Spalt stelle man eine Linse *L*, in deren Fokalebene den Schirm (Fig. 258). Dann wirken in einem Punkte *P* des Spaltbildes nur solche gebeugte Strahlen zusammen, welche parallel mit einer Richtung, nämlich der Richtung *oP* die Linse treffen. Dieser Anordnung, durch welche eine in theoretischer Hinsicht grosse Vereinfachung erzielt wird, entspricht die

Art. 545 beschriebene subjektive Beobachtungsweise, wenn das Auge auf unendlich akkommodirt ist. Der Linse mit ihrem optischen Mittelpunkt entspricht das Auge mit dem seinen, dem Schirm die retina. Setzt man nach Fraunhofer den Spalt vor das Objektiv eines Fernrohrs, so entspricht dessen Objektiv der Linse L, dessen Fokalebene dem Schirm, das Okular des Fernrohrs der Fresnel'schen Lupe Art. 539.

548. Gangunterschiede bei der Fraunhofer'schen Anordnung. Auf jedem Strahl, der zwei Wellenflächen des Lichts verbindet, liegt stets die gleiche Zahl von Wellen. Wenn nun ein ferner Lichtpunkt parallele Strahlen auf eine Sammellinse schickt, so sind die Wellenflächen vor der Linse die zu den Strahlen senkrechten Ebenen E (Fig. 259), hinter der Linse die um den Bildpunkt P beschriebenen Kugeln K (Art. 531), welche schliesslich in diesen zusammenschrumpfen. Daher liegt auf allen Strahlen, welche von einer ebenen Wellenfläche vor der Linse in den Bildpunkt führen, die gleiche Zahl von Wellen, und die Strahlen besitzen im Bildpunkt den Gangunterschied Null. Wenn aber, wie Art. 547, die gebeugten Strahlen in einer solchen Ebene E (BC Fig. 258) vor der Linse irgendwelche Gangunterschiede besitzen, so interferiren sie mit diesen im Bildpunkt.

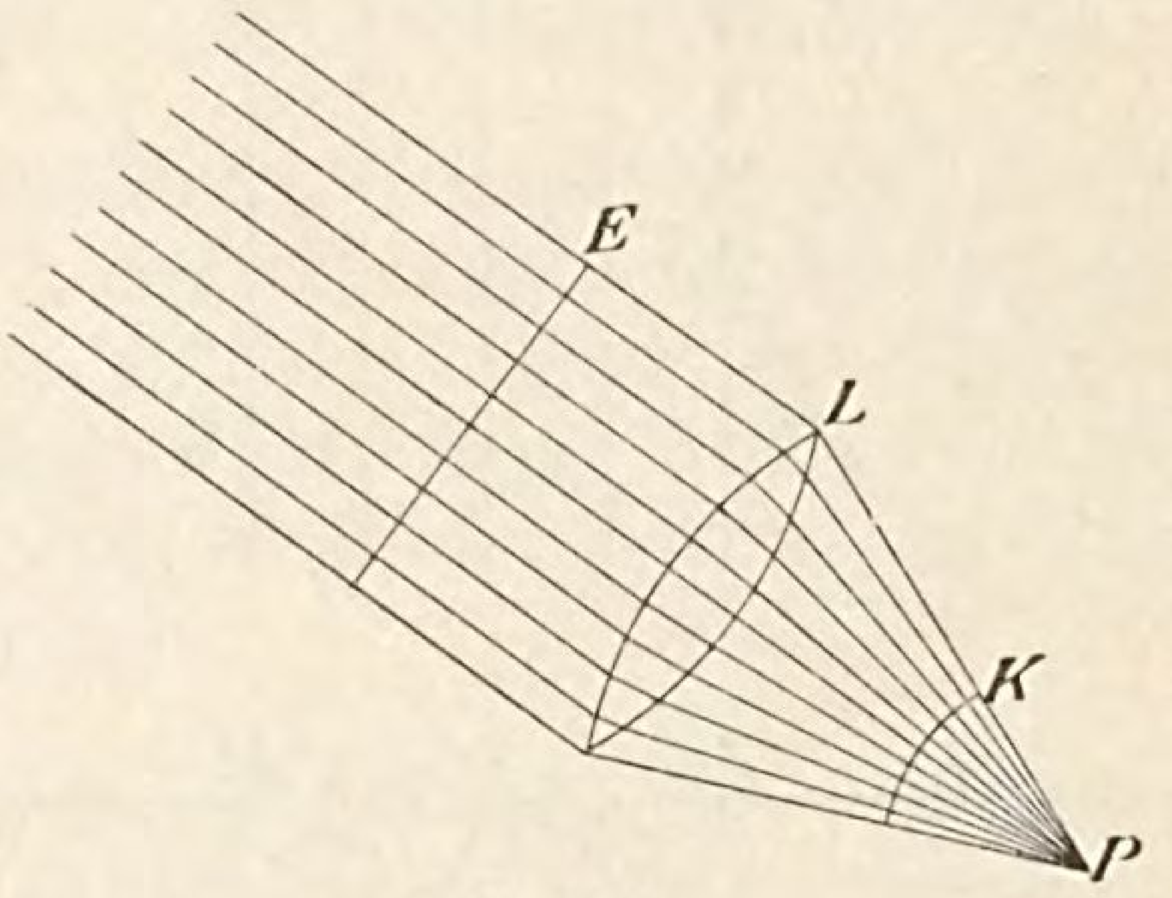


Fig. 259.

549. Theorie der Fraunhofer'schen Beugungserscheinungen durch einen Spalt. Wir nennen den Winkel, welchen die Richtung der gebeugten Strahlen mit der Spaltnormale einschliesst und welcher dem Winkel ABC (Fig. 258) gleich ist, den Beugungswinkel, die von den Spalträndern A und B ausgehenden Strahlen Randstrahlen.

Mit zunehmendem Beugungswinkel wächst der Gangunterschied AC der Randstrahlen. Diesen tragen wir als Abscisse, die zugehörige Lichtintensität im Beugungsbild als Ordinate auf (Fig. 256^b). Für den Beugungswinkel Null (Fig. $260,_0$) fällt BC auf BA, der Gangunterschied aller Strahlen im Bildpunkt ist Null, alle Strahlen verstärken sich (Punkt O, Fig. 256^b).

Ist, Fig. $260,_1$, mit wachsendem Beugungswinkel der Gangunterschied der Randstrahlen $AC = \lambda/2$ geworden, so vernichten sich diese, die übrig bleibenden Strahlen haben gegen einander kleinere Gangunterschiede, geben also eine gewisse Lichtintensität (Punkt 1, Fig. 256^b).

Ist, Fig. $260,_2$, $AC = \lambda$ geworden, so kann man die ganze Spaltbreite in ihre beiden Hälften theilen und die Punkte der beiden Hälften — z. B. die Punkte A und b — zu je zweien einander so zuordnen, dass dieselben den Gangunterschied $\lambda/2$ besitzen, also einander aufheben (Punkt 2, Fig. 256^b).

Ist, Fig. 260,3, $AC = 3\,\lambda/2$ geworden, so kann man den Spalt in drei gleiche Theile theilen, die beiden ersten Drittel verhalten sich wie im vorigen Fall das Ganze und vernichten sich, das übrige Drittel verhält sich wie im Fall Fig. 260,1 das Ganze und liefert eine gewisse Lichtintensität, die aber kleiner ist, als die im Punkte 1 vorhandene, weil nur $^1/_3$ der Spaltbreite wirksam bleibt (Punkt 3, Fig. 256[b]).

So fortfahrend erklärt man das Fig. 256[a] dargestellte Beugungsbild.

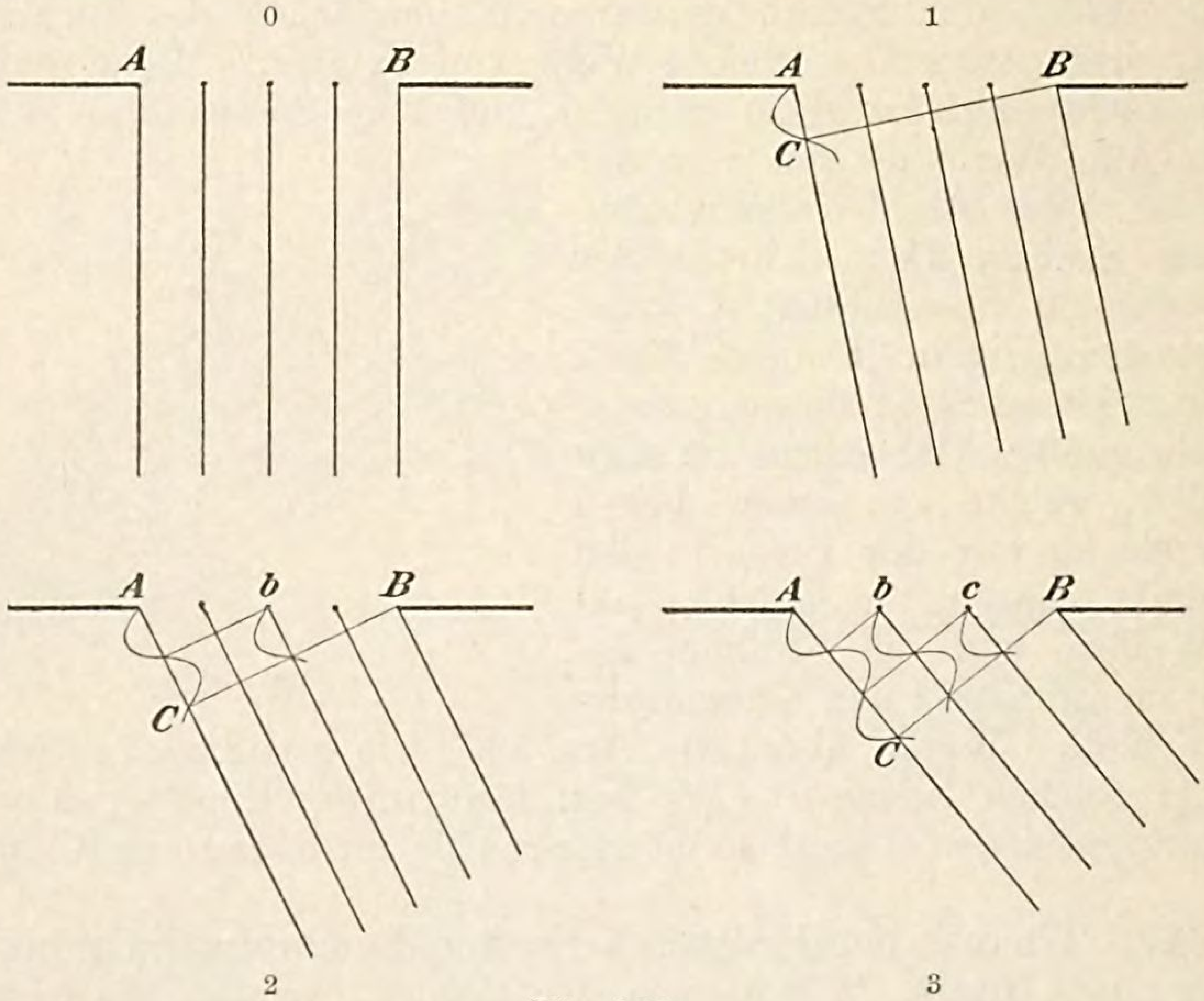


Fig. 260.

Die Punkte *1, 2, 3* .... entsprechen Beugungswinkeln, deren Sinus

$$\frac{\frac{1}{2}\lambda}{\beta}, \quad \frac{2\cdot\frac{1}{2}\lambda}{\beta}, \quad \frac{3\cdot\frac{1}{2}\lambda}{\beta} \ldots.$$

sind, wenn β die Spaltbreite vorstellt; im Einklang mit der Beobachtung ergeben sich die Beugungswinkel entsprechender Punkte des Bildes für rothe Strahlen grösser, als für blaue. Ist die Spaltbreite β sehr gross gegen die Lichtwellenlänge λ, so sind die den Punkten *1, 2, 3* .... entsprechenden Beugungswinkel sehr klein, das ganze Beugungsbild verschmilzt mit dem direkten Spaltbild und wird nicht mehr bemerkt. Das ist der Fall gradliniger Fortpflanzung des Lichts. Dass diese schon bei Oeffnungen mässiger Grösse merklich eintritt, beruht nach dem Vorstehenden auf der Kleinheit der Lichtwellen; für Schallwellen ist ihrer ausserordentlich viel grösseren Länge halber bei gleicher Grösse der Oeffnung die Beugung ungleich stärker.

550. Beugungsgitter. Die wichtigste Beugungserscheinung erhält man, wenn man den Spalt (Art. 547) durch eine sehr grosse Zahl gleicher, paralleler, äquidistanter Spalte, durch ein sogenanntes Beugungsgitter ersetzt.

Der Abstand zweier entsprechender Stellen zweier auf einander folgender Spalte heisst die Gitterbreite.

Auf Glas erhält man ein solches Gitter, wenn man mittelst eines Diamanten feine parallele Linien in das Glas einritzt. Die geritzten und dadurch matt gewordenen Stellen wirken wie undurchsichtige Schirme, die nicht geritzten Stellen entsprechen den Spalten. Die Gitter von Rowland sind auf blankem Metall getheilt, bei ihnen wird das im reflektirten Licht entstehende Beugungsbild betrachtet; die gezogenen Linien entsprechen matten, nicht reflektirenden Stellen.

551. Erscheinung im homogenen Licht. Betrachtet man durch ein Glasgitter einen mit homogenem Licht erleuchteten, den Gitterspalten parallelen Spalt, so erblickt man zu beiden Seiten des direkten Spaltbildes eine Reihe gebeugter Spaltbilder, deren Helligkeit im Allgemeinen nach den Seiten hin abnimmt; doch können auch einzelne der Beugungsbilder sehr schwach werden.

552. Theorie. Fig. 261 sind einige der auf einander folgenden Spalte gezeichnet. Die parallel einer bestimmten Richtung gebeugten, von entsprechenden Punkten A_1, A_2, A_3 .... auf einander folgender Spalte ausgehenden Strahlen werden sich verstärken, wenn ihr Gangunterschied, wie Fig. 261, ein ganzes Vielfaches einer Lichtwellenlänge beträgt. Den Beugungswinkeln, für welche dies eintritt, entsprechen die hellen Spaltbilder (Art. 551).

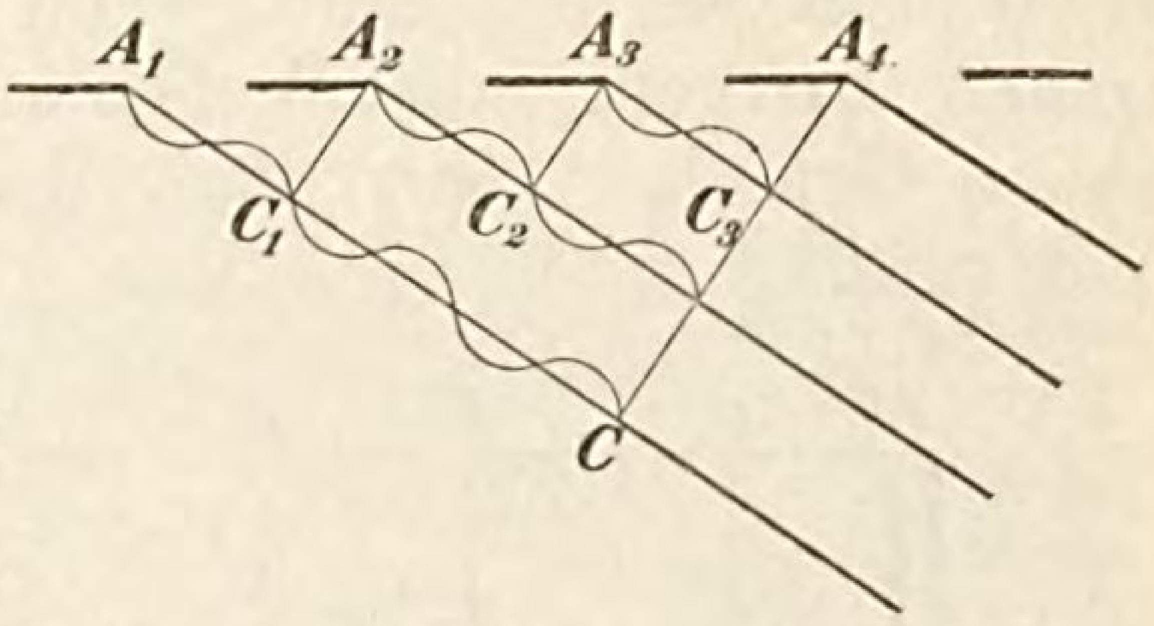


Fig. 261.

Bei grosser Zahl der Spalte wird für alle anderen Beugungswinkel, wie hier nicht allgemein bewiesen wird, das Licht durch Interferenz merklich ausgelöscht. Fig. 262 erläutert dies für den Beugungswinkel, für welchen der Gangunterschied der von den Punkten A_1 und A_2, A_3 und A_4 .... ausgehenden Strahlen $= \lambda/2$ ist.

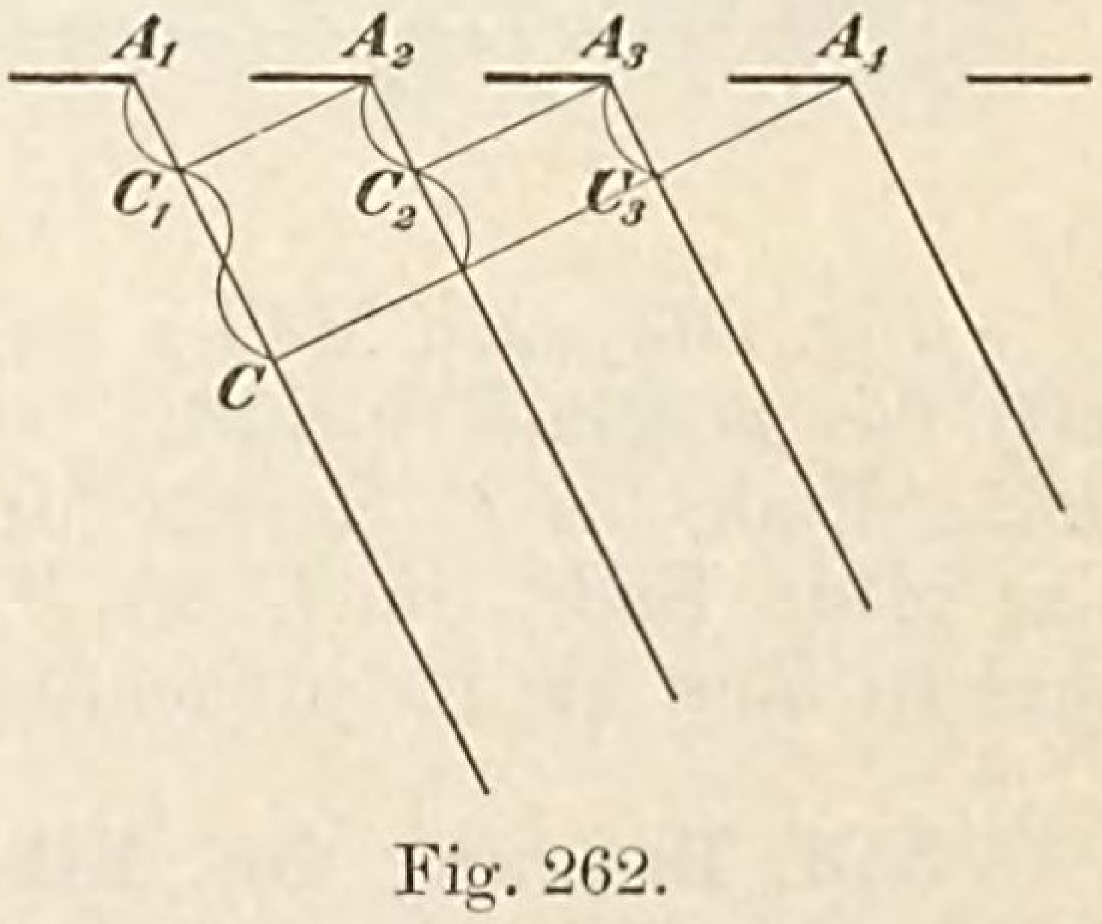


Fig. 262.

553. Wellenmessung. Dem ersten gebeugten Spaltbild entspricht nach dem Vorstehenden ein Beugungswinkel w, dessen Sinus (Fig. 261)

$$\sin w = \frac{A_1 C_1}{A_1 A_2} = \frac{\lambda}{\gamma}$$

ist, wo γ die Gitterbreite (Art. 550) vorstellt. Es ist also

$$\lambda = \gamma \,.\, \sin w \,\ldots\,. \qquad (100)$$

Aus γ und w findet man die Lichtwellenlänge genauer, als nach irgend einer anderen Methode.

554. Beugungsspektra. Mit der Lichtwellenlänge λ wächst nach Art. 553 der Beugungswinkel w der Spaltbilder. Wird daher der Spalt mit weissem Licht beleuchtet, so erhält man die den verschiedenen Farben entsprechenden gebeugten Spaltbilder neben einander, anstatt jedes einzelnen Spaltbildes ein ganzes Beugungsspektrum, in welchem bei Anwendung von Sonnenlicht natürlich auch die Fraunhofer'schen Linien zum Vorschein kommen.

555. Unterschied zwischen dem prismatischen und dem Beugungsspektrum. Das Roth ist in jenem am wenigsten, in diesem am meisten abgelenkt. Ein wichtigerer Unterschied besteht darin, dass die relative Breite der verschiedenen Farbentöne in beiden Spektren eine sehr verschiedene ist. Während nämlich im prismatischen Spektrum wegen der nach dem blauen Ende hin wachsenden Dispersion das Blau im Vergleich zum Roth einen unverhältnissmässig grossen Raum einnimmt, ist im Beugungsspektrum die Farbenzerstreuung eine gleichmässige, d. h. denkt man sich ein Beugungsspektrum in Millimeter lange Streifen abgetheilt, so wächst bei kleinen Beugungswinkeln, bei welchen der Sinus mit der Tangente verwechselt werden kann, wenn man über einen solchen Millimeterstreifen fortgeht, die Wellenlänge um den gleichen Betrag. Aus diesem Grunde nennt man das Beugungsspektrum das normale Spektrum.

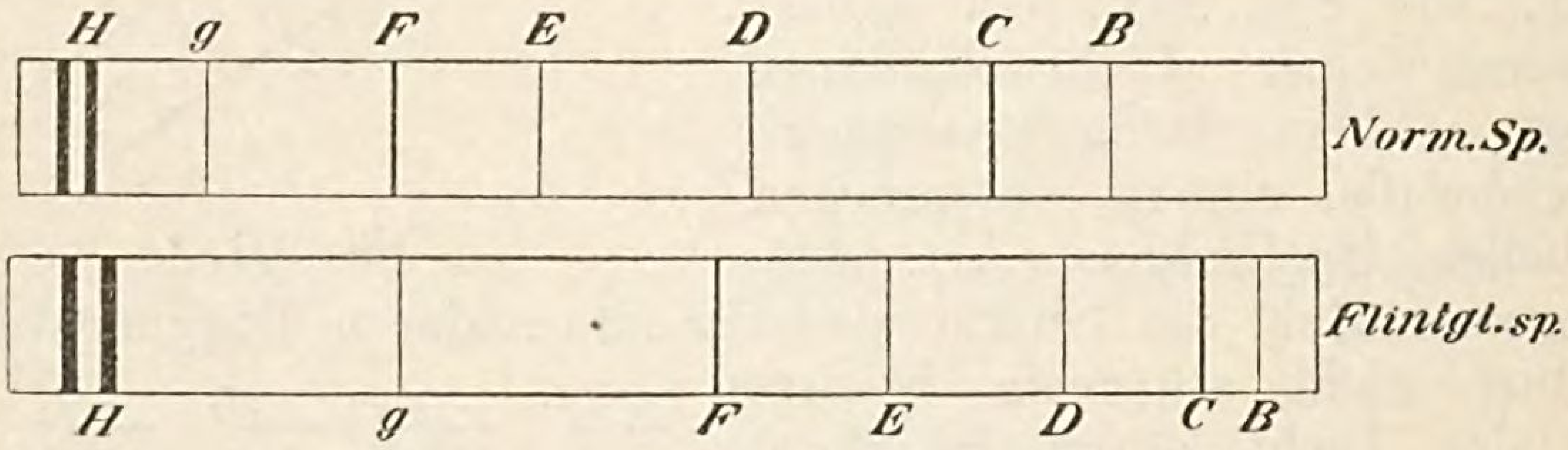


Fig. 263.

Fig. 263 nach Müller zeigt über einander ein Flintglasspektrum und das normale Spektrum von gleicher Länge. In diesem ist das rothe Ende bis C beinahe dreimal so lang, als in jenem, während das blaue Ende von H bis F im normalen Spektrum ungefähr halbmal so lang als im prismatischen Flintglasspektrum ist.

556. Beugung im Mikroskop. Betrachtet man ein Gitter unter dem Mikroskop im durchfallenden Licht, so würde bei gradliniger Fortpflanzung des Lichts das mikroskopische Bild dem Objekt in Bezug auf Helligkeitsvertheilung ähnlich sein. Wegen der Beugung am Gitter bleibt aber, wie Abbe gezeigt hat, jene Aehnlichkeit nur bestehen, wenn von dem gebeugten Licht kein merklicher Antheil für das Bild verloren geht. Je kleiner nun die Gitterbreite

ist, desto mehr werden die gebeugten Lichtbüschel zur Seite geworfen, desto weniger gebeugtes Licht kann das Objektiv aufnehmen; ist die Gitterbreite gleich der Lichtwellenlänge und damit der Beugungswinkel schon für das erste Beugungsbild = 90° geworden, so gelangt bei grader Beleuchtung gar kein gebeugtes Licht zum Objektiv und das Gitter erscheint unter diesen Umständen bei jeder Vergrösserung als gleichförmig helle, strukturlose Fläche. Es wird so der Leistungsfähigkeit der Mikroskope durch die Beugung eine unübersteigliche Grenze gesetzt.

Cap. 14. Die Polarisation des Lichts.

557. Der Versuch von Malus. Auf einen unbelegten Spiegel *1* gewöhnlichen Glases (Brechungsexponent 1,53), welcher, zur Vermeidung der Reflexion an der Hinterseite, auf dieser geschwärzt ist, fällt (Fig. 264ᵃ) der Strahl AB unter einem Einfallswinkel von 57°, welchen wir den Polarisationswinkel des Glases nennen wollen.

Unter demselben Einfallswinkel trifft der zurückgeworfene Strahl einen zweiten derartigen Glasspiegel *2*, wird an diesem in der Richtung CD reflektirt und zeichnet sich auf der Wand W bei D durch einen hellen Fleck ab. Der Spiegel *2* kann um BC als Axe gedreht werden; mit ihm dreht sich das Einfallsloth CP und die Einfallsebene BCP herum. Der Punkt D beschreibt dabei einen Bogen auf der Wand W.

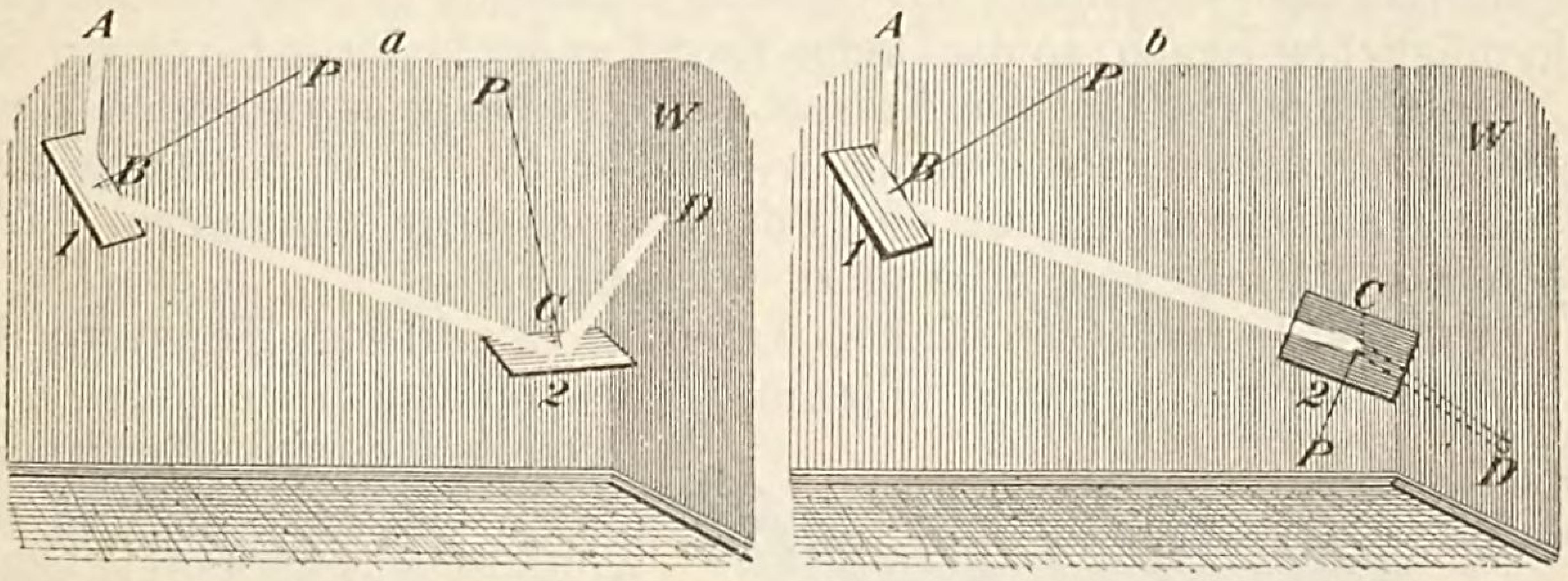


Fig. 264.

Wenn bei dieser Drehung der Spiegel *2* aus der Fig. 264ᵃ gezeichneten Lage, in welcher die Einfallsebene an ihm mit der Einfallsebene am Spiegel *1* zusammenfällt, in die Lage der Fig. 264ᵇ übergeht, in welcher die Einfallsebenen senkrecht zu einander stehen, so wird der helle Fleck, durch welchen der Strahl CD auf der Wand sich abzeichnet, dunkler und dunkler, um zuletzt in der Lage der Fig. 264ᵇ gänzlich zu verschwinden. Dreht man in demselben Sinne weiter, bis aufs Neue die beiden Einfallsebenen zusammenfallen, so erreicht dabei wieder der Fleck das Maximum seiner Helligkeit, um bei weiterer Drehung um 90° wieder zu verschwinden u. s. f.

Durch die Reflexion an dem Spiegel *1* unter dem Polarisationswinkel hat also der Strahl AB die Eigenschaft erlangt, von dem

Spiegel *2*, unter dem Polarisationswinkel einfallend, dann nicht reflektirt zu werden, wenn die Einfallsebenen an beiden Spiegeln senkrecht zu einander stehen. Man sagt, der natürliche Strahl *AB* sei durch die Reflexion am Spiegel *1* in einen gradlinig polarisirten verwandelt worden, dessen Polarisationsebene die Einfallsebene am ersten Spiegel ist.

558. Experimentelle Bestimmung der Polarisationsebene. Sei der Strahl *BC* (Fig. 264[a]) unbekannter Herkunft. Man lasse ihn unter dem Polarisationswinkel auf einen unbelegten, hinten geschwärzten Glasspiegel (*2*) auffallen, drehe den Spiegel um den einfallenden Strahl als Axe und untersuche die dabei eintretende Intensitätsänderung des reflektirten Strahls. Findet eine solche nicht statt, so ist der Strahl ein natürlicher, verschwindet aber bei der Drehung der reflektirte Strahl bei einer gewissen Stellung des Spiegels, so ist der untersuchte Strahl *BC* gradlinig polarisirt und seine Polarisationsebene steht senkrecht zu der Ebene, in welcher er, unter dem Polarisationswinkel des Glases einfallend, von diesem nicht reflektirt wird.

559. Gradlinig polarisirter und natürlicher Strahl in der Undulationstheorie. Nach der Undulationstheorie erfolgen auf einem gradlinig polarisirten Strahl die Schwingungen nur in einer bestimmten Ebene, welche die Schwingungsebene heisst; auf einem natürlichen Strahl hingegen durchläuft die Schwingungsebene in sehr kurzer Zeit alle möglichen Lagen, so dass keine Lage vor der anderen bevorzugt ist.

Nach der Theorie von Fresnel steht die Schwingungsebene senkrecht zur Polarisationsebene, nach der Theorie von F. Neumann fällt die Schwingungsebene mit der Polarisationsebene zusammen. Wir legen die Theorie von Fresnel zu Grunde.

Um den Versuch von Malus (Art. 557) zu erklären, fügen wir die Annahme hinzu, dass eine Glasoberfläche von einem sie unter dem Polarisationswinkel treffenden Strahl nur die senkrecht zur Einfallsebene gerichtete Componente (Art. 89 und 573) reflektirt, nicht die in der Einfallsebene liegende. Nach den gemachten Annahmen

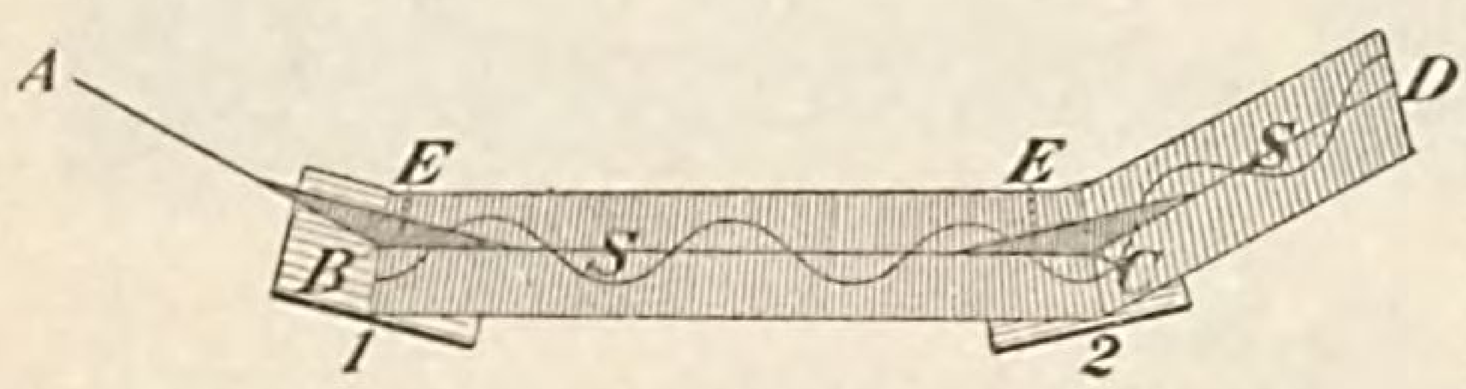


Fig. 265.

erfolgen die transversalen Schwingungen in dem natürlichen Strahl *AB* (Fig. 265) in allen möglichen Richtungen senkrecht zum Strahl, in dem reflektirten Strahl *BC* nur in einer Richtung senkrecht zur Einfallsebene *E* am Spiegel *1*, nämlich in der Ebene *S*. Fallen nun, wie in der Fig. 265, die Einfallsebenen *E* an beiden Spiegeln zusammen, so geschehen die Schwingungen auf *BC* auch senkrecht zur Einfallsebene am Spiegel *2*, werden folglich von diesem zurückgeworfen. Stehen aber die Einfallsebenen senkrecht zu einander, dann geschehen die Schwingungen auf *BC* in der Einfallsebene am Spiegel *2*, werden also von diesem nicht zurückgeworfen.

Die Polarisation des Lichts ist es, welche die Annahme transversaler Lichtschwingungen fordert; wären diese longitudinal, so müsste jeder Lichtstrahl in allen durch ihn gelegten Ebenen sich gleich verhalten, ein polarisirter Strahl wäre unmöglich.

560. Das Brewster'sche Gesetz. Der Polarisationswinkel p ist dadurch bestimmt, dass, wenn unter ihm ein Strahl EO einfällt, der gebrochene Strahl OB zum reflektirten OR (Fig. 266) senkrecht steht. $\sphericalangle ROS$ ergänzt daher sowohl $\sphericalangle ROP = p$, als auch $\sphericalangle SOB$ zu 90^0; daher ist $\sphericalangle SOB = \sphericalangle ROP = p$, der Brechungswinkel $r = 90 - p$,

$$\frac{\sin p}{\sin r} = n = \frac{\sin p}{\sin (90 - p)} = \frac{\sin p}{\cos p} = \operatorname{tg} p;$$

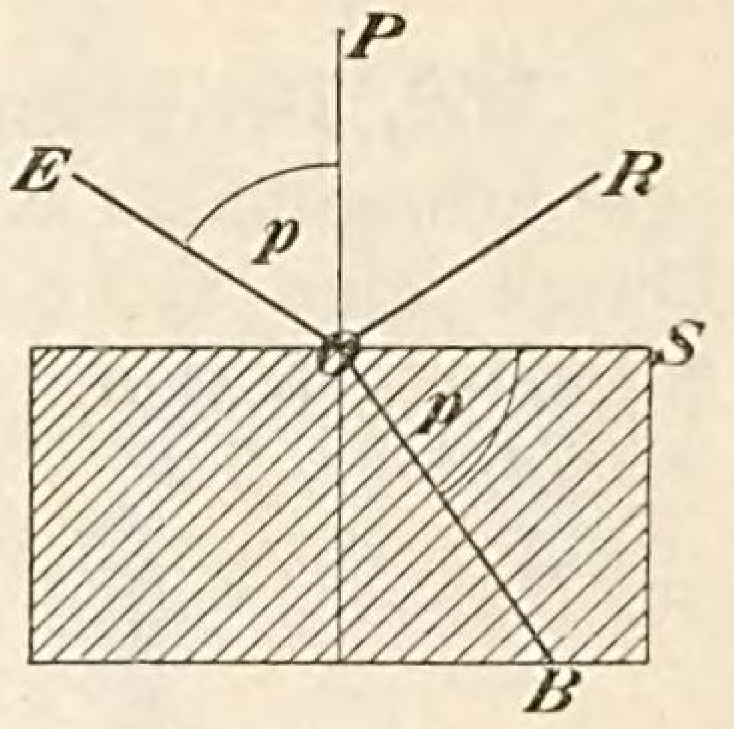


Fig. 266.

die trigonometrische Tangente des Polarisationswinkels ist gleich dem Brechungsverhältniss;

$$\operatorname{tg} p = n \ldots . \qquad (101)$$

561. Polarisation durch Reflexion und einfache Brechung. Licht falle unter dem Polarisationswinkel auf eine Glasplatte.

Ist es in der Einfallsebene polarisirt, erfolgen die Schwingungen senkrecht zur Einfallsebene (Fig. 267[a]), so wird $^1/_7$ des einfallenden Lichts zurückgeworfen, der Rest dringt in die Platte ein.

Ist es senkrecht zur Einfallsebene polarisirt, erfolgen die Schwingungen in der Einfallsebene (Fig. 267[b]), so wird gar kein Licht zurückgeworfen, alles Licht dringt in die Platte ein.

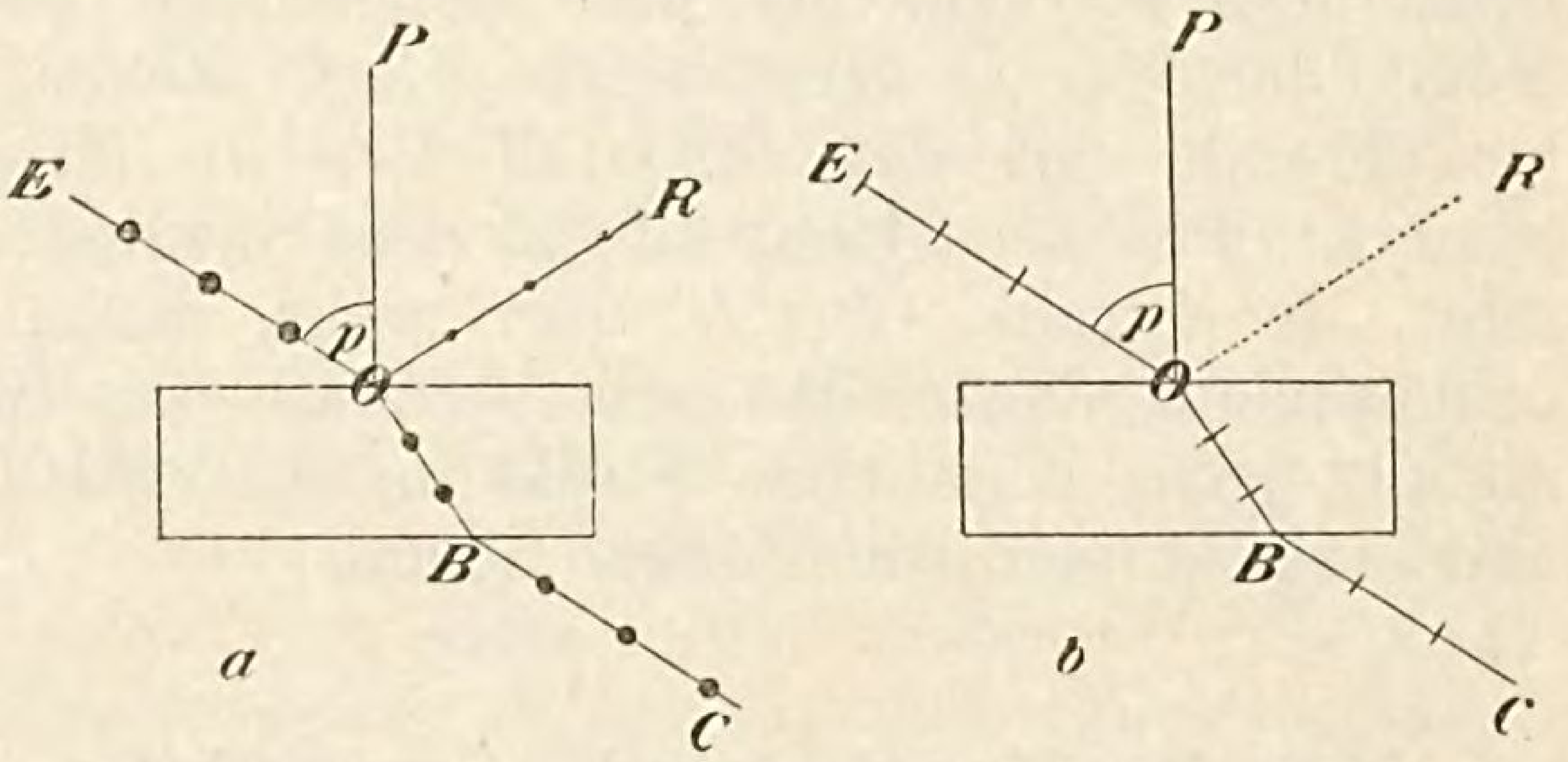


Fig. 267.

Ist das einfallende Licht natürliches, so kann man es als ein Gemisch zu gleichen Theilen von parallel und senkrecht zur Einfallsebene polarisirtem Licht ansehen. Daraus folgt, in Verbindung mit dem Vorhergehenden, dass der gebrochene Strahl mehr senkrecht zur Einfallsebene, als in der Einfallsebene polarisirtes Licht enthält, theilweise senkrecht zur Einfallsebene polarisirt ist; lässt man den gebrochenen Strahl durch eine zweite, der ersten parallele Glasplatte gehen, so wird der in der Einfallsebene polarisirte Antheil weiter vermindert, und nach dem Durchgang durch einen grösseren Satz von parallelen Platten wird Licht erhalten, welches beinahe vollständig senkrecht zur Einfallsebene polarisirt ist. Der reflektirte Strahl ist zwar vollständig in der Einfallsebene

polarisirt, aber seine Intensität ist nur $^1/_2 \cdot {}^1/_7 = {}^1/_{14}$ des einfallenden natürlichen. Dagegen wird durch die Doppelbrechung beinahe die Hälfte des einfallenden natürlichen Lichts in gradlinig polarisirtes verwandelt (Art. 571).

Cap. 15. Die Doppelbrechung.

562. Doppelbrechung im Kalkspath. Der Kalkspath gehört dem hexagonalen Krystallsystem an und krystallisirt in Rhomboëdern. Durch eine Ecke *K* (Fig. 268), in welcher drei stumpfe Winkel zusammenstossen, ziehe man eine Linie so, dass sie mit den dort an einander grenzenden Flächen gleiche Winkel bildet. Die Richtung dieser Linie bezeichnet man als die Richtung der krystallographischen Hauptaxe; sie bildet mit den Flächen natürlicher Kalkspathbruchstücke einen Winkel von 45° 23′5. Lässt man auf eine solche Fläche ein Strahlenbündel *AB* (Fig. 268) senkrecht auffallen, so zerfällt es im Krystall in die beiden Bündel *BC* und *BC′*, welche bei *C* und *C′* parallel mit einander nach *CD* und *C′D′* in die Luft austreten.

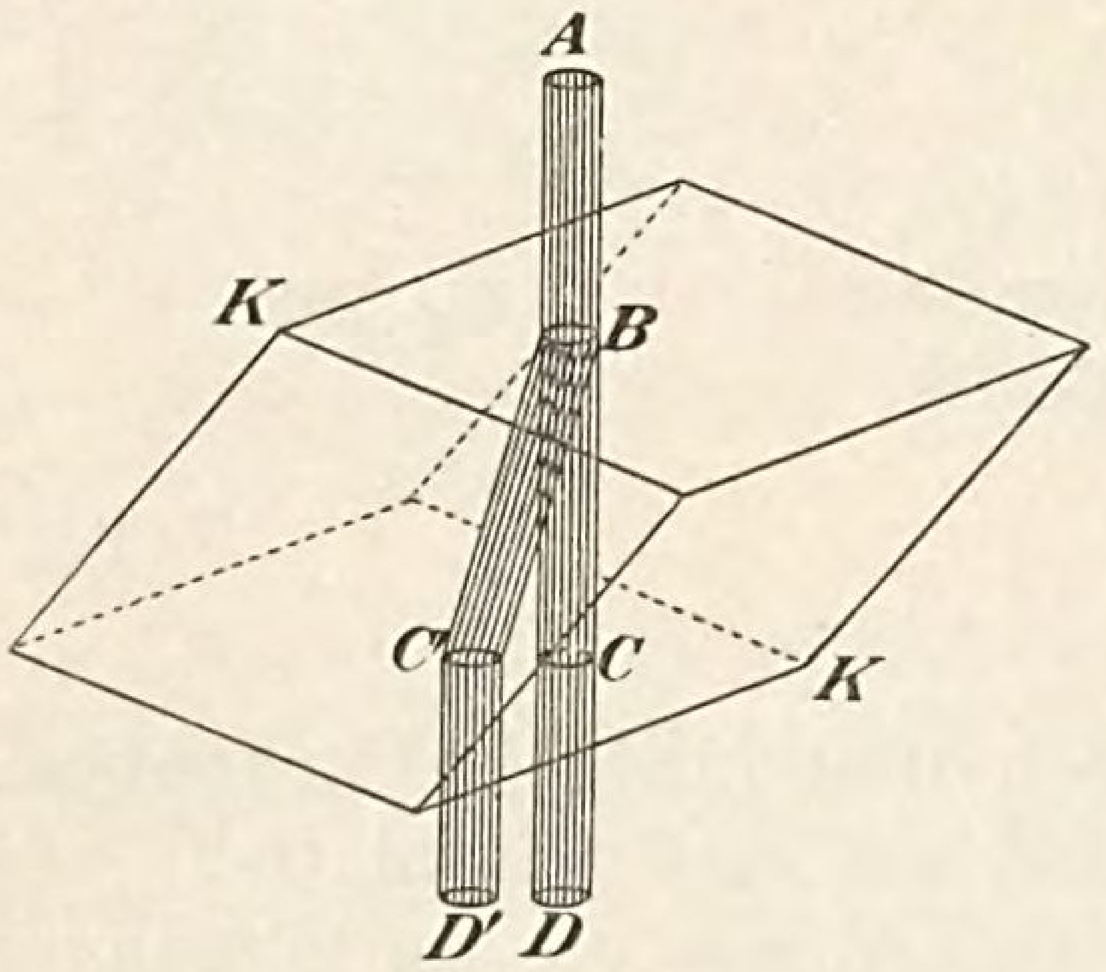


Fig. 268.

Lässt man diese Bündel auf einem Schirm sich abzeichnen und dreht den Krystall um den einfallenden Strahl *AB* als Axe, so bleibt der von *D* herrührende Fleck stehen, während der von *D′* herrührende mit dem Krystall sich im Kreise herumdreht. Man bemerkt, dass der Strahl *ABCD* dem Snellius'schen Gesetz (Art. 452) folgt, der Strahl *ABC′D′* aber nicht, darum nennt man jenen den ordentlichen, diesen den ausserordentlichen Strahl. Im Allgemeinen zerfällt jeder einfallende Strahl im Kalkspath in einen ordentlichen und einen ausserordentlichen Strahl.

563. Die Huyghens'sche Construktion. Huyghens hat das Gesetz, welches die Richtung des ausserordentlich gebrochenen Strahls im Kalkspath bestimmt, aus der Undulationstheorie folgendermassen abgeleitet. Wenn in einem homogenen Mittel ein Punkt zu leuchten anfängt, so hat die Bewegung in der Zeiteinheit sich auf eine Fläche fortgepflanzt, welche die Wellenfläche des homogenen Mittels heisst. Für ein optisch isotropes Mittel (Art. 431) ist die Wellenfläche eine Kugel. In einem doppelt brechenden Mittel aber, welches stets optisch anisotrop ist, pflanzen sich im Allgemeinen nach jeder Richtung zwei Wellen mit verschiedener

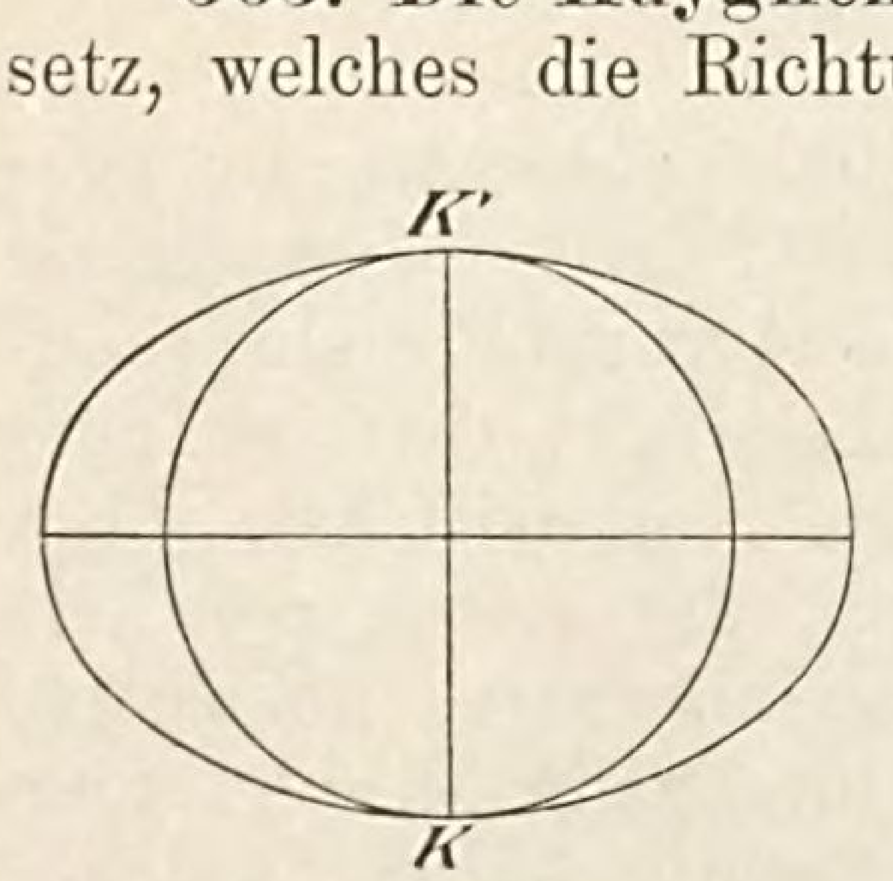


Fig. 269.

Geschwindigkeit fort; daher besteht für ein solches Mittel die Wellenfläche aus zwei Schalen. Für den Kalkspath besteht sie nach Huyghens aus einer Kugel, welche dem ordentlichen und einem Ellipsoid, welches dem ausserordentlichen Strahl angehört (Fig. 269)[1]. Das Ellipsoid ist ein abgeplattetes Rotationsellipsoid, dessen Umdrehungsaxe KK' der krystallographischen Hauptaxe parallel läuft; es liegt ganz ausserhalb der Kugel und berührt diese an der Umdrehungsaxe.

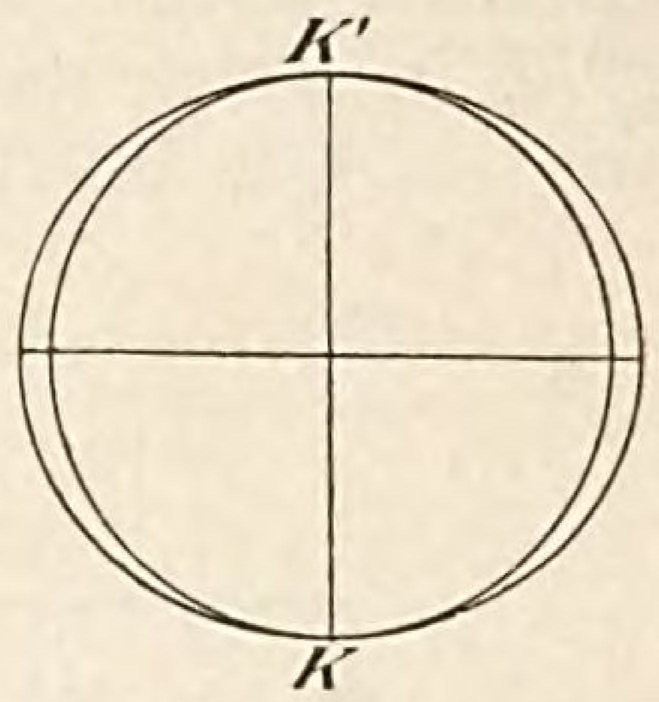


Fig. 269ª.

Mittelst der Wellenfläche werden die beiden gebrochenen Strahlen durch die Construktion des Art. 533 gefunden. Ist nämlich (Fig. 270) B_1B_2 die einfallende Welle und wird die Zeit, in welcher das Licht in der Luft von B_1 nach C_1 geht, 1 genannt, so beschreibt man um den Punkt B_2 die Wellenfläche und legt an sie durch die in C_1 zur Ebene der Figur errichtete Normale die beiden Tangentialebenen C_1C_2 und $C_1C'_2$; die Verbindungslinien des Punktes B_2 mit den beiden Berührungspunkten C_2 und C'_2 sind die aus dem einfallenden Strahl AB_2 entstehenden beiden Strahlen, B_2C_2 der ordentliche, $B_2C'_2$ der ausserordentliche. Jener folgt, wie aus Art. 533 hervorgeht, den Snellius'schen Gesetzen, dieser befolgt im Allgemeinen keines derselben; weder bleibt im Allgemeinen der gebrochene Strahl in der Einfallsebene, noch auch findet im Allgemeinen das Sinusgesetz statt. Wir betrachten einige wichtige besondere Fälle.

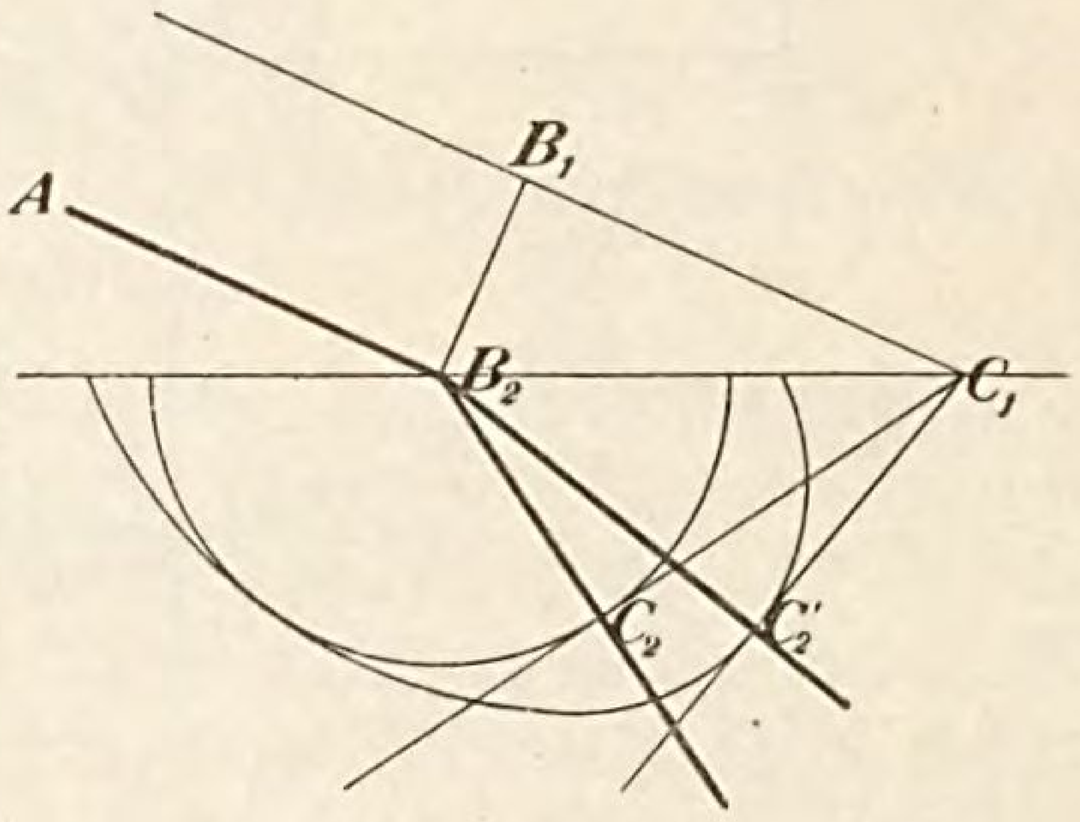


Fig. 270.

564. Der einfallende Strahl trifft eine natürliche Kalkspathfläche unter dem Einfallswinkel Null. (Fall des Art. 562.) Die einfallende Welle ist der getroffenen Krystallfläche parallel, diese eine Wellenfläche des Lichts; von allen ihren Punkten B (Fig. 271) tritt gleichzeitig die Wellenbewegung in den Krystall ein und pflanzt sich in der Zeiteinheit von den Punkten B auf die um sie beschriebenen Wellenflächen fort. Fig. 271 ist nur der dem ausserordentlichen Strahl angehörende Theil der Wellenfläche, nämlich das Ellipsoid, gezeichnet, BK ist die krystallographische Hauptaxe. Alle den verschiedenen Punkten B entsprechenden Wellenellipsoide werden von einer der Krystallfläche parallelen Ebene berührt; diese ist folglich eine Wellenfläche des ausserordentlichen Lichts im Krystall und berührt in C' das dem Punkte B zugehörige Wellenellipsoid: BC' ist der aus AB entspringende ausserordentliche Strahl, welcher in D' die gegenüberliegende Krystallfläche trifft. Diese ist auch eine Wellenfläche des Lichts und von jedem ihrer Punkte D' tritt die Lichtbewegung gleich-

[1] In den richtigen Dimensionen Fig. 269ª gezeichnet.

zeitig auf eine um D' beschriebene Kugel in die Luft aus; es ist also $D'E'$ der gebrochene Strahl und dieser dem einfallenden AB parallel. Dreht man den Krystall um AB als Axe, so dreht sich BK, in Folge davon auch BD', sowie $D'E'$ mit im Kreise herum, wie es Art. 562 beschrieben wurde.

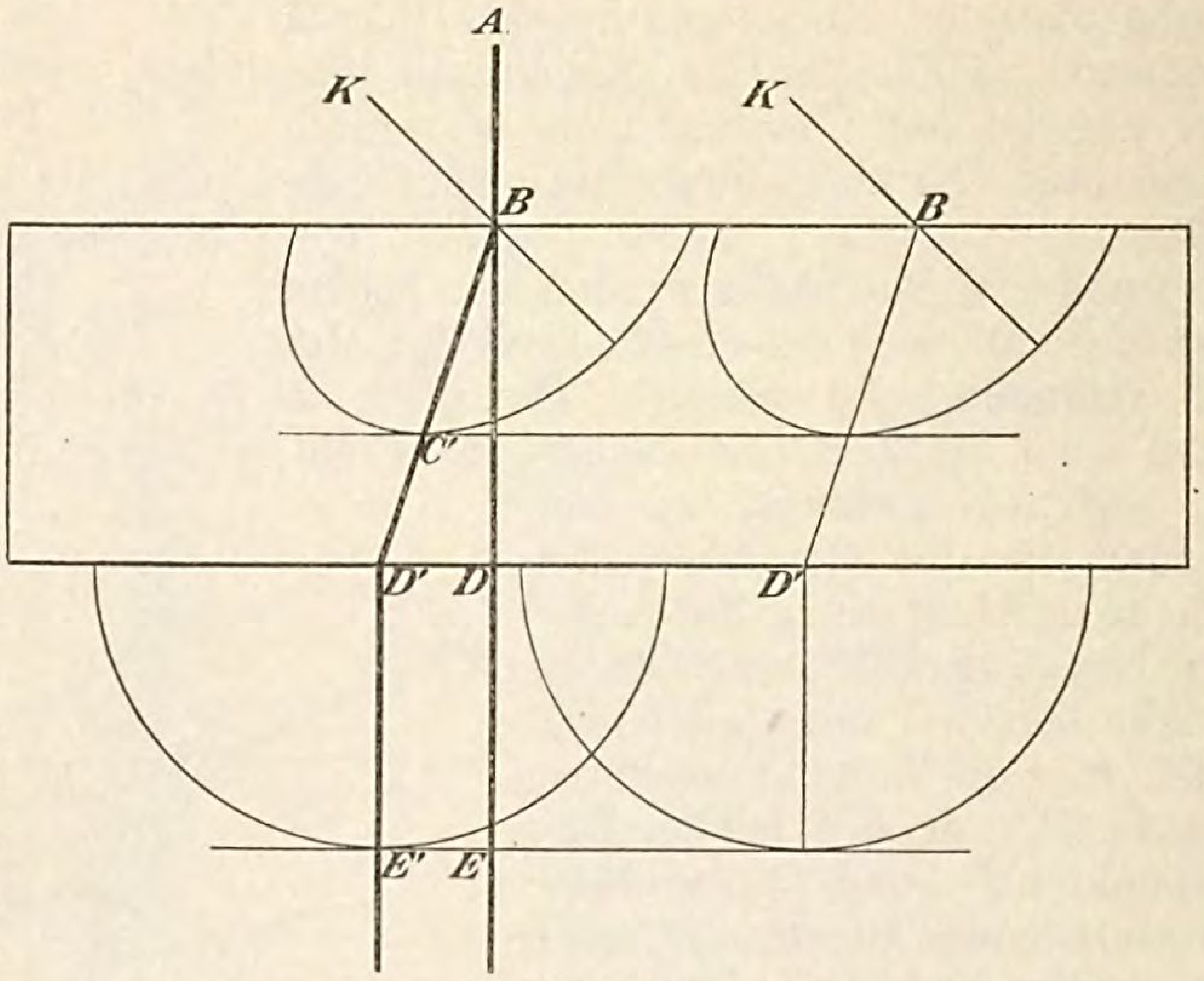


Fig. 271.

Aus diesem Beispiel geht hervor, dass in doppelt brechenden Körpern der Strahl im Allgemeinen von der Wellennormale verschieden ist.

565. Die Einfallsebene ist senkrecht zur krystallographischen Hauptaxe. In diesem Fall schneidet die Einfallsebene, d. i. die Ebene der Fig. 272, die Wellenfläche in zwei Kreisen; beide Strahlen folgen den Snellius'schen Gesetzen. Dieser Fall tritt ein, wenn ein Strahl den Hauptschnitt (Art. 458) eines Kalkspathprismas durchsetzt, dessen brechende Kante der krystallographischen Hauptaxe parallel ist; mittelst eines solchen Prismas kann man also nach der Methode des Art. 463 die Brechungsexponenten n_o und n_e des ordentlichen und ausserordentlichen Strahls für diesen Fall bestimmen, welche die beiden Hauptbrechungsexponenten des Krystalls heissen. Es ist bei Kalkspath

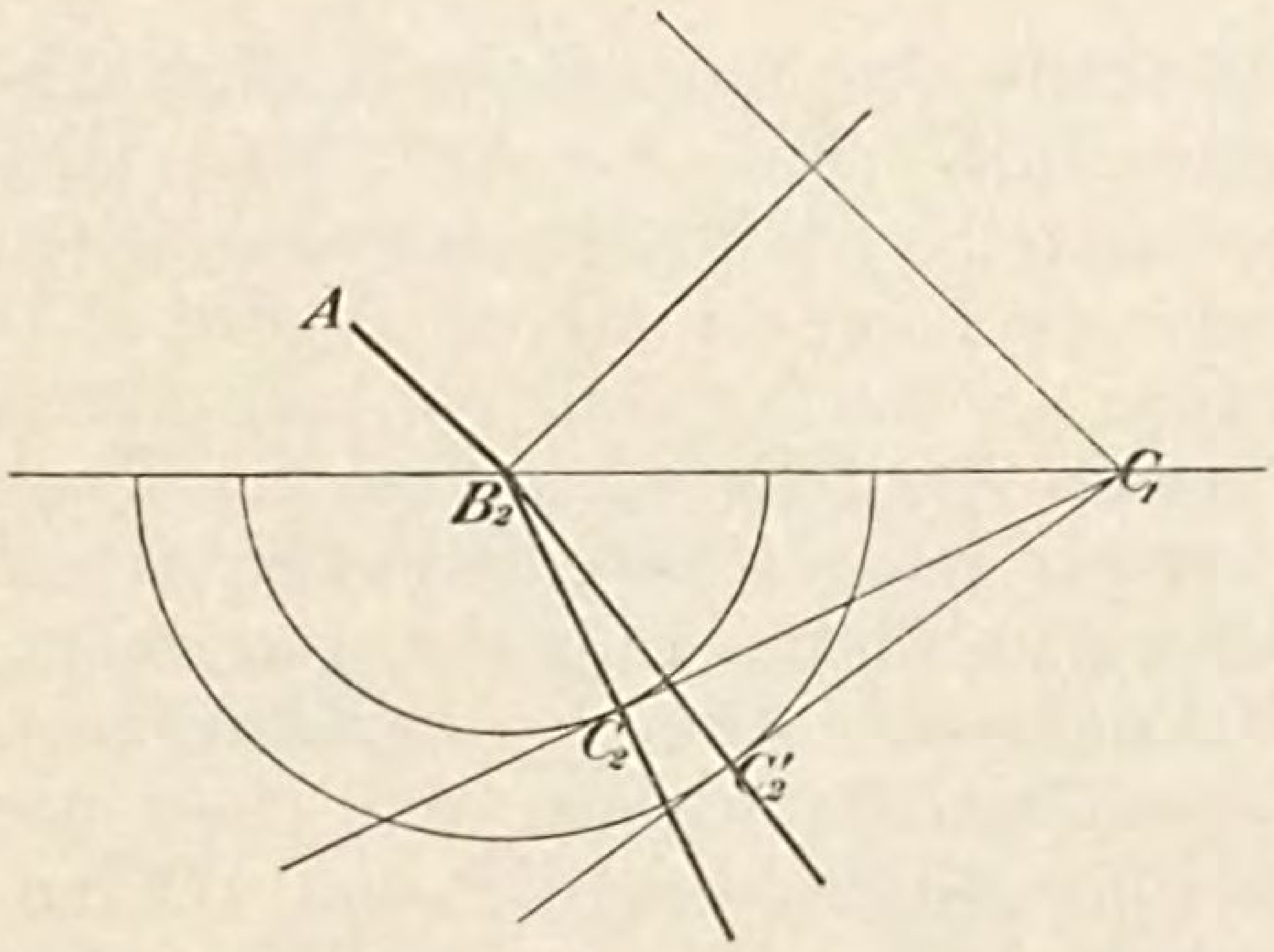


Fig. 272.

für rothes Licht (B) $n_o = 1{,}653$ $n_e = 1{,}484$
für violettes Licht (H) $n_o = 1{,}683$ $n_e = 1{,}498$

566. Das achromatisirte Kalkspathprisma Fig. 273 besteht aus einem rechtwinkligen Kalkspathprisma *K*, dessen brechende Kante, in *O* senkrecht zur Ebene der Figur, der krystallographischen Hauptaxe parallel ist und mit welchem ein gleichgestaltetes Crownglasprisma *G* durch Kanadabalsam verbunden ist. Der den Kalkspath senkrecht treffende Strahl *AB* spaltet sich nach Art. 565 im Krystall in zwei Strahlen, welche denselben Weg *BC* mit verschiedener Geschwindigkeit verfolgen. Der ausserordentliche Strahl, dessen Brechungsexponent nach Art. 565 nicht sehr von dem des Crownglases verschieden ist, geht beinahe ohne Ablenkung und Farbenzerstreuung durch das Glas in der Richtung *CD'E'* hindurch; der ordentliche Strahl, für welchen nach Artt. 468 und 565 das Crownglas optisch dünner als der Kalkspath ist, wird im Glase bei *C* vom Einfallsloth weggebrochen und tritt in der Richtung *DE* in die Luft aus.

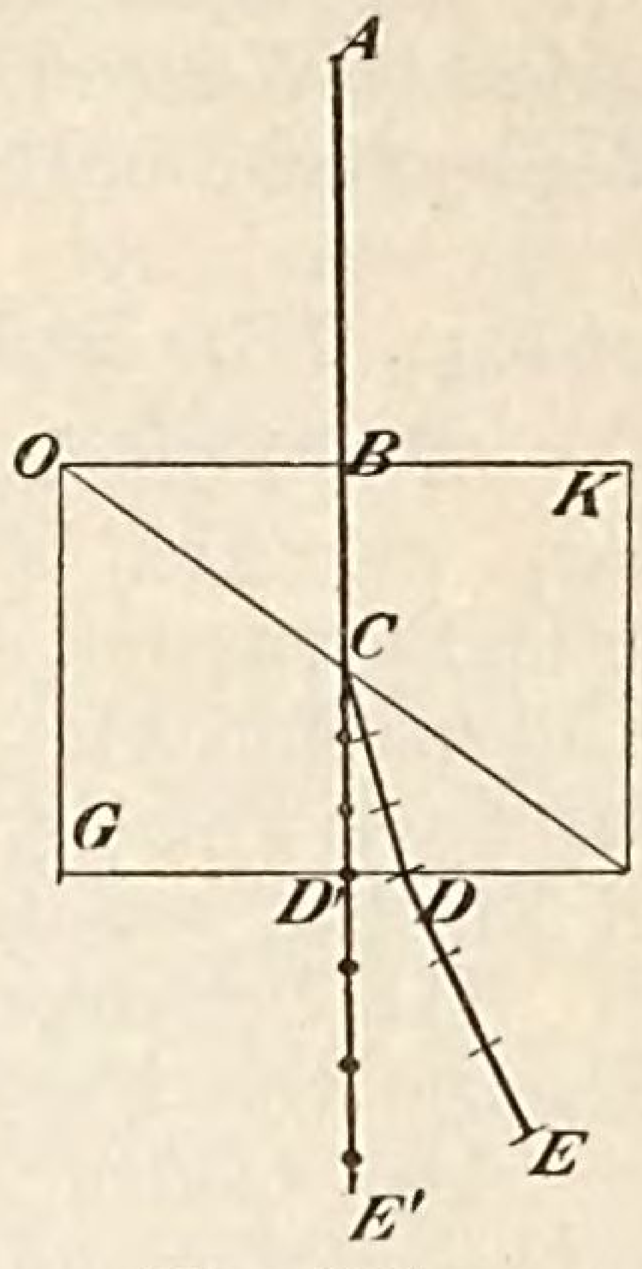


Fig. 273.

567. Optische Axe. Eine senkrecht zur krystallographischen Hauptaxe geschnittene Kalkspathplatte werde in senkrechter Richtung von dem einfallenden Strahl getroffen. Die Betrachtung des Art. 564, auf diesen Fall angewandt, lehrt, dass der Strahl ungebrochen und auch unzerlegt weiter geht, da die Wellenfläche in dem Punkte *K* (Fig. 269) nur e i n e Tangentialebene besitzt. In der Richtung der krystallographischen Hauptaxe findet also keine Doppelbrechung statt; eine solche Richtung im doppelt brechenden Körper heisst eine optische Axe.

568. Einaxige Krystalle. Der Kalkspath besitzt nach Art. 567 nur e i n e optische Axe, welche mit der krystallographischen Hauptaxe zusammenfällt; ebenso verhalten sich alle Krystalle des quadratischen und hexagonalen Systems, welche man deshalb optisch einaxige Krystalle nennt. Im Kalkspath besitzt der ausserordentliche Strahl grössere Fortpflanzungsgeschwindigkeit, kleinere Brechbarkeit als der ordentliche; derartige einaxige Krystalle heissen negative. Umgekehrt verhalten sich die einaxigen positiven Krystalle, zu welchen der Quarz gehört. Fig. 274 zeigt die Wellenfläche eines positiven Krystalls; das Ellipsoid ist hier ein v e r l ä n g e r t e s Rotationsellipsoid um die krystallographische Hauptaxe und liegt ganz innerhalb der Kugel.

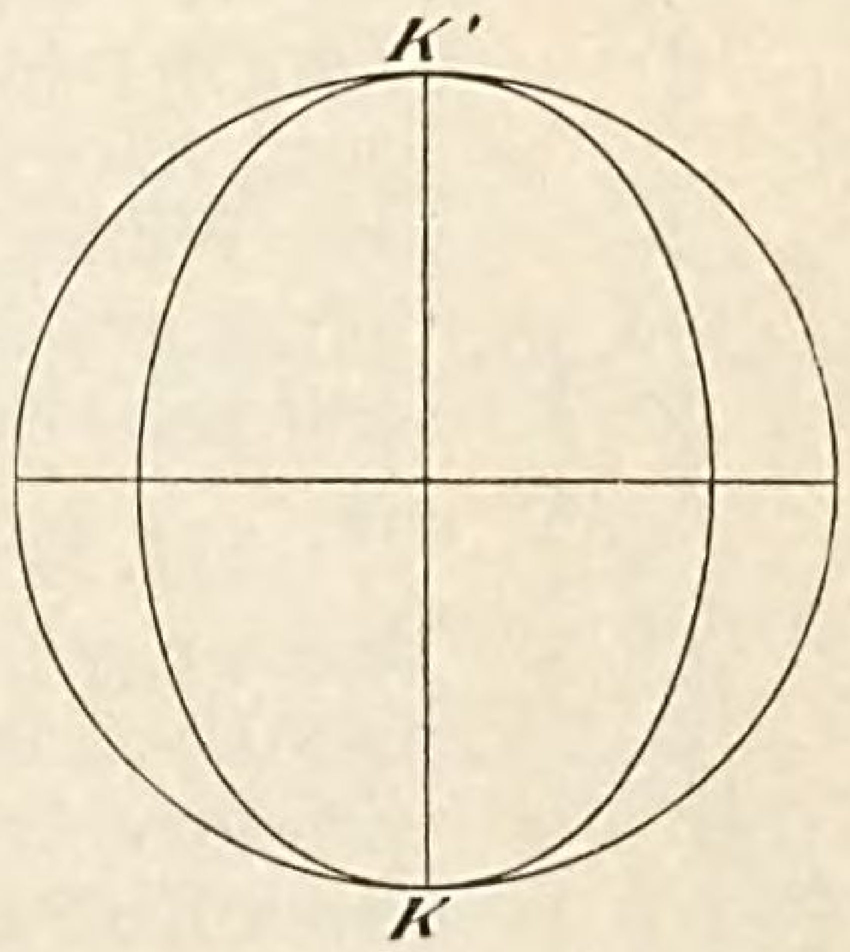


Fig. 274.

569. Zweiaxige Krystalle. Die allgemeine Theorie der Doppelbrechung hat Fresnel gegeben. In dem allgemeinsten Fall giebt es zwei Richtungen, in welchen nur e i n e Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wellen stattfindet, zwei optische Axen. Ein Körper, welcher diese besitzt, heisst zweiaxig; zweiaxig sind die Krystalle des rhombischen Systems

und der klinischen Systeme. Im Allgemeinen folgt keiner der beiden Strahlen in diesen Körpern den Snellius'schen Gesetzen; die von Fresnel endeckte Wellenfläche der zweiaxigen Krystalle heisst die Fresnel'sche Wellenfläche und lehrt die Gesetze der Doppelbrechung in ihnen kennen.

Cap. 16. Polarisation bei der Doppelbrechung.

570. Polarisation bei der Doppelbrechung. Untersucht man nach der Art. 558 dargelegten Methode die beiden Strahlen, den ordentlichen und den ausserordentlichen, in welche das achromatisirte Kalkspathprisma (Art. 566) den einfallenden natürlichen Strahl spaltet, auf ihren Polarisationszustand, so findet man sie gradlinig polarisirt in Ebenen, welche senkrecht auf einander stehen.

Die Schwingungen des ordentlichen Strahls erfolgen nach der Theorie von Fresnel stets senkrecht zur optischen Axe.

Die beiden Hauptfälle sind die, in welchen die Einfallsebene entweder die optische Axe enthält oder senkrecht zu ihr steht.

Eine durch das Einfallsloth und die krystallographische Hauptaxe des einaxigen Krystalls gelegte Ebene heisse ein Hauptschnitt des letzteren. Fällt die optische Axe mit dem Einfallsloth zusammen, so heisse Hauptschnitt für einen Strahl die Einfallsebene; dieselbe enthält die optische Axe.

In den beiden bezeichneten Fällen ist der ordentliche Strahl im Hauptschnitt, der ausserordentliche senkrecht zum Hauptschnitt polarisirt. Nach der Fresnel'schen Theorie (Art. 559) geschehen also in diesen beiden Fällen die Schwingungen auf dem ordentlichen Strahl senkrecht zum Hauptschnitt, auf dem ausserordentlichen Strahl im Hauptschnitt. Die verschiedene Schwingungsrichtung auf den beiden Strahlen ist die Ursache ihrer verschiedenen Fortpflanzungsgeschwindigkeit, liefert also den Schlüssel zum Verständniss der Doppelbrechung. Diese beruht, allgemein gesprochen, darauf, dass im doppelt brechenden Körper in irgend einer Richtung im Allgemeinen zwei Wellen sich fortpflanzen können, deren Schwingungsrichtungen senkrecht auf einander stehen und welche verschiedene Fortpflanzungsgeschwindigkeiten besitzen.

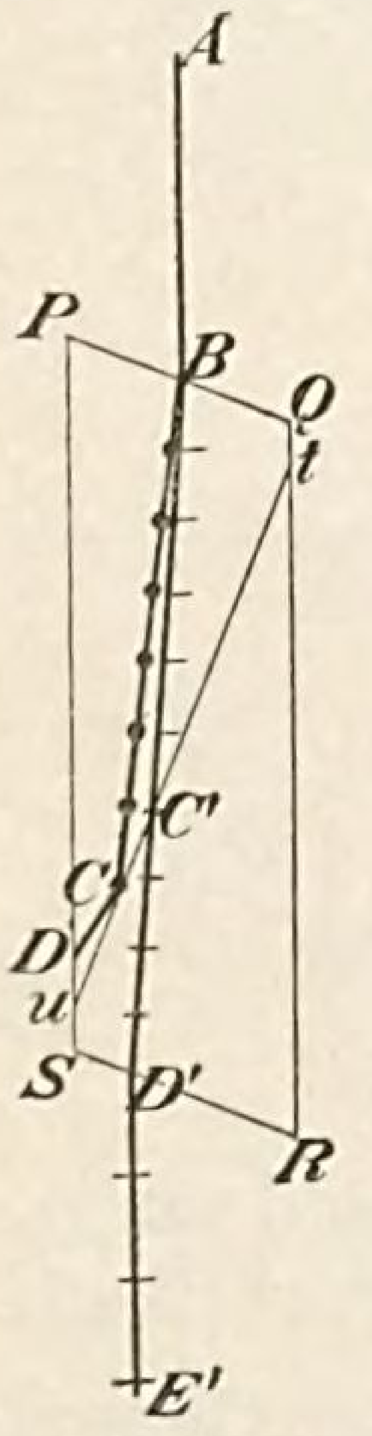


Fig. 275.

571. Das Nicol'sche Prisma. Will man durch doppelte Brechung gradlinig polarisirtes Licht darstellen, so schafft man einen der beiden Strahlen fort. Durch Ablenkung wird der ordentliche Strahl fortgeschafft beim achromatisirten Kalkspathprisma (Art. 566); ebenso beim Nicol'schen Prisma (Fig. 275). An einen länglichen Kalkspathkrystall schleift man parallele Endflächen PQ, RS senkrecht zum Hauptschnitt, welcher in die Ebene der Figur fällt, so an, dass PQ mit PS, anstatt eines Winkels von 71° einen solchen von 68° bildet, schneidet den Krystall durch einen senkrecht zu den Flächen PQ, RS und senkrecht zum Hauptschnitt geführten Schnitt tu durch und kittet die polirten Flächen tu mit Kanadabalsam wieder zusammen. Dessen Brechungsverhältniss (Art. 471) liegt zwischen den Hauptbrechungsverhältnissen (Art. 565) des

Kalkspaths. Für den ordentlichen Strahl ist also der Kalkspath optisch dichter als der Kanadabalsam, der Grenzwinkel der totalen Reflexion (Art. 454) ist 68°, der Einfallswinkel des ordentlichen Strahls BC an der Balsamschicht ist grösser als 68°, daher erleidet der ordentliche Strahl dort die totale Reflexion; der ausserordentliche Strahl BC' hingegen, für welchen der Kalkspath optisch dünner als der Kanadabalsam ist, geht durch letzteren hindurch und tritt nach $D'E'$ in die Luft aus.

572. **Der Turmalin.** Zur Fortschaffung des ordentlichen Strahls kann auch die Eigenschaft des Turmalins benutzt werden, diesen Strahl zu absorbiren, den ausserordentlichen aber durchzulassen. Lässt man auf eine parallel zur Axe einer Turmalinsäule aus dieser geschnittene Platte einen natürlichen Strahl senkrecht auffallen, so spaltet sich derselbe in einen ordentlichen und einen ausserordentlichen Strahl; jener, im Hauptschnitt polarisirt, wird absorbirt, dieser, senkrecht zum Hauptschnitt polarisirt, geht hindurch. Störend ist beim Turmalin seine Eigenschaft, das durchgehende Licht zu färben, grün oder röthlich, je nach dem benutzten Exemplar.

Cap. 17. Verhalten doppeltbrechender Körper im Polarisationsapparat.

573. **Polarisationsapparate.** Ein durch O (Fig. 276) senkrecht zur Ebene des Papiers verlaufender Strahl sei durch ein polarisirendes Nicol in einen gradlinig polarisirten von der Schwingungsrichtung OP, der Schwingungsamplitude Op verwandelt. Wir nennen OP die Schwingungsrichtung im polarisirenden Nicol. Der Strahl treffe ein zweites Nicol, das analysirende, in welchem die Schwingungsrichtung OA sei. Nach Art. 89 kann der Strahl Op in zwei Strahlen zerlegt werden, deren Schwingungsrichtungen die Richtungen OA und die zu OA senkrechte OB, und deren Schwingungsamplituden die rechtwinkligen Projektionen Oa und Ob von Op auf OA und OB sind. Der Strahl Oa heisst die Componente von Op nach OA; nur diese wird von dem analysirenden Nicol durchgelassen. Dreht man das letztere um den Strahl als Axe, so erhält Oa seinen grössten Werth $= Op$, wenn OA mit OP zusammenfällt, seinen kleinsten gleich Null, wenn OA senkrecht zu OP ist. Das Gesichtsfeld eines hinter dem analysirenden Nicol befindlichen Auges besitzt im ersten Fall, bei parallelen Nicols, das Maximum der Helligkeit und ist im zweiten Fall, bei gekreuzten Nicols, dunkel. Die zwei hinter einander gesetzten Nicols, P und A (Fig. 280), bilden den Hauptbestandtheil eines Polarisationsapparates.

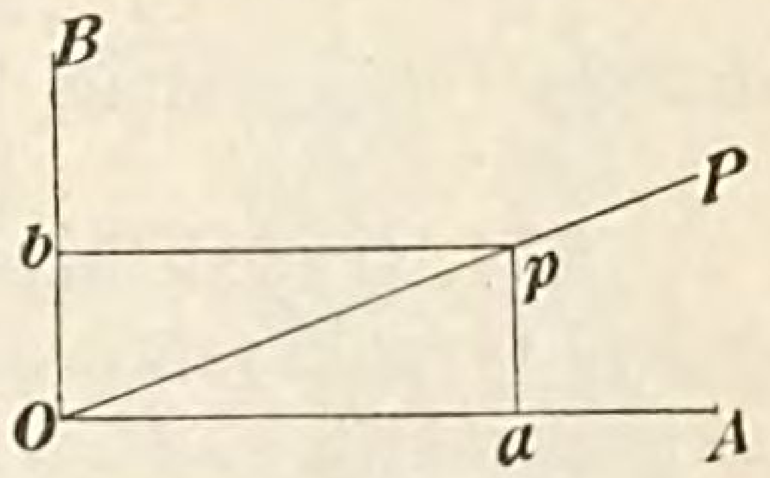


Fig. 276.

In der Turmalinzange (Fig. 277) sind sie durch zwei Turmalinplatten ersetzt, welche von einfallendem Licht nur die nach

ihrer Axe gerichtete Componente durchlassen. Fig. 278 sind die

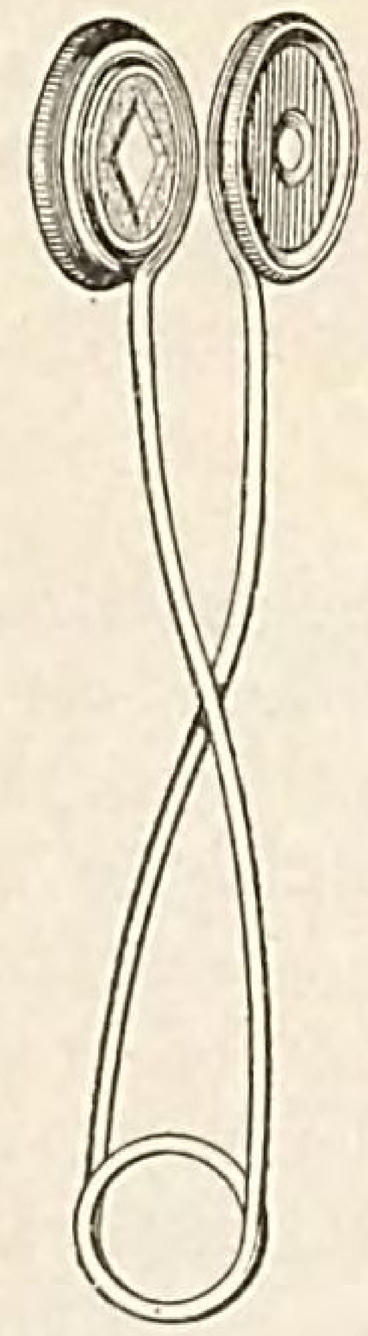


Fig. 277.

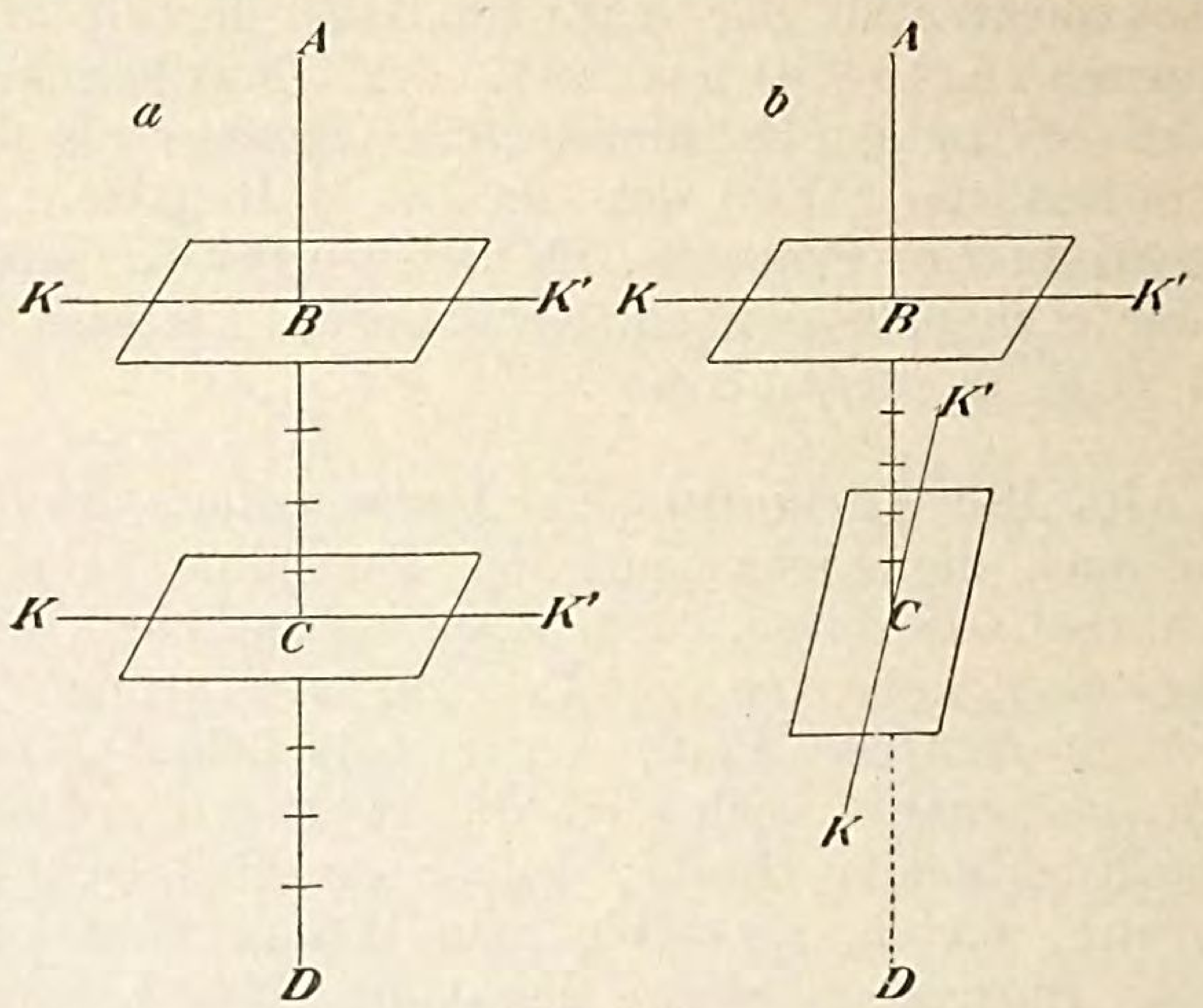


Fig. 278.

zwei hinter einander gesetzten dünnen Turmalinplatten perspektivisch gezeichnet. Der natürliche Strahl AB wird in der ersten, der polarisirenden Platte, in einen gradlinig polarisirten Strahl verwandelt, dessen Schwingungen parallel der Axe KK' erfolgen, und welcher von der zweiten, der analysirenden Platte, völlig durchgelassen (Fig. 278[a]) oder völlig absorbirt wird (Fig. 278[b]), je nachdem die Axen KK' der Platten parallel sind oder senkrecht zu einander stehen. Fig. 279 zeigt das dunkle Gesichtsfeld bei gekreuzten Turmalinen.

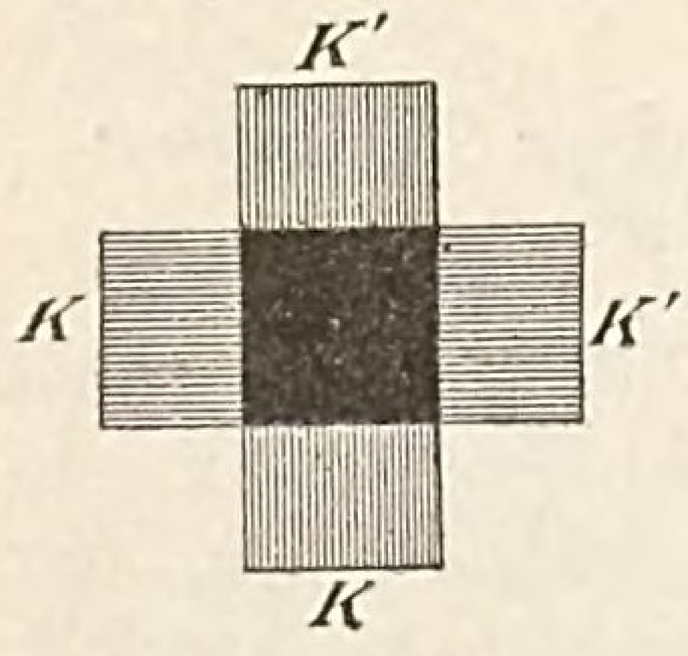


Fig. 279.

574. Gypsblättchen im Polarisationsapparat. Ein dünnes, aus einem Gypskrystall abgespaltenes Blättchen, welches man gewöhnlich zwischen Glasplatten fasst, hellt, zwischen die gekreuzten Nicols P und A des mit weissem Licht beleuchteten Polarisationsapparates gebracht (Fig. 280), das Gesichtsfeld im Allgemeinen auf, in einer Farbe, welche von der Dicke des Blättchens abhängt. Dreht man dasselbe in seiner Ebene, so findet man es in vier um 90° aus einander liegenden Stellungen wirkungslos, bei diesen Stellungen bleibt das Gesichtsfeld dunkel. Am stärksten ist die Aufhellung bei den vier Stellungen, welche zwischen jenen in der Mitte liegen. Bei parallelen Nicols bewirkt die Einschaltung des Blättchens, abgesehen von den vier wirkungslosen Stellungen desselben, auch eine Färbung des Gesichtsfeldes, aber eine, welche zu der bei gekreuzten Nicols eintretenden complementär ist, d. h. das in beiden Fällen durchgelassene Licht giebt, zusammengemischt, weiss.

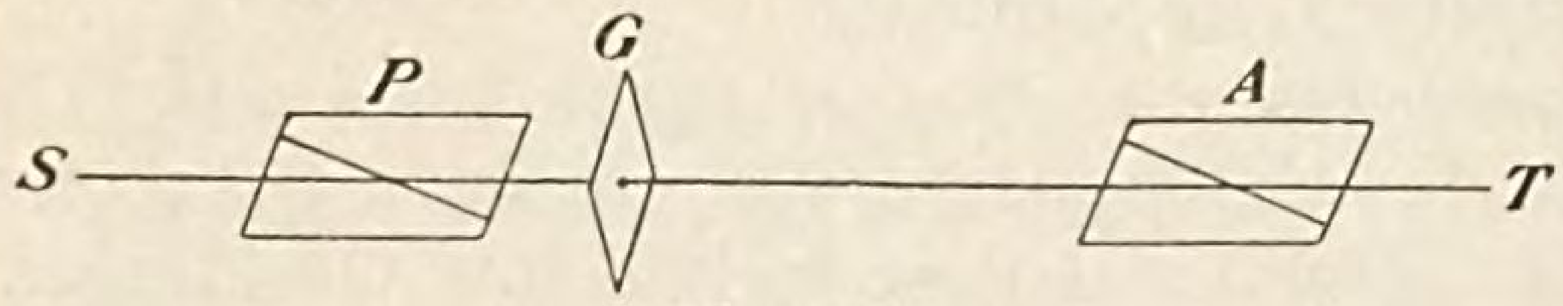


Fig. 280.

575. Theorie des Gypsblättchens. Fig. 281 ist angenommen, dass die Strahlen sich senkrecht zur Ebene des Papiers fortpflanzen; diese ist mithin der Ebene des Blättchens parallel. *OP* und *OA* seien die zu einander rechtwinkligen Schwingungsrichtungen im Polarisator und Analysator. In dem doppelt brechenden Gypsblättchen können sich nur Wellen von den zu einander rechtwinkligen Schwingungsrichtungen OH_1 und OH_2 bewegen (Art. 570) und die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten dieser beiden Wellen im Blättchen sind von einander verschieden.

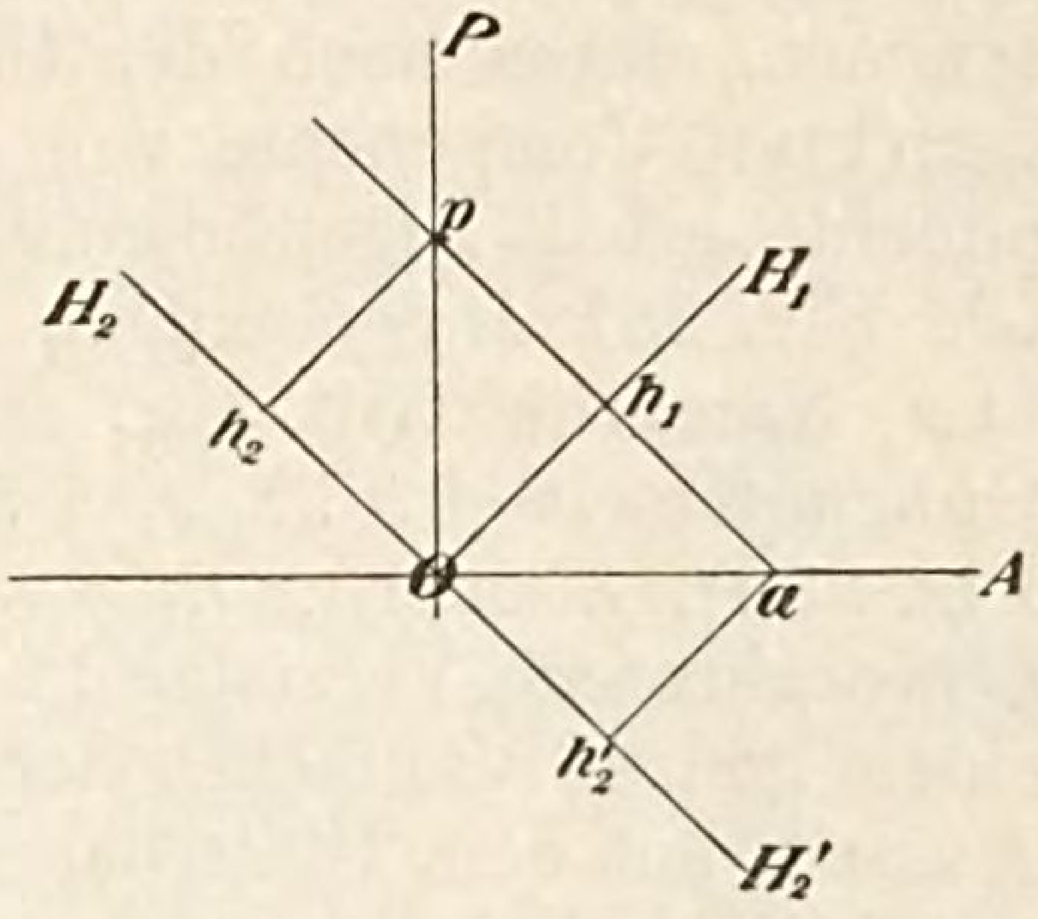


Fig. 281.

Fallen die Schwingungsrichtungen im Gypsblättchen mit den Schwingungsrichtungen im Polarisator und Analysator bzw. zusammen, was bei einer Drehung des Blättchens in seiner Ebene um 360° viermal eintritt, so pflanzt sich die vom Polarisator kommende Welle unzerlegt durch das Blättchen fort; hierin liegt die Erklärung der vier Stellungen, in denen das Blättchen sich wirkungslos zeigt (Art. 574).

Ist die genannte Bedingung aber nicht erfüllt, fällt z. B., wie Fig. 281 angenommen ist, OH_1 zwischen *OP* und *OA*, so wird die vom Polarisator herkommende Welle von der Amplitude *Op* in zwei nach OH_1 und OH_2 gerichtete Componenten von den Amplituden Oh_1 und Oh_2 zerlegt. Da diese beiden Componenten eine verschiedene Fortpflanzungsgeschwindigkeit im Blättchen besitzen, so ist die auf die Blättchendicke fallende Wellenzahl für die beiden Componenten eine verschiedene und den letzteren wird durch das Blättchen ein Gangunterschied (Art. 266) ertheilt. Fig. 282ª, in welcher *BC* die Dicke des Blättchens und die Richtung des Strahls ist, wird angenommen, dass von den nach OH_1 gerichteten Schwingungen 5, von den nach OH_2 gerichteten aber 6 Halbwellen auf die Dicke des Blättchens

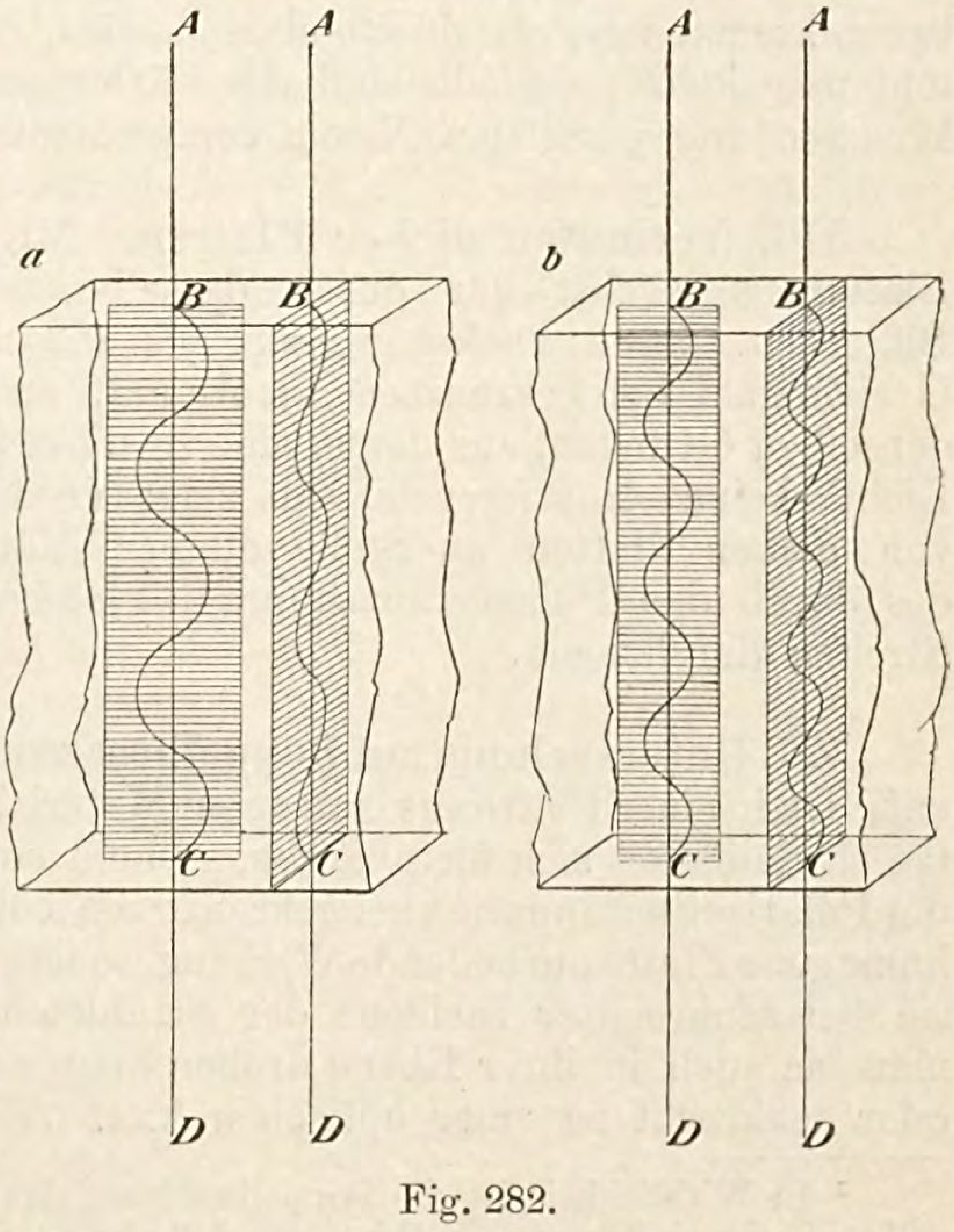


Fig. 282.

fallen. Dasselbe ertheilt den beiden Schwingungen einen Gangunterschied von $\lambda/2$[1], die Componente Oh_2 ist gegen die Componente Oh_1 um $^1/_2$ Schwingungsdauer verzögert; beim Austritt aus dem Blättchen erfolgen die Ausschläge eines Aethertheilchens nicht mehr, wie beim Eintritt, gleichzeitig nach OH_1 und OH_2, sondern gleichzeitig nach OH_1 und OH'_2 und setzen sich zu einer resultirenden Schwingung Oa zusammen, deren nach der Schwingungsrichtung OA des Analysators gerichtete Componente von diesem durchgelassen wird. Diese Componente erhält augenscheinlich ihren grössten Werth Op dann, wenn, wie Fig. 281 angenommen, OH_1 mitten zwischen OP und OA liegt. Das Nämliche tritt ein, wenn der durch das Blättchen bewirkte Gangunterschied $3 \cdot \lambda/2$, $5 \cdot \lambda/2 \cdots$ beträgt. Beträgt er aber, wie Fig. 282[b], λ oder 2λ, $3\lambda \ldots$, so ist die durch das Blättchen hervorgerufene Verzögerung der beiden Wellen gegen einander gleich einem ganzen Vielfachen der Schwingungsdauer und es resultirt beim Austritt aus dem Blättchen wieder eine in die ursprüngliche Richtung Op fallende Schwingung, welche vom Analysator nicht durchgelassen wird. Da je nach der Farbe des auffallenden Lichts der durch das Blättchen den beiden Componenten ertheilte Gangunterschied ein verschiedener ist, so hängt der vom Polarisationsapparat durchgelassene Theil des auffallenden Lichts von der Farbe des letzteren ab; ist das auffallende Licht weiss, so wird das Intensitätsverhältniss der in ihm enthaltenen Farben durch das Blättchen verändert und so dem Licht eine Färbung ertheilt. Dabei wird augenscheinlich eine Lichtart, die bei gekreuzten Nicols durchgelassen wird, bei parallelen ausgelöscht und umgekehrt; deshalb sind die Färbungen des Blättchens bei gekreuzten und parallelen Nicols complementär zu einander.

576. Verhalten dicker Platten. Mit zunehmender Dicke des Blättchens wächst der durch dasselbe bewirkte Gangunterschied. Blättchen, deren Dicke grösser, als 0,3 mm ist, hellen zwar das Gesichtsfeld bei gekreuzten Nicols auf, erscheinen aber farblos aus denselben Gründen, aus denen eine zu dicke Seifenblase im reflektirten Licht keine Interferenzfarben zeigt (Art. 544); bei Anwendung von dicken Platten an Stelle dünner Blättchen ist das Spektrum des durch den Polarisationsapparat gegangenen Lichts von dunklen Streifen durchzogen.

577. Untersuchung auf Doppelbrechung im Polarisationsapparat. Da in einer Platte aus isotropem Material alle Wellen mit derselben Geschwindigkeit sich fortpflanzen, so hellt eine solche das Gesichtsfeld des Polarisationsapparats bei gekreuzten Nicols nicht auf. Zeigt also eine homogene Platte aufhellende Wirkung, so ist sie doppeltbrechend. Zeigt sie bei senkrechter Incidenz der Strahlen diese Wirkung nicht, wie man sie auch in ihrer Ebene drehen mag, so ist sie entweder isotrop oder senkrecht zu einer optischen Axe. Eine Glasplatte, welche im

[1] In Wirklichkeit ist die Doppelbrechung des Gypses so schwach, dass für gelbes Licht ein Gangunterschied von $\lambda/2$ erst bei einer Blättchendicke entsteht, welche ungefähr 160 Halbwellen enthält.

natürlichen Zustand, so geprüft, sich isotrop erweist, zeigt sich doppeltbrechend, wenn man sie einseitigem Druck unterwirft und kehrt nach Aufhören des Drucks in ihren natürlichen Zustand zurück. Glas, nach starkem Erhitzen schnell gekühlt, wird doppeltbrechend; schnell gekühlte Gläser zeigen sich aber, im Polarisationsapparat von parallelen Strahlen durchsetzt, an verschiedenen Stellen verschieden gefärbt, woraus folgt, dass die Doppelbrechung von Stelle zu Stelle sich ändert.

578. Das Kalkspathkreuz. Eine senkrecht zur Axe geschnittene Platte aus Kalkspath oder einem anderen einaxigen Krystall ist nach Art. 577 bei senkrechter Incidenz der Strahlen im Polarisationsapparat wirkungslos. Bringt man sie aber zwischen die Turmalinplatten der Zange Fig. 277 und blickt gegen das Helle, so wird die Kalkspathplatte von Strahlen sehr verschiedener Richtungen durchsetzt. Man sieht dabei ein System concentrischer farbiger Ringe, welche bei gekreuzten Turmalinen von einem schwarzen Kreuz durchzogen sind (Fig. 283).

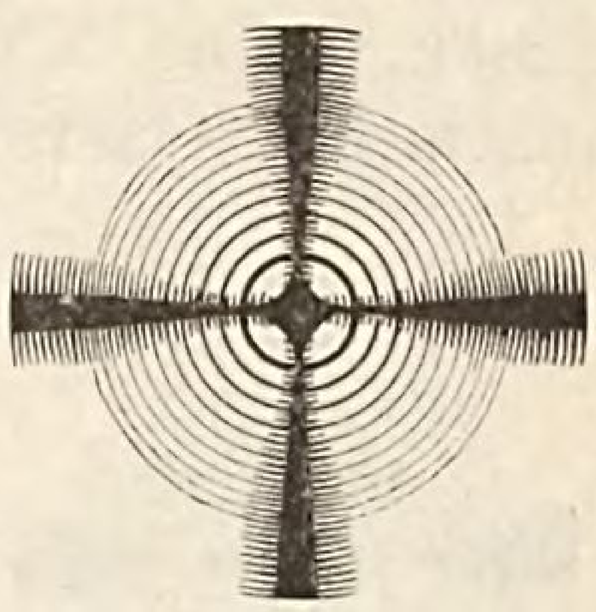


Fig. 283.

Um dieses Bild in dem aus zwei Nicols bestehenden Polarisationsapparat hervorzubringen, muss man das vom Polarisator herkommende Licht, bevor es die Platte trifft, durch eine Sammellinse convergent machen.

579. Theorie. Fig. 284 ist angenommen, dass die die Platte $p\,q\,r\,s$ treffenden polarisirten Strahlen vom Punkte C aus divergiren. OP und OA sind die zu einander senkrecht stehenden Schwingungsrichtungen im Polarisator und Analysator. Da das Einfallsloth CO mit der optischen Axe zusammenfällt, so ist der Hauptschnitt für irgend einen Strahl die Einfallsebene (Art. 570). Der einfallende Strahl, dessen Schwingungen nach OP gerichtet sind, wird also in zwei Strahlen o und e, einen ordentlichen und einen ausserordentlichen, zerlegt, deren Schwingungen bzw. senkrecht zur Einfallsebene und in ihr erfolgen.

Für einen Strahl CP ist die Componente o, für einen Strahl CA die Componente e gleich Null; solche Strahlen pflanzen sich also unzerlegt durch die Platte hin fort und werden vom Analysator nicht durchgelassen; sie entsprechen dem schwarzen Kreuz.

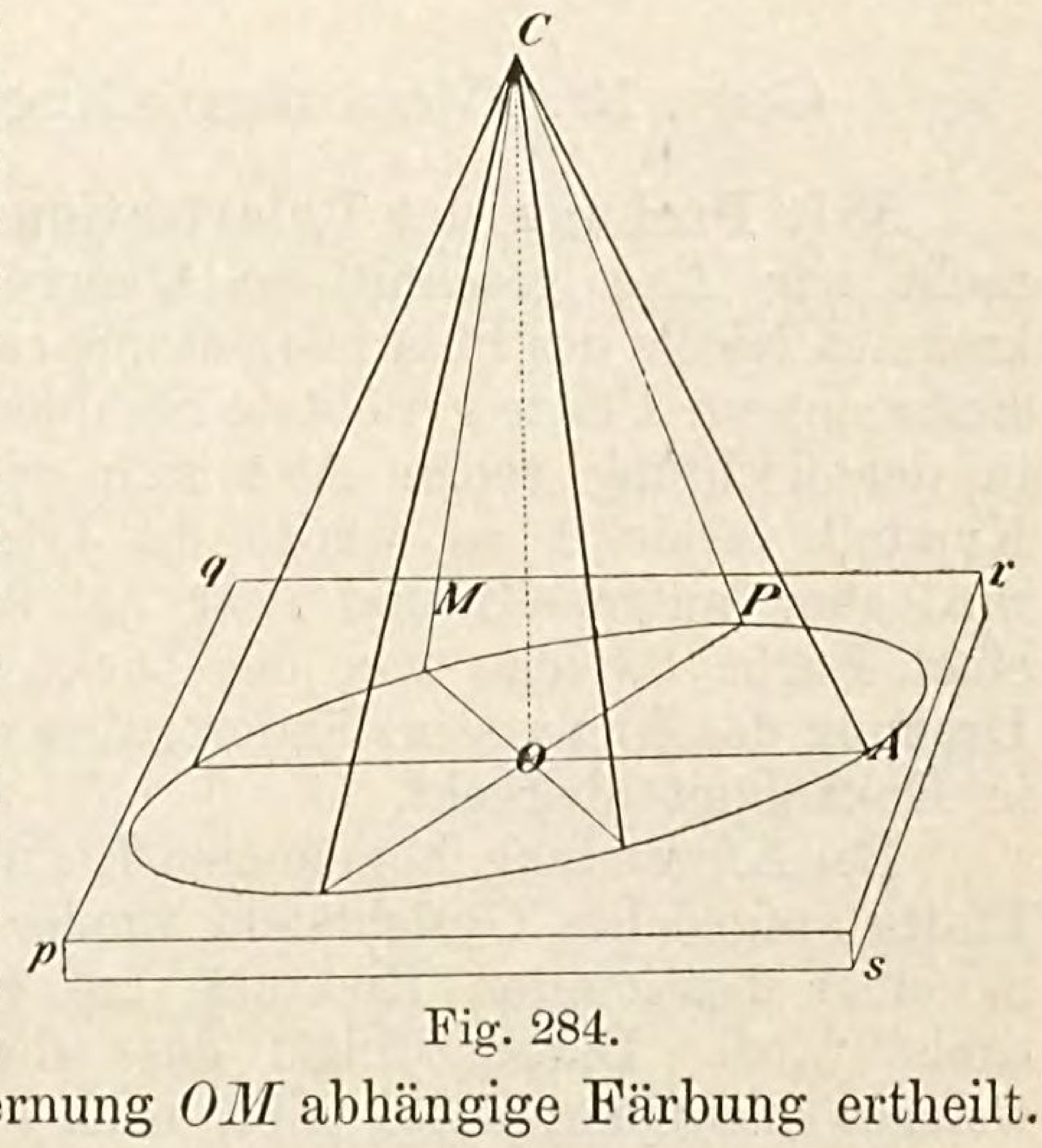


Fig. 284.

Ein Strahl CM hingegen wird in zwei Componenten zerlegt, deren Schwingungen nach OM und senkrecht zu OM erfolgen. Auf diesen Strahl wirkt daher die Platte wie ein Gypsblättchen, dessen Dicke durch den Abstand zwischen M und O bedingt ist, das also dem Strahl eine von der Entfernung OM abhängige Färbung ertheilt.

Allen Punkten *M* eines um *O* beschriebenen Kreises entsprechen Strahlen, welche die Platte in krystallographisch gleichwerthigen Richtungen durchsetzen; auf alle diese Strahlen wirkt also die Platte wie ein Gypsblättchen von derselben Dicke, aber auf die, verschiedenen Punkten *M* entsprechenden, wie Gypsblättchen, deren Schwingungsrichtungen verschiedene Winkel mit *OP* bilden. Daraus folgt, dass alle Punkte der Bildebene, welche dem betrachteten Kreise entsprechen, gleichgefärbt sind, dass aber die Helligkeit der Färbung an verschiedenen Stellen des Kreises verschieden ist, Null für die Linien *OP* und *OA*, am grössten für Punkte mitten zwischen ihnen. Die Curven gleicher Färbung, die sogenannten isochromatischen Curven, sind also Kreise, wie es der Versuch bestätigt.

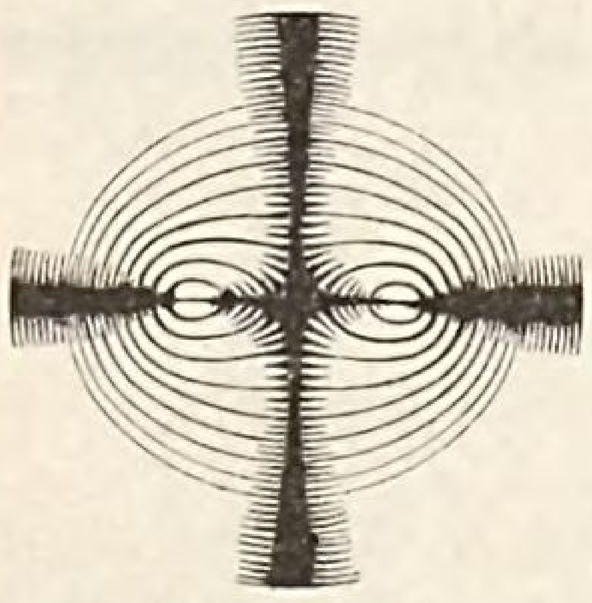


Fig. 285[a].

580. Lemniscaten zweiaxiger Krystalle. Die Halbirungslinie des spitzen Winkels, welchen die beiden optischen Axen eines zweiaxigen Krystalls mit einander bilden, heisst die erste Mittellinie. Bei einer senkrecht zu ihr geschnittenen Platte sind die isochromatischen Curven sogenannte Lemniscaten (Fig. 285). Fällt bei gekreuzten Nicols die Schwingungsrichtung im Polarisator oder im Analysator in die Ebene der optischen Axen, so ist das Lemniscatensystem von einem schwarzen Kreuz durchzogen (Fig. 285[a]); dieses verwandelt sich in zwei schwarze hyperbolisch gekrümmte Büschel (Fig. 285[b]), wenn man die Platte aus der bezeichneten Lage um 45° in ihrer Ebene dreht. Die isochromatischen Curven dienen bei der krystallographischen Untersuchung zur Entscheidung darüber, ob man es mit einem ein- oder zweiaxigen Krystall zu thun hat.

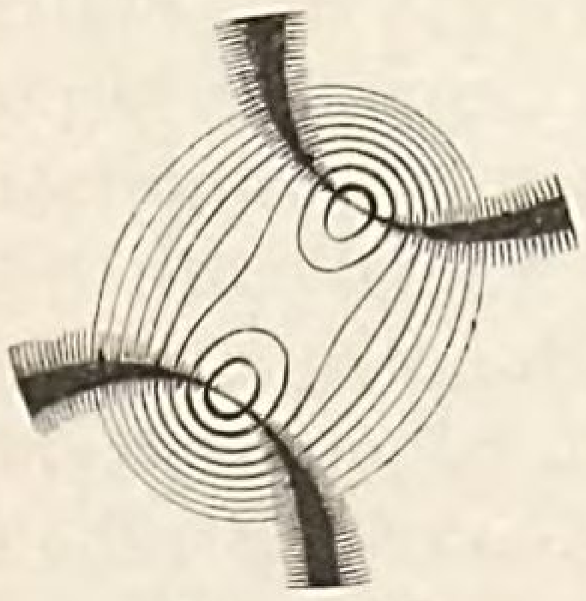


Fig. 285[b].

Cap. 18. Von der Circularpolarisation.

581. Drehung der Polarisationsebene im Quarz. Eine senkrecht zur Axe geschnittene Quarzplatte werde zwischen die gekreuzten Nicols des Polarisationsapparates eingeschaltet und parallele, senkrecht zur Platte gerichtete Strahlen angewandt. Wenn der Quarz in der Richtung seiner Axe sich wie ein gewöhnlicher einaxiger Krystall verhielte, so würde das Gesichtsfeld dunkel bleiben. Es wird aber aufgehellt und zwar bei Anwendung weissen Lichts mit einer Farbe, welche von der Dicke der Platte abhängt, sich bei Drehung des Analysators ändert, aber bei keiner Stellung des letzteren in Dunkelheit übergeht.

Bei Anwendung homogenen Lichts hingegen wird das durch die Platte aufgehellte Gesichtsfeld wieder dunkel, wenn der Analysator in einer bestimmten Richtung um einen gewissen Winkel *w* gedreht wird. Daraus folgt, dass das gradlinig polarisirte Licht, welches die Quarzplatte trifft, nach dem Durchgang durch dieselbe

gradlinig polarisirt geblieben, dass aber die Polarisationsebene um den Winkel w im Quarz gedreht worden ist.

Messende Versuche ergaben die Drehung der durchlaufenen Weglänge proportional und mit abnehmender Wellenlänge des Lichts wachsend; wenn die Strahlen im Quarz eine Weglänge von 1 mm in der Richtung der Axe durchlaufen haben, so beträgt bei 20° C nach Soret und Sarasin die Drehung für Licht der Fraunhofer'schen Linie

B	D	F	G	H
15°,75	21,70	32,77	42,60	51,19

Indem wieder (Fig. 286) die Strahlen senkrecht zur Ebene der Zeichnung verlaufen und OP, OA die Schwingungsrichtungen im Polarisator und Analysator vorstellen, mögen OPr und OPv die Schwingungsrichtungen des rothen und violetten Lichts nach dem Durchgang durch den Quarz vorstellen. Wird durch Drehung des Analysators die Schwingungsrichtung in demselben in die Lage OA' gebracht, welche senkrecht zu OPr ist, so wird das rothe Licht ausgelöscht, von dem violetten aber die Componente nach OA' durchgelassen; bei keiner Stellung des Analysators kann, in Uebereinstimmung mit dem beschriebenen Versuch, das Gesichtsfeld unter Anwendung von weissem Licht dunkel werden.

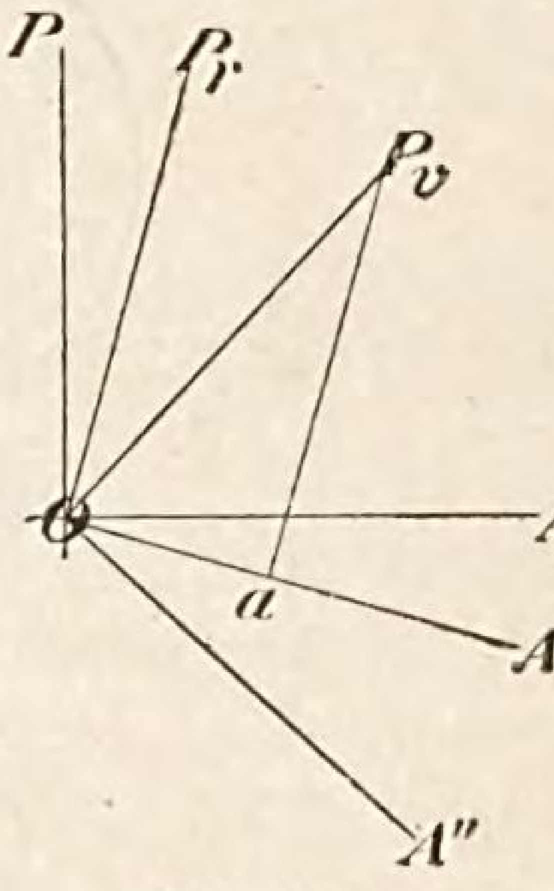


Fig. 286.

Es giebt rechts und links drehende Quarze; bei jenen erscheint dem Beobachter die Drehung der Polarisationsebene von demselben Sinne wie die Drehung des Zeigers einer Uhr, welche dem Beobachter das Zifferblatt zukehrt. Schon an der Lage gewisser Krystallflächen kann man erkennen, ob ein Quarz rechts oder links drehend ist.

Mit Rücksicht auf eine von Fresnel gegebene Theorie der Erscheinung sagt man, der Quarz zeige in der Richtung seiner optischen Axe Circularpolarisation.

582. Saccharimetrie. Circularpolarisation findet noch in einigen anderen Krystallen, ausserdem in Lösungen vieler Stoffe, z. B. in wässriger Zuckerlösung statt. Die Drehung in dieser ist dem Zuckergehalt proportional; Rohrzucker dreht rechts, der Drehungswinkel w ist für Licht der D-linie

$$w = 0^0{,}665 \,.\, z \,.\, l \,\ldots\ldots \tag{102}$$

wenn l die durchlaufene Weglänge in Millimetern bedeutet und z g Zucker in 1 ccm der Lösung enthalten sind.

Daraus folgt

$$z = 1{,}504 \cdot \frac{w}{l} \cdots\cdot \tag{102a}$$

Aus der beobachteten Drehung w und der Länge l der durchlaufenen Schicht kann der Zuckergehalt berechnet werden.

Die Drehung kann in der Art. 581 beschriebenen Weise mit Hülfe von zwei Nicols gemessen werden; weit genauere Resultate liefern die sogenannten Halbschattenapparate, bei welchen das Gesichtsfeld im Allgemeinen in zwei Hälften verschiedener Helligkeit zerfällt und auf gleiche Helligkeit der Hälften eingestellt wird.

583. Der Laurent'sche Halbschattenapparat. Hinter dem Polarisator P (Fig. 287) befindet sich ein Diaphragma D mit kreisförmiger Oeffnung, deren eine halbkreisförmige Hälfte durch eine doppeltbrechende Krystallplatte gedeckt ist. A ist das analysirende Nicol, F ein kleines Galilei'sches Fernrohr, welches auf das Diaphragma D eingestellt wird. Die Lichtquelle ist eine Natriumflamme (Art. 472). Seien (Fig. 288) PO und OA die Schwingungsrichtungen im Polarisator und Analysator; das Blättchen ist so gestellt, dass die eine Schwingungsrichtung OH_1 in demselben einen kleinen Winkel mit OP einschliesst, und seine Dicke so bemessen, dass es den beiden Wellen, deren Schwingungsrichtungen OH_1 und OH_2 sind, einen Gangunterschied von einer halben Wellenlänge des Natriumlichts ertheilt. Das aus dem Blättchen tretende Licht ist daher noch gradlinig polarisirt, aber die Richtung der Schwingung ist ein wenig geändert, nämlich nicht mehr OP, sondern OP' (Art. 575). So besteht das Licht hinter dem Diaphragma aus zwei gradlinig polarisirten Bündeln, von denen das eine der gedeckten, das andere der ungedeckten Hälfte entstammt und deren Schwingungsrichtungen einen kleinen Winkel mit einander bilden.

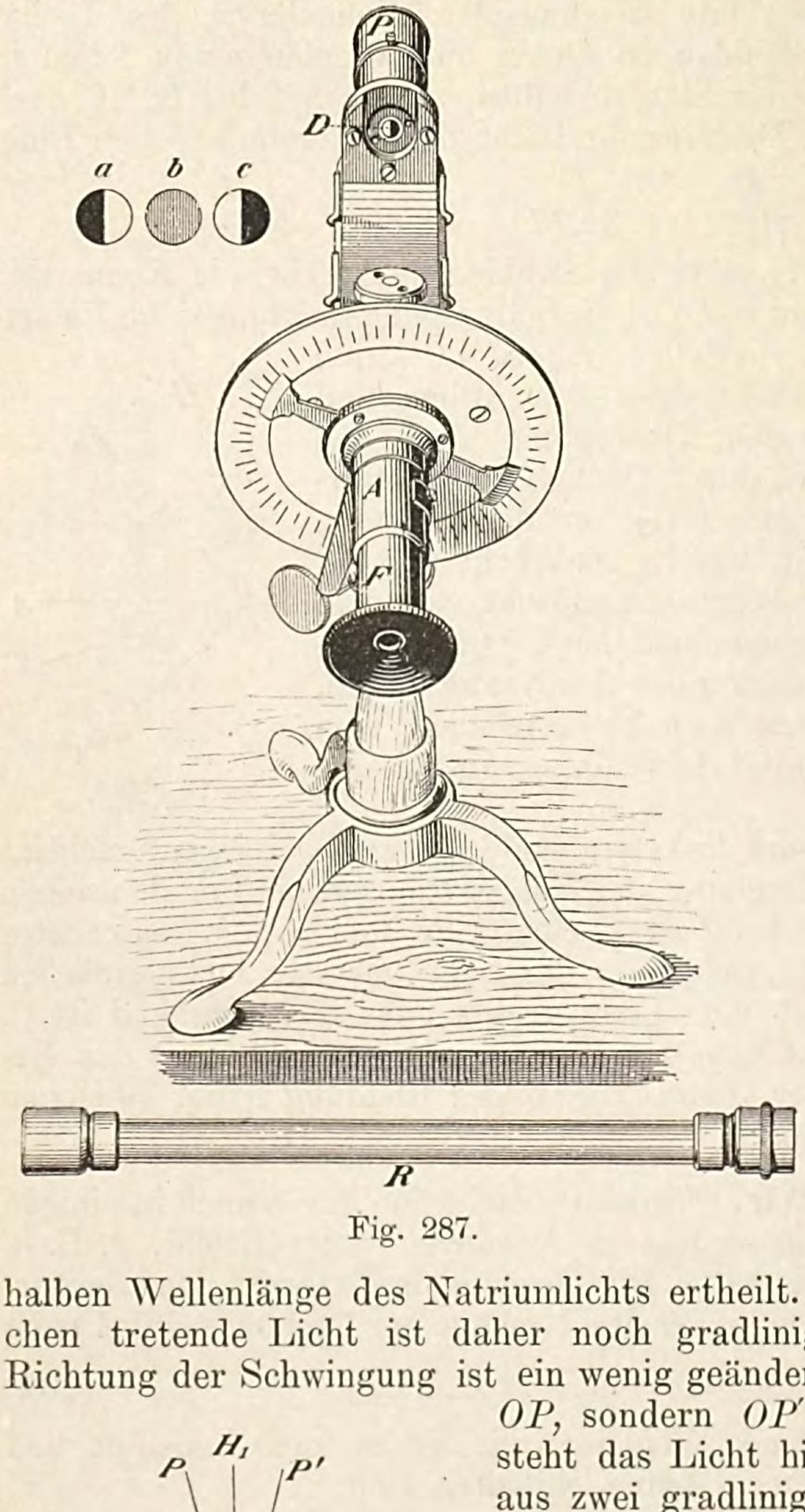


Fig. 287.

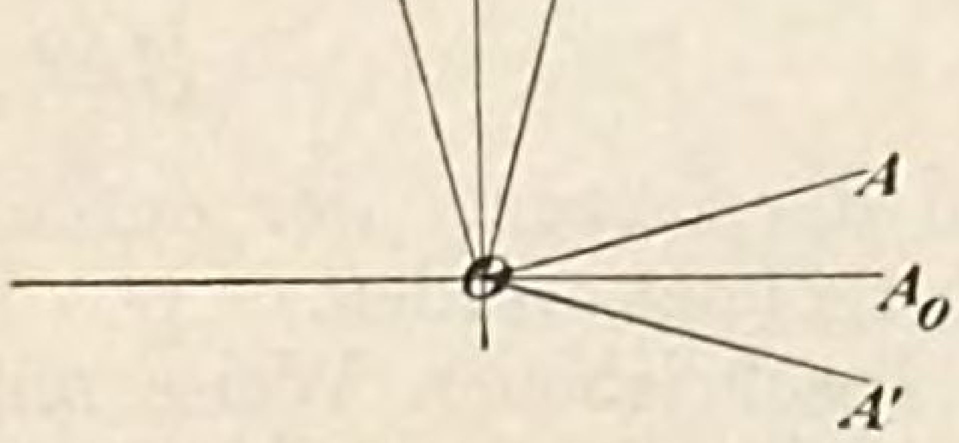


Fig. 288.

Das Gesichtsfeld zerfällt dann im Allgemeinen in zwei ungleich helle Hälften, und im Besonderen erscheint, je nachdem die Schwingungsrichtung im Analysator nach OA senkrecht zu OP oder nach OA' senkrecht zu OP' gerichtet ist, die

ungedeckte (Fig. 287[a]) oder die gedeckte Hälfte (Fig. 287[c]) der kreisförmigen Oeffnung dunkel. Zwischen beiden Stellungen liegt die Halbschattenstellung (Fig. 287[b]), bei welcher die Schwingungsrichtung im Analysator OA_0 (Fig. 288) mitten zwischen OA und OA' liegt. Nachdem man dem Analysator diese Stellung ertheilt und sie auf einem Theilkreise abgelesen hat, wird die Lösung, in ein durch Plangläser verschlossenes Rohr R (Fig. 287) eingefüllt, zwischen Diaphragma und Analysator eingeschaltet. Die Schwingungsrichtungen werden in der Lösung um den gesuchten Drehungswinkel w derselben gedreht; dieser ist folglich der Winkel, um den man den Analysator drehen muss, bis wieder die Halbschattenstellung erreicht ist.

Weiss man, dass in der Lösung ausser dem Rohrzucker keine drehende Substanz zugegen ist, so wird der Zuckergehalt nach Gleichung (102[a]) Art. 582 berechnet.

---

584. Zur Geschichte der Optik. Die Untersuchungen über die Gesetze der elementaren Optik (Art. 431), begonnen von Euklid (300 v. Chr.), fanden durch die von W. Snell (1591—1626) gemachte Entdeckung des nach ihm benannten Brechungsgesetzes (Art. 452) einen Abschluss. Ohne Kenntniss dieses Gesetzes konnte Kepler (1611) die Theorie des Auges und der optischen Instrumente begründen, da man hierbei mit der nur für kleine Einfallswinkel gültigen Annahme der Proportionalität zwischen Brechungs- und Einfallswinkel (Kl. Ptolemäus 70—147 n. Chr.) ausreicht (Art. 475). Die Erfindung des Fernrohrs datirt vom Jahre 1608, Hooke, Leuwenhoek und Hartsoeker machten um 1670 mikroskopische Beobachtungen mit stark vergrössernden Lupen.

Newton entdeckte um 1670 die Zusammensetzung des weissen Lichts aus farbigen Strahlen verschiedener Brechbarkeit; über die schon von Boyle und Hooke beobachteten Farben dünner Blättchen machte er eine Experimentaluntersuchung, welche die erste Lichtwellenmessung enthält (vgl. Art. 543).

In seiner 1704 erschienenen Optik entschied sich Newton für die Emissionstheorie des Lichts (Art. 534), die Wellentheorie verwerfend, mit Hülfe deren ihr Begründer Huyghens 1678 das Gesetz entdeckt hatte, welches die Richtung des ausserordentlichen Strahls in den einaxigen Krystallen angiebt (Art. 563). Vornehmlich durch Newton's Autorität gelangte die Emissionstheorie auf lange Zeit zur Herrschaft; auf ihrem Boden stand noch Malus (1775—1812), welcher die Polarisation des Lichts durch Reflexion (Art. 557), Biot (1774 bis 1862), welcher die Circularpolarisation (Art. 581) und Brewster (1781—1868), welcher eine grosse Zahl optischer Thatsachen entdeckte (vgl. Art. 560).

Doch ging aus dem Kampfe, welchen Th. Young (1773—1829) und Augustin Fresnel (1788—1827), besonders auf Grund der Interferenz- und Beugungserscheinungen, gegen die Emissionstheorie eröffneten und durchführten, die Undulationstheorie siegreich hervor. „Je genauer man die optischen Thatsachen kennen lernte und je mehr man sich bemühte, die Emissionstheorie mit ihnen in Einklang zu

bringen, um so zahlreicher, verwickelter und unklarer wurden die Hypothesen, die zu Hülfe gezogen werden mussten. So hätte man die Emissionshypothese verwerfen müssen, selbst wenn es Foucault 1854 nicht gelungen wäre, eine nothwendige Annahme derselben durch direkte Beobachtung zu widerlegen (Art. 534)". (G. Kirchhoff, Vorlesungen über mathematische Optik.)

Fresnel begründete auf die Principien der Mechanik die allgemeine Theorie der Doppelbrechung (Art. 569).

Arago (1786—1853) entdeckte die Farben, welche Krystallplättchen im Polarisationsapparat zeigen (Art. 574).

Dollond entdeckte 1757 die achromatische Linse; Fraunhofer (1787—1826) vervollkommnete die optischen Instrumente und führte die nach ihm benannten Linien des Sonnenspektrums (Art. 467) in die messende Optik ein.

1859 entdeckten Bunsen und Kirchhoff die spektralanalytische Methode.

Cap. 19. Wärmewirkung der Strahlen.

585. **Vollkommen schwarzer Körper.** Ein den Sonnenstrahlen ausgesetztes Thermometer wird erwärmt, weil ein Theil der Aetherwellenenergie, welche an der Sonnenoberfläche aus Wärme entstand, im Thermometer in Wärme zurück verwandelt wird (vgl. Art. 428). Ein Körper, der alle auffallenden Strahlen in Wärme verwandelt, heisst ein vollkommen schwarzer Körper; Lampenruss erfüllt, wenn allzulange Aetherwellen ausser Acht gelassen werden, schon in dünner Schicht annähernd diese Bedingung.

586. **Solarconstante** heisst der in Grammcalorieen (Art. 327) ausgedrückte Wärmezuwachs, welchen an der Grenze der Atmosphäre ein vollkommen schwarzer Körper in der Minute erfährt, wenn 1 qcm seiner Oberfläche von den Sonnenstrahlen in senkrechter Richtung getroffen wird. An der Erdoberfläche erfährt unter denselben Umständen der Körper einen kleineren Wärmezuwachs Q', weil in der Atmosphäre ein Theil der Strahlen absorbirt wird. Misst man aber Q' in verschiedenen Höhen über der Erdoberfläche, so kann man durch Combination derartiger Beobachtungen die Absorption in der Atmosphäre berechnen und die Solarconstante Q ermitteln.

587. **Das Pyrheliometer von Pouillet,** verbessert von Crova, dient zur Messung von Q'. Die mit Quecksilber gefüllte Kapsel B (Fig. 289) aus Stahl ist an der Vorderfläche mit Platinschwarz überzogen. Man lässt einige Minuten lang die Sonnenstrahlen auf die Vorderfläche der Kapsel senkrecht auffallen und misst durch ein Thermometer (Fig. 289) die bewirkte Temperaturerhöhung des Quecksilbers. Das Produkt aus dieser in den calorimetrischen Wasserwerth (Art. 328) der mit Quecksilber gefüllten Kapsel giebt, zuzüglich der während der Bestrahlung stattfindenden Wärmeabgabe, den von der Sonnenstrahlung herrührenden Wärmezuwachs.

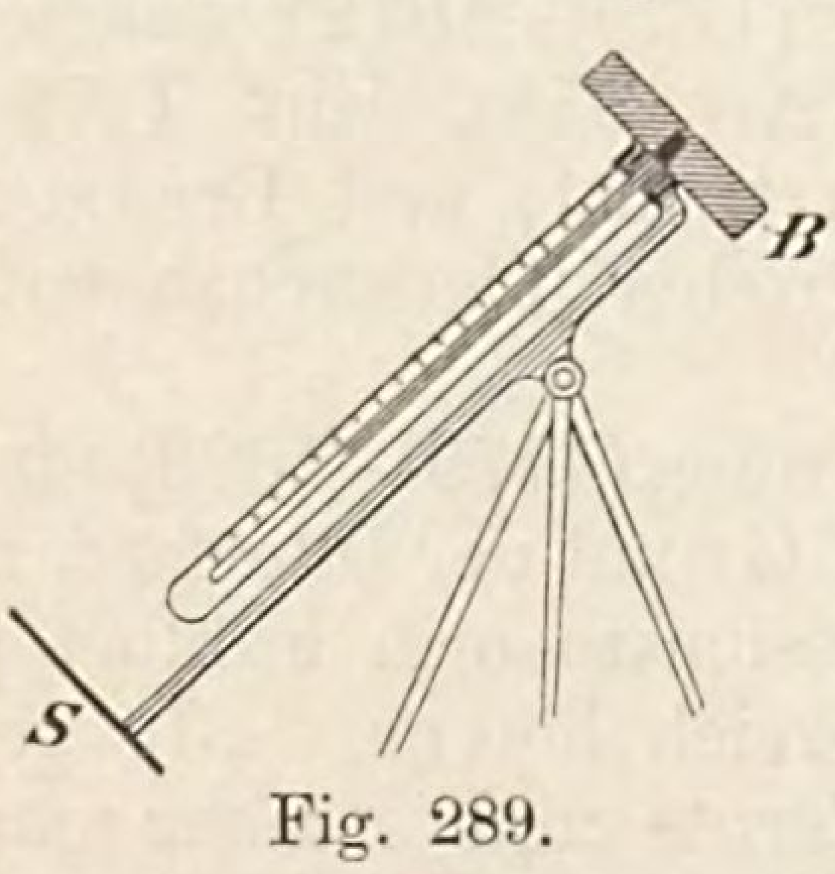


Fig. 289.

Durch solche Versuche hat sich die Solarconstante Q in runder Zahl = 3 Grammcalorieen ergeben. Steht die Sonne im Zenith, so wird bei heiterem Himmel ungefähr $^1/_3$ der Strahlung in der Atmosphäre absorbirt, nur $^2/_3$ erreichen die Erdoberfläche.

588. Der Thermomultiplikator von Melloni. Für die meisten Untersuchungen über die Wärmewirkung der Strahlen braucht man Apparate, welche empfindlicher sind, als das Quecksilberthermometer; solche Apparate sind der Thermomultiplikator von Melloni und das Bolometer von Langley.

Die Thermosäule (Art. 743) T des Melloni'schen Apparates (Fig. 290) hat zwei Seiten, die geschützte, nicht bestrahlte, welche auf der Temperatur der Umgebung gehalten werden soll und etwa die graden Löthstellen enthält; und die exponirte oder bestrahlte, welche dann die ungraden Löthstellen enthält. Die Löthstellen sind mit Lampenruss geschwärzt. Auf die beiden Seiten können Hülsen H (Fig. 290) gesteckt und mittelst Klappen geschlossen oder geöffnet werden. Anstatt der Hülsen H benutzt man oft die conischen Reflektoren R.

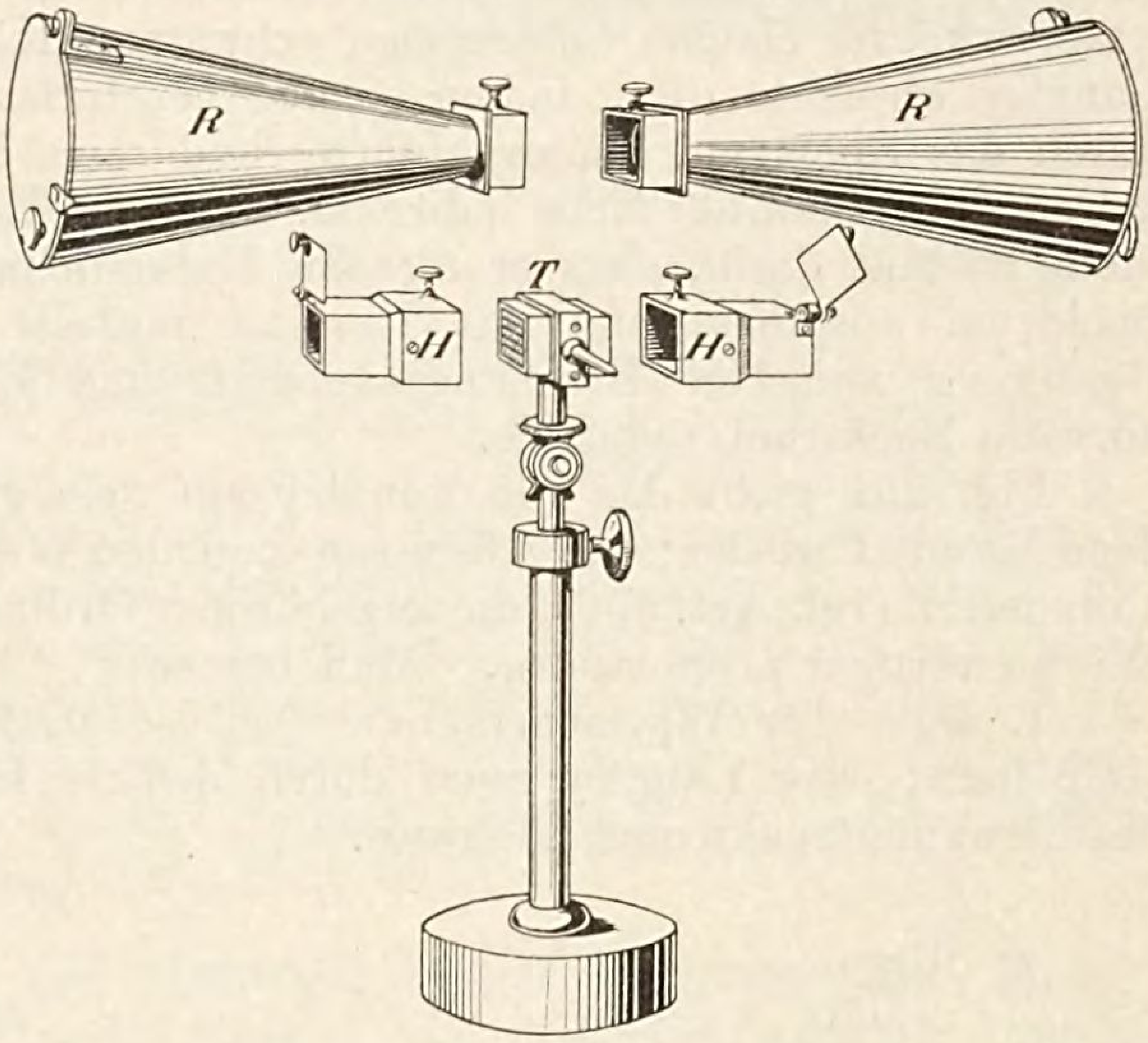


Fig. 290.

Während die Hülse der geschützten Seite geschlosssen ist und dadurch die letztere auf der Temperatur t_0 der Umgebung gehalten wird, lässt man auf die exponirte Seite die zu prüfende constante Strahlungsquelle wirken (s. Fig. 292, Art. 593). Die Temperatur dieser Seite steigt alsdann auf eine Temperatur t, bei welcher der Wärmeverlust an die Umgebung gleich dem durch die Strahlungsquelle herbeigeführten Wärmegewinn J geworden ist. Jener kann (Art. 429) mit $t - t_0$ proportional gesetzt werden, so dass, wenn A und B zwei constante Grössen bedeuten

$$A \,.\, (t - t_0) = B \,.\, J.$$

Die Ablenkung eines in den Kreis der Säule eingeschalteten Galvanometers ist nach Art. 744 mit $t - t_0$, also auch mit J proportional, welche Grösse man der Intensität der Strahlungsquelle gleichsetzt (vgl. indessen Art. 596).

589. In dem **Bolometer,** welches von Langley bei diesen Untersuchungen eingeführt wurde, wird ein dünner Metallstreifen oder Draht durch die zu messende Strahlung erwärmt und seine Temperaturerhöhung durch eine elektrische Methode gemessen (Art. 692).

590. Sonnenwärmespektrum. Wie vertheilt sich die Energie der Sonnenstrahlung auf die einzelnen in derselben enthaltenen Strahlengattungen? Zur direkten Beantwortung dieser Frage muss man aus den Art. 555 entwickelten Gründen ein normales oder Beugungsspektrum von dem Sonnenlicht entwerfen und den Wärmezuwachs messen, welchen gleich breite Streifen verschiedener Spektralbezirke in einem vollkommen schwarzen Körper hervorbringen. Langley erreichte dies, indem er den geschwärzten Bolometerdraht durch das Spektrum hindurchführte und seine Temperaturerhöhung jedesmal bestimmte. Eine indirekte, auch von Langley benutzte Methode bestand darin, dass er dieselbe Untersuchung am prismatischen Spektrum ausführte und das Resultat mittelst der ihm bekannten Beziehung zwischen Brechungsexponent und Wellenlänge auf das normale Spektrum reducirte.

Fig. 291 giebt das von Langley auf dem zweiten Wege gefundene Resultat wieder; die Abscissen sind den Wellenlängen in Mikromillimetern (vgl. Art. 530), die zugehörigen Ordinaten den gemessenen Wärmewerthen proportional. Man bemerkt

1. dass das Wärmemaximum bei $\lambda = 0{,}55\,\mu - 0{,}6\,\mu$, also im Gelb liegt; was Langley auch durch direkte Beobachtung mittelst des Beugungsspektrums nachwies.

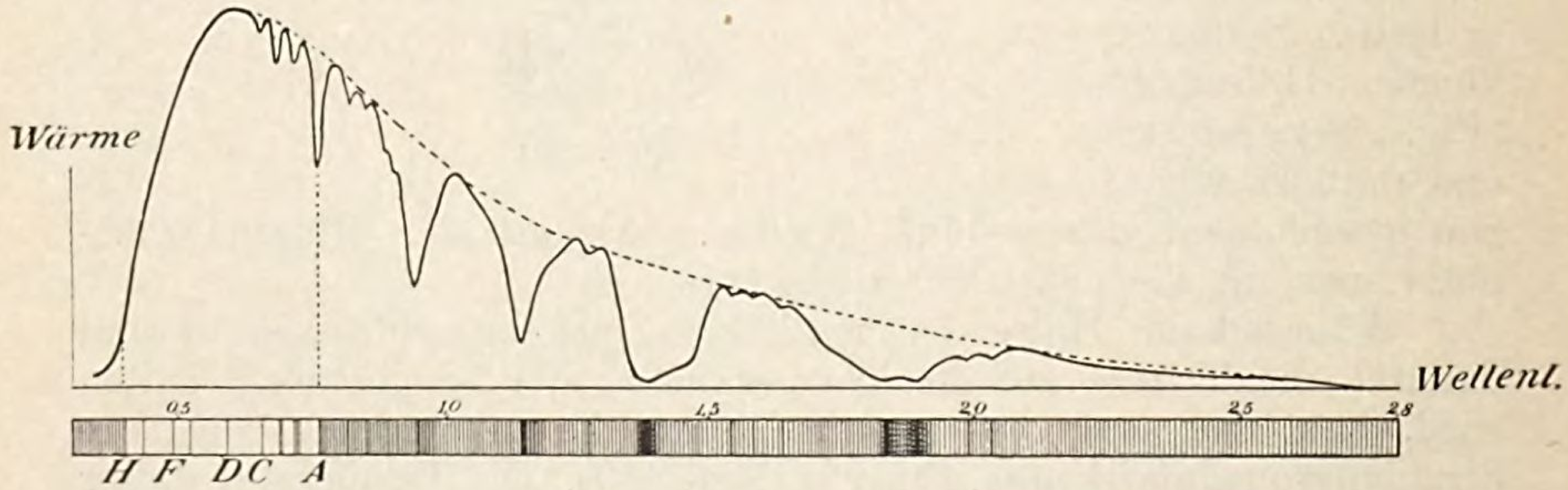


Fig. 291.

2. Dass das Wärmespektrum sich weit über die Grenzen des von *H* bis *A* gehenden sichtbaren Spektrums hinaus erstreckt. Jenseits des Roth, im sogenannten Ultraroth, konnten noch Strahlen von der Wellenlänge $2{,}8\,\mu$ nachgewiesen werden, im Ultraviolett noch solche von der Wellenlänge $0{,}3\,\mu$.

Fig. 291[a] zeigt die bolometrisch gemessene Wärmevertheilung im prismatischen Flintglasspektrum, aus welcher Fig. 291 abgeleitet wurde. Das Wärmemaximum liegt Fig. 291[a] im Ultraroth, weil gegen das Roth hin die Dispersion mehr und mehr abnimmt und die Strahlen mehr und

mehr zusammengedrängt werden. In dem zuerst von W. Herschel i. J. 1800 untersuchten prismatischen Wärmespektrum wird also, auch wenn die in der Substanz des Prismas erfolgende Absorption der

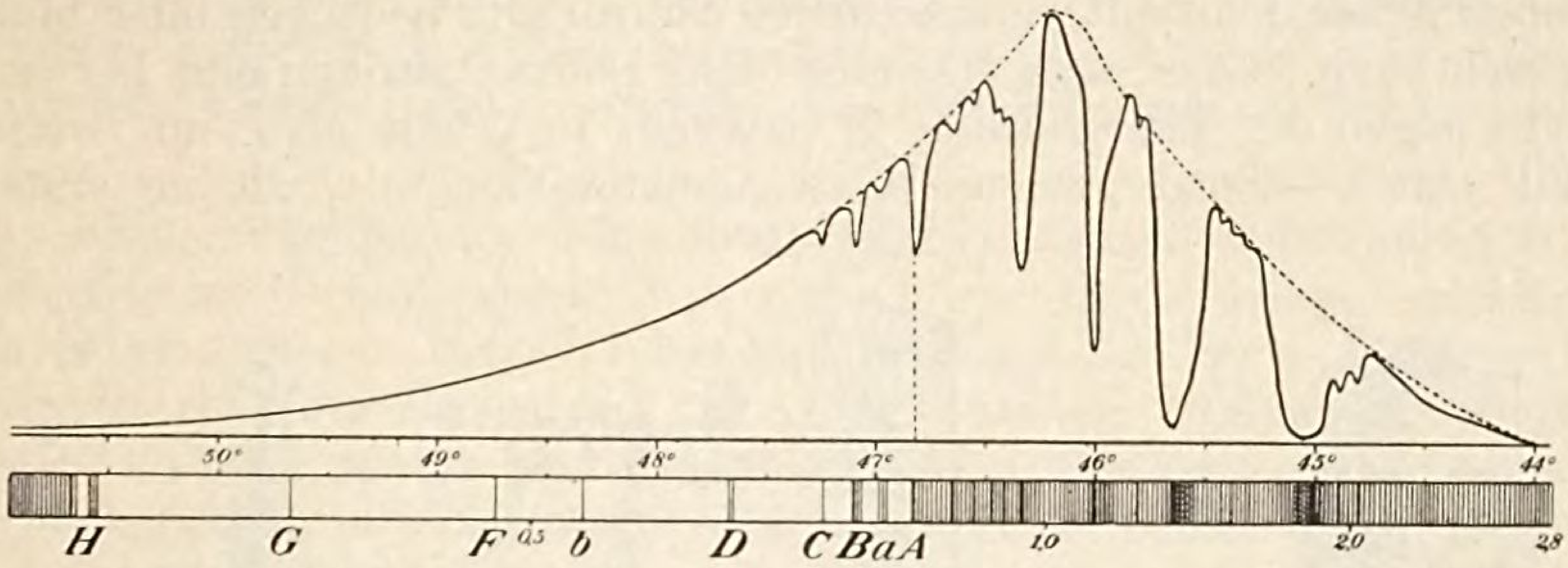


Fig. 291[a].

Strahlen keine merkliche Störung bewirkt, die relative Intensität der verschiedenen Strahlengattungen nicht zur Anschauung gebracht.

591. Dunkle Wärmespektra. Die Wärme, welche wir in der Nähe eines heissen, aber dunklen Ofens empfinden, gelangt ebenfalls der Hauptsache nach durch Strahlung zu uns, indem am Ofen Wärme in Aetherwellenbewegung verwandelt und diese, unseren Körper treffend, theilweise in Wärme zurückverwandelt wird. Als Langley vor dem Spalt eines Spektralapparates einen Körper von 100^0 aufstellte, erhielt er ein bolometrisch nachweisbares Wärmespektrum, welches bei $\lambda = 7{,}5\ \mu$ seine grösste Intensität zeigte. Linsen und Prisma bestanden bei diesem Versuch aus Steinsalz, da Glas die hier in Betracht kommenden langen Aetherwellen stark absorbirt. (Art. 595.)

592. Brechung und Reflexion langer Aetherwellen. Durch den Versuch von Langley des vorigen Art. ist die Brechung der langen, von dunklen Körpern ausgehenden Aetherwellen nachgewiesen. Die Reflexion dieser dunklen Aetherwellen zeigt man, indem man in dem Versuch des Art. 265 mit den beiden conaxialen Hohlspiegeln die Schallquelle in dem Brennpunkt des einen durch glühende Kohlen, das Hörrohr in dem Brennpunkt des andern durch ein Flöckchen Schiessbaumwolle ersetzt. Diese entzündet sich, wenn man die Kohlen anfacht. Hält man zwischen den zweiten Spiegel und dessen Brennpunkt eine Glasplatte, so gelingt der Versuch nicht, zum Beweis, dass es hier hauptsächlich die langen, dunklen Aetherwellen sind, welche den Erfolg bedingen; denn die sichtbaren werden vom Glase durchgelassen. Auch die Interferenz und Polarisation hat man an langen, unsichtbaren Aetherwellen nachgewiesen.

Cap. 20. Von der Emission und Absorption der Aetherwellen.

593. Emission, Einfluss der Substanz. Die Intensität der Strahlen, welche ein homogener Körper aussendet, hängt von seiner Natur und der Temperatur ab.

Die Strahlung des Lampenrusses ist weit grösser, als die Strahlung des blankpolirten Metalls. Der Leslie'sche Würfel *L* (Fig. 292) ist ein hohler mit siedendem Wasser gefüllter Metallwürfel, dessen Seitenflächen man mit verschiedenen Substanzen bedecken oder blank poliren kann. Lässt man erst eine blank polirte, alsdann eine berusste Seite gegen die Thermosäule *T* strahlen, so erhält man im zweiten Fall eine 8—9 mal grössere Galvanometerablenkung, als im ersten.

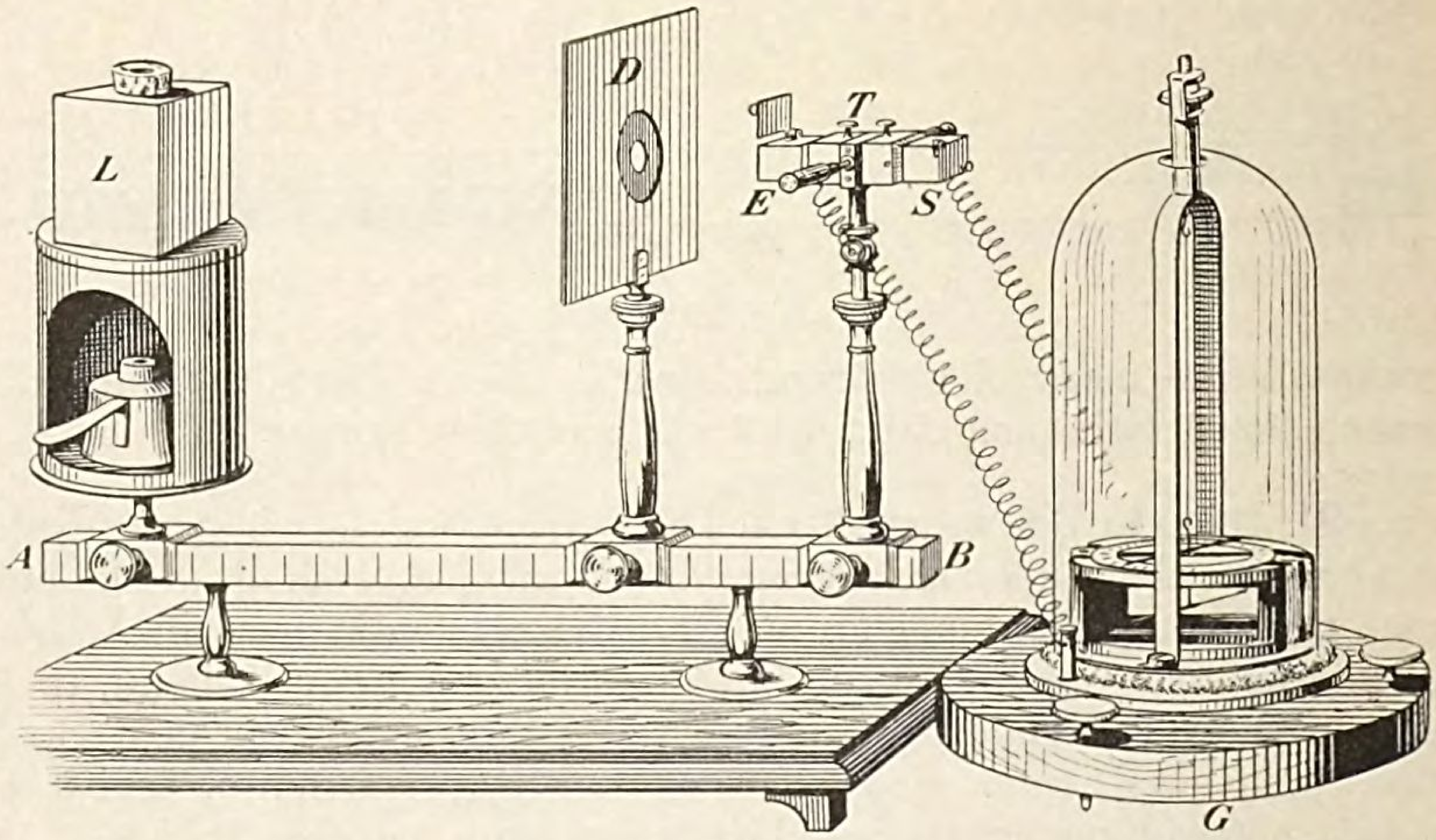


Fig. 292.

Die Strahlung fester Körper ist im Allgemeinen grösser, als die von Gasen bei gleicher Temperatur. So zeigt die Untersuchung durch die Thermosäule, dass die Strahlung einer Alkoholflamme wächst, wenn man eine Platinspirale hineinbringt, obgleich dadurch die Flammentemperatur jedenfalls herabgesetzt wird.

594. Einfluss der Temperatur. Bei bestimmter Temperatur sendet ein Stück Platin Strahlen sehr verschiedener Wellenlängen aus (Art. 591), aber keine, deren Wellenlänge kleiner, als eine gewisse von der Temperatur abhängige Grösse ist. Wird die Temperatur gesteigert, so treten kürzere Wellen hinzu und gleichzeitig wächst die Intensität schon bei tieferer Temperatur ausgesandter Wellen. Bei einer Temperatur, welche sich nicht genau fixiren lässt, aber für die unverfeinerte Beobachtung ungefähr 520° beträgt, fängt der Körper an, die ersten Wellen auszusenden, welche dem Auge sichtbar werden, nämlich solche von der Länge $0{,}81\,\mu$, welche die Empfindung des Roth erregen. Bei weiter gesteigerter Temperatur treten successive die gelben, grünen, blauen und violetten (bis $\lambda = 0{,}36\,\mu$) Strahlen hinzu; alle zusammenwirkend erregen die Empfindung des Weiss; weiss glüht der Körper bei etwa 1500°. Endlich erscheinen bei weiter gesteigerter Temperatur die ultravioletten Strahlen, welche z. B. durch Fluorescenz- (Art. 518) oder chemische Wirkung (Art. 521) nachzuweisen sind. Die kürzesten, durch die photographische Platte

beobachteten Wellen haben eine Länge von *0,19* μ, die längsten beobachteten Wellen ($\lambda = 18\,\mu$) sind von Langley in der Mondstrahlung aufgefunden. Die sichtbaren Aetherwellen bilden daher nur einen kleinen Theil der beobachteten; in einer der Akustik entlehnten bildlichen Ausdrucksweise umfassen jene ungefähr das Intervall einer Oktave, diese ungefähr das Intervall von $6^1/_2$ Oktaven.

595. Absorption. Eine ebene, planparallele Platte, welche man zwischen die Strahlungsquelle und die Thermosäule bringt, schwächt die Intensität der diese treffenden Strahlen in einem Verhältniss, welches von der Richtung, der Dicke und der Natur der Platte, sowie von der Natur der Strahlungsquelle abhängt. Die folgende Tabelle enthält die Resultate einiger von Melloni über diesen Gegenstand angestellten Versuche. Die Platten waren 2,6 mm dick und wurden senkrecht zur Richtung der Strahlen eingeschaltet. Die Galvanometerablenkung ohne eingeschaltete Platte ist = 1 gesetzt; die Zahlen geben die nach Einschaltung der Platten erhaltenen Ablenkungen an. In der Strahlung der vier angewandten Quellen, welche sich vorzugsweise durch die Temperatur unterscheiden, treten die kürzeren Wellen mit wachsender Temperatur mehr und mehr hervor (Art. 594). Die Locatelli'sche Lampe ist eine Oellampe mit quadratischem Docht, sie ist die heisseste der benutzten Quellen.

Platte	Loc. Lampe	Glühend. Platin	Lampenruss (390°)	Lampenruss (100°)
Steinsalz	0,92	0,92	0,92	0,92
Spiegelglas	0,39	0,24	0,06	0,00
Alaun	0,09	0,02	0,00	0,00

Von der die Platten treffenden Strahlung wird ein Theil an jenen reflektirt, welcher in dem vorliegenden Fall senkrechter Incidenz etwa 4 % der auffallenden beträgt; von dem Rest wird ein Theil in der Platte absorbirt, der andere Theil durchgelassen und von der Thermosäule angezeigt. Demgemäss kann man aus der Tabelle folgende Schlüsse ziehen:

1. Steinsalz (NaCl) lässt die Strahlung aller benutzten Quellen fast vollständig hindurch, die beobachtete kleine Schwächung rührt zum Theil von der Reflexion her. Ebenso verhalten sich Körper, die dem Steinsalz in chemischer Beziehung ähnlich sind, z. B. Sylvin (KCl).

2. Spiegelglas und Alaun, welche die sichtbaren Aetherwellen beinahe ungeschwächt hindurchlassen, besitzen ein grosses Absorptionsvermögen für die längeren, Alaun ein noch grösseres, als Glas. Durch einen gläsernen Schirm kann man sich gegen die Strahlen des Ofens schützen.

3. Daraus, dass Alaun nur 9 % der von der Locatelli'schen Lampe ausgesandten Strahlung hindurchlässt, folgt, dass nur ein kleiner Bruchtheil der letzteren leuchtend ist.

Auch Wasser, welches leuchtende Strahlen beinahe ungeschwächt hindurchlässt, besitzt ein grosses Absorptionsvermögen für längere

Aetherwellen. Umgekehrt verhält sich eine Lösung von Jod in Schwefelkohlenstoff, welche in mässig dicker Schicht kein Licht hindurchlässt, aber von längeren Aetherwellen leicht durchstrahlt wird. Man stelle ein mit Wasser gefülltes Becherglas dicht vor die ihrer Hülse entledigte exponirte Seite der Thermosäule und lasse die Strahlen der Locatellischen Lampe auffallen, welche, durch Brechung auf die Thermosäule concentrirt, dort sichtbar werden und eine kleine Galvanometerablenkung hervorbringen. Dieselbe wird ausserordentlich viel grösser, wenn man das Wasser durch die Jodlösung ersetzt, obgleich in diesem Fall keine sichtbaren Strahlen auf die Thermosäule fallen. Gase haben ein geringes Absorptionsvermögen, Kohlendioxyd und Ammoniakgas ein grösseres, als Luft.

596. Die Theorie von Prevost. Ein Körper von 100° befinde sich in einer luftleeren und für Strahlen undurchlässigen Hülle von 0°; er kühlt sich alsdann lediglich durch Ausstrahlung ab. Dieser am Körper sich abspielende Vorgang, bei welchem Wärme in Aetherwellenenergie sich umsetzt, kann von der Beschaffenheit der Hülle, insbesondere von ihrer Temperatur nicht abhängig sein und wird deshalb in gleicher Weise stattfinden, wenn die Hülle ebenfalls auf 100° gebracht wird.

In diesem Fall aber ändert der Körper, wie die Erfahrung lehrt, seine Temperatur nicht, wenn er bei der Temperatur der Hülle keinerlei Veränderung, also z. B. keine chemische Veränderung erleidet. Daraus folgt, dass bei diesem Temperaturgleichgewicht der Körper durch Ausstrahlung ebenso viel Wärme verliert, als er durch Absorption von Strahlen, welche die Hülle ihm zusendet, gewinnt. Dies ist die Theorie des beweglichen Gleichgewichts der Wärme von Prevost.

Wird ein Theil der Hülle auf eine höhere Temperatur gebracht, so nimmt die von diesem Theil herrührende Einstrahlung zu, daher überwiegt nunmehr der Wärmegewinn über den Wärmeverlust und der Körper erwärmt sich. In diesem Fall befindet sich eine Thermosäule, welche, nachdem sie die Temperatur der Umgebung angenommen hat, einer Strahlungsquelle höherer Temperatur ausgesetzt wird. Die gemessene Temperaturerhöhung der Thermosäule ist also das Maass für die Differenz zwischen der Strahlung der Quelle und des durch sie ersetzten Theils der Umgebung; nicht das Maass für die ganze Strahlung der Quelle, was bei der Interpretation derartiger Messungen (vgl. Art. 588) zu beachten ist.

Wird umgekehrt ein Theil der Hülle auf eine tiefere Temperatur gebracht, so nimmt die von diesem Theil der Hülle herrührende Einstrahlung ab, daher überwiegt nun der Wärmeverlust den Wärmegewinn und der Körper kühlt sich ab. In diesem Fall befindet sich eine Thermosäule, vor welche man, nachdem sie Zimmertemperatur angenommen hat, ein Stück Eis bringt.

597. Der Satz von Kirchhoff. Der Körper des vorigen Artikels sei (Fig. 293) eine Metallkugel *M*, die Hülle *H* von seiner Temperatur werde auch kugelförmig, mit *M* concentrisch und vollkommen schwarz angenommen. Die eine Hälfte von *M* sei blank

polirt, die andere Hälfte mit Lampenruss geschwärzt. Das Emissionsvermögen und daher der Wärmeverlust durch Ausstrahlung ist grösser für diese als für jene (Art. 593); in demselben Verhältniss muss der Wärmegewinn durch Absorption auffallender Strahlen, mithin, da die beiden Hälften von den gleichen Strahlen getroffen werden, das Absorptionsvermögen für die geschwärzte Hälfte grösser, als für die blanke sein. Kirchhoff hat gezeigt, dass diese Beziehung für jede Strahlengattung gilt, welche der Körper aussendet, bezw. absorbirt. Von den Strahlen, welche ein Körper aussendet, ziehen wir die in Betracht, welche einer bestimmten Wellenlänge, einem bestimmten Polarisationszustand und einer bestimmten Richtung angehören, wobei die letztere durch ein vor den Körper gesetztes Diopter (Fig. 182, S. 190) fixirt sei. Die Energie der bezeichneten, durch das Diopter tretenden Strahlen heisse das Emissionsvermögen E des Körpers für diese Strahlengattung.

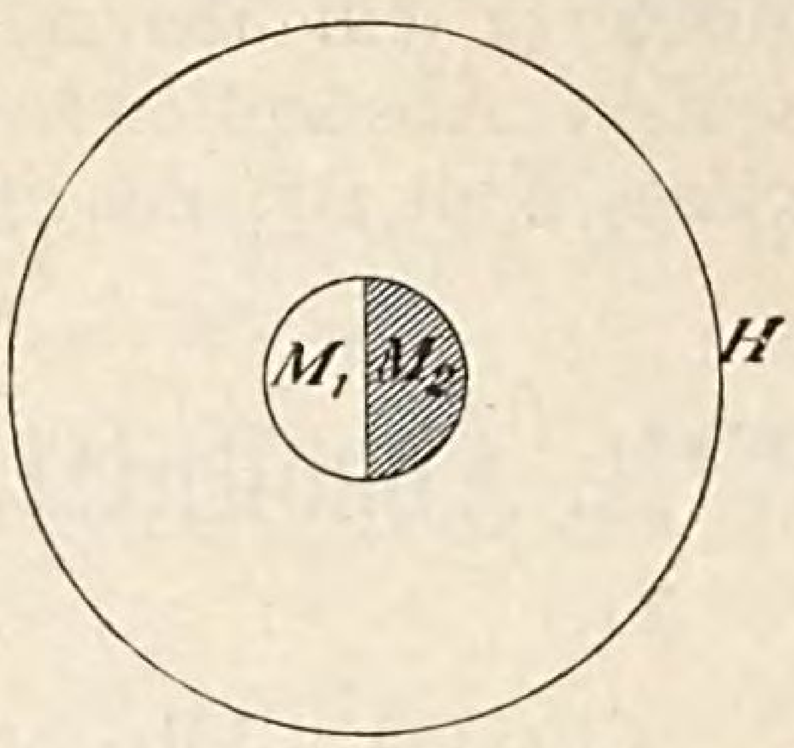


Fig. 293.

Von auffallenden Strahlen dieser Gattung absorbire der Körper den Bruchtheil A, A heisse das Absorptionsvermögen des Körpers für diese Strahlengattung.

Ein strahlender Körper, welcher weder durch die Strahlen, die er aussendet oder absorbirt, noch durch andere Einflüsse, denen er ausgesetzt ist, irgend eine Veränderung erleidet, wenn seine Temperatur durch Zuführung oder Entziehung von Wärme constant gehalten wird, heisse thermaktin.

Für thermaktine Körper gilt alsdann der Satz

$$E = A \cdot e \;.\;.\;.\;. \qquad (103)$$

wo die Grösse e nur von der Temperatur und der Strahlengattung abhängt, auf welche sie sich bezieht. Da A für einen vollkommen schwarzen Körper (Art. 585) $= 1$ ist, so ist e das Emissionsvermögen eines solchen.

Es giebt Körper, welche leuchten oder strahlen durch Veränderungen, welche sie bei constanter Temperatur erleiden, dazu gehören die fluorescirenden, phosphorescirenden und gewisse Körper, wenn eine chemische Veränderung mit ihnen vorgeht. Derartige Körper nennen wir allaktin, für sie gilt der Kirchhoff'sche Satz nicht.

598. Folgerungen. Aus dem Kirchhoff'schen Satz ergiebt sich die Art. 513 geschilderte Beschaffenheit der Absorptionsspektra glühender Gase unter der Voraussetzung, dass diese Körper thermaktine Selbstleuchter sind.

Unterhalb einer gewissen Temperatur sendet der vollkommen schwarze Körper keine rothen Strahlen aus, ist für rothe Strahlen $e = o$; unterhalb dieser Temperatur muss nach Gleichung (103) allen thermaktinen Körpern für rothe Strahlen der Werth $E = o$ zukommen, kann kein solcher Körper roth glühen; das letztere ist möglich erst bei der Temperatur, bei welcher der vollkommen schwarze Körper an-

fängt, roth zu glühen. Die Intensität aber, mit welcher bei der Rothglühhitze ein thermaktiner Körper rothe Strahlen aussendet, ist seinem Absorptionsvermögen proportional und gleich Null, wenn dieses Null ist; das ist der Fall für die meisten gasförmigen Körper.

VIII. Abschnitt. Von der Elektricität und dem Magnetismus.

Cap. 1. Elektrische Kräfte und Elektricität.

599. Elektrische Kräfte. Eine mit Pelzwerk geriebene Ebonitstange zieht einen an einem dünnen Schellackfaden aufgehängten Papierballon zu sich heran, stösst ihn aber, nachdem er mit ihr in Berührung gekommen ist, ab, mit einer Kraft, welche, nach der durch die Abstossung bewirkten Hebung des Ballons beurtheilt, um so grösser wird, je näher die Stange an ihn herangebracht wird.

Die von der geriebenen Ebonitstange ausgeübten Kräfte heissen elektrische Kräfte, ein Körper, welcher dieselben ausübt, heisst elektrisirt oder elektrisch.

600. Elektricität. Der Papierballon erweist sich, nachdem er mit der Ebonitstange in Berührung gewesen ist, auch elektrisch; er zieht einen zweiten an einem Schellackfaden aufgehängten Papierballon an und stösst diesen nach eingetretener Berührung ab.

Trägt man solche durch die Ebonitstange elektrisirte Papierballons im Zimmer herum, indem sie die gleiche relative Lage gegen einander behalten, so bleiben die zwischen ihnen wirkenden Abstossungskräfte ungeändert. Daraus ist die Ansicht entstanden, dass die elektrischen Kräfte zwischen Theilchen eines in oder auf den elektrischen Körpern befindlichen Agens wirken, welches man Elektricität genannt hat; dass aber das zwischen den elektrisirten Körpern befindliche Medium, die Luft, der Lichtäther, welches die Wirkung durchlässt, selbst dabei keine Veränderung erfährt. Dieser Ansicht zunächst folgend sagen wir, die elektrisirten Körper seien mit Elektricität geladen und die Ebonitstange habe von ihrer Ladung dem Papierballon etwas mitgetheilt.

601. Leiter und Isolatoren. Berührt man den geladenen Papierballon mit Schellack oder Paraffin, so bleibt er elektrisch, berührt man ihn mit einem in der Hand gehaltenen Metalldraht, so wird er unelektrisch. Man sagt, jene Körper seien gute Isolatoren, der Metalldraht ein guter Leiter der Elektricität. Schwefel, trockenes Glas, Luft, mag sie trocken oder feucht sein, sind gute Isolatoren; als guter Leiter erscheint bei den beschriebenen Versuchen auch der menschliche Körper. Ein Leiter, z. B. ein Metallstab, kann nur dann elektrisirt werden, wenn er isolirt ist, d. h. auf allen Seiten an Isolatoren grenzt.

Ist zwischen einem leitenden Körper und dem leitenden, feuchten Erdboden eine gutleitende Verbindung hergestellt, z. B. dadurch, dass

man den Körper mit den Wasserleitungsröhren metallisch verbindet, so sagt man, er sei zur Erde abgeleitet.

602. Positive und negative Elektricität. Die Artt. 599 bis 600 beschriebenen Versuche gelingen in gleicher Weise, wenn man anstatt der mit Pelzwerk geriebenen Ebonitstange eine mit Amalgam geriebene Glasstange benutzt, wobei das Amalgam gewöhnlich auf gefettetes Leder aufgetragen ist; aber zwei Körper, von denen der eine mit der Elektricität der Ebonitstange, der andere mit der Elektricität des am Amalgam geriebenen Glases geladen ist, stossen sich nicht ab, sondern ziehen sich an. Man nimmt daher zwei Elektricitäten an, welche man Glas- und Harz-, positive und negative Elektricität nennt; der Sinn der elektrischen Kräfte ist dann durch den Ausspruch bestimmt, dass gleichnamige Elektricitäten sich abstossen, ungleichnamige sich anziehen.

603. Elektrische Influenz. Gleich stark positiv bzw. negativ oder mit Elektricitätsmengen $+e$ bzw. $-e$ sind zwei kleine Metallkugeln geladen, wenn sie auf einen kleinen elektrisirten Körper bei gleicher Entfernung von demselben gleiche und entgegengesetzte elektrische Kräfte ausüben. Mit einander in Berührung gebracht erweisen sich die beiden mit $+e$ bzw. $-e$ geladenen Metallkugeln als unelektrisch; gleich grosse positive und negative Elektricitätsmengen heben also einander auf, und daher kann ein unelektrisches Körpertheilchen mit $+e$ und $-e$ zugleich geladen gedacht werden.

Einer isolirten Metallstange AB (Fig. 294) werde eine negativ elektrische Ebonitstange E genähert. Nach dem Vorstehenden denke man sich in jedem Punkt der Metallstange zugleich $+e$ und $-e$; von der Ebonitstange wird $-e$ abgestossen, $+e$ angezogen, in dem gut leitenden Metall bewegt sich positive Elektricität nach A, negative nach B, AB wird in A positiv, in B negativ elektrisch. Entfernt man die Ebonitstange, so vereinigen sich die geschiedenen Elektricitäten, und da ihre algebraische Summe wegen der Isolirung der Metallstange Null geblieben ist, wird der Körper wieder unelektrisch. Man sagt, die Metallstange sei unter dem Einfluss der genäherten Ebonitstange durch Influenz elektrisch geworden und unterscheidet zuweilen die beiden Influenzelektricitäten, in diesem Fall die positive und negative, als Influenzelektricität erster und zweiter Art.

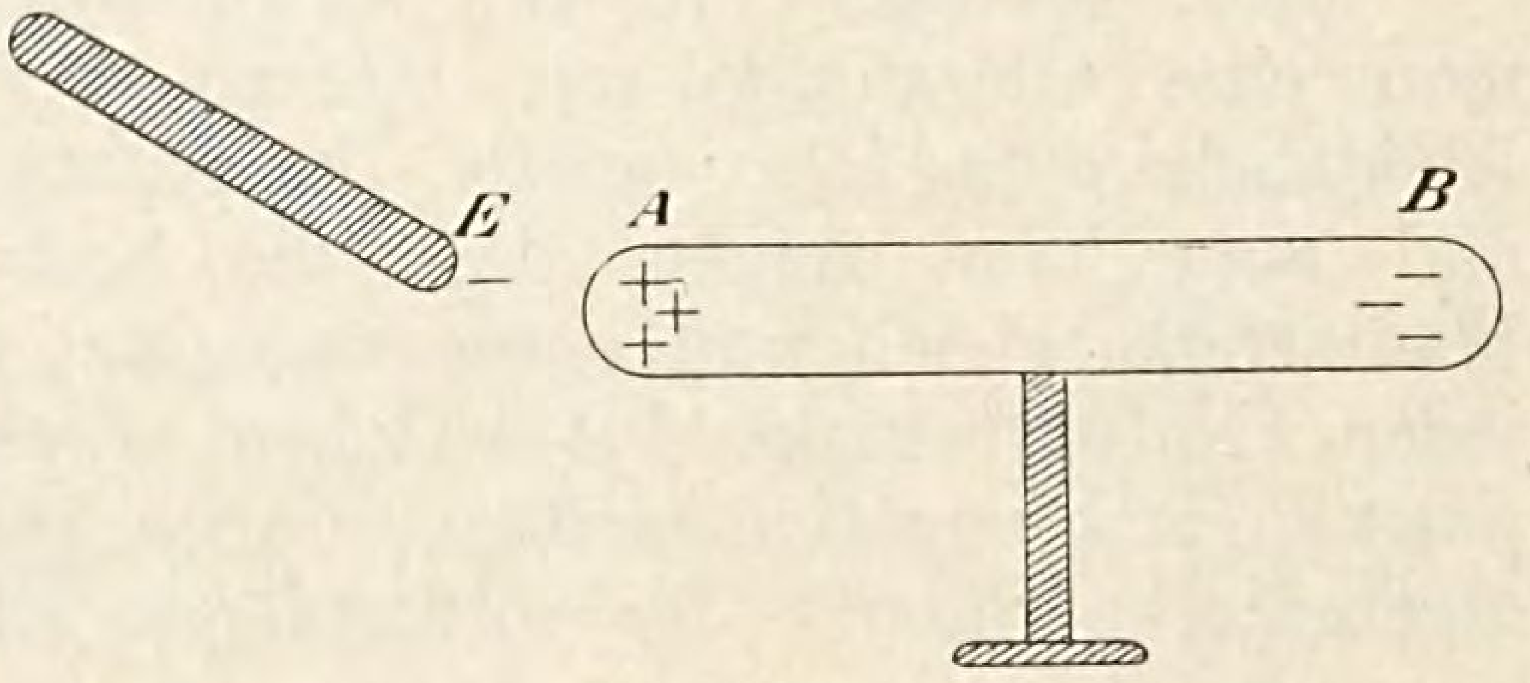


Fig. 294.

604. Das Goldblattelektroskop. In eine Glaskugel G (Fig. 295) ist, durch Schellack s isolirt, ein oben mit einem Knopf versehenes Metallstäbchen M eingeführt, welches an seinem unteren Ende in

der Glaskugel zwei leichte Goldschaumblättchen trägt. Nähert man die negative Ebonitstange dem Knopf des Elektroskops, so wird der metallische Theil des letzteren durch Influenz elektrisch, positive Elektricität wird in den Knopf gezogen, negative in die Blättchen getrieben, welche mit dieser, so lange die Ebonitstange sich am Platz befindet, divergiren und wieder zusammenfallen, wenn man die Stange entfernt. Berührt man aber den unter der Wirkung der Ebonitstange stehenden Knopf mit dem Finger, so fliesst die negative Elektricität durch den Körper ab, während die positive von der negativen Ebonitstange festgehalten wird. Entfernt man nun zuerst den Finger, alsdann die Ebonitstange, so verbreitet sich die positive Elektricität in die Blättchen, und diese divergiren mit positiver Elektricität. Ebenso kann man das Elektroskop durch Influenz einer positiv elektrischen Glasstange negativ laden.

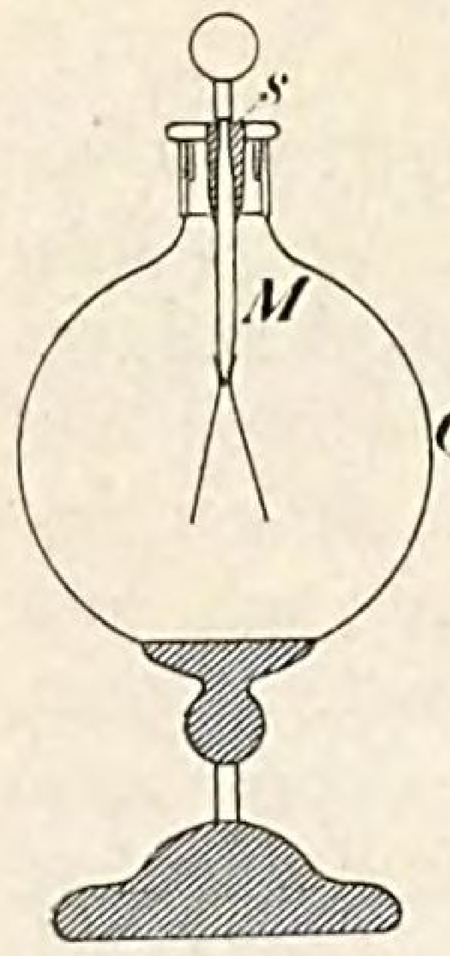


Fig. 295.

605. Prüfung eines elektrisirten Körpers am Elektroskop. Dem Knopf des etwa positiv geladenen Elektroskops wird der zu prüfende Körper genähert. Ist er positiv elektrisch, so zieht er negative Elektricität an und treibt positive in die Blättchen, deren Divergenz vermehrend; umgekehrt verhält sich ein negativer Körper. Im letzteren Fall können bei fortgesetzter Annäherung des Körpers die Blättchen zusammenfallen und dann aufs Neue, nun aber mit negativer Elektricität divergiren, um so stärker, je näher der Körper gebracht wird; die Annäherung desselben muss daher langsam aus der Ferne bewerkstelligt werden.

606. Gesetz von der Erhaltung der Elektricität. Reibt man eine Glasstange mit Kautschuk, so erweist sich vor dem Elektroskop das Glas positiv, der Kautschuk aber negativ elektrisch, und man kann zeigen, dass die Ladungen des Glases und des Kautschuks gleich und entgegengesetzt sind. In der That wird bei jedem Naturvorgang, bei welchem Elektricität entsteht, gleichviel positive und negative erzeugt; durch keinen Naturvorgang wird die algebraische Summe der vorhandenen Elektricität geändert.

607. Leitung durch die Wasserhaut des Glases. Thüringer Glas zeigt sich in feuchter Luft durch die es überziehende Wasserhaut (Art. 236) leitend; in der Hand gehalten und mit dem geladenen Elektroskop in Berührung gebracht, entlädt es dasselbe. Entfernt man die Wasserhaut durch Erwärmen des Glases, so isolirt es und entlädt das Elektroskop nicht mehr. Glastheile, welche zur Isolirung dienen, sollten daher von Zeit zu Zeit mit siedendem Wasser behandelt (Art. 236) und womöglich wärmer, als die umgebende Luft gehalten werden.

608. Der Elektrophor (Fig. 296) besteht aus dem Kuchen *A*, d. i. einer Ebonitscheibe, dem Deckel *B*, d. i. einer Metallscheibe mit isolirender Handhabe *H*, und der Form *C*. Setzt man auf den

durch Schlagen mit Pelzwerk negativ elektrisirten Kuchen den Deckel, so wird dieser durch Influenz elektrisch, berührt man ihn mit dem Finger, so wird die negative Influenzelektricität abgeleitet, die positive zunächst durch die negative Ladung des Kuchens festgehalten, aber frei, wenn man den Deckel abhebt; man kann nun einen Funken aus demselben ziehen (Art. 628) und ihn dadurch entladen. Da bei diesen Vorgängen die Ladung des Kuchens ungeändert geblieben ist, so kann das Spiel beliebig oft wiederholt werden. Bei der Entladung des Deckels wird Energie gewonnen (Artt. 631—633); es muss also bei seiner Ladung eine äquivalente Menge von Energie verbraucht werden.

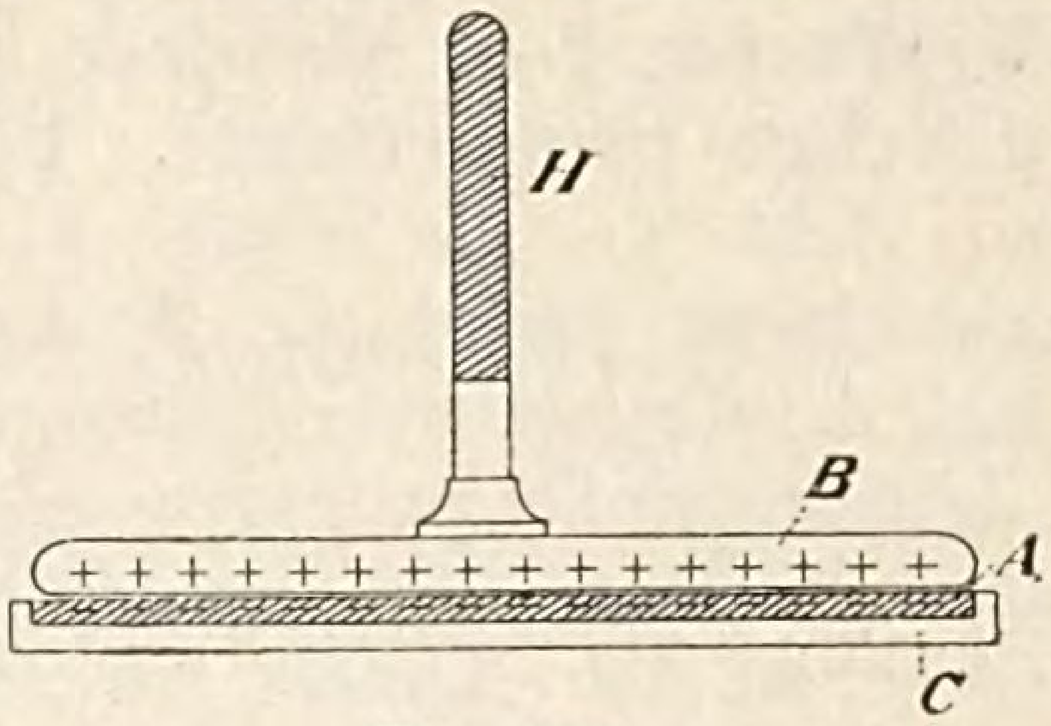


Fig. 296.

Beim Abheben des positiv elektrischen Deckels wird in der That mechanische Arbeit gegen die vom negativen Kuchen ausgeübte elektrische Anziehungskraft geleistet und diese nur zum Theil bei dem darauffolgenden Herablassen des entladenen Deckels wieder gewonnen, da dieser nunmehr beide Influenzelektricitäten, positive und negative enthält, und die vom Kuchen auf jene ausgeübte Anziehung durch die auf diese ausgeübte Abstossung theilweise compensirt wird; damit ist das fragliche Arbeitsäquivalent gegeben.

Die Form vermindert den allmählich eintretenden Ladungsverlust des Kuchens.

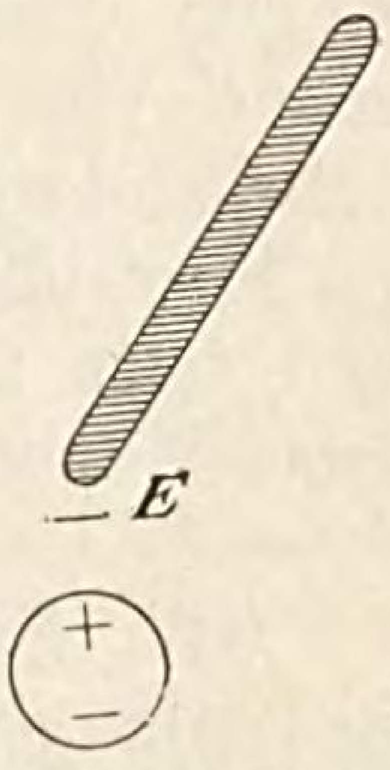


Fig. 297.

609. Elektrische Anziehung ungeladener Körper durch geladene. Eine negative Ebonitstange E (Fig. 297) zieht einen ungeladenen Körper, z. B. ein Hollundermarkkügelchen, an, indem sie es durch Influenz elektrisch macht und auf die ihr nähere positive Influenzelektricität eine Anziehung ausübt, welche durch die auf die entferntere negative Influenzelektricität von ihr ausgeübte Abstossung nur zum Theil compensirt wird. Das ist die Erklärung des Art. 599 beschriebenen Phänomens; indem die Alten dasselbe am geriebenen Bernstein (ἤλεκτρον) entdeckten, entstand der Name Elektricität[1].

Cap. 2. Das Coulomb'sche Gesetz.

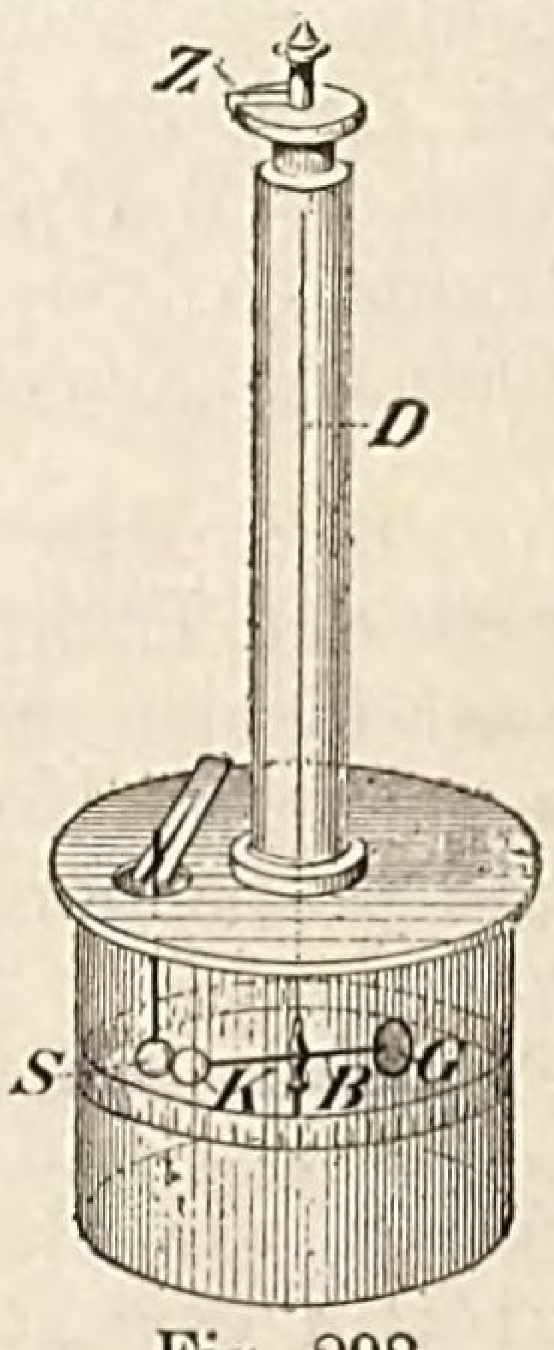


Fig. 298.

610. Die elektrische Drehwage (Fig. 298). Ein dünner Metalldraht D trägt den Wagebalken aus Schellack mit der vergoldeten Hollundermarkkugel K und einem Gegengewicht G. Die Vorrichtung befindet sich in einem geschlossenen Glascylinder mit aufgesetzter, ihm conaxialer Röhre, in deren Axe der Draht. Die „Standkugel" S wird an isolirender Handhabe eingeführt, die Drehung des Balkens durch eine um das Gefäss gelegte Theilung bestimmt. Das obere Ende des Metalldrahtes ist an einem um die Drahtaxe drehbaren, mit einem Zeiger Z

[1] Das Wort „elektrisch" findet sich zuerst bei Gilbert (1600).

versehenen Stück befestigt; der Zeiger spielt über einer Gradtheilung. In der torsionslosen Gleichgewichtslage des Balkens berühren sich die Kugeln K und S.

611. Die zwischen zwei elektrischen Punkten wirkende Kraft ist dem Quadrat der Entfernung zwischen ihnen umgekehrt proportional. Führt man die geladene Standkugel ein, so zieht sie die Kugel K an, stösst sie aber ab, wenn nach eingetretener Berührung die Ladung sich zwischen den Kugeln getheilt hat. In der neuen Gleichgewichtslage des Balkens ist nunmehr das dem Torsionswinkel proportionale Torsionsmoment des Drahtes (Art. 206) dem in Bezug auf die Drahtaxe genommenen Drehungsmoment der zwischen den Kugeln wirkenden Abstossung gleich.

In einem Versuch von Coulomb war dabei der Balken um 36° aus der torsionslosen Anfangslage abgelenkt worden, der Draht also um 36° tordirt. Um nun die Kugel K der Kugel S bis auf 18° zu nähern, musste man dem oberen Endquerschnitt des Drahtes eine Drehung von 126° ertheilen und damit den Torsionswinkel (Art. 206) auf

$$126^0 + 18^0 = 144^0 = 4 \times 36^0$$

bringen. Damit ist der Beweis des in der Ueberschrift ausgesprochenen Satzes geliefert, indem bei den kleinen Ablenkungen des Balkens unberücksichtigt bleiben konnte, dass die Abstände der Kugeln nicht den Kreisbögen, sondern den Sehnen gleich sind und dass die Hebelarme (Art. 28) der elektrischen Abstossung in den beiden Messungen etwas verschiedene waren.

612. Superposition der elektrischen Kräfte. Reducirt man die Ladung der Standkugel auf die Hälfte, indem man sie mit einer unelektrischen Kugel von gleicher Grösse berührt, so findet man die Abstossung bei ungeänderter Ladung der beweglichen Kugel auf die Hälfte des früheren Werthes reducirt; die Kraft ist also der Grösse der Ladungen proportional. Man kann dies auch so ausdrücken, dass die Wirkung mehrerer demselben Körper gleichzeitig ertheilter Ladungen die Summe der Wirkungen ist, welche die einzelnen Ladungen hervorbringen.

613. Das Coulomb'sche Grundgesetz, elektrostatische Einheit der Elektricitätsmenge. Die mechanische Kraft F zwischen zwei kleinen mit e_1 und e_2 geladenen, im Abstande r von einander befindlichen Körpern ist also nach ihrer Verbindungslinie gerichtet und proportional mit

$$\frac{e_1 \, e_2}{r^2}\,.$$

Setzen wir die in absolutem Maass (Art. 70) gemessene Kraft F gleich diesem Ausdruck:

$$F = \frac{e_1 \, e_2}{r^2} \quad \ldots . \qquad (104)$$

so ist im C-G-S-system [1] als Einheit der Ladung oder Elektricitätsmenge die genommen, welche auf eine ihr gleiche in 1 cm Entfernung eine Kraft gleich einer Dyne (Art. 70) ausübt. Diese Einheit heisst die elektrostatische Einheit der Elektricitätsmenge und ist eine absolute Einheit. Abstossung ist positiv, Anziehung negativ gerechnet. Die beiden folgenden Artikel enthalten mathematische Folgerungen aus dem Coulomb'schen Gesetz.

614. Die Elektricität befindet sich im Gleichgewicht auf der äusseren Oberfläche der Leiter und übt in dem von dieser umschlossenen Raum keine elektrische Kraft aus. Zur experimentellen Bestätigung der ersten Behauptung berührt man (Fig. 299) eine isolirte, geladene Metallkugel K mit zwei sie umschliessenden und auf einander passenden, an isolirenden Griffen gehandhabten Halbkugeln H. Hebt man diese ab, so findet man die Kugel unelektrisch, indem die Ladung auf die Halbkugeln übergegangen ist.

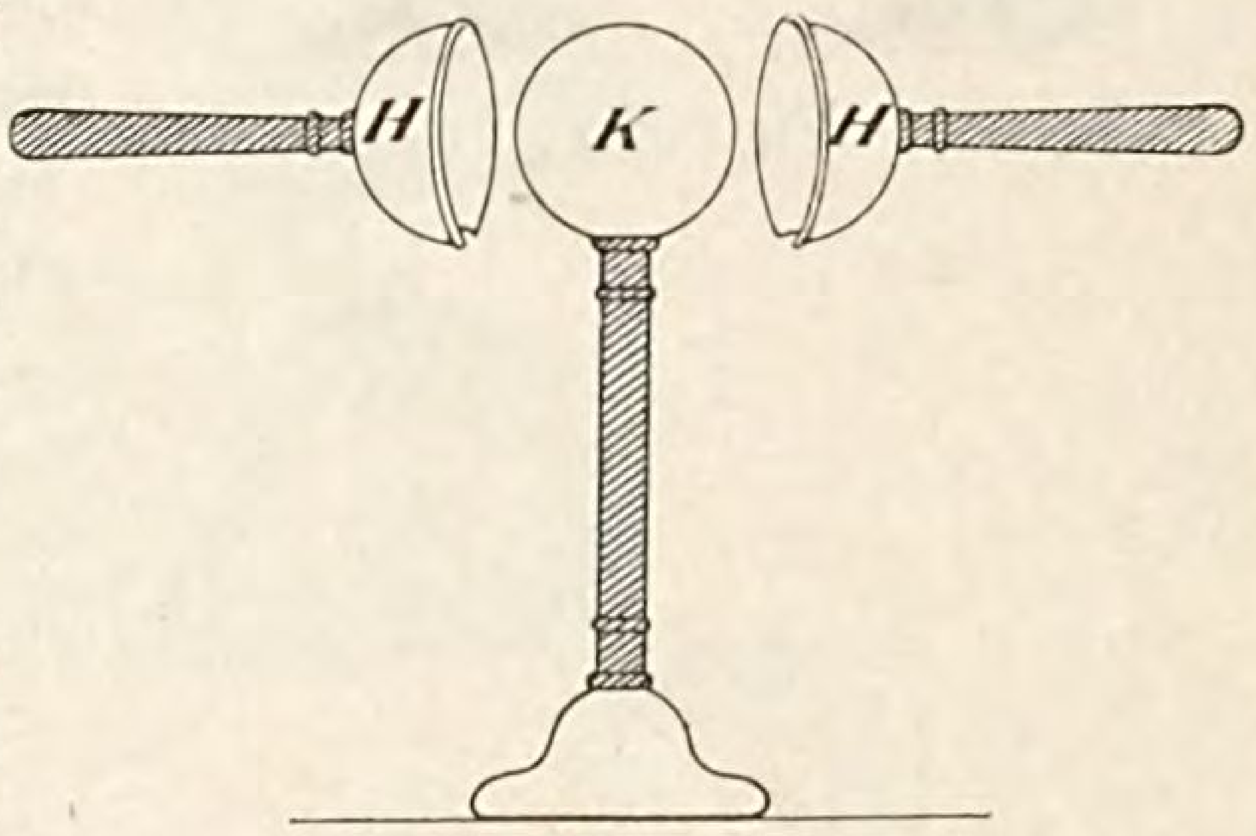


Fig. 299.

Zur Bestätigung der zweiten Behauptung stellte Faraday eine mit leitender Oberfläche versehene Kammer isolirt auf und begab sich mit empfindlichen Elektroskopen in sie hinein. Wie stark er sie auch von aussen elektrisiren liess, so konnte er doch innen keine Spur einer elektrischen Wirkung bemerken.

615. Die elektrische Flächendichte an einer Stelle der Oberfläche eines geladenen Leiters ist die Ladung der Flächeneinheit, bzw. die auf die Flächeneinheit reducirte (Art. 10) Ladung an dieser Stelle. Zur experimentellen Bestimmung der Flächendichte berührt man den geladenen Körper an der zu untersuchenden Stelle mit einem kleinen, an isolirendem Griff gehandhabten Metallscheibchen, welches, abgehoben, eine der dort vorhandenen Flächendichte proportionale Ladung mitnimmt; diese wird durch die Drehwage gemessen.

616. Wirkung der Spitzen. An stark gekrümmten Oberflächentheilen, also insbesondere an zugespitzten Stellen oder Spitzen, ist die Flächendichte sehr gross. Nun wächst mit der Flächendichte die elektrische Kraft an der Oberfläche und hinreichend grossen elektrischen Kräften hält kein Isolator Stand. Daher wird aus Spitzen die Elektricität leicht in die Luft hinein entladen, so dass ein mit solchen versehener Leiter nicht stark elektrisirt werden kann.

---

[1] Wo in der Elektricitätslehre von absolutem Maass die Rede sein wird, ist stets stillschweigend das C-G-S-system vorausgesetzt.

Auf das Elektroskop (Fig. 300) schraube man einen Teller, setze auf diesen einen zugespitzten Leiter *1* und nähere der Spitze den mit $+E$ geladenen isolirten Leiter *2*. Ist die Dichtigkeit der negativen Influenzelektricität an der Spitze gross genug geworden, so strömt $-e$ von *1* auf *2* über und neutralisirt dort $+e$. Nach diesem Vorgange befindet sich auf dem Leiter *2* die Ladung $E-e$, auf dem Leiter *1* ein Ueberschuss $+e$ von positiver Elektricität; man pflegt zu sagen, dass die Spitze die Ladung $+e$ von dem Conduktor abgesaugt hat, mit dieser ist das Elektroskop geladen.

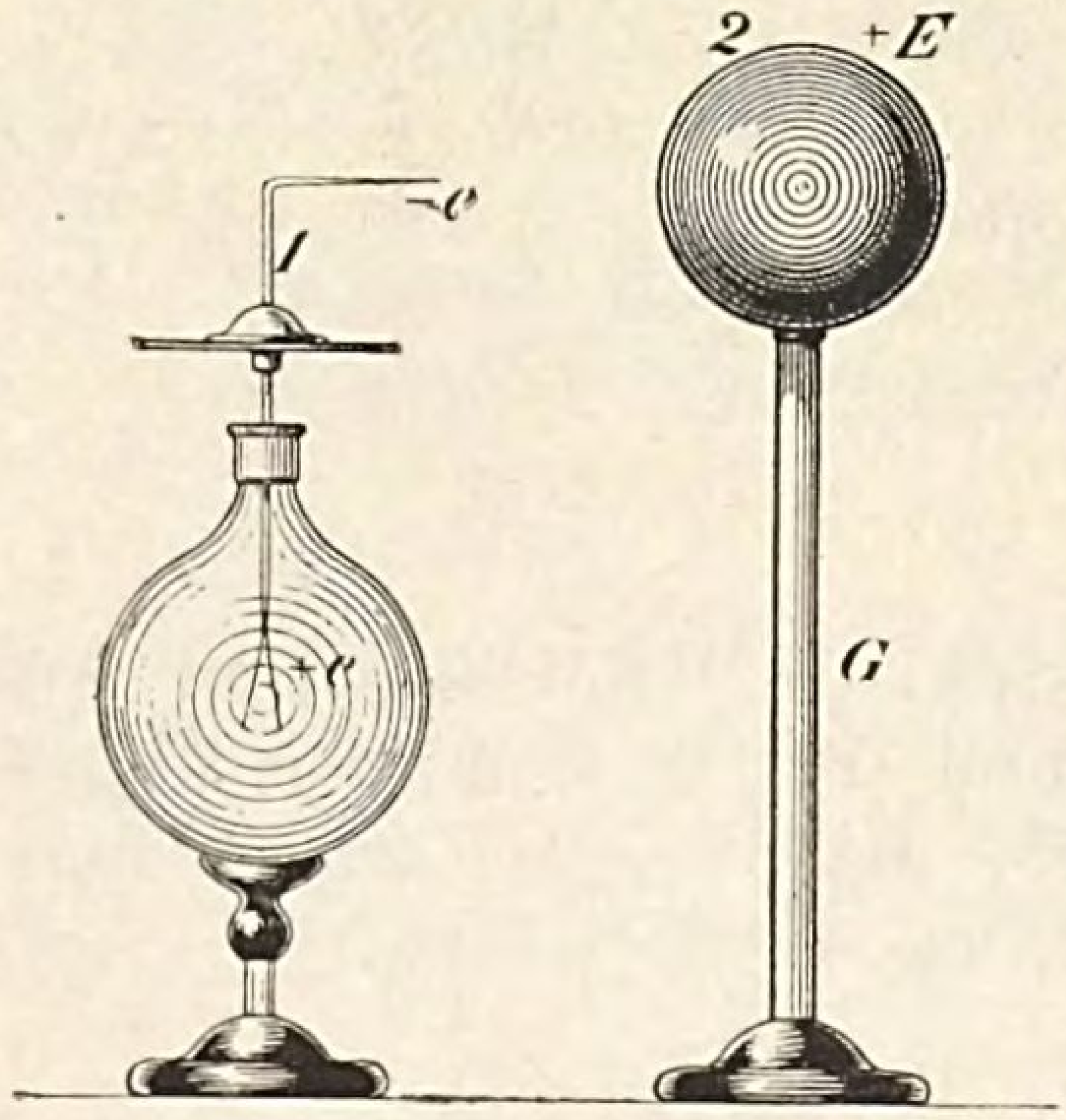


Fig. 300.

Wird (Fig. 301), eine zur Erde abgeleitete Spitze dem Conduktor P einer arbeitenden Elektrisirmaschine (Art. 617) genähert, so saugt die Spitze von P Elektricität ab, welche zur Erde fliesst; durch die Vorrichtung Fig. 301 wird dies sichtbar gemacht, indem die abfliessende Elektricität die kleine Luftstrecke zwischen der Kugel K und dem zur Erde abgeleiteten Plättchen p unter Funkenbildung durchbricht.

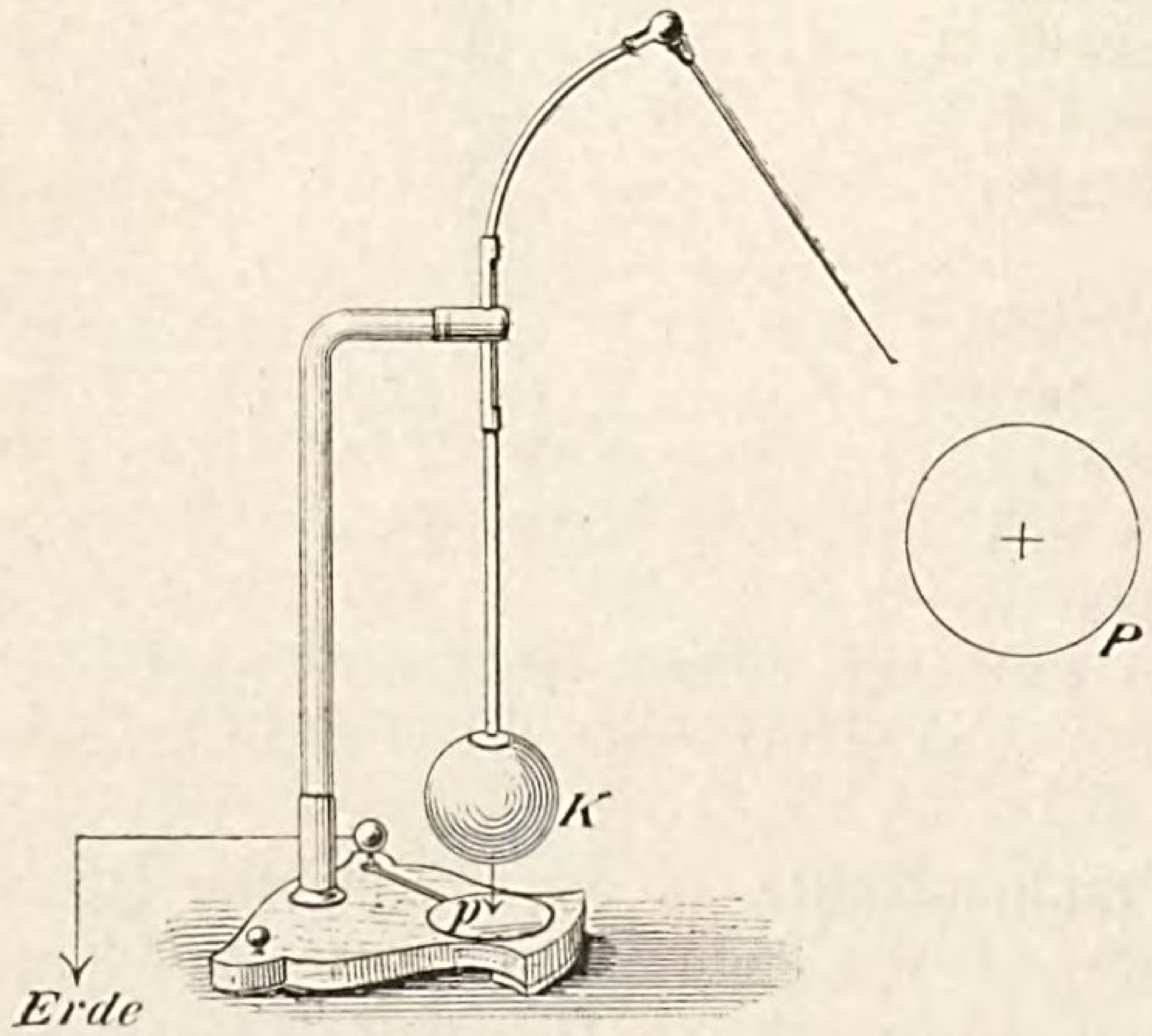


Fig. 301.

617. Die Reibungselektrisirmaschine. Durch Reibung an dem mit Amalgam bestrichenen Lederkissen L des Reibzeuges R (Fig. 302) wird die rotirende Glasscheibe G mit positiver, das Reibzeug R mit negativer Elektricität geladen, welche letztere man zur Erde ableitet. Die positive Elektricität der Scheibe tritt durch Saugwirkung der mit dem isolirten Conduktor P verbundenen Spitzenkämme S[1] auf jenen über. Der mit dem Reibzeuge verbundene Fortsatz F aus Seidenzeug verhütet das Zurückschlagen der positiven Elektricität des Glases zum Reibzeug. Um auf dem mit dem Reibzeuge verbundenen Conduktor P' die negative Elektricität des Reibzeuges anzusammeln, isolirt man dieses und leitet den Conduktor P zur Erde ab.

[1] In der Figur ist der eine Spitzenkamm zur Sichtbarmachung desselben gehoben, der andere so gezeichnet, wie er beim Gebrauch der Maschine steht.

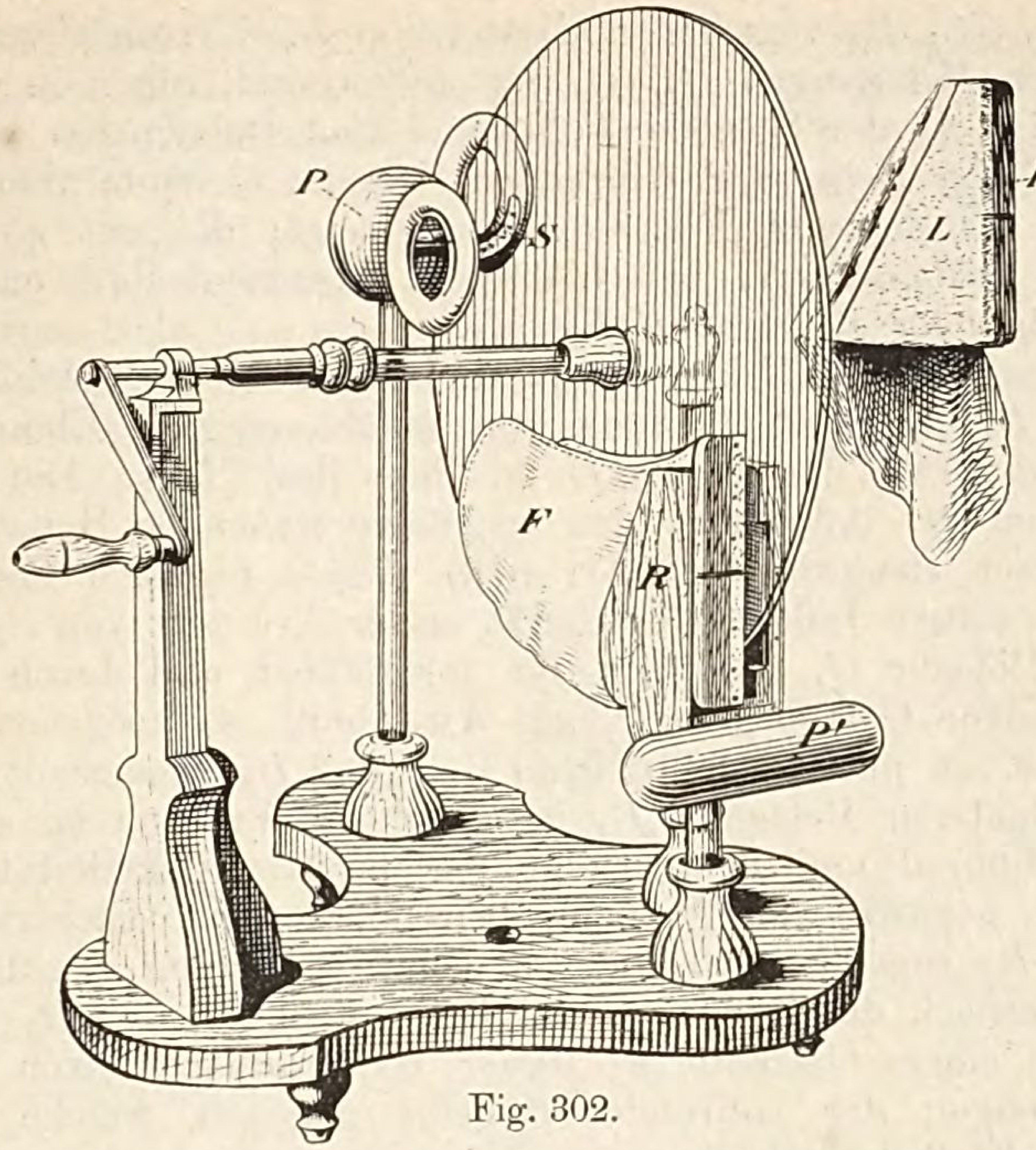


Fig. 302.

618. Die Influenzmaschine von Holtz. Die gefirnisste Glasscheibe G[1] (Fig. 303) rotirt vor der feststehenden, mit den Carton-

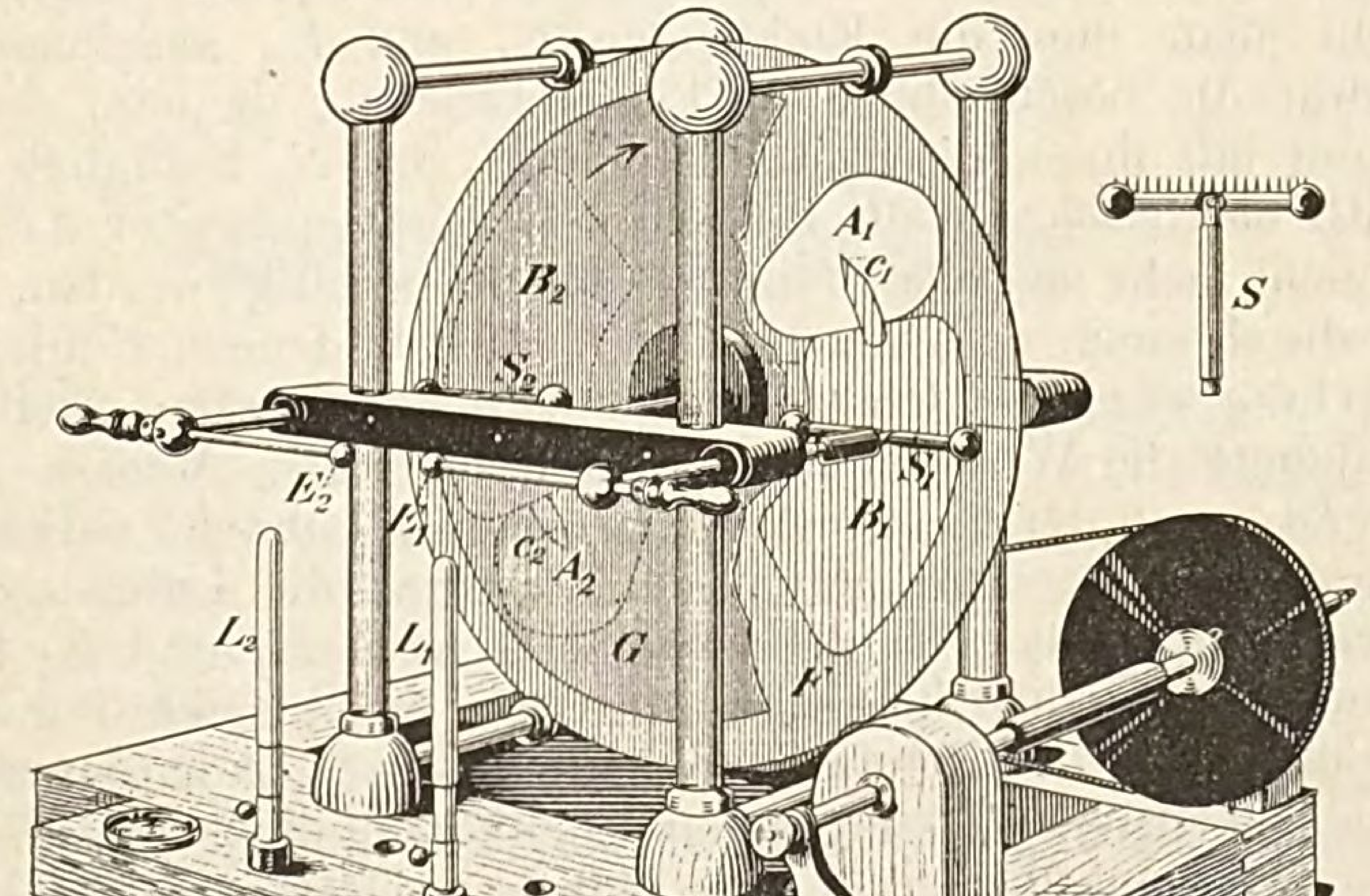


Fig. 303.

[1] In der Figur zur Sichtbarmachung des hinter G Befindlichen abgebrochen gezeichnet.

belegungen B_1, B_2 versehenen Glasscheibe F. Cartonspitzen c_1, c_2, die mit den Belegungen B_1, B_2 verbunden sind, ragen in die Ausschnitte A_1, A_2 der Scheibe F hinein. Den Belegungen gegenüber stehen auf der Seite der rotirenden Scheibe G Spitzenkämme S_1, S_2, deren Einrichtung Fig. 303 bei S zeigt; die mit S_1 und S_2 metallisch verbundenen, verschiebbaren Messingdrähte endigen in den Kugeln oder Elektroden E_1, E_2.

Man schiebt die Elektroden E_1 und E_2 zusammen, elektrisirt die Belegung B_1 durch Mittheilung von einer erregten Ebonitscheibe negativ und dreht die Scheibe G im Sinne des Pfeils. Die negative Ladung von B_1 influenzirt den gegenüberstehenden Spitzenkamm; durch dessen Saugwirkung (Art. 616) fliesst negative Elektricität nach E_1, positive Influenzelektricität erster Art tritt von S_1 auf die rotirende Scheibe G, wird von ihr fortgeführt und durch die mit B_2 verbundene Cartonspitze c_2 am Ausschnitt A_2 aufgesaugt.

An der so positiv elektrisirten Belegung B_2 wiederholt sich die an der negativen Belegung B_1 beschriebene Wirkung im entgegengesetzten Sinn, also mit dem Erfolge, dass positive Elektricität nach E_2 strömt, die negative von E_1 neutralisirend, negative Elektricität der Belegung B_1 zugeführt wird, deren negative Ladung verstärkend.

So wachsen die Ladungen der Belegungen B_1 und B_2 fort und fort bis zu einem Grenzwerth; dieser ist praktisch durch das Isolationsvermögen der rotirenden Scheibe gegeben, welche an verschiedenen Stellen ungleichnamige Ladungen beherbergen muss, und wird nach der Stärke der Licht- und Schalleffekte beurtheilt, von denen das Ausströmen der Elektricität an den Spitzen begleitet ist.

Zieht man nun die Elektroden E_1 und E_2 auseinander, so nimmt zwar die beschriebene Wirkung etwas ab, da jetzt die Elektroden und mit ihnen die Spitzenkämme S_1 und S_2 bezüglich negativ und positiv elektrisch und die Influenzelektricitäten zweiter Art bei E_1 und E_2 nicht mehr so vollständig, wie früher beseitigt werden. Doch, so lange durch einen zwischen E_1 und E_2 sich bildenden Funkenstrom ein theilweiser Ausgleich der Influenzelektricitäten zweiter Art erfolgt, dauert die Wirkung noch in hinreichendem Maasse an und erlischt erst, wenn der Funkenstrom zwischen E_1 und E_2 aufhört. Benutzt werden bei der Anwendung der Maschine die Influenzelektricitäten zweiter Art, die von der Scheibe G nach E_1 und E_2 fliessen.

Wenn bei der leer laufenden Maschine die Scheibe G durch die Trägheit ihre Rotation fortsetzt, und man nun durch Laden der einen Belegung die elektrische Wirkung einleitet, so kommt die Scheibe G schnell zur Ruhe. Daraus geht hervor, dass man beim Drehen der Elektricität liefernden Maschine gegen elektrische Kräfte Arbeit leisten muss. Diese Arbeit ist es, auf Kosten deren die elektrische Energie gewonnen wird.

Cap. 3. Der Condensator und das elektrische Potential.

619. Der Plattencondensator. Mit dem Conduktor P einer arbeitenden Elektrisirmaschine, dessen positive Ladung auf einem

constanten Werth gehalten wird, verbinde man durch einen Metalldraht die Metallplatte *I* (Fig. 304[a]). Positive Elektricität strömt auf *I* über, bis bei wachsender Ladung von *I* die von *P* und *I* auf ein Elektricitätstheilchen $+e$ ausgeübten abstossenden Kräfte sich das Gleichgewicht halten. Stellt man nunmehr (Fig. 304[b]) der Platte *I* eine zur Erde abgeleitete parallele *A* nahe gegenüber, so entsteht der positiven Schicht von *I* gegenüber auf *A* eine Schicht negativer Influenzelektricität erster Art, welche auf das Theilchen $+e$ anziehend wirkt; daher strömt jetzt mehr Elektricität, als früher, von *P* auf die Platte *I* über.

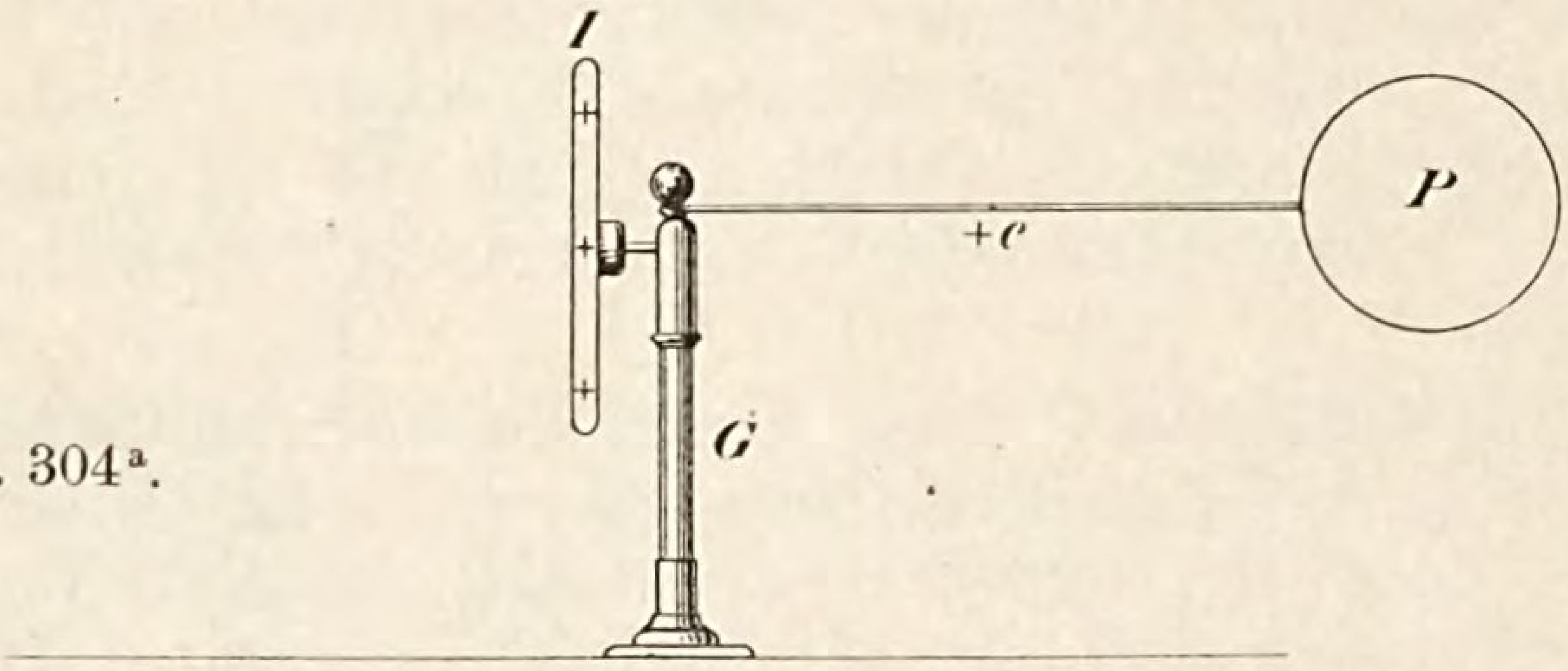
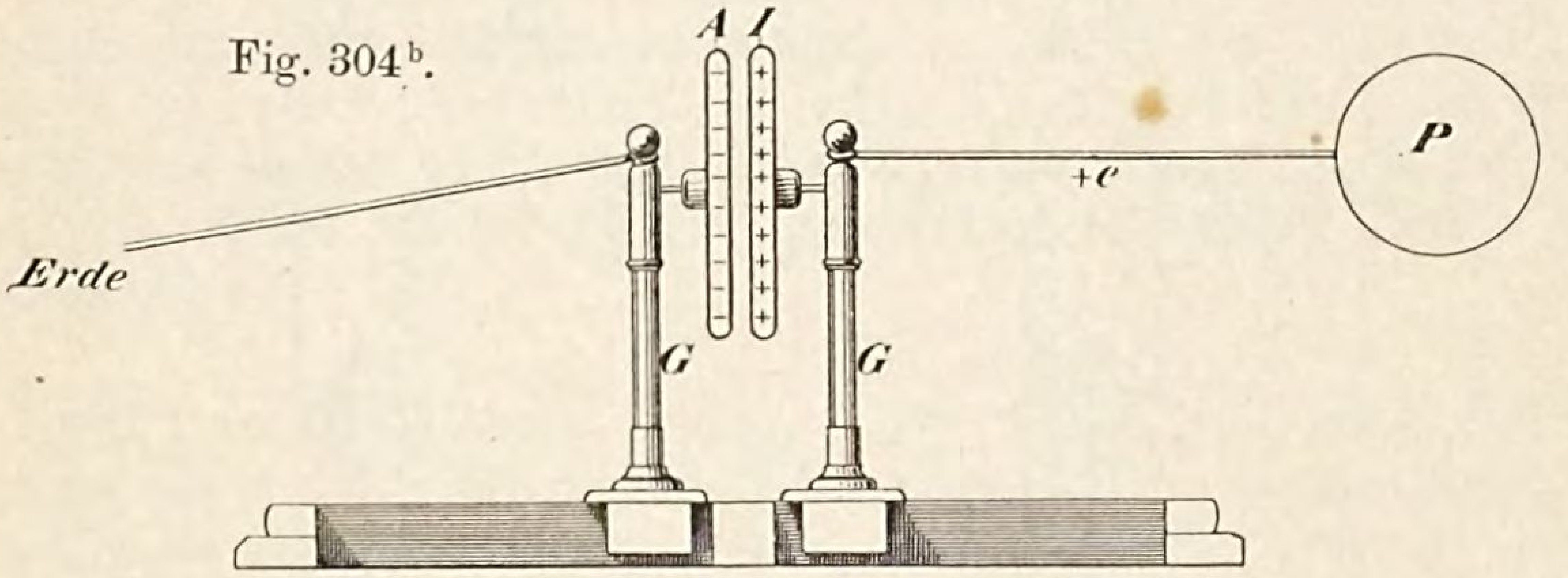


Fig. 304[a].

Fig. 304[b].



Die auf *A* gebildete negative Schicht und die geschilderte hülfreiche Wirkung derselben weist man nach, indem man mit der nunmehr vom Conduktor *P* abgetrennten Platte *I* (Fig. 305[a]) elektrische Pendelchen verbindet, diesen durch Laden von *I* eine Divergenz von schicklicher Grösse ertheilt und alsdann (Fig. 305[b]) die zur Erde abgeleitete Scheibe *A* nahe an *I* heran bringt; dabei fallen die Pendelchen zusammen. Entfernt man hierauf die auch mit Pendelchen versehene Platte *A*, nachdem man sie isolirt hat (Fig. 305[c]), so divergiren ihre Pendelchen mit negativer Elektricität.

Die beschriebene Vorrichtung heisst ein Plattencondensator, *I* die Collektorplatte, *A* die Condensatorplatte; was der Condensator leistet, drückt man am einfachsten aus, wenn man den Begriff des Potentials benutzt.

620. Das elektrische Potential. Ein Raum, in welchem elektrische Kräfte wirken, heisst ein elektrisches Feld. Die Feldstärke oder die elektrische Kraft in einem Punkte *P* des Feldes ist

die mechanische Kraft, welche auf einen in P befindlichen, mit der Ladung $+1$ (Art. 613) versehenen materiellen Punkt ausgeübt wird.

a

b

c

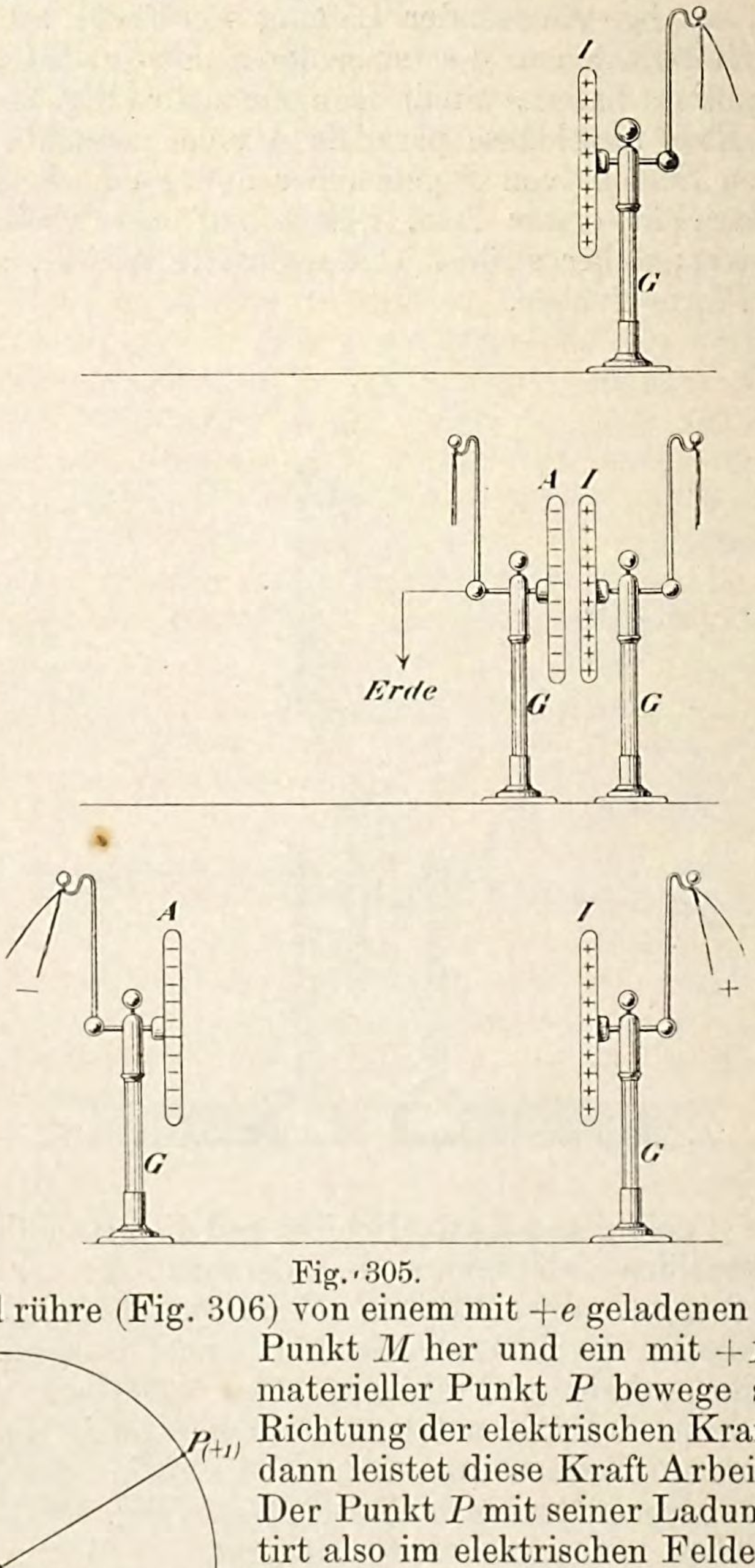


Fig. 305.

Das Feld rühre (Fig. 306) von einem mit $+e$ geladenen materiellen Punkt M her und ein mit $+1$ geladener materieller Punkt P bewege sich in der Richtung der elektrischen Kraft MP; alsdann leistet diese Kraft Arbeit (Art. 42). Der Punkt P mit seiner Ladung repräsentirt also im elektrischen Felde potentielle Energie, sowie ein Gewicht, welches über dem Boden sich befindet, im Felde der Schwerkraft (Art. 46). Die Energie oder Arbeitskraft des Punktes P ist verbraucht, wenn er in unendliche Ferne von M gebracht ist, und die dabei von der elektrischen Kraft an P geleistete Arbeit ist unabhängig von dem Wege, auf welchem P in unendliche

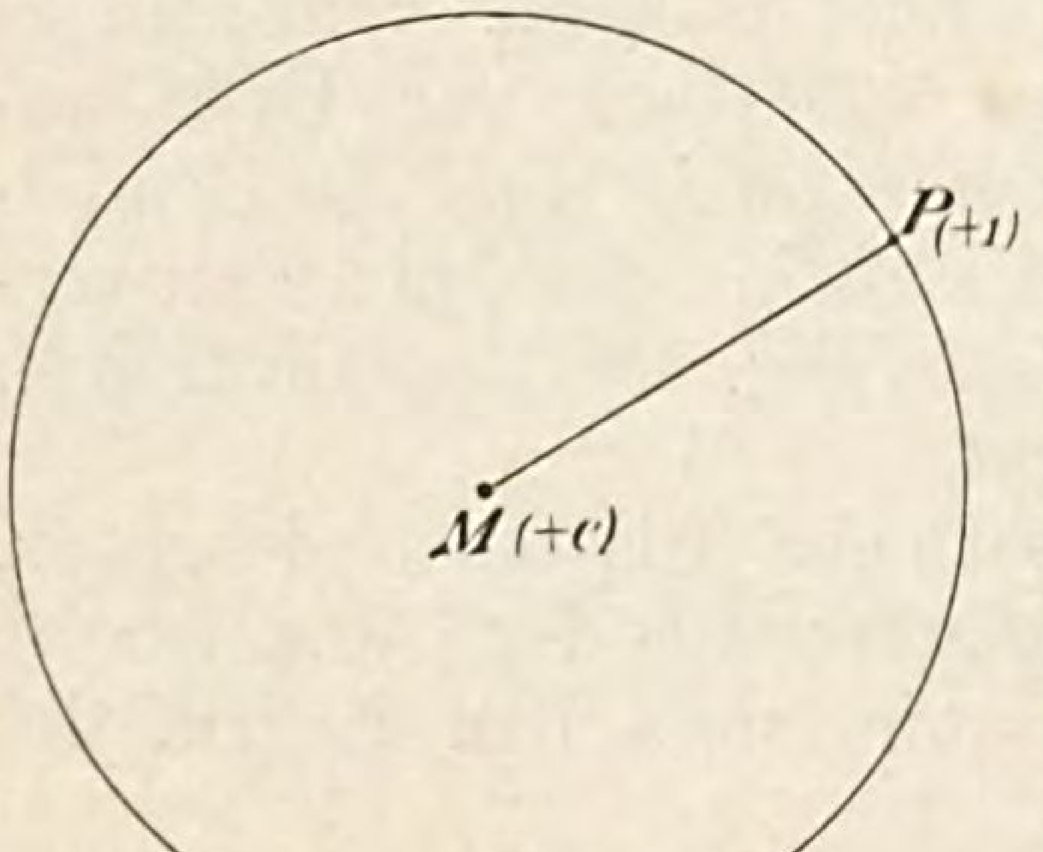


Fig. 306.

Ferne befördert wird. (Vgl. den analogen Fall bei der Schwerkraft Art. 48.)

Unter dem Potential im Punkte P des Feldes versteht man die potentielle Energie eines mit $+1$ geladenen materiellen Punktes in P. Das Potential in einem Punkt P des elektrischen Feldes ist also die Arbeit, welche die elektrischen Kräfte leisten, wenn die Elektricitätsmenge $+1$ aus P in unendliche Entfernung von den das Feld erzeugenden Körpern gebracht wird; oder auch die Arbeit, welche gegen die elektrischen Kräfte geleistet werden muss, um die Elektricitätsmenge $+1$ aus unendlicher Ferne nach P zu bringen.

Rührt das Feld von geladenen Leitern her, so würde die wirkliche Einführung des geladenen Punktes P die Anordung der Elektricität auf den Leitern durch Influenzwirkung verändern; in der gegebenen Definition ist bei der gedachten Einführung des geladenen Punktes Unveränderlichkeit des Feldes unterstellt.

621. Niveaufläche. Die bei irgend einer Ortsveränderung des elektrischen Einheitspunktes von den elektrischen Kräften geleistete Arbeit ist, wie im Fall des sinkenden Gewichts (Art. 46), gleich der Abnahme der potentiellen Energie oder des Potentials. Bewegt sich also in dem einfachen Fall Art. 620 (Fig. 306) der Punkt P auf einer um M beschriebenen Kugel, so bleibt das Potential constant, da die elektrische Kraft in jedem Punkt der Kugeloberfläche senkrecht zu dieser steht und deshalb keine Arbeit geleistet wird (Art. 42). Eine solche Fläche constanten Potentials heisst eine Niveaufläche.

622. Potential eines Leiters. Die Oberfläche eines Leiters, auf welchem die Elektricität im Gleichgewicht ist, muss eine solche Niveaufläche sein, das Potential auf der Oberfläche und im Innern des Leiters einen constanten Werth, welchen man das „Potential des Leiters“ nennt, besitzen; denn andernfalls würde an einem Elektricitätstheilchen, wenn es auf der Oberfläche oder im Innern verschoben wird, Arbeit geleistet werden (Art. 45). Die Kraft, welche auf ein Theilchen der Ladung wirkt, ist dann senkrecht zur Oberfläche in den Isolator hinein gerichtet, kann also keine Bewegung der Elektricität hervorbringen. Auf allen mit einander leitend verbundenen Leitern ist beim Gleichgewicht der Elektricität dasselbe Potential vorhanden. Vgl. indessen Art. 659.

623. Das Potential der Erde wird gleich Null gesetzt. Durch elektrische Messungen können stets nur Potentialdifferenzen, nicht aber absolute Potentialwerthe ermittelt werden. Man verschaffe sich ein Elektroskop, dessen Gehäuse aus einem Drahtkorb gebildet ist, stelle diesen isolirt auf und verbinde Knopf und Gehäuse metallisch. Man kann nunmehr das Ganze beliebig stark elektrisiren, das elektrische Potential desselben beliebig, so bedeutend steigern, dass man Funken aus dem Gehäuse zu ziehen vermag, ohne dass eine

Divergenz der Blättchen eintritt. Eine solche zeigt sich erst, wenn man die leitende Verbindung zwischen Knopf und Gehäuse aufhebt und alsdann etwa jenen elektrisirt, dieses zur Erde ableitet. Das Goldblattelektroskop giebt also die Potentialdifferenz zwischen dem Knopf und dem Gehäuse an, wobei das Potential des letzteren einen bestimmten Werth nur dann besitzt, wenn es gut leitend ist.

Aus diesen Auseinandersetzungen geht hervor, dass die Potentialwerthe der Körper erst dann bestimmt sind, wenn das Potential eines Körper willkürlich festgesetzt ist. Man setzt das Potential der Erde gleich Null; auf dem Nullwerth des Potentials befindet sich ein zur Erde abgeleiteter Körper.

Das Potential eines Leiters in einer zur Erde abgeleiteten Hülle (Zimmer) ist seiner Ladung proportional; das Potential 1 besitzt, wie hier ohne Beweis angeführt wird, in einer solchen sehr grossen Hülle eine sehr kleine Kugel vom Halbmesser 1, welcher die Ladung 1 ertheilt ist.

624. Die elektrostatische Capacität C eines Leiters ist die Ladung, welche ihm das Potential 1 ertheilt, wenn dabei alle übrigen Körper zur Erde abgeleitet sind. Die Ladung Q, welche ihm das Potential V ertheilt, ist mithin

$$Q = C \,.\, V \,.\,.\,.\,. \tag{105}$$

625. Condensator, Leydener Flasche. In der Anordnung des Art. 619 (Fig. 304[b]) wird der Conduktor P durch die arbeitende Maschine auf einem constanten Potential V gehalten, welches auch

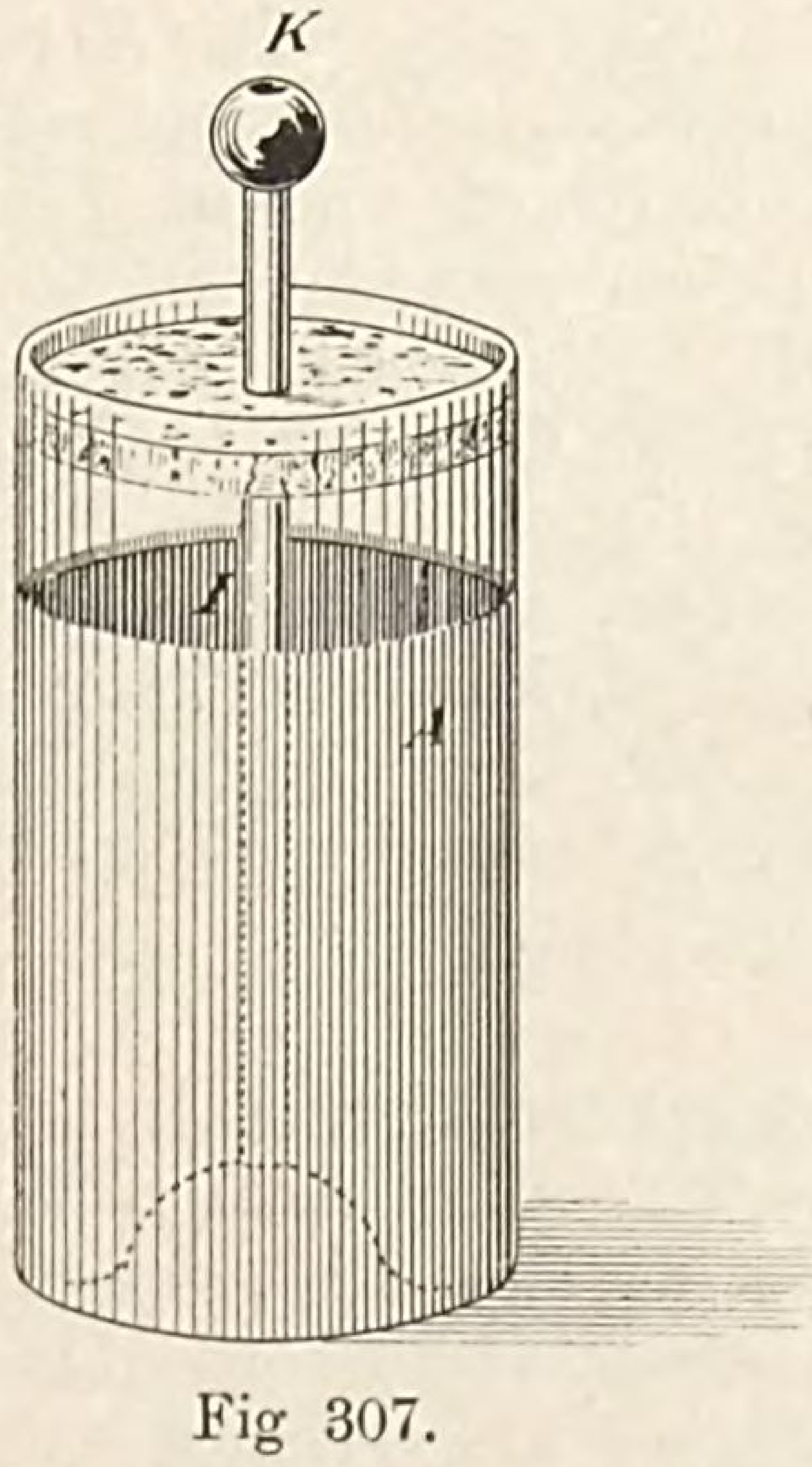


Fig 307.

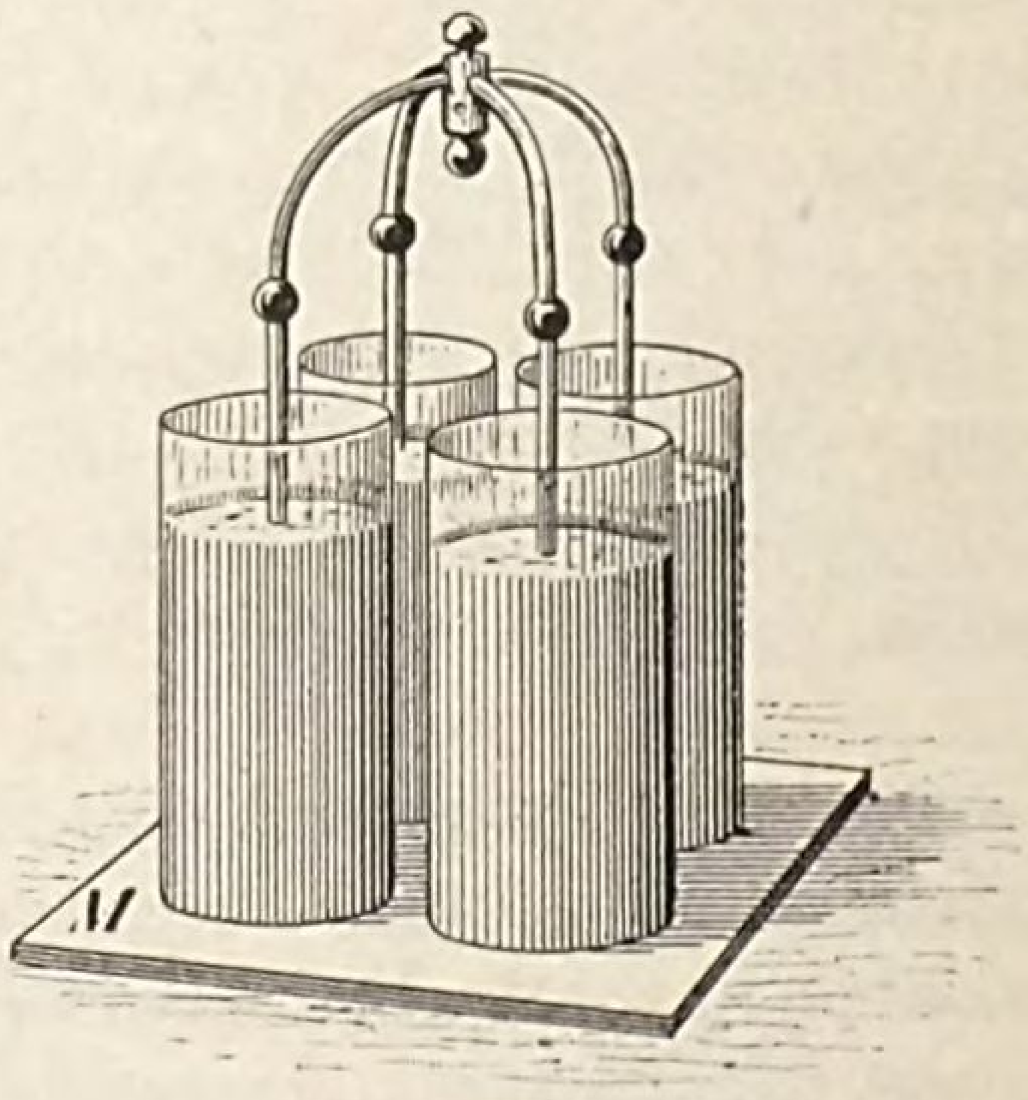


Fig. 307[a].

die mit P leitend verbundene Collektorplatte I annimmt (Art. 622). Dazu muss auf die Platte I eine ihrer elektrostatischen Capacität C proportionale Elekricitätsmenge Q fliessen (Art. 624); nach Art. 619

wird durch die Condensatorplatte A die elektrostatische Capacität der Collektorplatte gesteigert.

Demnach wird beim Condensator einem Leiter eine grosse elektrostatische Capacität dadurch ertheilt, dass einer leitenden Oberfläche eine ihr parallele zur Erde abgeleitete nahe gegenübergestellt wird; sind die Oberflächen einander sehr nahe, so ist die Capacität ihrem Abstande umgekehrt proportional.

Eine viel gebrauchte Form des Condensators ist die Leydener Flasche, ein innen und aussen zum Theil mit Staniolbelegungen versehener Glasbecher (Fig. 307). Mit der innern, der Collektorplatte entsprechenden Belegung I ist der Knopf K leitend verbunden; die äussere, der Condensatorplatte entsprechende Belegung A wird zur Erde abgeleitet. Eine Leydener Batterie (Fig. 307[a]) besteht aus mehreren Leydener Flaschen, deren innere Belegungen mit einander leitend verbunden, deren äussere Belegungen zur Erde abgeleitet sind; sie ist äquivalent einer einzigen Flasche, deren Capacität die Summe der Capacitäten der einzelnen Flaschen ist. Die elektrostatische Capacität einer aus n gleichen Flaschen gebildeten Batterie ist also der Flaschenzahl n proportional.

626. **Dielektricitätsconstante.** Faraday fand, dass die elektrostatische Capacität eines Condensators von der Natur des Isolators zwischen den Belegungen abhängt. Denken wir uns den Zwischenraum zwischen den einander nahen Platten eines grossen Plattencondensators mit Paraffin anstatt mit Luft ausgefüllt, so ist in jenem Fall die elektrostatische Capacität ungefähr doppelt so gross, als in diesem. Man sagt, um dies auszudrücken, die Dielektricitätsconstante des Paraffins sei doppelt so gross, als die der Luft. Die folgende Tabelle enthält die Dielektricitätsconstanten einiger Körper bezüglich der Luft, grösstentheils nach Boltzmann.

Luft	1	Ebonit	3,2
Kohlendioxyd	1,00095	Schwefel	3,8
Paraffin	2,3	Glimmer	8 (Bouty)

627. **Die Faraday-Maxwell'sche Theorie.** Mit der Theorie des Art. 600, nach welcher die Isolatoren im elektrischen Felde keine andere Rolle spielen, als die elektrischen Kräfte hindurchzulassen, sind die Thatsachen des Art. 626 nicht verträglich, welche in der That von Faraday mit Hülfe einer anderen Theorie entdeckt wurden. Denken wir uns das einfache Kraftfeld des Art. 620, welches ein mit $+e$ geladener materieller Punkt erzeugt. Eine Linie, welche überall die Richtung der elektrischen Kraft hat, nennt man eine elektrische Kraftlinie; im vorliegenden Fall sind die Kraftlinien die durch den geladenen Punkt M (Fig. 306) gezogenen graden Linien. Nach Faraday findet nun im elektrischen Felde in der Richtung der Kraftlinien eine Spannung (Art. 13) statt, welche nach Maxwell an jeder Stelle dem Quadrat der elektrischen Kraft proportional ist,

während senkrecht zu den Kraftlinien ein Druck stattfindet. Das Medium, in welchem diese Kräfte ihren Sitz haben, ist kein anderes, als der Lichtäther. Jedes Stück des Lichtäthers strebt daher im elektrischen Felde in der Richtung der Kraftlinien sich zusammenzuziehen, in den Richtungen senkrecht zu den Kraftlinien sich auszudehnen.

Dem mit $+e$ geladenen Punkt A (Fig. 308) werde der mit $+e'$ geladene Punkt B gegenübergestellt. Wir denken uns um B eine kleine Kugel beschrieben; die mechanische Wirkung, welche B in dem von A herrührenden elektrischen Felde erfährt, ist die Resultante der Züge, mit welcher der umgebende Aether auf den Aether innerhalb der mit B fest verbunden zu denkenden Kugel wirkt. In Q sind die von A und B ausgehenden elektrischen Kräfte gleichgerichtet, in P sind sie einander entgegengesetzt gerichtet. Die elektrische Kraft und daher der Zug des Aethers, welcher an der Kugeloberfläche in der Richtung der Pfeile wirkt, ist in Q grösser als in P und daher wird B scheinbar von A abgestossen. Ist wieder A positiv, B aber negativ elektrisch, so ist umgekehrt die Spannung in P grösser als in Q, und B wird scheinbar von A angezogen.

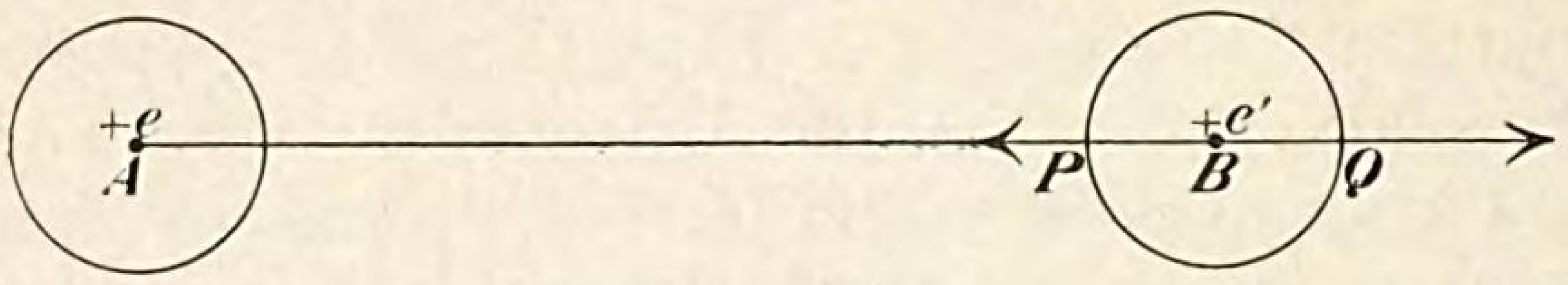


Fig. 308.

Die elektrischen Kräfte sind in dieser Theorie keine Fernkräfte, sondern werden durch den Lichtäther fortgepflanzt, in diesem, nicht in den geladenen Leitern hat die elektrische Energie ihren Sitz; da, wie die Lichtbrechung lehrt, die Anwesenheit eines wägbaren Körpers das Verhalten des Lichtäthers modificirt, so wird die Art. 626 behandelte specifische Wirkung des Isolators oder Dielektrikums zwischen den Belegungen des Condensators verständlich.

Cap. 4. Von der Entladung der Leydener Batterie.

628. Die Entladungspotentialdifferenz. Von zwei Kugeln, welche in der Luft einander gegenüberstehen, werde die eine zur Erde abgeleitet, die andere zu wachsendem Potential geladen. Dann wächst die elektrische Kraft zwischen den Kugeln bis zu dem Werth, welchem gegenüber die Luft ihr Isolationsvermögen verliert und bei welchem theilweise Entladung durch einen zwischen den Kugeln sich bildenden elektrischen Funken eintritt. Die Potentialdifferenz zwischen zwei Leitern, bei welcher die Funkenentladung eintritt, heisst die Entladungspotentialdifferenz; für Kugeln von 1 cm Durchmesser und 1 cm kürzestem Abstand ihrer Oberflächen beträgt sie etwa 27000 Volts (Art. 732) in gewöhnlicher Luft.

Hertz und E. Wiedemann und H. Ebert haben gezeigt, dass die Entladungspotentialdifferenz abnimmt, wenn die negative Elektrode (Art. 618) — d. i. hier, bei positiver Ladung der isolirten Kugel,

die zur Erde abgeleitete — mit ultraviolettem Licht (Art. 519) bestrahlt wird.

629. Entladung der Leydener Flasche. Der Auslader (Fig. 309) ist ein in zwei Kugeln k_1 und k_2 endigender, bei D mit einem Gelenk versehener Metallbogen k_1Dk_2, welcher an einem durch den Glasstab G von dem Metallbogen isolirten Griff H gehandhabt wird. Legt man k_2 an die äussere Belegung einer geladenen Flasche an und nähert k_1 dem Knopf K der inneren Belegung bis auf die sogenannte Schlagweite, so springt zwischen k_1 und K ein Funke über, durch welchen die Flasche fast ganz entladen wird und welcher hier wegen der verhältnissmässig grossen Menge entladener Elektricität hell und laut ist. Bringt man k_1 mit K in metallische Verbindung, so zeigt sich die Flasche unelektrisch; isolirt man hierauf die innere Belegung, so tritt mit der Zeit wieder eine kleine Ladung auf, welche einen kleinen Funken liefern kann und Rückstandsladung genannt wird.

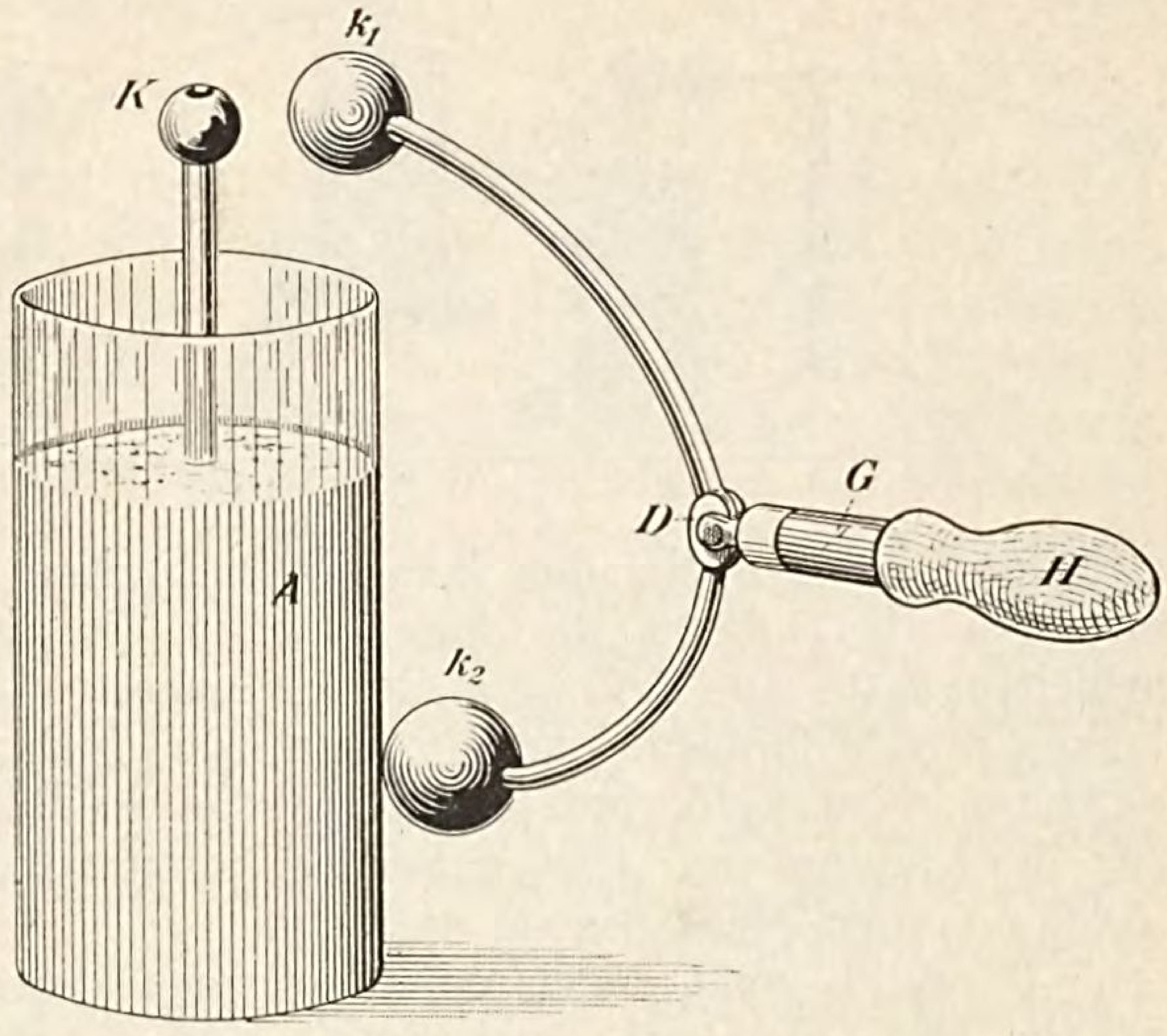


Fig. 309.

Bei der Entladung der Flasche verliert die innere Belegung ihre Ladung, also bei positiver Ladung $+E$. Wir stellen uns vor, dass dabei $+E$ durch den Schliessungsbogen, das sind die, innere und äussere Belegung verbindenden Leiter, von jener zu dieser fliesst. Der grösste Theil von E neutralisirt die negative Ladung der äusseren Belegung, der kleine Rest fliesst zur Erde ab. Es findet also während der Entladung ein elektrischer Strom im Schliessungsbogen statt.

630. Versuchsanordnung, Maassflasche. Zu Versuchen über die Flaschenentladung benutzt man folgende Anordnung (Fig. 310). Die innere Belegung der zu ladenden Flasche A ist mit dem Conduktor P einer Reibungselektrisirmaschine oder besser mit der einen Elektrode E_2 der Holtz'schen Maschine (Art. 618) verbunden, deren andere Elektrode E_1 zur Erde abgeleitet ist; um aber die der Flasche A ertheilte Ladung zu messen, wird die äussere Belegung von A nicht zur Erde abgeleitet, sondern auf die isolirende Platte B gestellt und bei i mit der inneren Belegung der M a a s s f l a s c h e M, einer kleinen Leydener Flasche, verbunden, deren äussere Belegung zur Erde abgeleitet ist; die mit den Belegungen von M metallisch ver-

bundenen Kugeln werden einander in passender Entfernung gegenübergestellt. Wird *A* positiv geladen, so fliesst positive Influenzelektricität zweiter Art auf die innere Belegung der Maassflasche, diese ladend, bis nach Herstellung der Entladungspotentialdifferenz

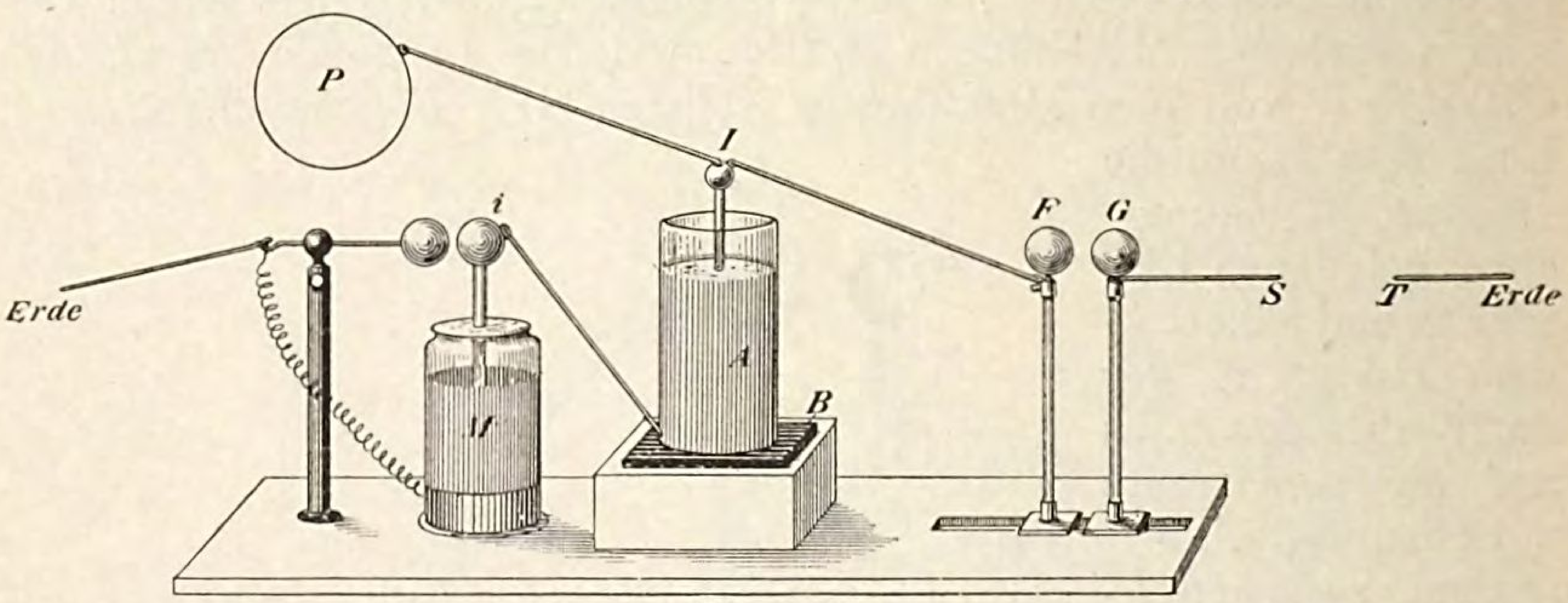


Fig. 310.

zwischen den Kugeln der Maassflasche diese durch einen Funken entladen wird; damit die Maassflasche die hierzu nöthige Ladung erhielt, musste eine gewisse Elektricitätsmenge $+ E$ auf die innere Belegung von *A* fliessen. Eine zweite Entladung der Maassflasche wird eintreten, wenn wiederum $+ E$[1] auf die innere Belegung von *A* geflossen ist; die Ladung von *A* ist daher proportional der Zahl von Funken, welche in der Maassflasche auftreten.

F und *G* sind gegen einander verstellbare, isolirte Kugeln, *T* ist zur Erde abgeleitet, zwischen *S* und *T* schaltet man die Körper ein, welche die Entladung durchsetzen sollen.

631. Wärmewirkung der Flaschenentladung. Ein dünner Platindraht zwischen *S* und *T* (Fig. 310) kann durch die Flaschenentladung zum Glühen und Schmelzen gebracht werden; in der That entwickelt der Entladungsstrom Wärme in jedem Leiter, welchen er durchsetzt. Zur Messung derselben dient das elektrische Luftthermometer in der Construktion von Riess (Fig. 311). Die Luft in der Kugel *K* ist durch den Wasserfaden *w* abgesperrt; der in die Kugel eingezogene Draht *d* wird zwischen *S* und *T* (Fig. 310) in den Schliessungsbogen eingeschaltet und giebt die durch die Flaschenentladung in ihm entwickelte Wärme an die Luft der Kugel ab.

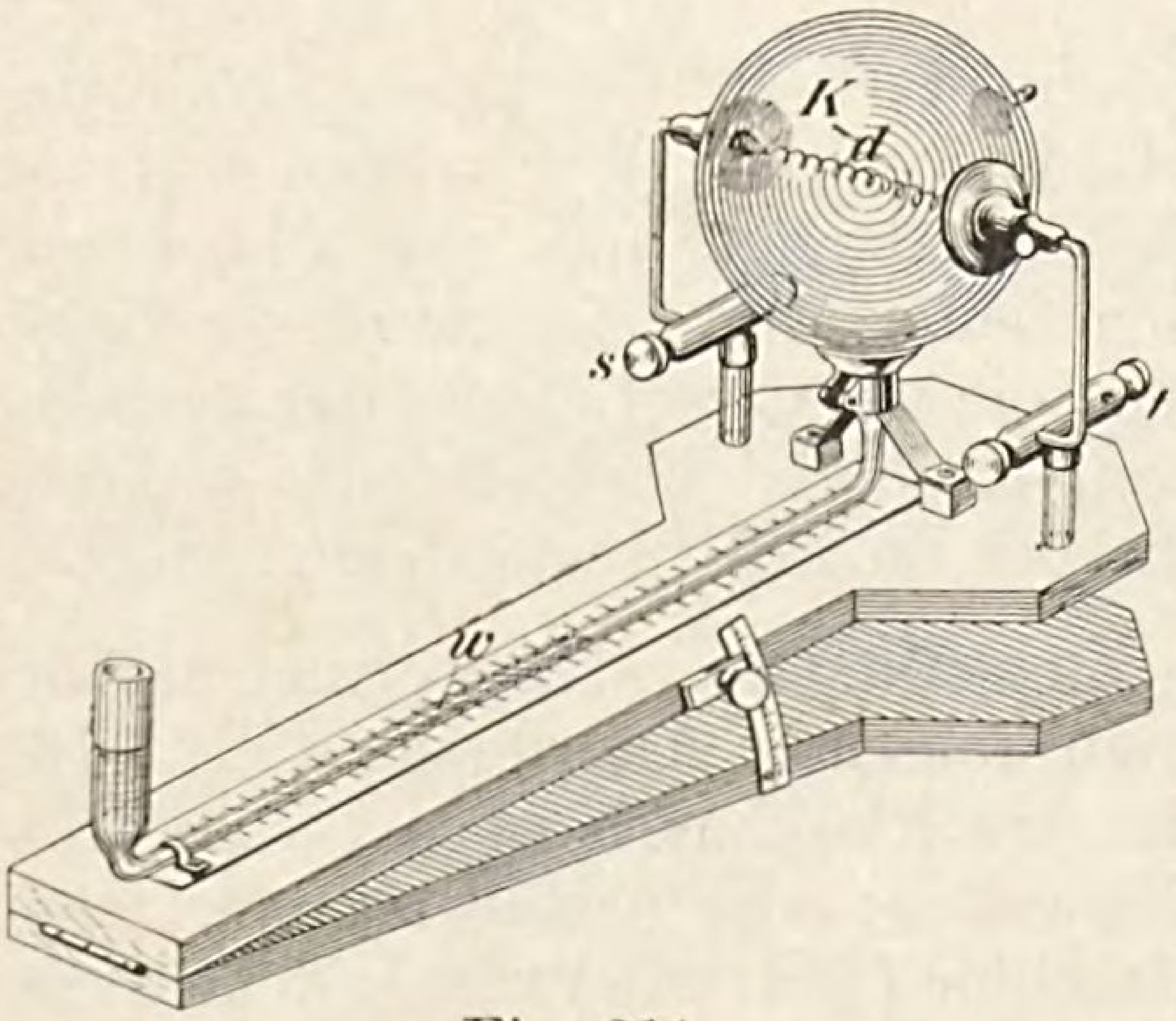


Fig. 311.

[1] Genau genommen eine etwas kleinere Elektricitätsmenge, da die Flasche durch den Funken nicht ganz entladen wird (Art 629); genau genommen entspricht daher dem ersten Funken eine etwas grössere Elektricitätsmenge, als einem der folgenden.

Die Luft in der Kugel schiebt, sich ausdehnend, den Wasserfaden zurück um ein Stück, welches der zu messenden Stromwärme proportional ist.

Durch solche Versuche fand Riess die in einem Metalldraht durch die Batterieentladung entwickelte Wärmemenge W dem Quadrat der Ladung E direkt, der Flaschenzahl, mithin (Art. 625) der elektrostatischen Capacität C der Batterie umgekehrt proportional:

$$W = \text{const} \cdot \frac{E^2}{C} \cdots \quad (106)$$

632. Ladungsarbeit. Um dieses Gesetz zu verstehen, muss man in Betracht ziehen, dass beim Laden der Batterie, nämlich beim Betrieb der Holtz'schen Maschine, Arbeit gegen elektrische Kräfte aufgewendet (Art. 618) und diese als potentielle Energie in der Batterie angehäuft wird. Bei der Ladung einer Platte müssen die Elektricitätstheilchen entgegen ihrer gegenseitigen Abstossung zusammengedrängt werden, um so enger, je kleiner die Oberfläche der Platte ist; so kommt es, dass die Ladungsarbeit der Batterieoberfläche oder der elektrostatischen Capacität C umgekehrt proportional ist. Um ferner die Ladung einer Flasche um den Betrag e zu vermehren, muss man eine um so grössere Abstossungskraft überwinden, eine um so grössere Arbeit leisten, je stärker die Flasche schon geladen ist; die doppelte Ladung erfordert die doppelte Zahl von Elektricitätstheilchen und für jedes derselben die doppelte Arbeit. So kommt es, dass die Ladungsarbeit mit dem Quadrat der Ladung E proportional ist. Die Ladungsarbeit A kann also gesetzt werden:

$$A = \text{const} \cdot \frac{E^2}{C} \cdots \quad (107)$$

Bei der Entladung verschwindet die potentielle Energie, welche die geladene Batterie besass. Gewonnen wird dabei der Hauptsache nach Wärme; abgesehen von den kleinen ausserdem gewonnenen Energiebeträgen muss daher die gesammte Stromwärme der Ladungsarbeit proportional sein. Dies wird durch die Versuche von Riess in Folge der Gleichungen (106) und (107) bestätigt, wenn man annimmt, dass die ganze Stromwärme der in jedem Leiterstück des Schliessungsbogens entwickelten proportional ist.

633. Funkenwärme. Die im Flaschenfunken erzeugte Wärme bringt, der kleinen Luftmenge im Funkenkanal zugeführt, eine sehr hohe Temperatur derselben hervor. In der That lehrt die spektrale Analyse des Funkenlichts, dass auch von schwer flüchtigen Metalltheilen, zwischen denen der Funke übergeht, etwas in diesem zum Verdampfen gebracht wird.

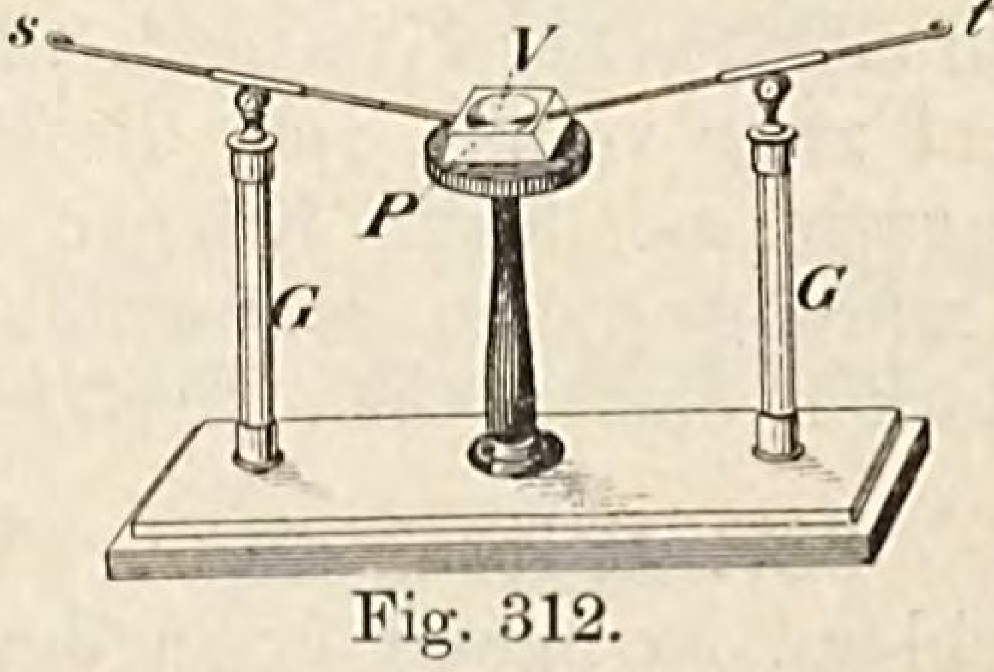


Fig. 312.

Um durch den Funken Pulver zu zünden, bringt man dasselbe (Fig. 312) in das Loch V, welches in den Paraffinklotz P gebohrt ist; der zwischen den Elektroden s und t bei V sich bildende Funke schlägt in das Pulver ein. Ist der Schliessungsbogen ganz

metallisch, so wird das Pulver fortgeschleudert und nicht entzündet; enthält er aber einen schlechten Leiter, z. B. eine feuchte Schnur, so wird der Funke matter, aber das Pulver wird nicht fortgeschleudert und die Funkenwärme reicht noch zur Zündung hin.

634. Der Knall des Funkens wird durch die Verdichtung veranlasst, welche durch die im Funkenkanal plötzlich erwärmte und sich ausdehnende Luft erzeugt und als Schallwelle zum Ohre fortgepflanzt wird.

635. Dauer des Funkens, oscillirende Entladung. Die Dauer des Flaschenfunkens ist jedenfalls eine sehr kleine, da eine im verdunkelten Zimmer durch ihn beleuchtete, schnell rotirende Farbenscheibe zu ruhen scheint, also während seiner Dauer nicht merklich von der Stelle rückt. Als aber Wheatstone einen horizontalen Flaschenfunken in einem um eine horizontale Axe sehr schnell rotirenden Spiegel (Art. 288) betrachtete, sah er das Funkenbild zu einem vertikalen Bande ausgezogen; während der Dauer des Funkens machte also der Spiegel eine merkliche Drehung. Aus der Rotationsgeschwindigkeit des Spiegels und der Breite des Bandes fand Wheatstone die Dauer des von ihm betrachteten Funkens gleich 1/24000 sc.

Als Feddersen 1859 diesen Versuch bei einem Schliessungsbogen von nicht zu grossem elektrischen Widerstande (Art. 671) mit verbesserten Mitteln anstellte, löste sich das Lichtband im rotirenden Spiegel in eine Anzahl von Lichtlinien auf, entstand also eine Reihe von Funken. In der That findet in einem solchen Fall, wie v. Helmholtz aus dem Gesetz von der Erhaltung der Energie 1847 erschlossen hatte, ein Hin- und Herströmen der Elektricität zwischen den Belegungen, eine sogenannte oscillirende Entladung statt. Das Resultat von Feddersen wurde von Paalzow und v. Oettingen durch andere Versuche bestätigt.

636. Der Blitz. Der gewöhnliche Zickzackblitz zeigt alle Eigenthümlichkeiten des Flaschenfunkens; auch an diesem wird, wenn er lang genug ist, die Zickzackform beobachtet. In der That ist der Blitz der elektrische Strom, durch welchen eine elektrisch geladene Wolke, eine Gewitterwolke, entladen wird.

Auch bei heiterem Himmel ist der Raum an der Erdoberfläche ein elektrisches Kraftfeld, allerdings ein verhältnissmässig schwaches, und zwar verhält sich dieses in der Regel so, als ob die Erde ein negativ geladener Körper wäre. Mit Sicherheit kann weder der Ursprung dieses schwachen, noch des beim Gewitter beobachteten starken elektrischen Kraftfeldes angegeben werden.

637. Blitzableiter. Wenn der Blitz in ein Gebäude einschlägt, so nimmt er in demselben einen uncontrollirbaren Weg, auf welchem er Zündung herbeiführen und Menschen durch die physiologische Wirkung auf das Nervensystem erschlagen kann. Versieht man aber das Dach des Gebäudes mit einer dasselbe hoch über-

ragenden, zugespitzten Stange, einem Blitzableiter, welcher durch einen dicken Draht an eine gute Erdleitung angeschlossen ist, so wird der Blitz, falls er einschlägt, gefahrlos zur Erde geleitet. Um Seitenentladungen zu verhüten, stellt man zwischen grösseren Metallmassen des Gebäudes und dem Blitzableiter eine metallische Verbindung her.

Im Innern eines hohlen, eisernen, vom Blitz getroffenen Gehäuses würde keine elektrische Kraft auftreten, falls die für das elektrische Gleichgewicht geltenden Gesetze auch in diesem Fall gültig blieben (Art. 614). Sofern dies annähernd zutrifft, gewährt ein solches Gehäuse, ohne mit einem Blitzableiter versehen zu sein, als Pulvermagazin benutzt, hinreichenden Schutz gegen Blitzgefahr.

Cap. 5. Permanente Magnete und Magnetfelder.

638. Magnetische Polarität. Harter Stahl kann durch eine gewisse Behandlung (Art. 756) zu einem Magneten gemacht werden und zeigt als solcher folgendes Verhalten.

Ein langer, dünner, grader Magnet, ein Linearmagnet, nach Art der Compassnadel auf einer Spitze aufgehängt, stellt sich mit seiner Längsrichtung ungefähr von Süden nach Norden. Wir nennen das nach Norden gerichtete Ende das Nordende, das nach Süden gerichtete das Südende des Magneten. Ist auch an einem zweiten Magneten Nord- und Südende bestimmt, dann zeigt es sich, dass gleichnamige Enden einander abstossen, ungleichnamige einander anziehen. Sofern hiernach der Magnet an seinen beiden Enden entgegengesetzte Eigenschaften zeigt, sagen wir, er zeige Polarität oder sei polarisirt.

639. Polarität der kleinsten Theile. Zerbricht man den Linearmagneten, so zeigen die Bruchstücke sich wieder polarisirt, indem sie sich, wie klein sie auch sein mögen, wie ein Magnet mit Nord- und Südende verhalten. Dies führt auf die Vorstellung, dass ein Magnet in seinen kleinsten Theilchen polarisirt ist. Wir wollen ein kleines polarisirtes Theilchen einen Molekularmagneten nennen und die Polarisation vorläufig dadurch entstanden denken, dass in zwei Punkten des Molekularmagneten, seinen Polen, gleiche Mengen zweier Agentien concentrirt seien, welche wir Nord- und Südmagnetismus nennen und welchen wir ähnliche Eigenschaften, wie den beiden Elektricitäten beilegen.

640. Das Coulomb'sche Grundgesetz. In einer gradlinigen Reihe gleich starker Molekularmagnete (Fig. 313) heben sich je zwei an einander stossende Pole in ihrer Wirkung nach Aussen auf,

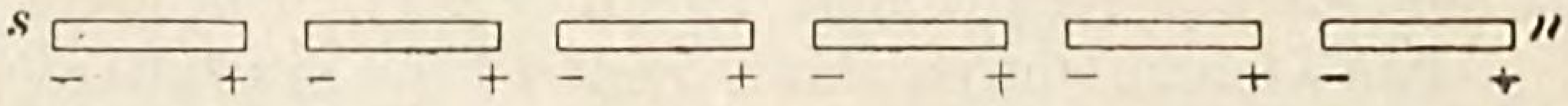


Fig. 313.

so dass nur die Wirkungen der Endpole übrig bleiben. Ein gleichförmig magnetisirter Linearmagnet verhält sich angenähert wie eine

solche Reihe und kann daher benutzt werden, um das Gesetz, nach welchem zwei Pole auf einander wirken, zu finden. Durch die Drehwage fand Coulomb diese Kraft umgekehrt proportional dem Quadrat der Entfernung zwischen den Polen. Nehmen wir daher Superposition der magnetischen Kräfte an (Art. 612), so erhalten wir das dem elektrischen Grundgesetz (Art. 613) entsprechende magnetische Grundgesetz

$$F = \frac{m_1 \, m_2}{r^2} \dots \quad (108)$$

wo F die in Dynen ausgedrückte mechanische Kraft ist, welche zwei Magnetpole von den Stärken oder Magnetismusmengen m_1 und m_2 in der Entfernung r cm auf einander ausüben. Als Einheitspol ist durch Gleichung (108) der festgesetzt, welcher auf einen ihm gleichen in 1 cm Entfernung eine Kraft gleich einer Dyne ausübt; diese Einheit des Pols ist eine absolute (Art. 70). Das Gesetz (108) wird durch alle magnetischen Messungen bestätigt.

641. Magnetfeld. Ein Raum, in welchem magnetische Kräfte wirken, heisst ein Magnetfeld, die mechanische Kraft, welche auf einen nordmagnetischen Einheitspol im Punkte P des Feldes wirkt, heisst die magnetische Kraft in P, deren Grösse die Feldstärke, ein Feld, in welchem die magnetische Kraft nach Richtung und Grösse constant ist, heisst ein homogenes Magnetfeld und eine Linie, welche an jeder Stelle die Richtung der magnetischen Kraft hat, eine magnetische Kraftlinie. Ist T die Feldstärke in P, so wirkt auf einen in P befindlichen Pol von der Stärke m die mechanische Kraft $F = T \, . \, m$; mit m und F ist auch T in absolutem Maasse ausgedrückt.

642. Magnetische Kraftlinien. Fig. 314 erläutert das Magnetfeld, welches von einem durch zwei Pole A und B ersetzbaren Linearmagneten AB (Art. 640) herrührt. In jedem Punkt des Feldes setzen sich die auf den nordmagnetischen Einheitspol von A und B nach dem Coulomb'schen Gesetz ausgeübten Kräfte nach dem Satz vom Kräfteparallelogramm (Art. 20) zu einer Resultante zusammen, deren Richtung durch Pfeile angedeutet ist; so können die Kraftlinien theoretisch bestimmt werden.

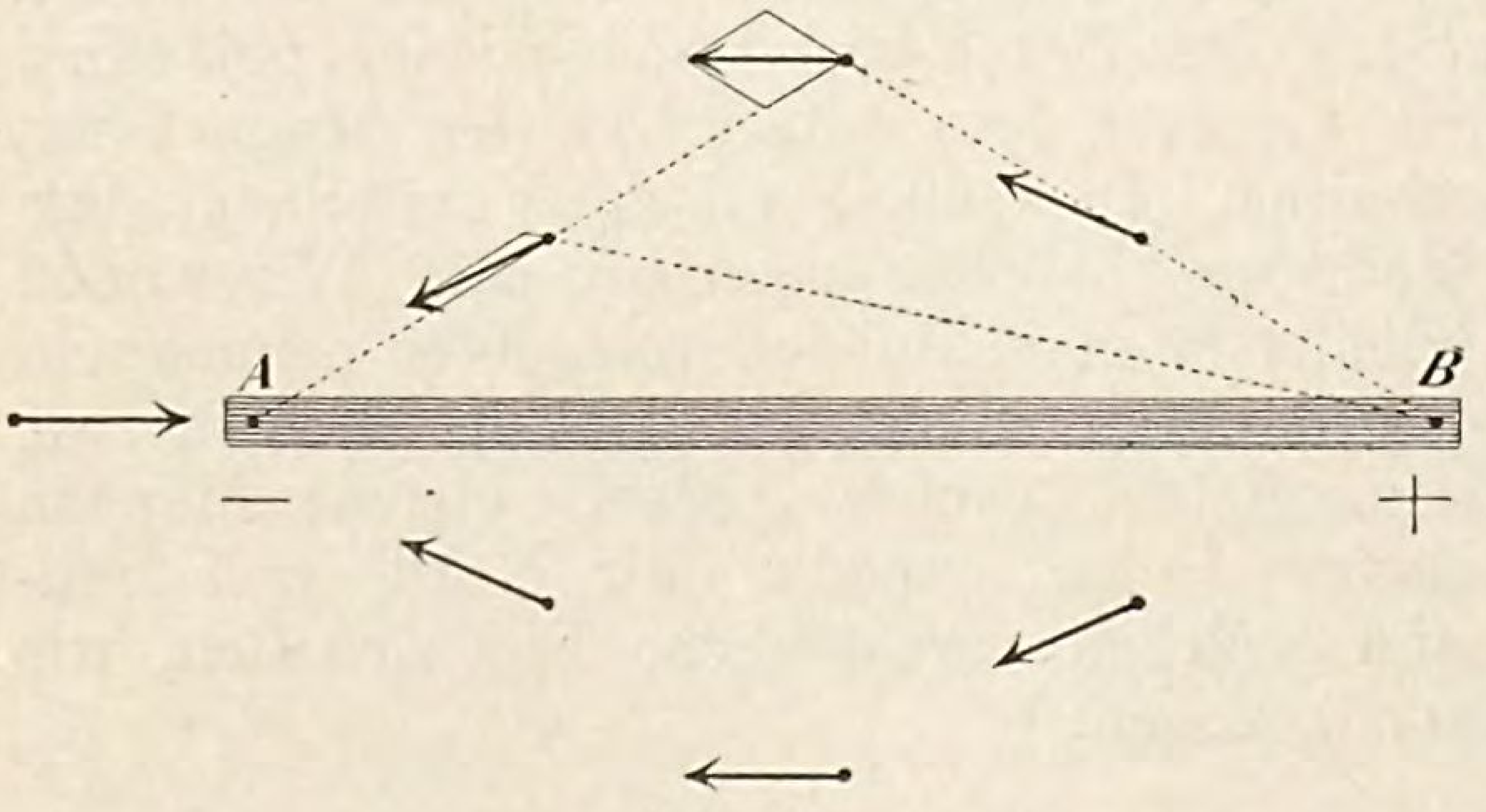


Fig. 314.

Ein kleiner, durch seine beiden Pole ersetzbarer, frei beweglicher Linearmagnet, auf welchen nur die magnetische Kraft des Feldes wirkt, stellt sich in die Richtung dieser Kraft ein, da auf die beiden Pole entgegengesetzt gerichtete Kräfte wirken, kann also zur experimentellen Bestimmung der Kraftlinien benutzt werden.

Um nach diesem Princip Kraftlinien zur Anschauung zu bringen, legt man den Magneten AB unter einen Cartonbogen, welchen man mit Eisenfeilicht bestreut. Im Magnetfeld werden die Eisentheilchen zu Magneten (Art. 753) und stellen sich, wenn man die Reibung am Carton durch leises Klopfen vermindert, in die Richtung der Kraftlinien. Fig. 315 zeigt das Bild, welches man erhält.

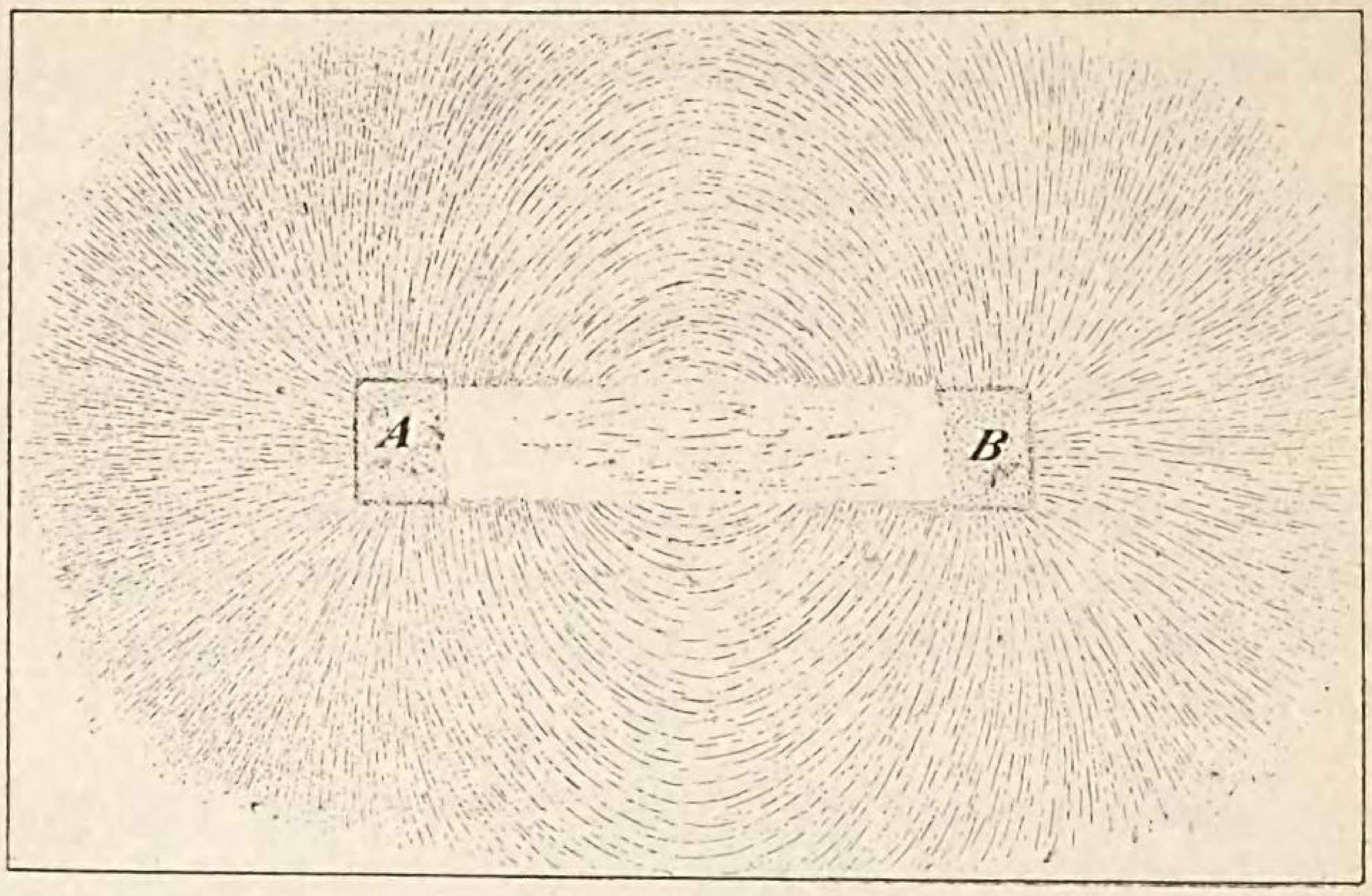


Fig. 315.

643. Beliebiger Magnet im homogenen Feld. Nennen wir freien Magnetismus solchen, welcher nicht durch benachbarten entgegengesetzten Magnetismus neutralisirt ist (Art. 640), so ist auf einem Magneten im Allgemeinen freier Magnetismus nicht nur, wie im Fall des Art. 640, in zwei Punkten, sondern in sehr vielen Punkten vorhanden. Bei einem stabförmigen Magneten (Fig. 316) ist z. B. der Regel nach auf der Nordhälfte N freier Nordmagnetismus, auf der Südhälfte S freier Südmagnetismus verbreitet.

Befindet sich ein solcher Magnet in einem homogenen Magnetfeld von der Stärke T, so wirken an den freien nordmagnetischen Mengen $m_1, m_2, m_3 \ldots$ die parallelen Kräfte $T \cdot m_1$, $T \cdot m_2$, $T \cdot m_3 \ldots$ Ihre Resultante ist nach Art. 32 ihrer Summe gleich und kann, welches auch die Lage des Magneten sei, im Mittelpunkt B der parallelen Kräfte angreifend gedacht werden (Art. 33). Dieser Mittelpunkt ist ebenso zu bestimmen, wie wenn m_1, m_2, $m_3 \ldots$ wägbare Massen wären (Art. 34); er kann daher als Massenmittelpunkt des freien Nordmagnetismus bezeichnet werden und heisst der Nordpol des Magneten. Dieselbe Bedeutung hat für den freien Südmagnetismus der Südpol A.

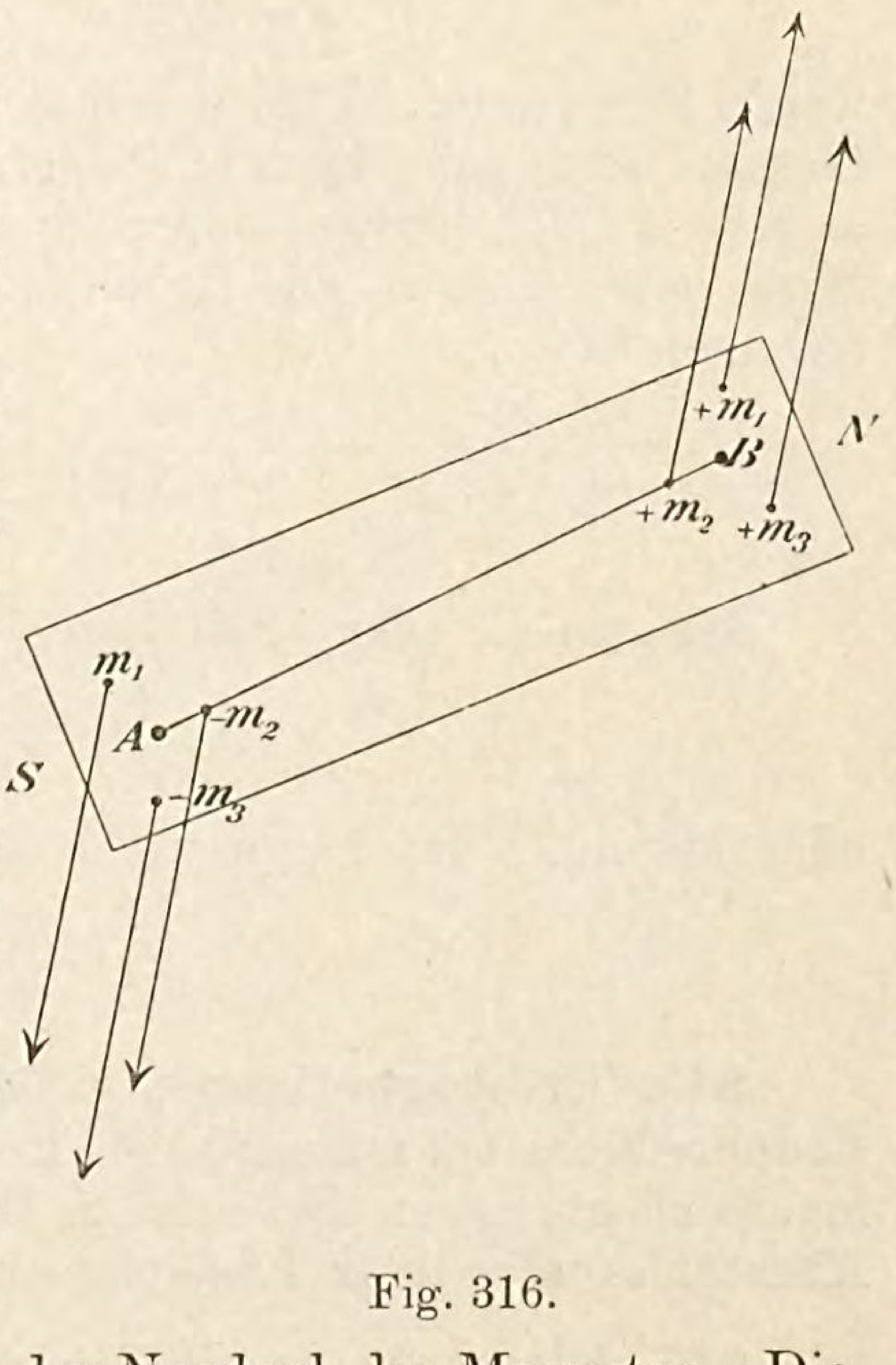


Fig. 316.

Im homogenen Feld ist daher jeder Magnet ersetzbar durch seine beiden Pole, wenn man in diesen bzw. den freien Nord- und Südmagnetismus concentrirt denkt.

Ein in einem homogenen Magnetfeld befindliches Stahlstück giebt, mag es magnetisch oder unmagnetisch sein, auf der Wage dasselbe Wägungsergebniss. Daraus folgt, dass die auf die beiden Pole in entgegengesetzter Richtung wirkenden Kräfte die gleiche Grösse haben, oder dass die Stärken der beiden Pole einander gleich sind. Sei $m_1 + m_2 + m_3 + \ldots = m$, so ist m die Polstärke; die Verbindungslinie der Pole heisst die magnetische Axe, der Abstand der Pole l heisst der Polabstand, das Produkt aus der Polstärke und dem Polabstand das magnetische Moment M des Magneten, so dass

$$M = m \,.\, l \ldots . \quad (109)$$

Ein im homogenen Feld frei beweglicher Magnet stellt sich nach dem Vorstehenden mit seiner Axe in die Richtung der magnetischen Kraft.

644. Magnetische Kraft in der Axe eines kurzen Linearmagneten. Sei Fig. 317 der Magnet, wie Art. 640, durch seine beiden Pole ersetzbar, A der Südpol, B der Nordpol, der Polabstand $AB = l$, m die Polstärke, C der Mittelpunkt des Magneten, d. i. der auf der Axe mitten zwischen den Polen gelegene Punkt. Sei ferner P ein Punkt auf der Axe, $PC = r$; die magnetische Kraft in P, d. i. die auf einen nordmagnetischen Einheitspol in P wirkende Kraft, werde R genannt. Der Nordpol B bringt nach dem Coulomb'schen Gesetz in P die nach CP gerichtete magnetische Kraft $m/BP^2 = m/(r - l/2)^2$ hervor; der Südpol A die entgegengesetzt gerichtete Kraft $m/(r + l/2)^2$. Die Resultante R beider Kräfte hat die Richtung CP und ist

Fig. 317.

$$R = \frac{m}{(r - l/2)^2} - \frac{m}{(r + l/2)^2} = \frac{m}{r^2\left(1 - \frac{l}{2r}\right)^2} - \frac{m}{r^2\left(1 + \frac{l}{2r}\right)^2}.$$

Ist nun l/r sehr klein gegen 1, so kann man schreiben:

$$R = \frac{m}{r^2}\left(1 + \frac{l}{r}\right) - \frac{m}{r^2}\left(1 - \frac{l}{r}\right) = \frac{2ml}{r^3};$$

oder, da $m \,.\, l$ das magnetische Moment M des Magneten ist:

$$R = \frac{2M}{r^3} \ldots . \quad (110)$$

645. Erdmagnetismus. Nach Art. 638 ist der Raum an der Erdoberfläche ein magnetisches Feld; dasselbe kann erfahrungsgemäss in einem grösseren Bereich, z. B. in dem Bereich einer Stadt bei Ausschluss störender Eisenmassen als homogen betrachtet werden.

646. Elemente des Erdmagnetismus. Der magnetische Meridian eines Ortes ist die Vertikalebene, welche durch die Richtung

der erdmagnetischen Kraft an diesem Orte gelegt wird. Die Deklination δ ist der spitze Winkel zwischen dem magnetischen und astronomischen Meridian; die Inklination i ist der spitze Winkel zwischen der Richtung der erdmagnetischen Kraft und der Horizontalebene. Die erdmagnetische Feldstärke bezeichnet man gewöhnlich als Intensität T der erdmagnetischen Kraft; die Grösse der horizontalen Componente der erdmagnetischen Kraft als Horizontalintensität H. Es ist

$$H = T \,.\, \cos i \,.\,.\,.\,. \qquad (111)$$

Ist V die vertikale Componente der erdmagnetischen Kraft, so ist $\operatorname{tg} i = V/H$.

Deklination, Inklination und Intensität heissen die Elemente des Erdmagnetismus.

647. Deklinationsnadel. Ein Magnetstab oder eine Magnetnadel schwebe, wie eine Compassnadel, mittelst eines Hütchens aus Achat leicht drehbar auf einer harten Stahlspitze (Fig. 318[a]). Nur der Schwere unterworfen wäre die Nadel in jeder Lage im Gleichgewicht, in welcher die durch ihren Schwerpunkt geführte Vertikale den Unterstützungspunkt trifft; man bewirkt, dass in einer solchen Lage die Nadel horizontal steht. Die vertikale Componente der erdmagnetischen Kraft sucht sie aus dieser Lage zu entfernen, vermag aber ihrer Kleinheit halber keine merkliche Hebung des Schwerpunktes, wie sie Fig. 318[b] gezeichnet ist, zu bewirken. Dagegen dreht die horizontale Componente, durch die Schwerkraft unbehindert, die magnetische Axe der Nadel in den mag-

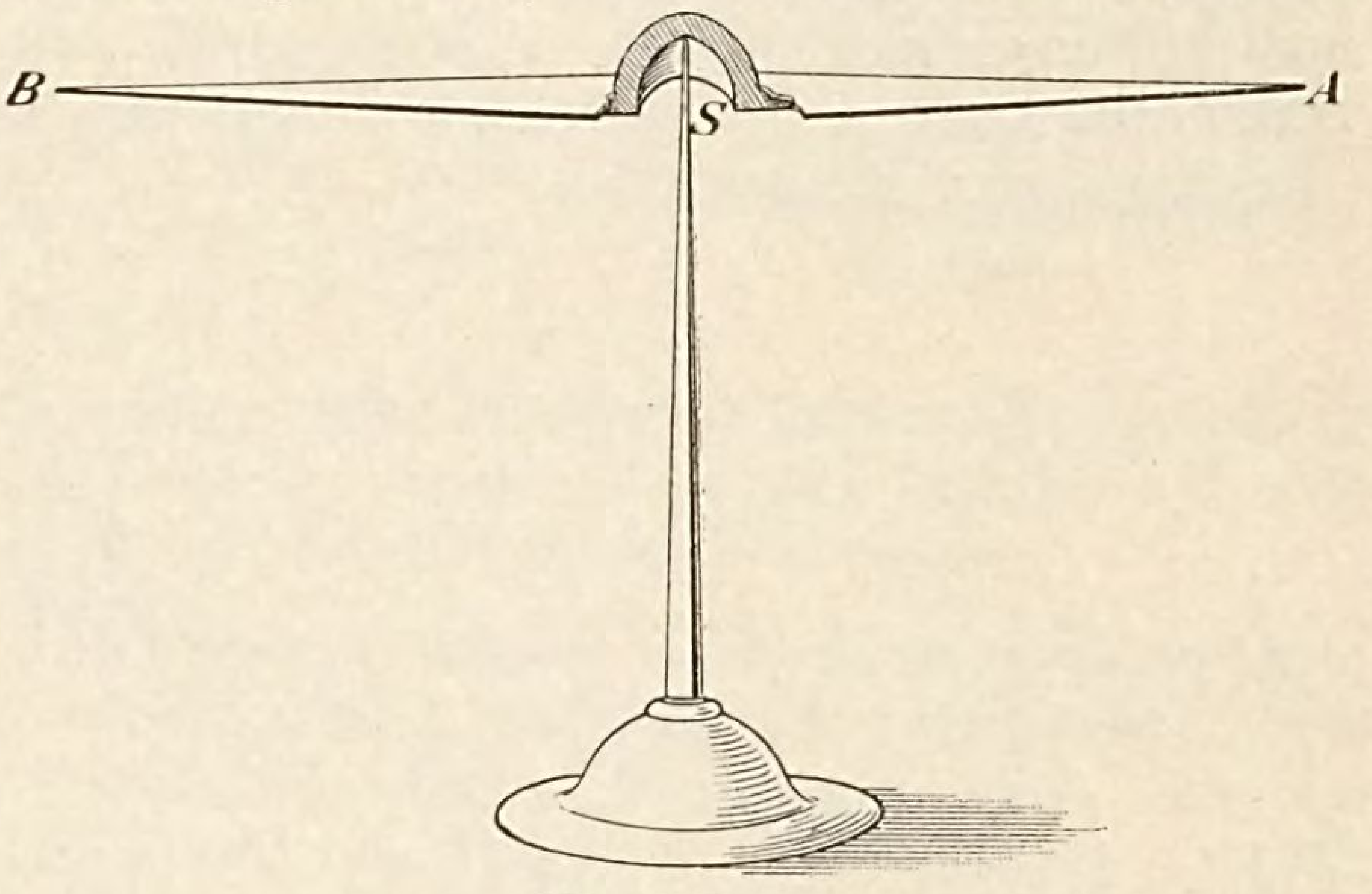


Fig. 318[a].

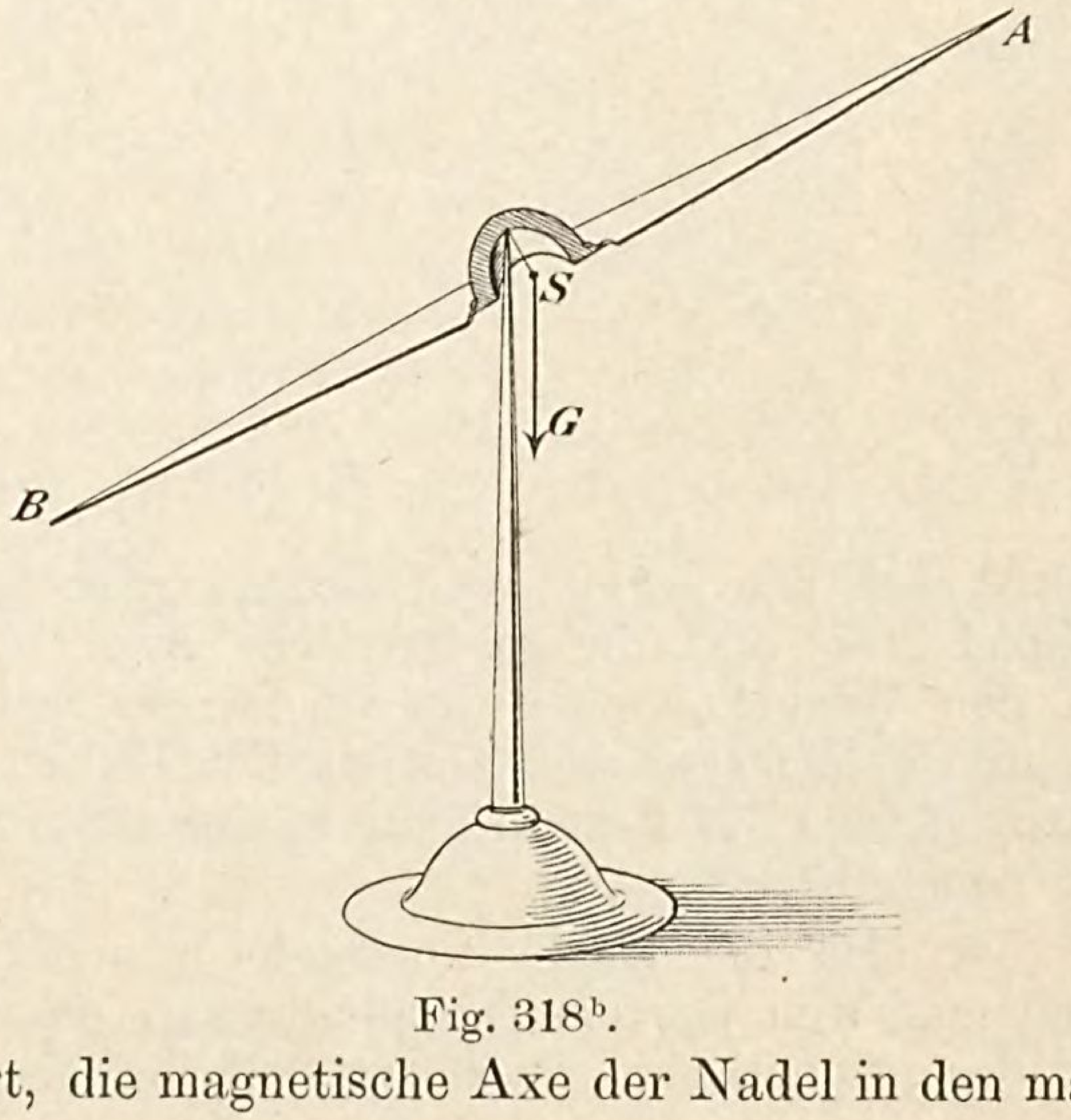


Fig. 318[b].

netischen Meridian hinein. Spielt also die Nadel über einem horizontalen Theilkreise, auf welchem die Richtung des astronomischen Meridians markirt ist, und fällt die geometrische Axe der Nadel mit der magnetischen zusammen, so kann die Deklination an dem Theilkreise abgelesen werden. Daher nennt man eine nach Art der Compassnadel aufgehängte Nadel eine Deklinationsnadel.

Je nachdem das Nordende der Nadel nach Westen oder Osten von der durch ihren Mittelpunkt gehenden Südnordrichtung abweicht, heisst die Deklination westlich oder östlich.

648. Abweichung der magnetischen Axe von der geometrischen. Bildet (Fig. 319) die magnetische Axe AB den unbekannten Winkel w mit der geometrischen Axe CD, so stellt sich jene in den magnetischen Meridian SN, während man die Richtung der um den Winkel w vom Meridian SN abweichenden geometrischen Axe CD am Kreise abliest. Wird nun die Nadel umgelegt, d. h. um 180^0 um die geometrische Axe CD gedreht, so kommt die magnetische Axe in die Lage $A'B'$, in welcher sie mit dem magnetischen Meridian

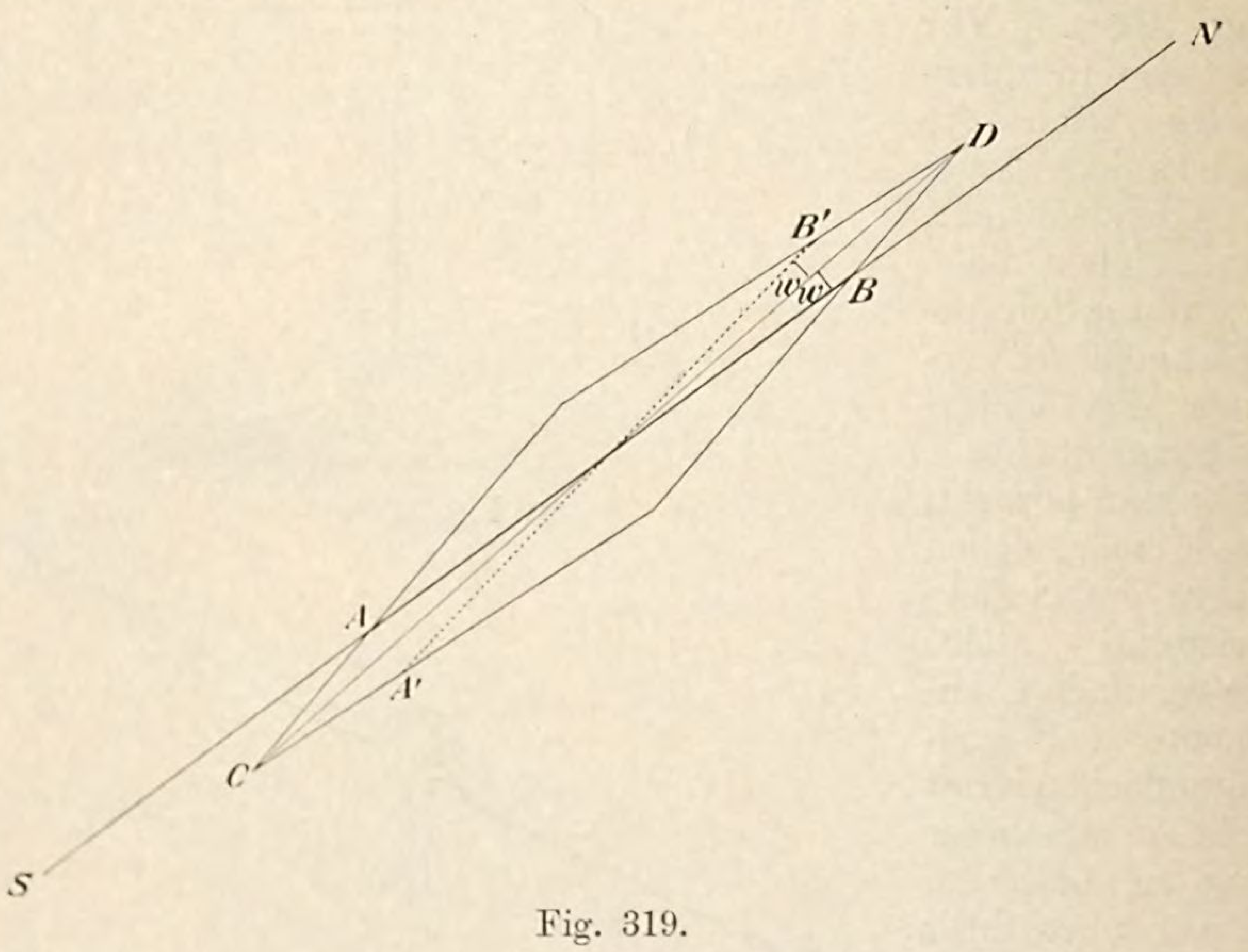


Fig. 319.

den Winkel $2w$ bildet; der Magnet dreht sich also jetzt um den Winkel $2w$, und die geometrische Axe CD weicht vom Meridian um den Winkel w nach der anderen Seite ab. Man liest auch die neue Richtung von CD am Theilkreise ab; die gesuchte Meridianrichtung SN liegt alsdann in der Mitte zwischen der alten und der neuen Richtung von CD.

Ist also die Deklinationsnadel zum Umlegen eingerichtet, so kann man sich von der Voraussetzung, dass die geometrische Axe mit der magnetischen zusammenfällt, befreien.

649. Die Inklinationsnadel (Fig. 320) ist eine flache Magnetnadel AB, drehbar um eine durch ihren Schwerpunkt geführte Drehungsaxe und dadurch der Wirkung der Schwere entzogen. Wird die Drehungsaxe senkrecht zum magnetischen Meridian gerichtet, so stellt sich die magnetische Axe der Nadel in die Richtung der erdmagnetischen Kraft; an einem vertikalen Theilkreise wird die Inklination abgelesen. Besonders da die magnetische Axe nie genau durch den Nadelschwerpunkt geführt ist, ändert sich die Ablesung ein wenig, wenn man die Nadel 1) durch eine Drehung um 180^0 um ihre geometrische Axe umlegt, 2) sie ummagnetisirt, so dass Nord- und Südende vertauscht werden. Aus den beiden Ablesungen am Kreise wird jedesmal das Mittel genommen.

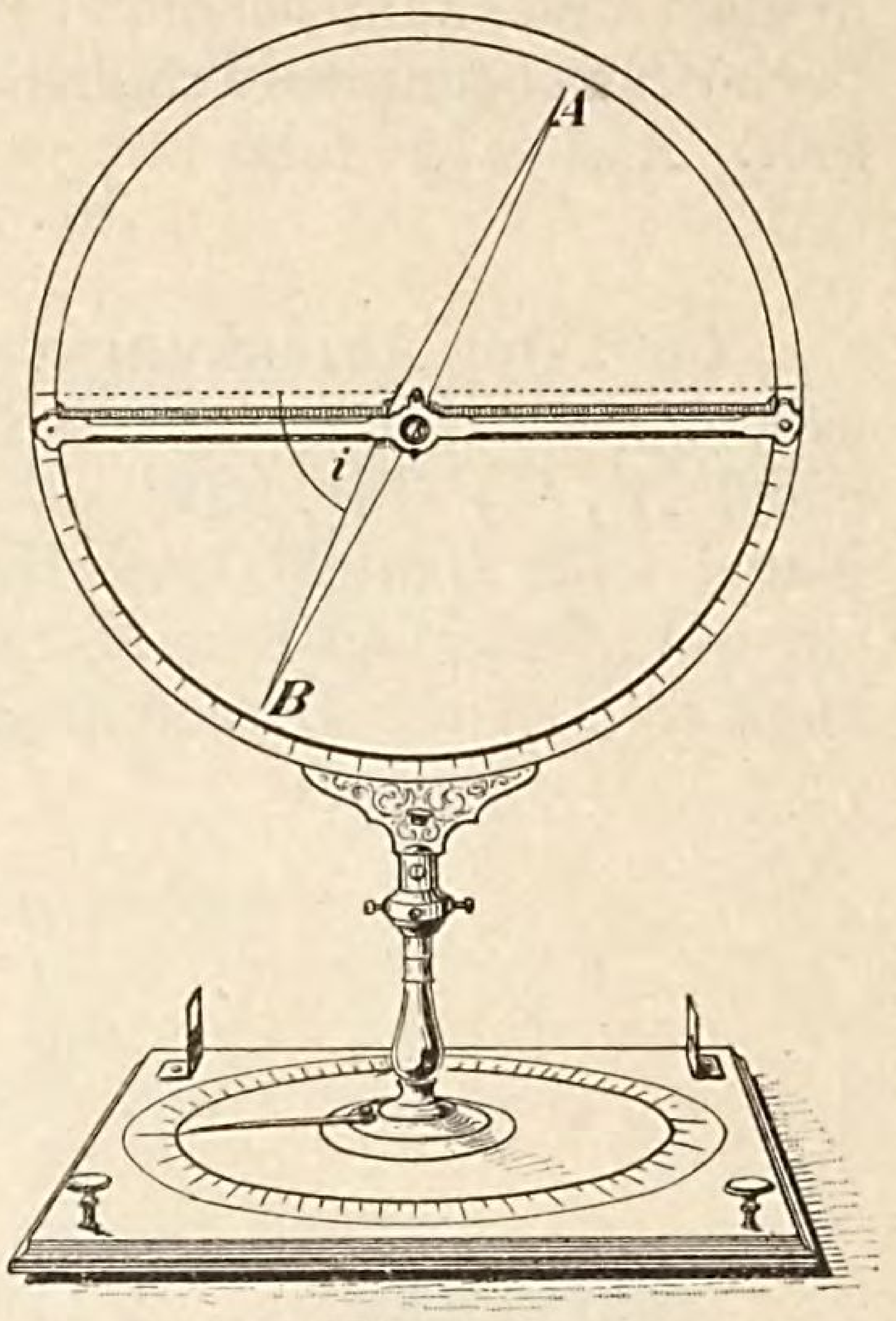


Fig. 320.

650. Die Bestimmung der Horizontalintensität geschieht nach Gauss durch Combination zweier Versuche, welche wir den Schwingungsversuch und den Ablenkungsversuch nennen.

651. Bei dem **Schwingungsversuch** bestimmt man die Schwingungsdauer eines an einem Faden aufgehängten Magneten. Wir sehen von der Torsionskraft des Fadens ab und nehmen an, dass die magnetische Axe des Magneten horizontal sei. In der Gleichgewichtslage des Magneten steht seine magnetische Axe im Meridian NS (A_1B_1 Fig. 321); der Magnet werde um den Winkel φ aus dieser Gleichgewichtslage um den vertikalen Faden als Axe herausgedreht, wobei seine Axe in die Lage AB kommt. An den Polen A und B, deren Stärke m sei, greifen im Felde der Horizontalcomponente die mechanischen Kräfte mH im Sinne der Pfeile an; die gleichsinnigen Drehungsmomente dieser Kräfte in Bezug auf den Faden (C) sind $mH \,.\, BC \sin\varphi$ und $mH \,.\, AC \sin\varphi$, ihre Summe ist $mH(AC + BC) \,.\, \sin\varphi = mH \,.\, AB \sin\varphi$. Es ist $m \,.\, AB$ das magnetische Moment M des Magneten, daher das auf ihn wirkende Drehungsmoment

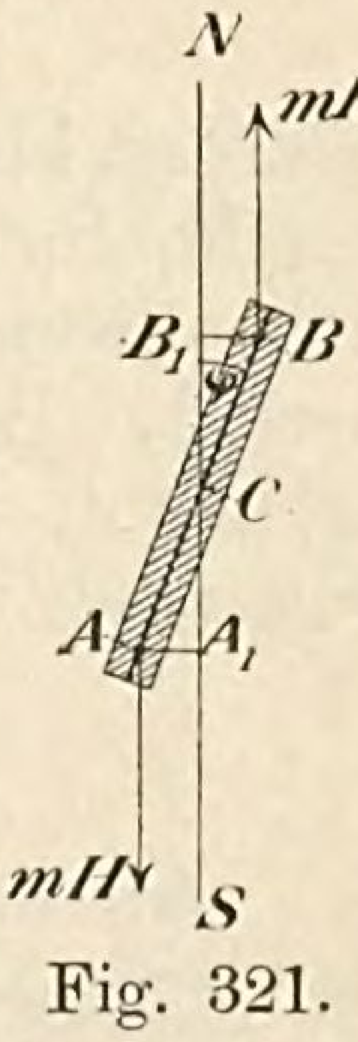


Fig. 321.

$$M \,.\, H \,.\, \sin\varphi.$$

Ein dem Sinus des Ablenkungswinkels proportionales Drehungsmoment wirkt auch auf das physische Pendel, dessen Theorie (Art. 107), auf den vorliegenden Fall übertragen, die Schwingungsdauer des Magneten

$$T = 2\pi \,.\, \sqrt{\frac{J}{M \,.\, H}} \cdots \qquad (112)$$

ergiebt, wenn J das Trägheitsmoment in Bezug auf die Drehungsaxe bedeutet; dieses kann bestimmt werden, indem man den Schwingungsversuch nach Vermehrung des Trägheitsmoments um eine bekannte Grösse wiederholt. Aus (112) folgt

$$M \,.\, H = \frac{4\,\pi^2\,J}{T^2} \cdot \cdot \cdot \cdot \qquad (112^a)$$

652. Der Ablenkungsversuch. Man hängt den Magneten ab und nähert ihn in der magnetischen Ost-Westlage einer kleinen Compassnadel $A'_1 B'_1$ (Fig. 322) so, dass seine Axe den Mittelpunkt C' der Nadel trifft (Gauss' erste Hauptlage). Die Nadel wird dadurch um einen Winkel φ aus dem Meridian abgelenkt, wobei sie in die Lage $A'B'$ kommt. Bei der Berechnung dieses Winkels wollen wir die Compass-

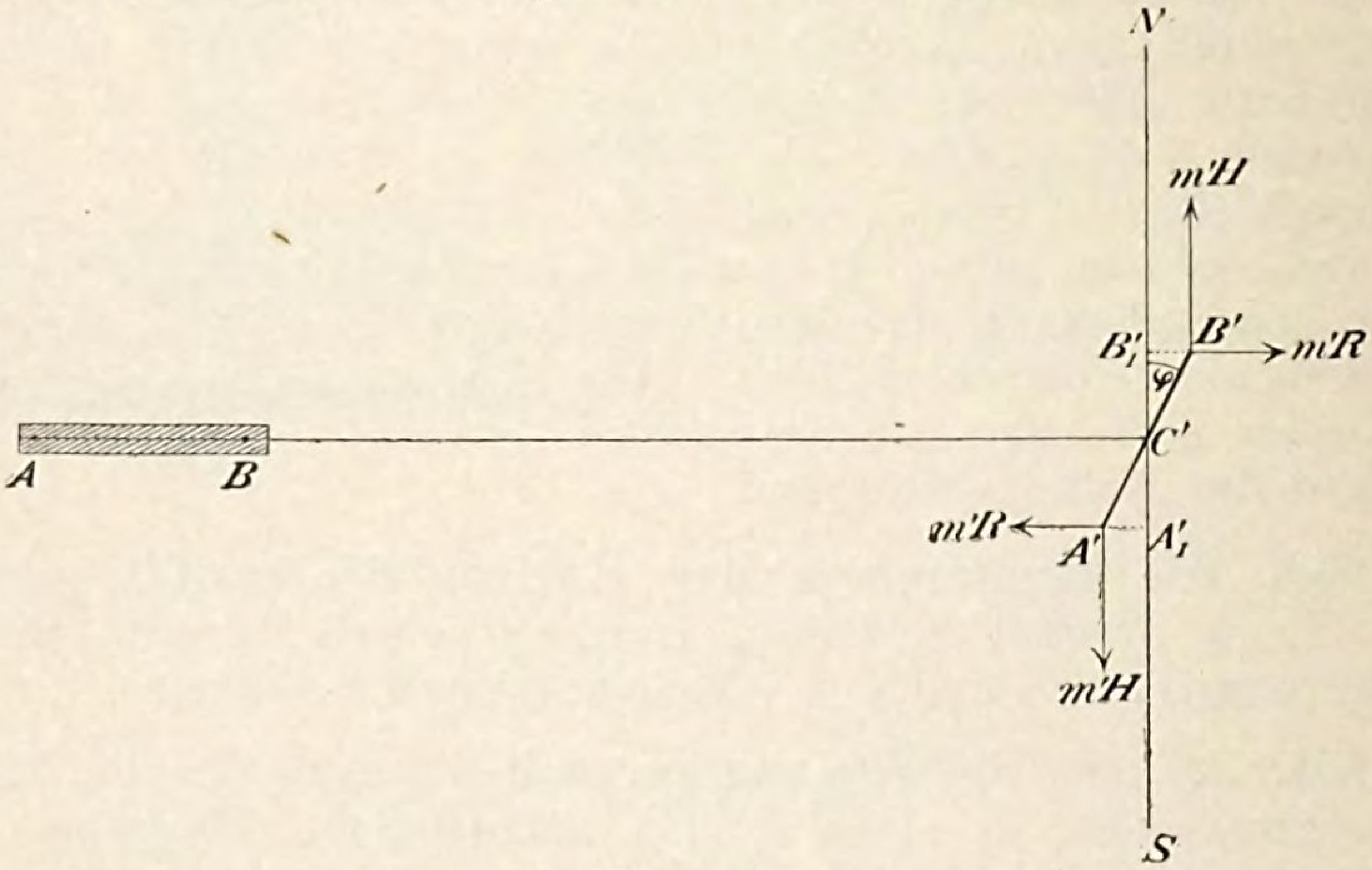


Fig. 322.

nadel so klein voraussetzen, dass in ihrem Bereich die von dem Magneten herrührende magnetische Kraft einen nach Richtung und Grösse merklich constanten Werth, also denselben, wie im Mittelpunkt C' der Nadel besitzt. Hier aber ist diese Kraft nach BC', senkrecht zum Meridian gerichtet, und hat, wenn der Magnet wie ein kurzer Linearmagnet behandelt werden kann, in der Bezeichnung des Art. 644 den Werth

$$R = \frac{2\,M}{r^3}.$$

An den Polen A', B', deren Stärke m' sei, greifen im Felde der magnetischen Kraft R Kräfte gleich $m'R$ im Sinne der Pfeile an; die Summe der gleichsinnigen Drehungsmomente dieser Kräfte in Bezug auf die Drehungsaxe (C') der Nadel ist $Rm' \,.\, B'C' \cos\varphi + Rm' \,.\, A'C' \cos\varphi = R \,.\, m' \,.\, A'B' \,.\, \cos\varphi = R \,.\, M' \,.\, \cos\varphi$, indem $m' \,.\, A'B'$ das magnetische Moment M' der Nadel ist.

Im entgegengesetzten Sinne wirkt das rücktreibende Drehungsmoment des Erdmagnetismus, welches nach Art. 651 gleich $M'H \sin\varphi$ ist. Die Gleichgewichtsbedingung lautet folglich

$$M' \,.\, R \,.\, \cos\varphi = M' \,.\, H \sin\varphi \quad \text{oder}$$

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{R}{H} \cdot \cdot \cdot \cdot \qquad (113)$$

Die Ablenkung φ ist also vom magnetischen Moment M' der Nadel unabhängig.

Setzt man für R seinen Werth $2\,M/r^3$, so entsteht $\operatorname{tg}\varphi = 2\,M/r^3\,H$ oder

$$\frac{M}{H} = \frac{r^3 \cdot \operatorname{tg}\varphi}{2} \quad \dots \quad (113^a)$$

653. Ausdruck der Horizontalintensität in absolutem Maass. Dividirt man (112^a) durch (113^a), so fällt das magnetische Moment M des benutzten Magneten heraus, und man erhält

$$H^2 = \frac{8\,\pi^2 \cdot J}{T^2 \cdot r^3\,tg\,\varphi} \quad \dots \quad (114)$$

Da die rechterhand stehenden Grössen in absolutem Maass ausgedrückt sind, so wird H nach dieser Gleichung in absolutem Maass gefunden. Im C-G-S-system ist H in Berlin zur Zeit ungefähr 0,19.

654. Methode der Spiegelablesung von Poggendorff und Gauss. *ab* (Fig. 323) ist ein kleiner vertikaler Planspiegel, mit einem um eine vertikale Axe drehbaren Körper, z. B. einem Magneten, der Drehungsaxe möglichst nahe, verbunden. *ST* ist eine horizontale Skale; *F* ein astronomisches Fernrohr, die Horizontalprojektion seiner

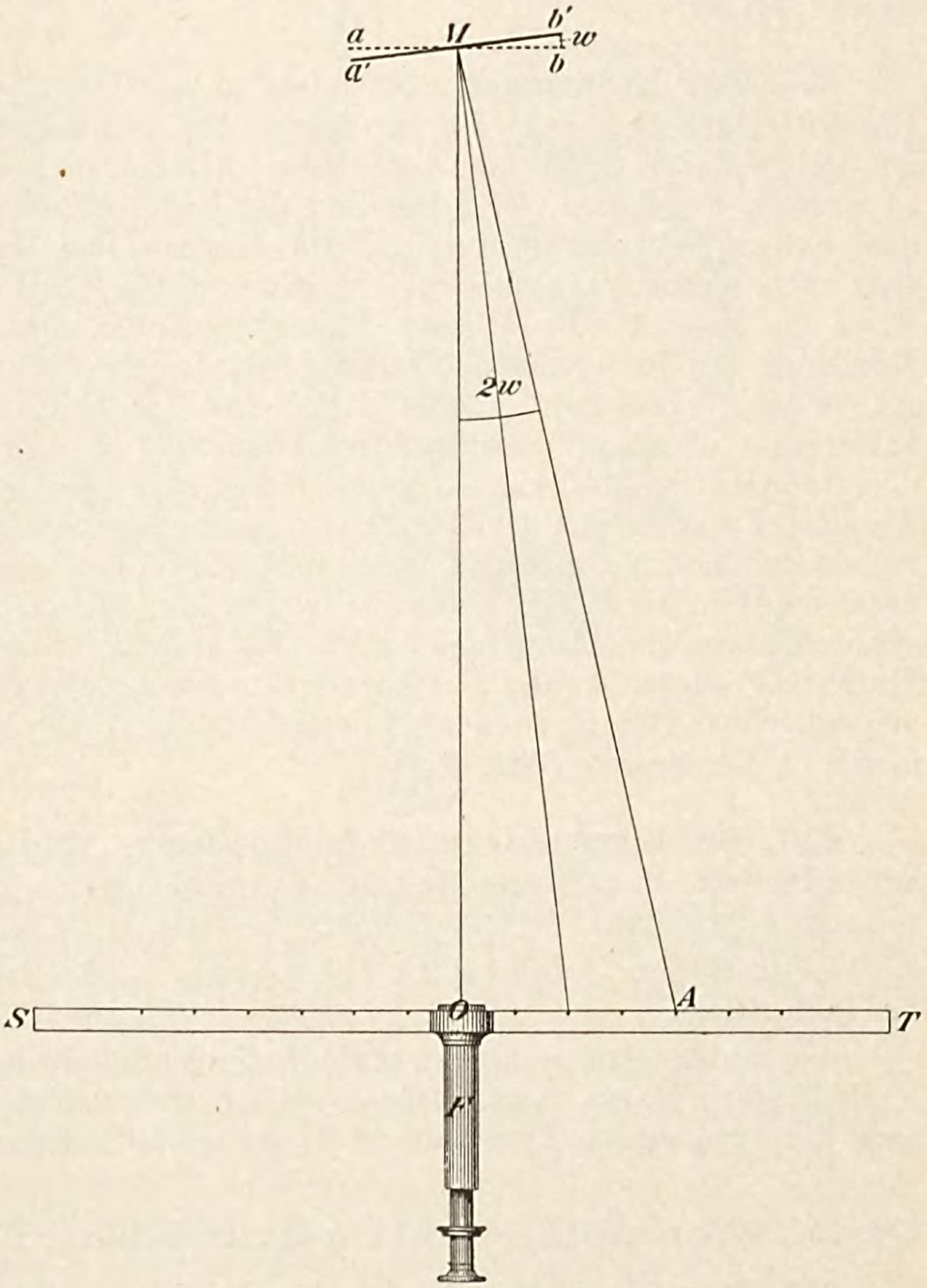


Fig. 323.

optischen Axe senkrecht zur Skale. Das Fernrohr wird auf das virtuelle, von ab entworfene Bild der Skale eingestellt, in der Anfangslage soll der Nullstrich der Skale, welcher in der durch die Fernrohraxe gelegten Vertikalebene liegt, am Fadenkreuz erscheinen. Dreht sich alsdann der Magnet und mit ihm der Spiegel um den Winkel w, so erscheint der Theilstrich A am Fadenkreuz, und es ist, wenn $OA = a$, $OM = d$ gesetzt wird, (Art. 439)

$$\operatorname{tg} 2w = \frac{a}{d} \cdots \qquad (115)$$

Diese viel benutzte Methode wird z. B. zur Bestimmung des Winkels φ bei dem Ablenkungsversuch (Art. 652) angewandt, wenn anstatt der Compassnadel ein an einem Faden aufgehängter Magnet gebraucht wird.

655. Der Erdmagnet. Nachdem in der Gauss'schen Methode ein Mittel gegeben war, die Intensität der erdmagnetischen Kraft an verschiedenen Orten in demselben, nämlich in absolutem Maass zu messen, wurden an vielen Punkten der Erdoberfläche die Elemente des Erdmagnetismus bestimmt. Im Ganzen und Grossen verhält sich nach diesen Versuchen die erdmagnetische Kraft so, als ob die Erde ein Magnet wäre, dessen Südende auf der nördlichen, dessen Nordende auf der südlichen Halbkugel liegt und dessen magnetische Axe einen Winkel von ungefähr 12° mit der Erdaxe bildet. Die Inklination nimmt auf der nördlichen Halbkugel im Allgemeinen gegen den Aequator hin ab, sie ist Null auf dem sogenannten magnetischen Aequator, welcher mit dem Erdäquator nicht ganz zusammenfällt, und auf der südlichen Halbkugel neigt sich der Südpol der Magnetnadel unter den Horizont. Aus den Beobachtungen lässt sich nach Gauss ableiten, dass der Hauptsache nach die erdmagnetische Kraft vom Erdkörper ausgeübt wird; doch rührt sie wahrscheinlich nicht von magnetischem Metall, sondern von elektrischen Strömen her, welche in der Erde fliessen (Art. 677).

656. Die Elemente des Erdmagnetismus sind mit der Zeit veränderlich. In grösseren Zeiträumen vollziehen sich fortschreitende, sogenannte säculare Veränderungen. So war z. B. zu Paris

die Deklination im Jahre	1580	11° 30′ östl.,	1851	20° 25′ westl.,
„ Inklination „ „	1661	75°	1851	68° 35′

Ausserdem finden kleine periodische Veränderungen, z. B. im Verlauf eines Tages statt, welche man berücksichtigen muss, wenn man die erdmagnetische Kraft zu Messungen benutzen will.

Cap. 6. Von den offenen galvanischen Elementen.

657. Das Thomson'sche Quadrantelektrometer. Man denke sich eine kreisförmig cylindrische Schachtel durch zwei zu einander senkrechte, durch die Axe der Schachtel gelegte Ebenen in vier gleiche Theile oder Quadranten zerschnitten. Vier derartige Quadranten

aus demselben Metall sind (Fig. 324) auf Glasfüssen G isolirt aufgestellt, je zwei diametral gegenüberliegende Q_1, Q_1 einerseits, Q_2, Q_2 andererseits, leitend verbunden. In dem von den Quadranten gebildeten Hohlraum schwebt an Seidenfäden bifilar aufgehängt (Art. 36), elektrisch isolirt, die sogenannte Nadel N, ein leichtes Aluminiumblech, dessen Form die Figur zeigt. Ein an derselben befestigter Platindraht p taucht in ein isolirendes, mit concentrirter Schwefelsäure gefülltes Glasgefäss G. Mit der Nadel ist ein Ablesespiegel s verbunden, dessen Bewegungen durch Skale und Fernrohr beobachtet werden (Art. 654).

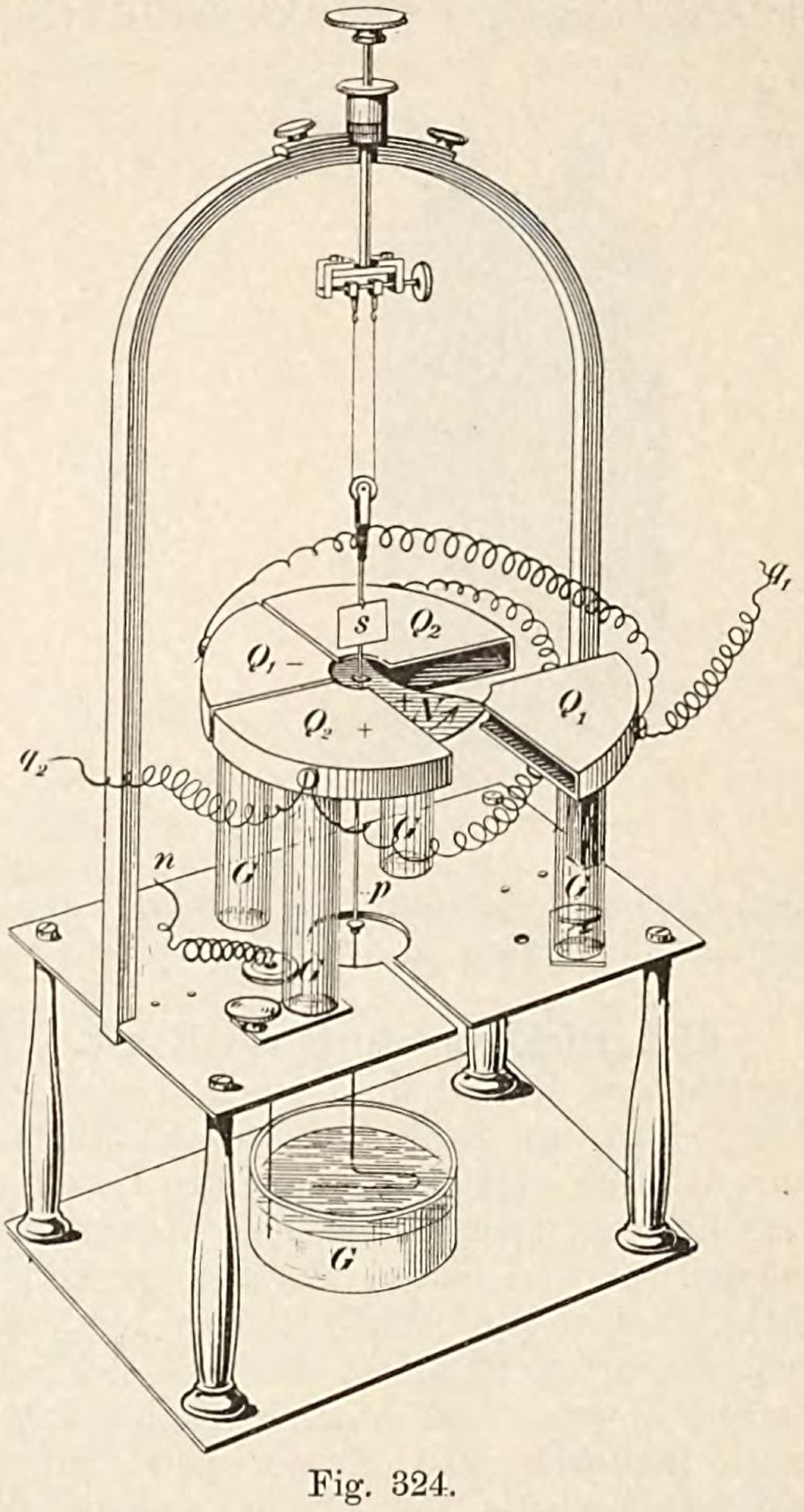


Fig. 324.

Um durch das Instrument kleine Potentialdifferenzen zu messen, ertheilt man der Nadel ein hohes Potential, am besten, indem man den mit der Schwefelsäure leitend verbundenen Draht n mit dem einen Pol einer vielgliedrigen galvanischen Batterie (Art. 663) verbindet und den anderen Pol der letzteren zur Erde ableitet. Die Körper, deren Potentialdifferenz zu messen ist, werden mit den beiden Quadrantenpaaren Q_1 bzw. Q_2 durch q_1 bzw. q_2 leitend verbunden. Die Nadel sei positiv, von den Quadrantenpaaren das eine positiv, das andere negativ elektrisch (Fig. 324). Auf die Nadel wirken elektrische Kräfte, welche nach dem Coulomb'schen Gesetz (Art. 613) den Produkten aus der grossen Nadelladung in die Quadrantenladungen proportional, also auch bei kleinen Werthen der letzteren verhältnissmässig gross sind. Die Nadel wird durch diese Kräfte im Sinne des beigesetzten Pfeils gedreht und ist im Gleichgewicht, wenn das mit wachsender Ablenkung wachsende Drehungsmoment der bifilaren Aufhängung (Art. 36) dem Drehungsmoment der elektrischen Kräfte gleich geworden ist. Die durch Spiegelablesung beobachtete Nadelablenkung ist, wenn klein, der Potentialdifferenz der Quadranten proportional, wenn die Quadrantenpotentiale nur kleine Bruchtheile des Nadelpotentials sind.

658. Galvanisches Element. Zwei Platten, die eine, *K*, aus Kupfer, die andere, *Z*, aus Zink, tauchen in Bittersalzlösung, welche in dem Glasgefäss *G* enthalten ist (Fig. 325). Diese Vorrichtung heisst ein galvanisches Element, die Zink- und Kupferplatte bzw. der Zink- und der Kupferpol des Elements[1]. Mit den Quadrantenpaaren des Thomson'schen Elektrometers verbunden zeigen die beiden Pole eine Potentialdifferenz, welche, unabhängig von Form und Grösse der einander berührenden Körper, nur durch die Natur der letzteren bedingt ist; und zwar ist das Potential des Kupferpols positiv gegen das des Zinkpols.

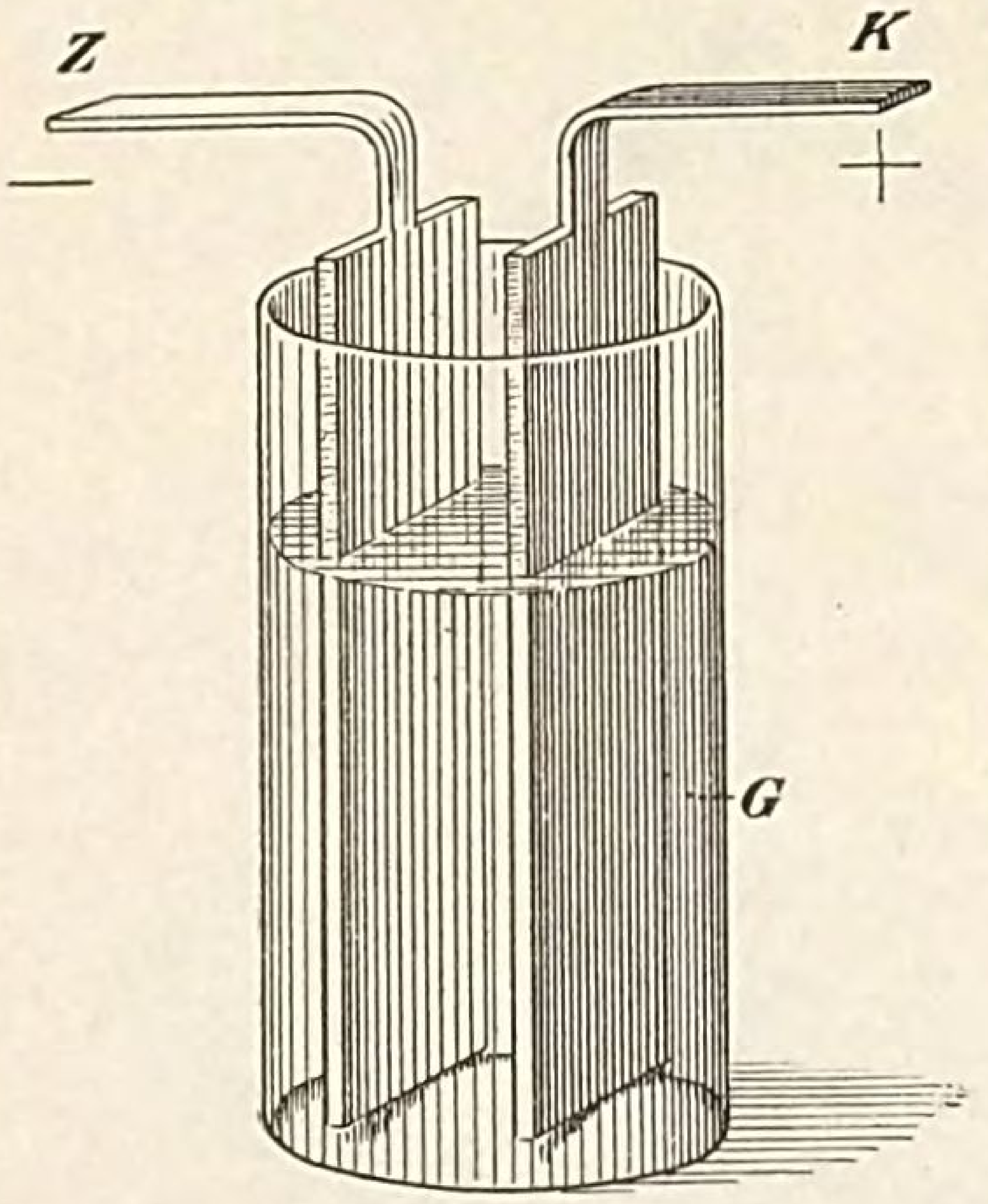
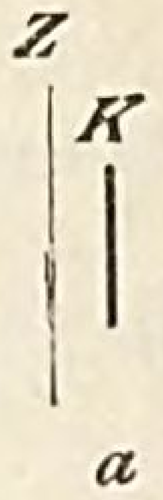


Fig. 325.



659. Elektromotorische Kraft. Da beim elektrischen Gleichgewicht das Potential in einem Leiter einen constanten Werth hat (Art. 622), so kann die Potentialdifferenz der Pole des Elements nur dadurch entstehen, dass das Potential an den Berührungsstellen verschiedenartiger Körper eine sprungweise Veränderung erfährt. Es müssen also an diesen Berührungsstellen elektrisirende, sogenannte elektromotorische Kräfte thätig sein, und die Wirkung der verschiedenen im Element thätigen elektromotorischen Kräfte kommt darauf hinaus, dass positive Elektricität vom Zink durch das Element hindurch zum Kupfer getrieben wird. Indem dadurch der Kupferpol positiv, der Zinkpol negativ elektrisch wird, entsteht eine Potentialdifferenz der Pole, welche die Elektricität im entgegengesetzten Sinne antreibt und bis auf den Werth steigt, bei welchem sie der elektromotorischen Kraft des Elements das Gleichgewicht hält. Dieser Werth ist der am Elektrometer gemessene und das Maass für die elektromotorische Kraft des Elements.

660. Berechnung der am Elektrometer beobachteten Potentialdifferenz. Fig. 326 sind die einander berührenden Leiter, wie sie auf einander folgen, durch gerade Linien, der Potentialwerth eines Punktes durch eine in ihm senkrecht zu jenen Linien gezogene Strecke dargestellt; M_1 und M_2 sind die aus demselben Metall M bestehenden

---

[1] Fig. 325ᵃ zeigt die in der Folge gebrauchte, schematische Bezeichnung eines galvanischen Elements.

Quadrantenpaare des Elektrometers. Das Potential ist auf dem mit dem Zink verbundenen, zur Erde abgeleiteten Quadrantenpaar 1 gleich Null; es erleidet beim Uebergang zum Zink eine sprungweise Vergrösserung, welche die elektromotorische Kraft zwischen Zink und dem Metall M des Quadrantenpaares heisst, durch (Z, M) bezeichnet wird und in der Figur negativ angenommen ist. Ebenso

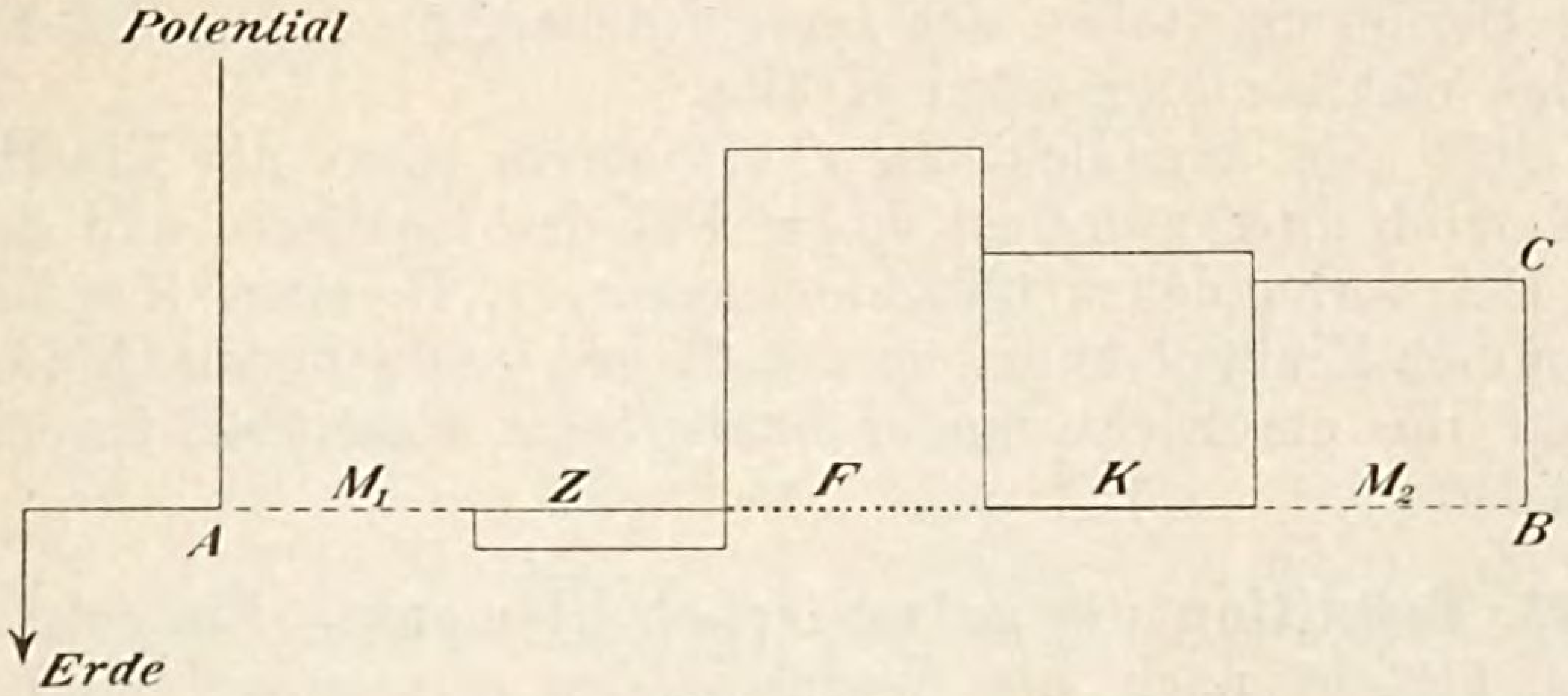


Fig. 326.

wächst das Potential beim Uebergang aus dem Zink in die Salzlösung F um (F, Z), beim Uebergang von F zum Kupfer um den — in der Figur negativ angenommenen — Werth (K, F), beim Uebergang vom Kupfer zu dem mit demselben verbundenen, isolirten Quadrantenpaar 2 um (M, K). Die ganze am Elektrometer gemessene Potentialdifferenz e, in der Figur durch BC dargestellt, ist also gleich $(Z, M) + (F, Z) + (K, F) + (M, K)$ oder umgeschrieben:

$$e = (M, K) + (K, F) + (F, Z) + (Z, M) \dots \qquad (116)$$

661. Leiter erster und zweiter Klasse. Entfernt man die Salzlösung aus dem Element, bringt den Zinkpol mit dem Kupferpol in Berührung und legt die Pole wieder an die Quadrantenpaare des Elektrometers an, so zeigen diese die Potentialdifferenz Null. Es ist also

$$o = (M, K) + (K, Z) + (Z, M)$$

oder, da $(Z, K) = -(K, Z)$

$$(Z, K) = (Z, M) + (M, K) \dots \qquad (117)$$

Von drei Körpern A, B, C, deren elektromotorische Kräfte gegen einander dieser Bedingung, nämlich $(A, B) + (B, C) = (A, C)$, genügen, sagt man, sie folgen dem Gesetz der Spannungsreihe oder sie seien Leiter erster Klasse; zu ihnen gehören vorzugsweise die Metalle und die Kohle in ihren leitenden Modifikationen. Leiter, welche dem Gesetz der Spannungsreihe nicht folgen, heissen Leiter zweiter Klasse. Zu ihnen gehören nach dem Vorstehenden Salzlösungen, überhaupt alle die chemisch zusammengesetzten Körper, welche durch den elektrischen Strom zerlegt werden (Art. 697). Man nennt daher die Leiter zweiter Klasse auch Elektrolyte, die Leiter erster Klasse Nichtelektrolyte. Man kann im galvanischen Element anstatt eines Leiters zweiter Klasse auch mehrere an einander grenzende benutzen.

In Folge der Gleichung (117) kann (116) geschrieben werden:

$$e = (Z, K) + (K, F) + (F, Z) \ldots . \qquad (118)$$

Die am Elektrometer beobachtete Potentialdifferenz, welche als Maass für die elektromotorische Kraft des Elementes bezeichnet wurde, ist also unabhängig von dem Metall der Quadranten und (Gleichung 118) gleich der Summe der in einem Sinne genommenen, an den Berührungsstellen der verschiedenartigen Leiter im Element wirkenden elektromotorischen Kräfte.

Weiter geht aus Gleichung (117) hervor, dass die Einschaltung eines Metalldrahtes zwischen einem Pol des Elements und dem mit diesem Pol verbundenen Quadrantenpaar, z. B. eines Kupferdrahts zwischen dem Zinkpol und dem mit diesem verbundenen Quadrantenpaar, auf die am Elektrometer beobachtete Potentialdifferenz ohne Einfluss ist.

662. Definition des galvanischen Elements. Ein galvanisches Element besteht nach dem Vorstehenden aus zwei Leitern erster Klasse, welche durch einen oder mehrere Leiter zweiter Klasse von einander getrennt sind. Die beiden Leiter erster Klasse heissen die Pole des Elements, die Potentialdifferenz der Pole des offenen Elements ist das Maass seiner elektromotorischen Kraft. Diese ist die Summe der an den Berührungsflächen der einzelnen Leiter thätigen elektromotorischen Kräfte, welche von der Form und Grösse der einander berührenden Leiter unabhängig und nur durch deren Natur bedingt sind.

Es ist noch nicht gelungen, die an den einzelnen Berührungsstellen thätigen elektromotorischen Kräfte durch eine einwurfsfreie Methode zu messen oder e in seine einzelnen Summanden zu zerlegen. Fig. 326 wurde daher nach willkürlichen Annahmen gezeichnet.

Es ist nicht überflüssig zu bemerken, dass für ein gegebenes Element nur die Potentialdifferenz der Pole einen bestimmten Werth besitzt, während die Potentialwerthe der Pole selbst alle möglichen, mit jener Differenz verträglichen Werthe annehmen können.

663. Galvanische Batterie, n Elemente hinter einander verbunden. Mehrere galvanische Elemente, deren jedes die elektromotorische Kraft e hat, seien hinter einander, d. h. so verbunden,

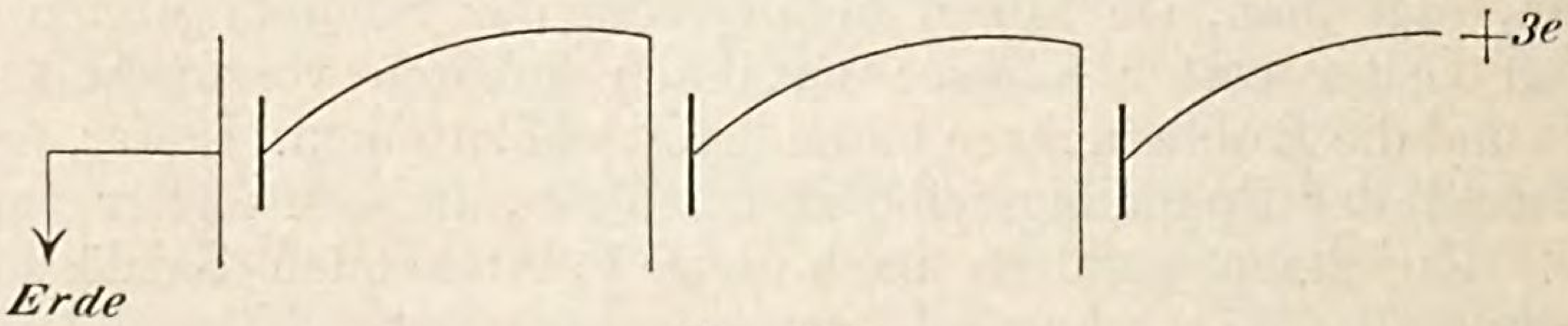


Fig. 327.

dass der Zinkpol des folgenden Elements jedesmal an den Kupferpol des vorhergehenden angelegt ist (Fig. 327). Beim Durchschreiten eines jeden Elements wächst nach Art. 661 das Potential um e; die Potentialdifferenz der Endpole, d. i. die elektromotorische Kraft der „n-gliedrigen" Batterie ist also $n \cdot e$.

664. Galvanische Batterie, n Elemente neben einander verbunden. Die Zinkpole von n Elementen mögen mit einander verbunden und dadurch auf einerlei Potential gebracht werden (Art. 622); dann sind auch die Potentiale der verschiedenen Kupferpole nicht von einander verschieden (Art. 662), und ihr gemeinschaftlicher Werth ändert sich nicht, wenn man auch s i e leitend verbindet. Man sagt, die Elemente seien bei dieser Anordnung (Fig. 327[a]) n e b e n einander verbunden. Die Potentialdifferenz zwischen dem gemeinschaftlichen Zink- und dem gemeinschaftlichen Kupferpol, d. i. die elektromotorische Kraft der aus n neben einander verbundenen Elementen bestehenden Batterie ist daher gleich der elektromotorischen Kraft e des einzelnen Elements. Vgl. Art. 674.

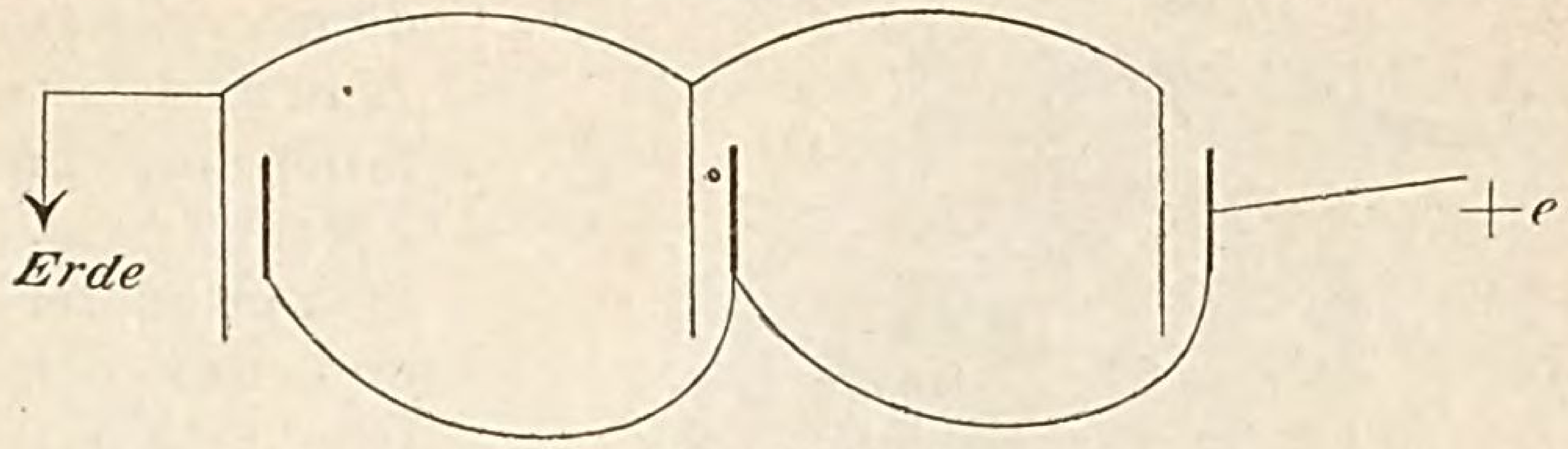


Fig. 327[a].

665. Inconstante und constante Elemente. Ein Element heisst inconstant oder constant, je nachdem seine elektromotorische Kraft (Art. 662), wenn es Strom liefert, abnimmt oder ungeändert bleibt (Art. 724). Das Art. 658 beschriebene Element ist ein inconstantes. Constante Elemente sind das Daniell'sche und das Bunsen'sche, in welchen zwei flüssige Elektrolyte verwendet und durch eine von den

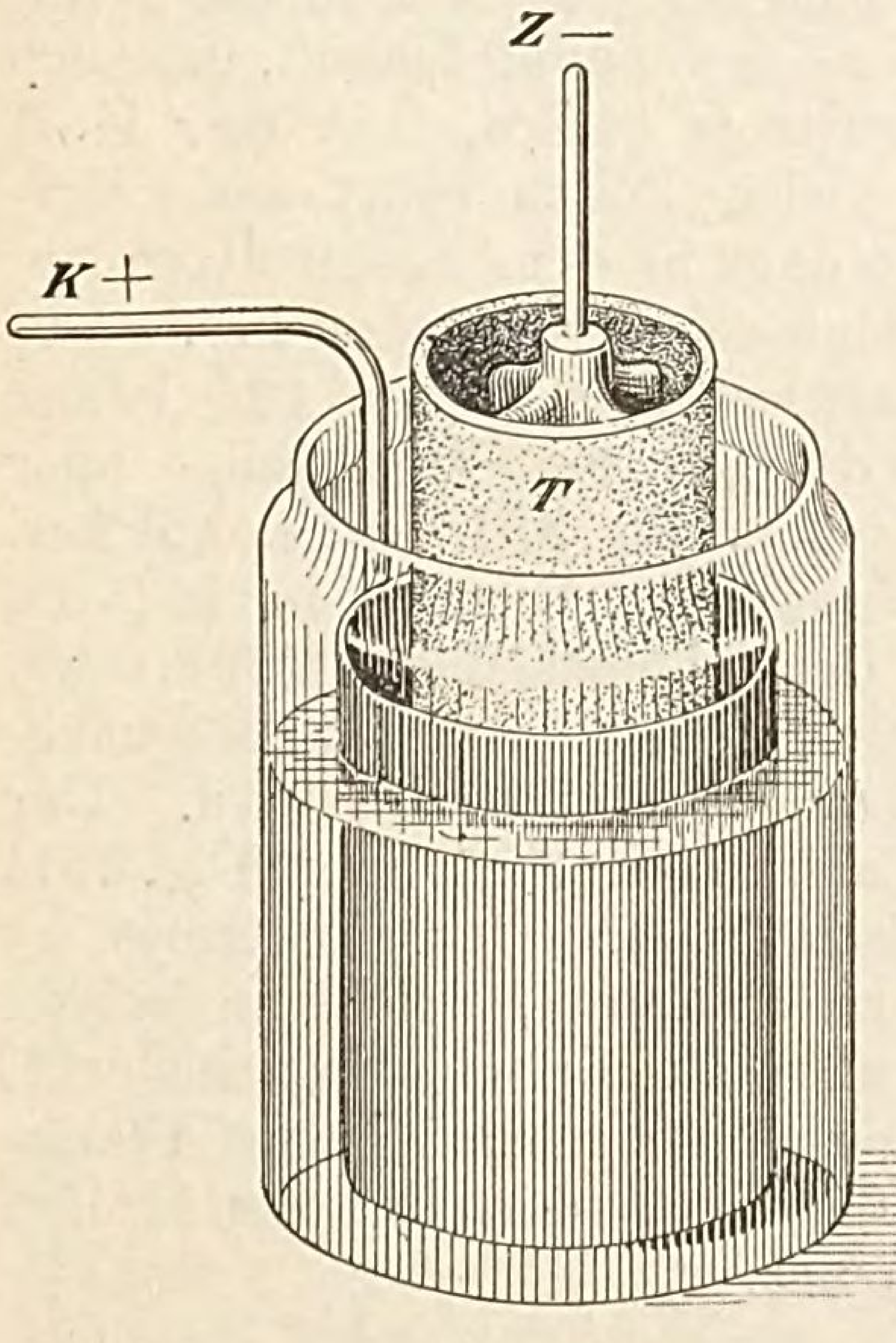


Fig. 328.

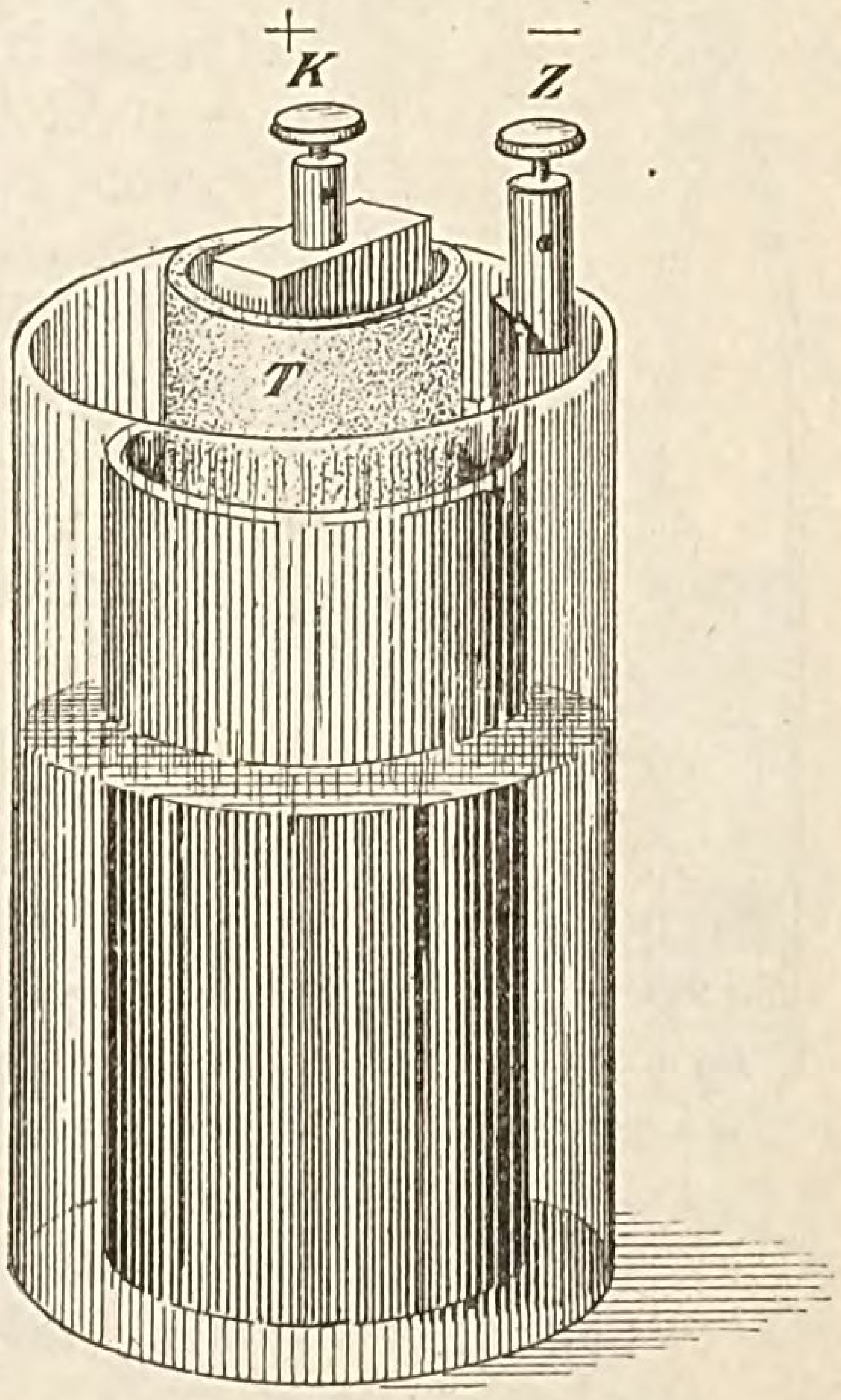


Fig. 329.

Flüssigkeiten durchtränkte Thonzelle T (Fig. 328 und 329) von einander geschieden sind. Im Daniell'schen Element (Fig. 328) steht Zink Z in Zinksulfatlösung oder verdünnter Schwefelsäure, Kupfer K in concentrirter Kupfersulfatlösung, im Bunsen'schen Element (Fig. 329) steht Zink in verdünnter Schwefelsäure und das Kupfer ist durch leitende Kohle ersetzt, welche in concentrirte Salpetersäure taucht. Im Bleiaccumulator ist das Zink durch Blei, das Kupfer durch Bleisuperoxyd ersetzt; der Elektrolyt ist verdünnte Schwefelsäure. Fig. 330 zeigt einen Bleiaccumulator, welcher aus zwei mit einander metallisch verbundenen Bleiplatten B und einer, von ihnen durch Ebonit E isolirten, mit Bleisuperoxyd bedeckten Bleiplatte P besteht (vgl. Art. 718).

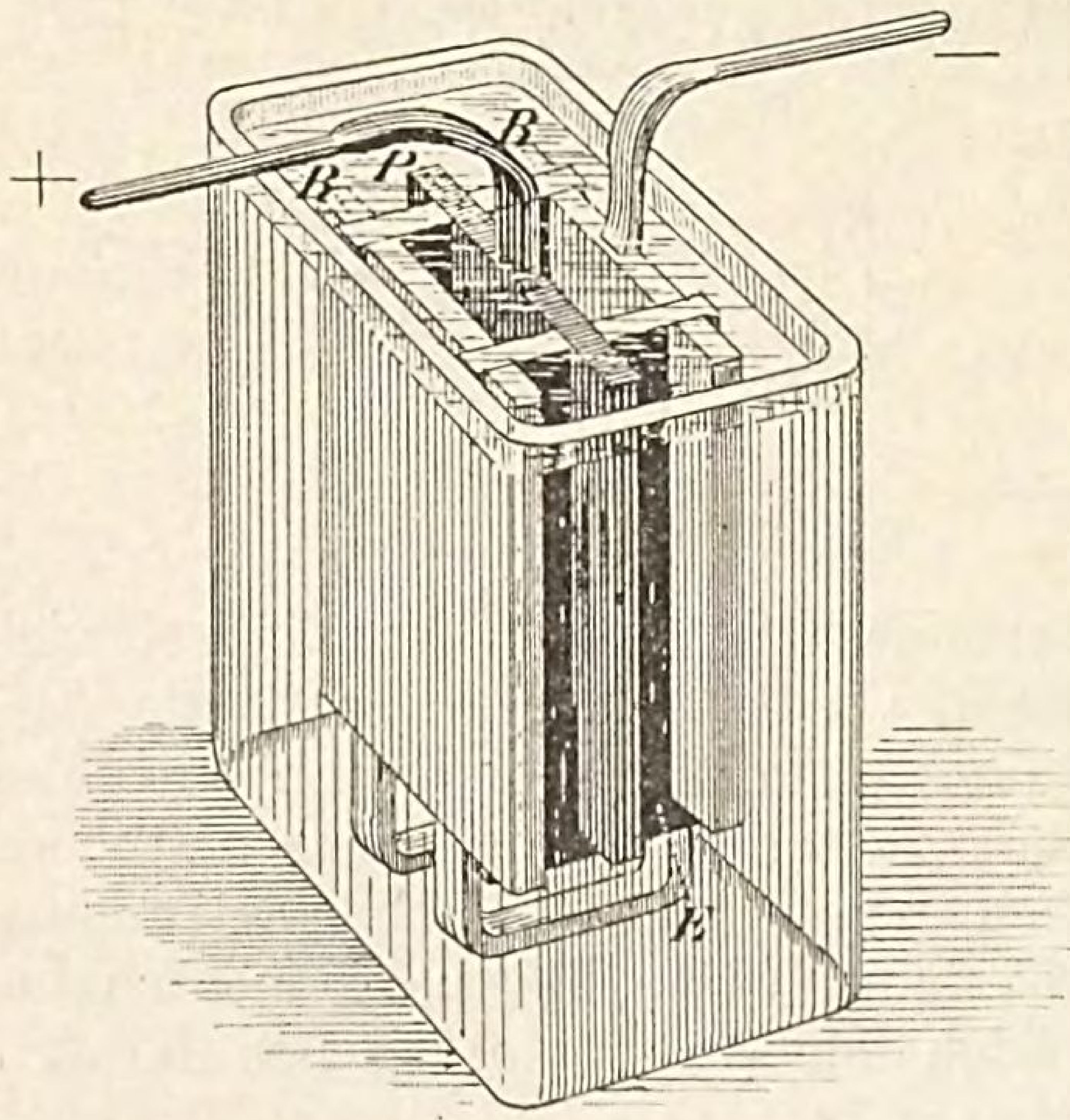


Fig. 330.

666. Normalelemente. Die elektromotorische Kraft der meisten Elemente, in denen nur ein Elektrolyt zur Verwendung kommt, ist, auch wenn sie keinen Strom liefern, mit der Zeit veränderlich; in vielen Fällen rührt diese Veränderlichkeit von dem in dem Elektrolyten absorbirten atmosphärischen Sauerstoff her. Das Element von Clark ist von diesem Uebelstand frei und kann deshalb als Vergleichs- oder Normalelement dienen. Fig. 331 zeigt ein solches, in Glas eingeschmolzenes Element in H-form. Das Kupfer ist durch Quecksilber (Hg) ersetzt, welches mit einem Gemisch von festem Quecksilbersulfat und Zinksulfat bedeckt wird. Der Zinkpol besteht aus reinem Zink oder (Fig. 331) aus reinem Zinkamalgam. Der Elektrolyt ist concentrirte Zinksulfatlösung, welche in beiden Schenkeln Krystalle aus diesem Salz bedeckt. In das Glas unten eingeschmolzene Platindrähte stellen die Verbindung zu den Polen (Hg und $HgZn$) her.

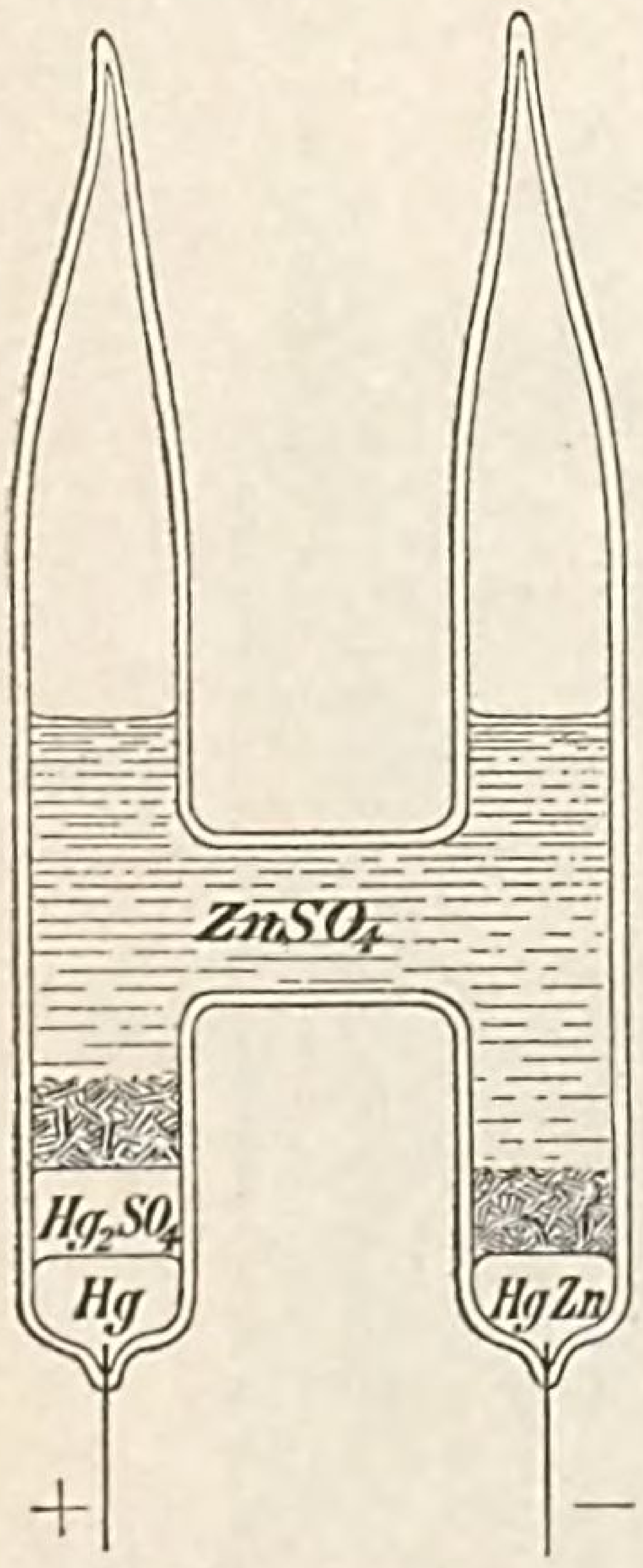


Fig. 331.

667. Numerische Werthe elektromotorischer Kräfte. Es ist in Volts (Art. 732) die elektromotorische Kraft

des Clark'schen Elements $1{,}435\ (1 - 0{,}0010\ [t - 15^0])$

wo t die Temperatur bedeutet,

des Daniell'schen Elements mit Schwefelsäure	1,1—1,2
des Bunsen'schen Elements	1,9
des Bleiaccumulators	2—1,9.

668. Zur Geschichte. Die durch die Berührung verschiedenartiger Körper entstehenden elektromotorischen Kräfte wurden von Volta entdeckt, nachdem Galvani zuvor auf ihnen beruhende Erscheinungen beobachtet hatte. Die sogenannten Fundamentalversuche, durch welche Volta diese elektromotorischen Kräfte nachwies, genügten zwar zu diesem Zweck, doch ist die Deutung dieser Versuche im Einzelnen noch heute zweifelhaft.

Cap. 7. Das geschlossene Element und das Ohm'sche Gesetz.

669. Das geschlossene Element. Verbindet man die Pole A und B eines galvanischen Elements durch einen Kupferdraht (Fig. 332), so kann auf demselben die Elektricität nicht im Gleichgewicht sein, da das Potential des Kupferpols B grösser ist, als das Potential des Zinkpols A (Art. 622); daher fliesst Elektricität durch den Draht von B nach A. In Folge hiervon nimmt die Potentialdifferenz der Pole A und B ab, sie hält der elektromotorischen Kraft des Elements nicht mehr das Gleichgewicht, und diese schiebt Elektricität aus dem Elemente nach. Ist also das letztere ein constantes (Art. 665), so stellt sich ein stationärer Zustand her, bei welchem die Potentialdifferenz der Pole BC' kleiner ist, als

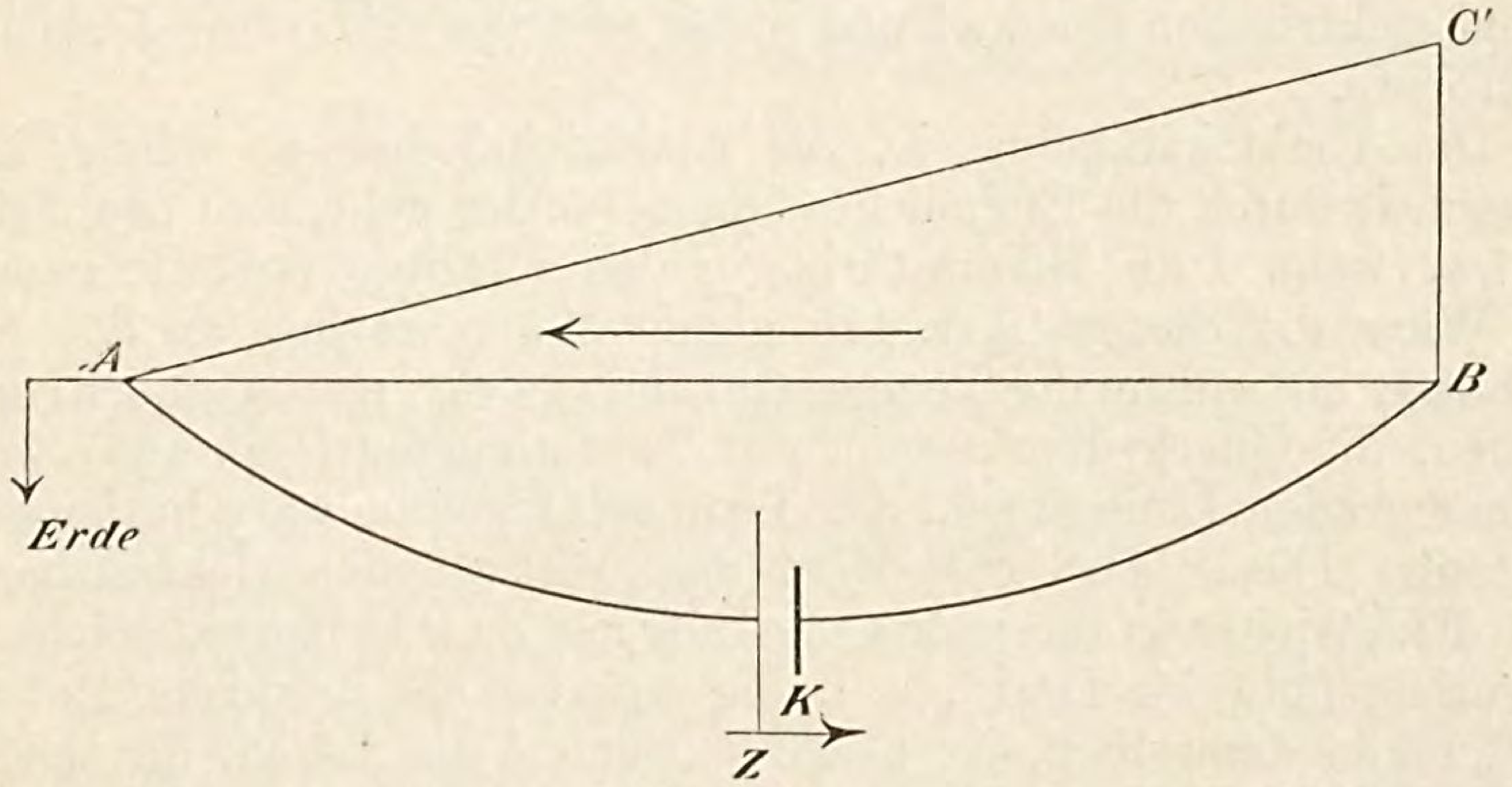


Fig. 332.

die elektromotorische Kraft $e = BC$ (Fig. 326) des Elements und ein Strom von constanter Stärke durch Draht und Element fliesst.

Als Richtung des elektrischen Stromes bezeichnen wir stets die Richtung, in welcher die positive Elektricität fliesst; der Strom des Elements hat die Richtung vom Zink durch den Elektrolyten des Elements zum Kupfer, vom Kupfer durch den Schliessungsdraht zum Zink. Die Stärke oder Intensität des Stromes setzen wir proportional der Elektricitätsmenge, welche in der Zeiteinheit durch den Querschnitt des Drahtes geht. Diese muss überall im Draht die gleiche

sein, denn wäre sie etwa in B grösser, als in A, so würde eine Anhäufung von Elektricität im Draht AB stattfinden, was dem stationären Zustand widerspricht. Aus demselben Grunde geht in gleichen Zeiten durch das Element dieselbe Elektricitätsmenge wie durch den Draht, die Stromstärke im Element ist gleich der Stromstärke im Draht.

670. Das Ohm'sche Gesetz. Das Gesetz, welches die Stärke dieses Stromes bestimmt, wurde auf experimentellem Wege von G. S. Ohm entdeckt, alsdann von demselben aus einer Annahme theoretisch abgeleitet, welche wir mit einer kleinen Modifikation dahin formuliren können, dass bei der Elektricitätsleitung Elektricität von Stellen höheren zu Stellen tieferen Potentials nach demselben Gesetze fliesst, wie bei der Wärmeleitung Wärme von Stellen höherer zu Stellen tieferer Temperatur.

671. Auf die Enden eines homogenen Drahtes wirkt eine Potentialdifferenz V. Wenden wir diese Annahme zuerst auf den Draht AB an, welchen wir als überall von gleicher Beschaffenheit und gleichem Querschnitt voraussetzen, so haben wir in einer Ausdrucksweise, welche der bei der Wärmeleitung (Art. 418) gebrauchten entspricht:

$$\text{Elektricitätsfluss} = \text{Potentialgefälle} \times \varkappa \ldots. \qquad (119)$$

$\varkappa$ hängt ausser von den Einheiten, in welchen der Elektricitätsfluss und das Potentialgefälle ausgedrückt wird, nur von der Beschaffenheit und der Temperatur des Drahtes ab, ist also unabhängig von seinem elektrischen Zustand und heisst sein specifisches Leitungsvermögen.

Der Elektricitätsfluss ist die Elektricitätsmenge, welche in der Zeiteinheit durch die Einheit des Querschnittes geht, also proportional mit i/q, wenn i die Stromstärke, q den Drahtquerschnitt bedeutet.

Wäre die Stange Art. 418 gegen Wärmeverlust an den Seiten geschützt, so würde die Temperatur für jedes cm um gleich viel abnehmen, die Quecksilberkuppen der Thermometer (Fig. 181) würden in einer graden Linie liegen, das Temperaturgefälle wäre in der Stange constant. Dieser Fall entspricht dem vorliegenden elektrischen, da keine Elektricität in die isolirende Luft aus dem Draht entweicht. Das Potentialgefälle im Draht, d. i. die auf das cm reducirte Potentialabnahme in demselben, ist also V/l, wenn l die Länge des Drahtes, V die Potentialdifferenz der Punkte B und A bezeichnet.

Es ist also nach (119)

$$\frac{i}{q} = \varkappa \cdot \frac{V}{l}$$

oder umgeschrieben

$$i \cdot \frac{l}{q \cdot \varkappa} = V$$

oder endlich, wenn

$$\frac{l}{q \cdot \varkappa} = w \ldots. \qquad (120)$$

gesetzt wird,

$$i \cdot w = V \ldots. \qquad (121)$$

w heisst der Widerstand des Drahtes; der Widerstand eines homogenen Drahtstücks ist also seiner Länge direkt, seinem Querschnitt umgekehrt proportional.

672. Zusammengesetzter linearer Leiter. Seien (Fig. 333) zwei Drähte BD und DA von den Widerständen w_1 und w_2 zwischen den Punkten B und A eingeschaltet, A, D, B mögen die Potentiale in den Punkten A, D, B vorstellen, die Potentialdifferenz $\mathrm{B} - \mathrm{A} = BC'$

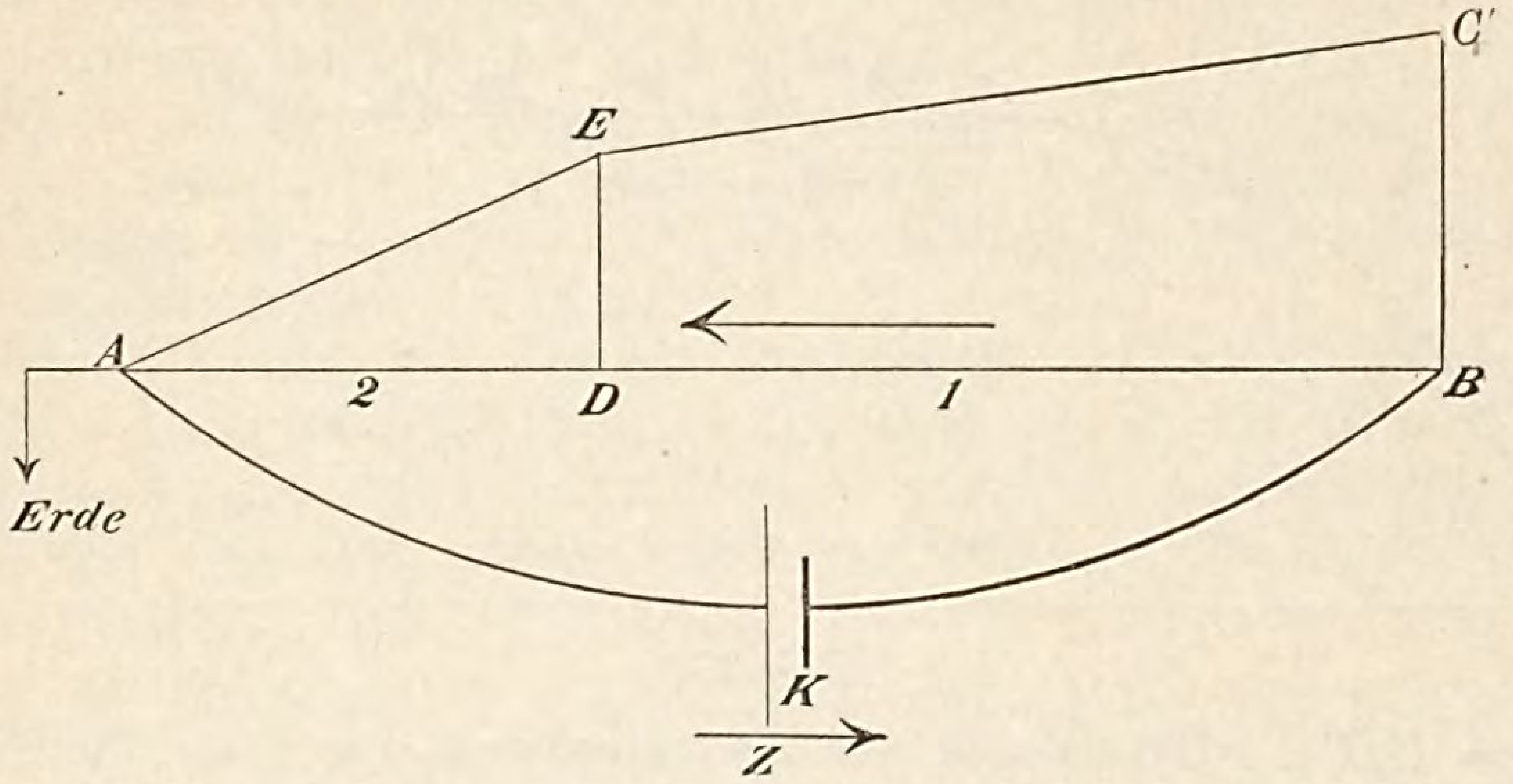


Fig. 333.

werde wieder V genannt. Da die Stromstärke in beiden Drähten denselben Werth i hat (Art. 669), so ist

$$\mathrm{B} - \mathrm{D} = i \,.\, w_1$$

$$\mathrm{D} - \mathrm{A} = i \,.\, w_2;$$ durch Addition dieser Gleichungen:

$$\mathrm{B} - \mathrm{A} = i(w_1 + w_2),$$ oder

$$i \,.\, w = V$$

wenn $$w = w_1 + w_2$$

gesetzt wird. Die Gleichung (121) bleibt also bestehen, der Widerstand w zweier hinter einander geschalteter Drähte ist gleich der Summe ihrer Widerstände.

Die Gleichung (121) gilt in jedem Fall, in welchem die Punkte A und B durch einen beliebigen linearen Leiter, d. h. einen Leiter der Art verbunden sind, dass die elektrische Strömung an jeder Stelle eines Querschnitts des Leiters als gleichgerichtet und gleich stark angesehen werden kann; der Widerstand w des linearen Leiters ist eine von der Stromstärke unabhängige, nur durch die Beschaffenheit des Leiters bedingte Grösse.

673. Das Ohm'sche Gesetz für das geschlossene Element. Die Gleichung (121) kann auf jeden der Leiter, welche das Element bilden, angewandt werden, vorausgesetzt, dass derselbe als linearer Leiter (Art. 672) behandelt werden kann; in jedem dieser Leiter ist das Potential nicht, wie beim offenen Element, constant, sondern sinkt, wenn man ihn im Sinne des Stromes durchschreitet, um $i \,.\, w_1$, wenn w_1 der Widerstand des Leiters ist. Fig. 334 ist dem

gewöhnlich vorkommenden Fall entsprechend angenommen, dass im Element nur der Leiter zweiter Klasse F einen merklichen Widerstand besitzt; durch den Strom wird das Potential in G um $HH' = i \,.\, w_1$ verkleinert, um denselben Werth sinkt es im Punkte B

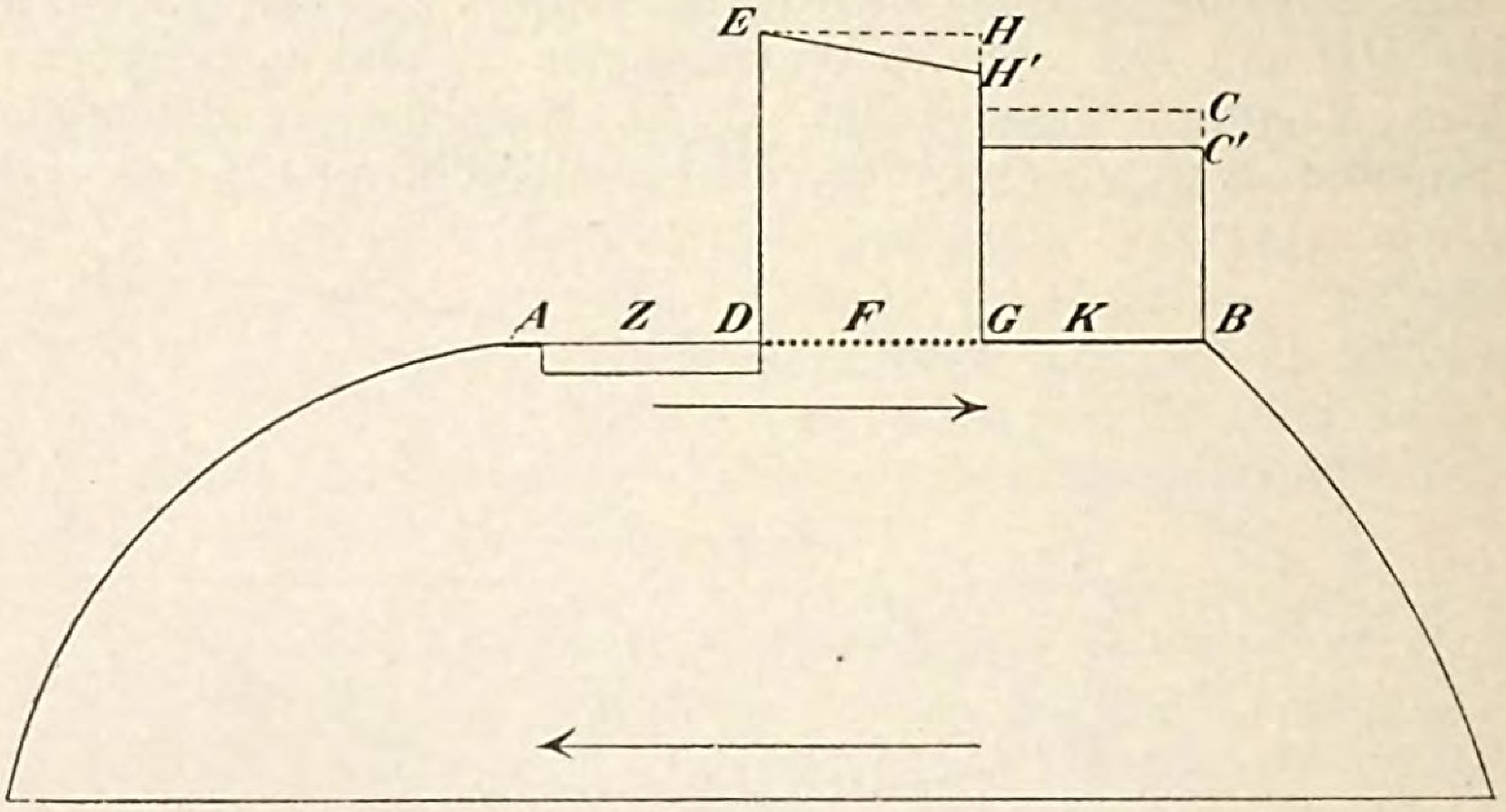


Fig. 334.

($CC' = HH'$). Bezeichnen wir also allgemein durch wi die Summe der Widerstände der einzelnen Leiter des Elements, d. i. seinen sogenannten inneren Widerstand, dann ist die Potentialdifferenz BC' an den Polen des geschlossenen Elements um $i \,.\, wi$ kleiner als an den Polen des offenen, oder es findet im Element ein Potentialverlust $= i \,.\, wi$ statt. Es ist also in der Gleichung (121)

$$V = e - i \,.\, wi = i \,.\, wa \;.\,.\,.\,. \qquad (122^a)$$

wenn e die elektromotorische Kraft des Elements, wa den Widerstand der äusseren Leitung bezeichnet; daraus folgt

$$i = \frac{e}{wi + wa} \;.\,.\,.\,. \qquad (122)$$

d. h. die Stromstärke im Kreise des geschlossenen Elements ist gleich der elektromotorischen Kraft des Elements getheilt durch die Summe des inneren und äusseren Widerstandes[1].

674. Batterieschaltung. Werden n Elemente von der elektromotorischen Kraft e und dem inneren Widerstand wi hinter einander verbunden (Art. 663), so ist die elektromotorische Kraft der entstandenen Batterie $n \,.\, e$, ihr innerer Widerstand, da der Widerstand eines Leiters seiner Länge proportional ist (Art. 671, Gleichung 120), $n \,.\, wi$. Wird diese Batterie durch eine Leitung vom Widerstand wa geschlossen, so ist nach Art. 673, Gleichung (122)

$$i = \frac{n \,.\, e}{n \,.\, wi + wa} \;.\,.\,.\,. \qquad (123)$$

[1] Auch wenn die Leiter des Elements nicht als lineare behandelt werden können, gilt diese Gleichung, doch kann in diesem Falle wi, eine von dem elektrischen Zustand des Elements unabhängige Grösse, nicht nach (120) berechnet werden.

Ist nun w_a sehr gross gegen den inneren Widerstand $n \, . \, w_i$, wie z. B. wenn die äussere Leitung einen langen dünnen Platindraht oder den menschlichen Körper enthält, dann kann $n \, . \, w_i$ im Vergleich zu w_a vernachlässigt werden und man erhält

$$i = \frac{n \, . \, e}{w_a},$$

n mal so gross, als wenn nur ein Element benutzt würde. Dabei ist, so lange nur der innere Widerstand der Elemente nicht in Betracht kommt, ihre Grösse gleichgültig, da von dieser die elektromotorische Kraft unabhängig ist (Art. 662). Handelt es sich also um eine Leitung von grossem äusseren Widerstande, so ist es zweckmässig, eine Batterie aus vielen, kleinen, hinter einander verbundenen Elementen anzuwenden.

Ist indessen der äussere Widerstand w_a klein gegen den inneren $n \, . \, w_i$, was vorkommen kann, wenn ein kurzer dicker Platindraht durch den Strom zum Glühen gebracht werden soll, dann liefert die Gleichung (123), indem w_a gegen $n \, . \, w_i$ vernachlässigt wird,

$$i = \frac{n \, . \, e}{n \, . \, w_i} = \frac{e}{w_i},$$

nicht grösser als bei Anwendung eines einzigen Elements; in einem solchen Fall ist also Vermehrung der Zahl hinter einander verbundener Elemente werthlos.

Benutzt man aber in diesem Fall ein Element vom n fachen stromdurchflossenen Querschnitt, also vom inneren Widerstand w_i/n (Art. 671, Gleichung 120), dann wird die Stromstärke

$$i = \frac{e}{w_a + \frac{w_i}{n}} \dots \tag{124}$$

oder, falls w_a gegen w_i/n vernachlässigt werden darf,

$$i = \frac{n \, e}{w_i},$$

n mal so gross, als bei Anwendung eines Elements vom einfachen Querschnitt. Dasselbe Resultat erreicht man, indem man n Elemente vom einfachen Querschnitt neben einander verbindet; denn die so entstandene Batterie ist einem Element vom n fachen Querschnitt gleichwerthig. Vgl. Art. 664.

675. Allgemeiner Ausspruch des Ohm'schen Gesetzes für lineare Leiter. Stelle (Fig. 335) E ein geschlossenes Element von der elektromotorischen Kraft e dar, welches wir wie einen linearen Leiter behandeln. Wir schreiben die Gleichung (122), Art. 673

$$i \, . \, w_i = e - i \, . \, w_a \dots \tag{125}$$

e ist die innere auf den linearen Leiter AEB wirkende elektromotorische Kraft und hat die Richtung AEB des ausgezogenen Pfeils. $i \cdot w_a$ ist die Potentialdifferenz der Punkte B und A, die äussere auf den Leiter AEB wirkende elektromotorische Kraft und hat die entgegengesetzte Richtung BEA des punktirten Pfeils. Die Gleichung (125) besagt also, dass für einen linearen Leiter das Produkt aus Stromstärke und Widerstand gleich der algebraischen Summe sämmtlicher auf den Leiter wirkenden elektromotorischen Kräfte, der äusseren und der inneren, ist.

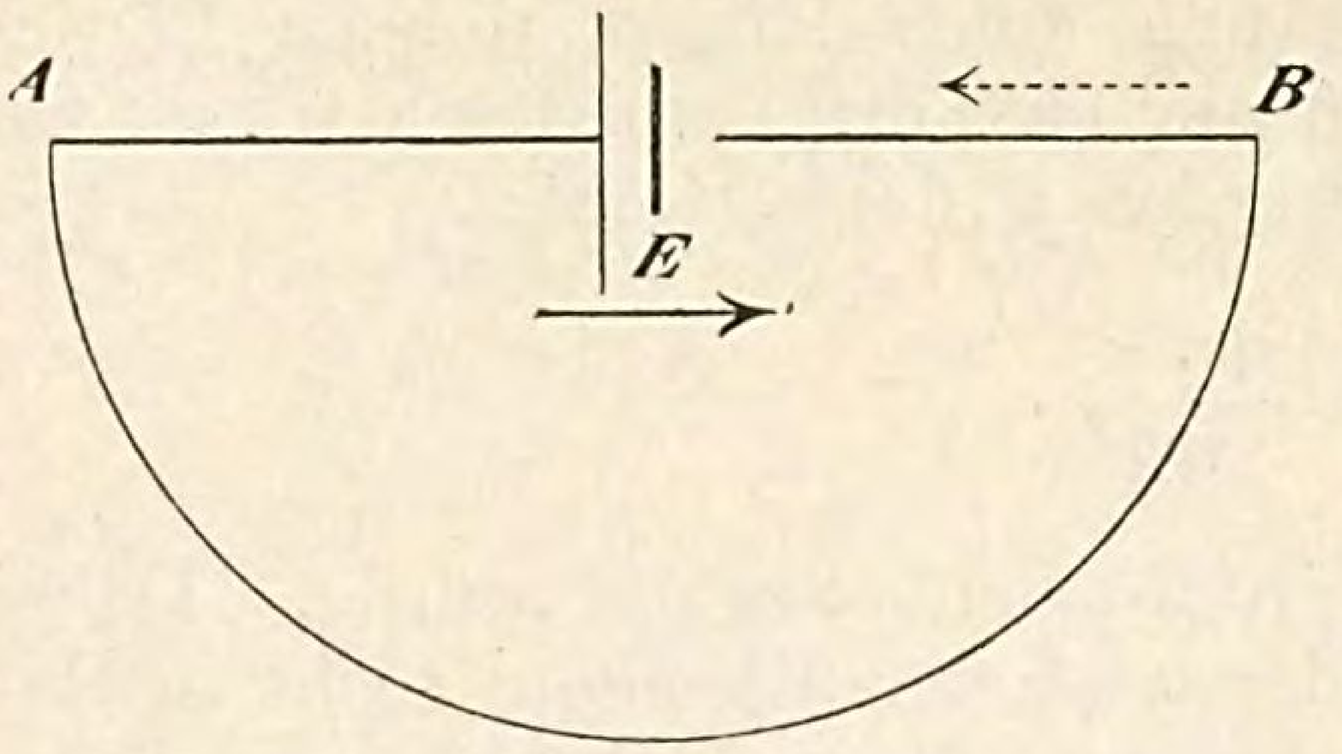


Fig. 335.

Ausser den hier betrachteten elektromotorischen Kräften, welche von Potentialdifferenzen herrühren, giebt es noch andere, die elektromotorischen Kräfte der Induktion (Artt. 772 ff.); auch wenn diese mitwirken, bleibt der vorstehende Ausdruck gültig.

676. Erdleitungen. Der eine Pol einer in A (Fig. 336) aufgestellten galvanischen Batterie ist mit einer Metallplatte verbunden, die in das feuchte Erdreich versenkt ist. Von dem anderen Pol führt eine Drahtleitung an einen entfernten Punkt B und ist dort ebenfalls

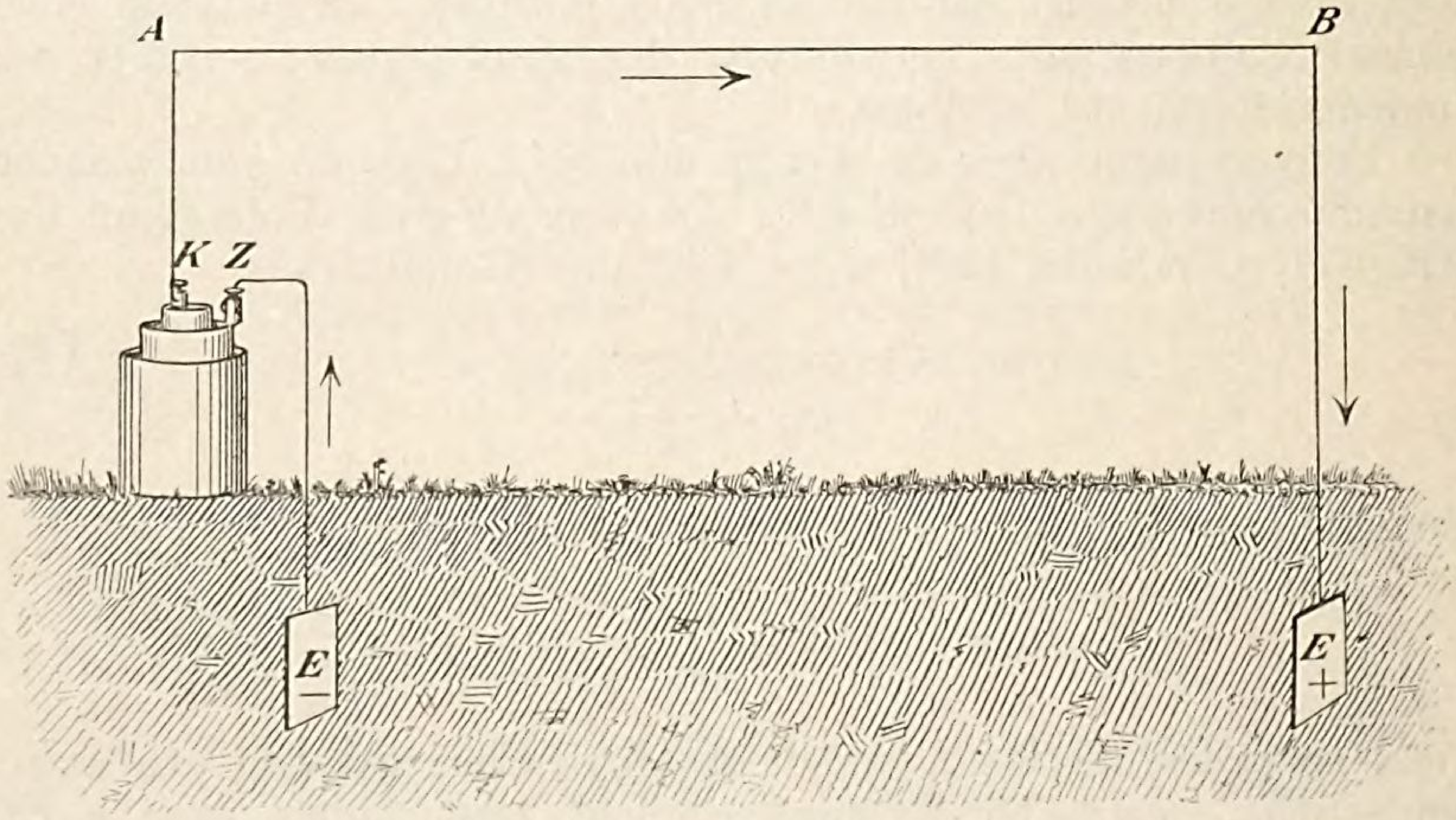


Fig. 336.

mit einer solchen „Erdplatte“ verbunden. Die Batterie ist dann durch den Draht AB und durch die Erde geschlossen. Von den Erdplatten aus fliesst die Elektricität nach allen Richtungen hin, nicht etwa von Platte zu Platte auf dem kürzesten Wege; die Stromlinien, das sind Linien, welche in den Richtungen des elektrischen Stromes verlaufen, strahlen nach allen Richtungen hin von der Platte aus. Durch Benutzung der Erdleitung anstatt eines zweiten A und B verbindenden Drahtes spart man nicht nur diesen, sondern erzielt ausserdem für den Fall langer Leitungen einen stärkeren Strom (Steinheil 1838).

Cap. 8. Von der Messung der Stromstärke durch die magnetische Wirkung des Stromes (Galvanometer).

677. Magnetische Wirkung des elektrischen Stromes. Ein elektrischer Strom erzeugt in seiner Umgebung ein magnetisches Kraftfeld, dessen Stärke der nach dem Ohm'schen Gesetz bestimmten Stromstärke proportional gefunden wird, also geeignet ist als Maass für die Stromstärke zu dienen.

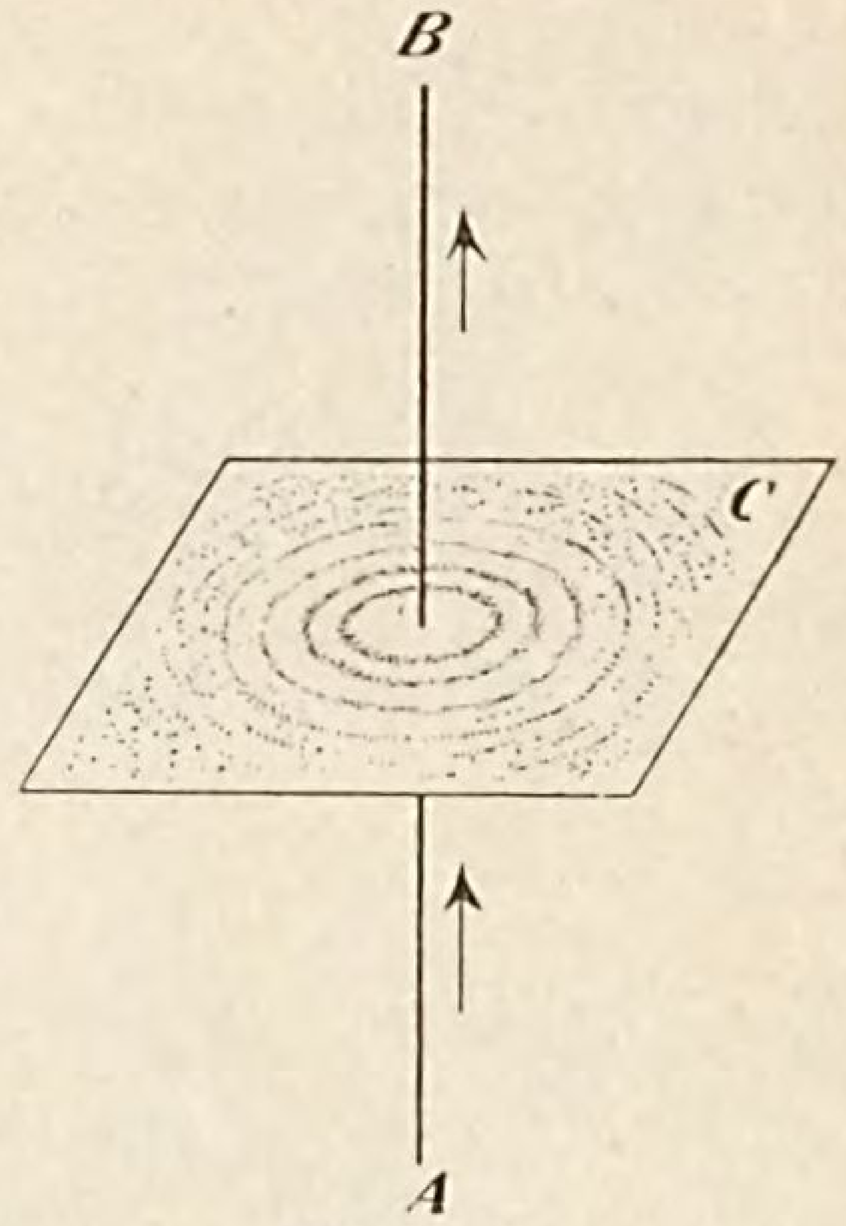


Fig. 337.

Führt man einen graden Strom AB durch ein ebenes Cartonblatt C senkrecht hindurch (Fig. 337), so findet man nach der Methode des Art. 642, dass in diesem Fall die magnetischen Kraftlinien Kreise sind, deren Ebenen senkrecht zum Draht, deren Mittelpunkte im Draht liegen; eine kurze um einen Punkt drehbare Magnetnadel würde sich also unter alleiniger Wirkung des Stromes in die Tangente des durch diesen Punkt gehenden Kreises stellen.

Eine kurze Deklinationsnadel, an welcher man (Fig. 338) einen graden, horizontalen, in die Ebene des magnetischen Meridians gestellten, stromdurchflossenen Draht AB vorbeiführt, würde sich unter alleiniger Wirkung des letzteren senkrecht zum Meridian (der Ebene des Papiers) stellen; sie stellt sich in Wirklichkeit, da die erdmagnetische Kraft sie im Meridian festzuhalten sucht, in eine Lage, in welcher die beiden genannten Kräfte sich das Gleichgewicht halten. (Oersted 1820.)

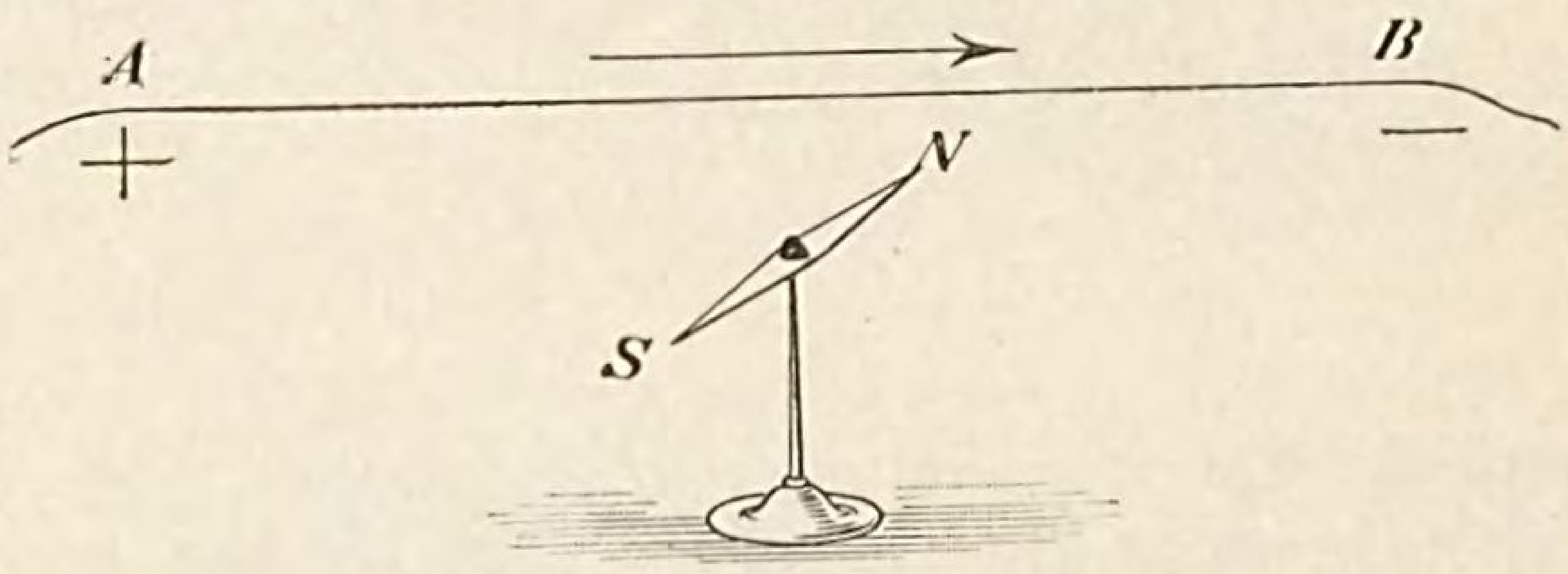


Fig. 338.

678. Das Biot-Savart'sche Gesetz. Unter der Annahme, dass die magnetische Wirkung eines Stromes ihren Sitz in dem vom Strom durchflossenen Leiter hat (vgl. Art. 600), ist folgendes Gesetz mit den Thatsachen im Einklang: Ein kleines gerades Stromstück l (Fig. 339) erzeugt in P eine magnetische Kraft, welche senkrecht zu der durch l und P gelegten Ebene, also senkrecht zur Ebene des Papiers ist; denkt man sich weiter mit dem Strom schwimmend den Kopf voran, den Blick auf P

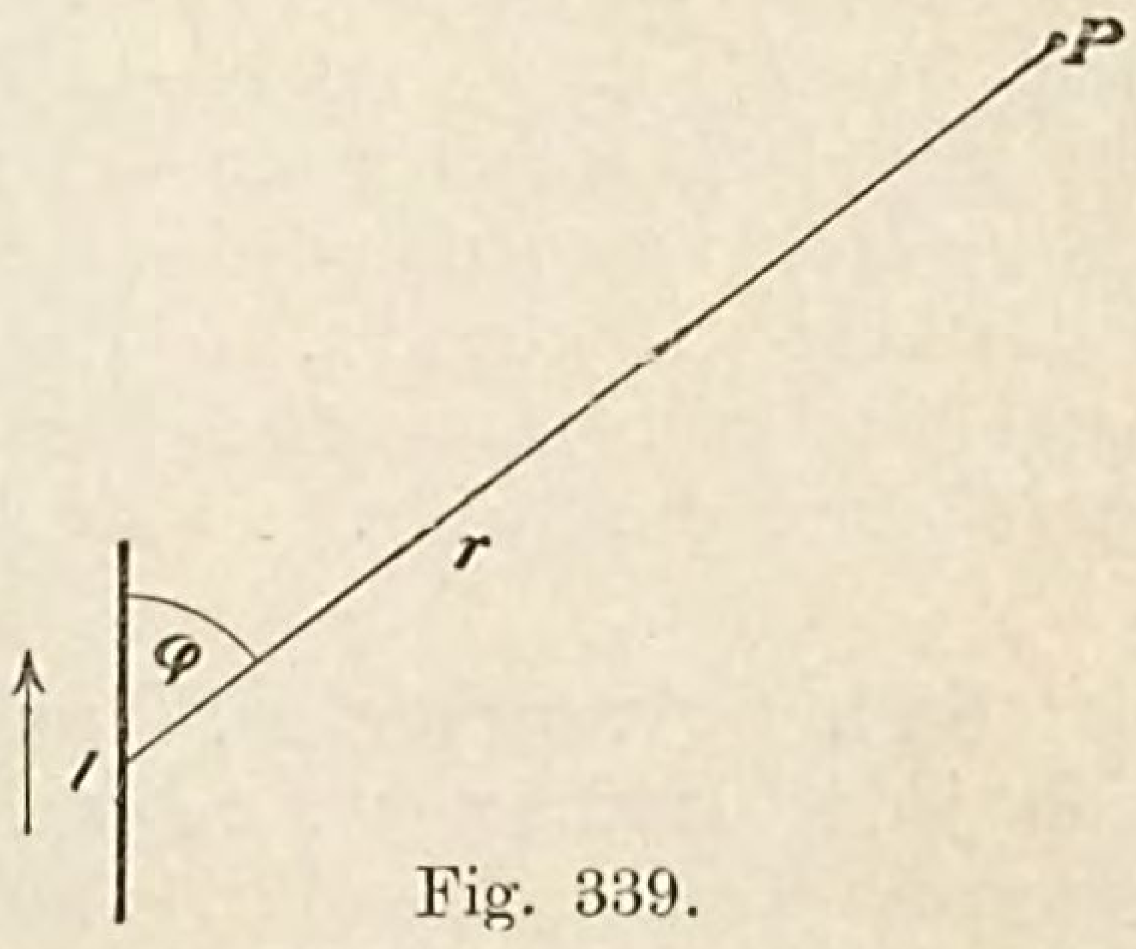


Fig. 339.

gerichtet, so wird ein Nordpol in P nach der Seite der linken Hand getrieben (Ampère'sche Regel). Endlich ist die in P erzeugte Feldstärke proportional mit

$$\frac{i \, . \, l \, . \sin \varphi}{r^2},$$

wenn l die Länge des Stromstückes, i die Stromstärke, r die Entfernung zwischen P und dem Stromstück, φ den Winkel zwischen l und r darstellt.

679. Die absolute elektromagnetische Stromeinheit. Setzt man die in absolutem Maass (Art. 641) ausgedrückte Feldstärke T gleich jenem Ausdruck

$$T = \frac{i \, . \, l \, . \sin \varphi}{r^2} \, . \, . \, . \, . \qquad (126)$$

so ist dadurch eine bestimmte Einheit der Stromstärke festgesetzt, welche jedenfalls eine absolute ist, da alle neben i in dieser Gleichung vorkommenden Grössen in absolutem Maass ausgedrückt sind. Um uns eine klare Vorstellung von dieser sog. elektromagnetischen Stromeinheit zu verschaffen, betrachten wir die Feldstärke, welche ein stromdurchflossener Kreisbogen AB (Fig. 340) im Kreismittelpunkt C erzeugt. Für jedes Stromtheilchen l ist hier $\varphi = 90^0$, $\sin \varphi = 1$, r gleich dem Halbmesser des Kreises, also die von l herrührende magnetische Kraft

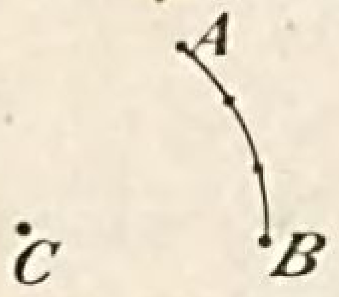


Fig. 340.

$$\frac{l \, . \, i}{r^2};$$

und da die von sämmtlichen Stromtheilchen erzeugten Kräfte gleich, nämlich senkrecht zur Ebene des Kreises gerichtet sind, so ist ihre Resultante R gleich ihrer Summe

$$R = \frac{i \, . \, L}{r^2} \, . \, . \, . \, . \qquad (127)$$

wenn L die Länge des Kreisbogens vorstellt. Für $L = 1$, $r = 1$, $R = 1$ wird $i = 1$; d. h. im C-G-S-system ist die Stärke desjenigen Stromes $= 1$, welcher einen Kreisbogen von 1 cm Länge und 1 cm Halbmesser durchfliessend, im Kreismittelpunkt die magnetische Feldstärke 1 erzeugt. Den 10. Theil der absoluten elektromagnetischen Stromeinheit im C-G-S-system nennt man ein Amper (bezeichnet durch A). (Vgl. Art. 735.)

680. Galvanometer, Tangentenbussole. Galvanometer nennt man jedes Instrument, in welchem die Stärke eines elektrischen Stromes durch seine Wirkung auf einen Magneten gemessen wird. Das einfachste Galvanometer ist die Tangentenbussole. Der verticale aufgeschlitzte Kupferring B (Fig. 341) endigt in den Drähten

b_1 und b_2, welche bzw. in die von einander isolirten Quecksilbertröge q_1 und q_2 eintauchen; durch die Klemmen K_1 und K_2, welche bzw. mit q_1 und q_2 metallisch verbunden sind, wird der Strom dem Ringe zugeführt. Im Mittelpunkt des letzteren ist eine kurze Deklinationsnadel sn aufgehängt; ein mit ihr verbundener langer Zeiger z spielt über einer horizontalen Gradtheilung. Der Ring wird in den magnetischen Meridian eingestellt, wobei die magnetische Axe der Nadel in seiner Ebene liegt und der Zeiger auf Null steht. Der zu messende Strom, durch den Ring geschickt, sucht die Nadel senkrecht zur Ringebene zu stellen, in welcher die erdmagnetische Horizontalcomponente sie festzuhalten sucht. Ist nun die Länge der Nadel klein gegen den Halbmesser des Kreisringes, so kann in ihrem Bereich die magnetische Kraft des Stromes

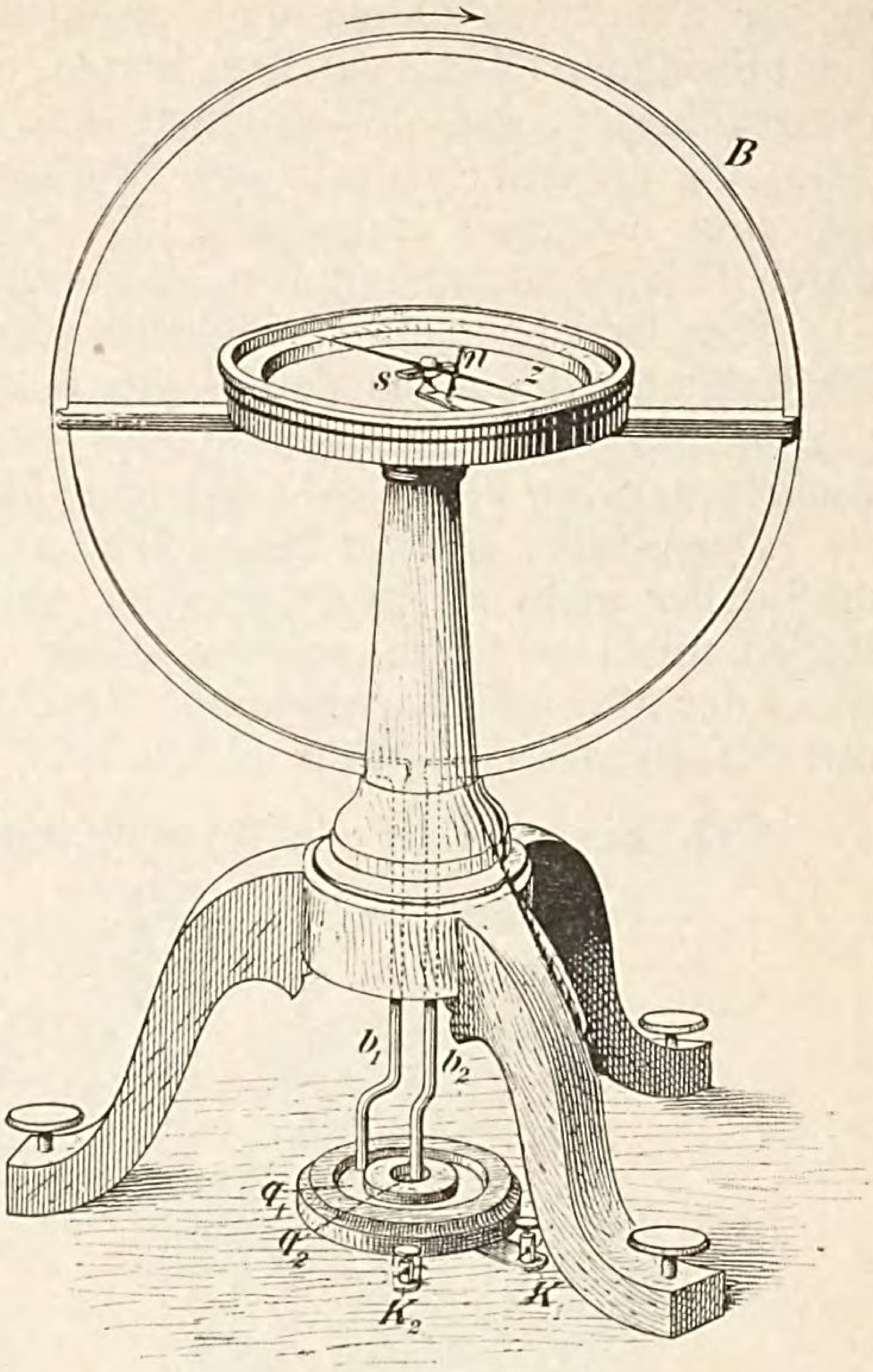


Fig. 341.

als constant und gleich der im Kreismittelpunkt stattfindenden Kraft R gesetzt werden. Da die Kraft R senkrecht zum Meridian gerichtet ist, ergiebt sich für den Winkel φ, um welchen der Strom die Nadel aus dem Meridian ablenkt, die Gleichung (Art. 652, Gleichung 113)

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{R}{H}.$$

Die magnetische Kraft R des den Kreisring durchfliessenden Stromes ergiebt sich aus Gleichung (127), indem man in ihr für die Länge L des Kreisbogens den ganzen Kreisumfang $2r\pi$ setzt. Es wird also

$$R = \frac{i \,.\, 2r\pi}{r^2} = \frac{2\pi i}{r}; \qquad \operatorname{tg} \varphi = \frac{2\pi i}{rH}$$

$$\text{oder } i = \frac{H \,.\, r \,.\, \operatorname{tg} \varphi}{2\pi} \text{ C-G-S} = 10 \, \frac{H \,.\, r \,.\, \operatorname{tg} \varphi}{2\pi} \text{ Ampers} \cdots \quad (128)$$

Hier ist der Halbmesser des Ringes in cm, die Horizontalintensität H im C-G-S-system auszudrücken (Art. 653). Auf das magnetische Moment der Nadel kommt es, wie Art. 652, nicht an. Wird $r = 18$ cm, $H = 0{,}2$ gesetzt, so wird $i = 5{,}73 \operatorname{tg} \varphi\, A$; eine Ablenkung von 45^0 wird dann durch einen Strom von $5{,}73\, A$ hervorgebracht ($\operatorname{tg} 45^0 = 1$).

681. Multiplikator. Zur Messung schwacher Ströme, welche in der Tangentenbussole eine zu kleine Ablenkung des Magneten hervorbringen, führt man den Strom um denselben in vielen Windungen herum, deren Wirkungen sich summiren. Fig. 342 zeigt bei M_1, M_2 derartige sogenannte Multiplikatorrollen; der Draht ist auf eine Holzrolle aufgespult, die einzelnen Drahtwindungen sind durch Seidenumspinnung von einander isolirt.

Zur Erzielung einer möglichst starken Wirkung bringt man die Multiplikatorwindungen der Nadel möglichst nahe, wobei die Proportionalität der Stromstärke mit der Tangente des Ablenkungswinkels nur für kleine Ablenkungen bestehen bleibt.

Der Widerstand der Multiplikatorwindungen schwächt den Strom, darf daher nicht zu gross werden, am vortheilhaftesten ist es, die Rollen mit Draht von solcher Dicke auszufüllen, dass der Widerstand der Multiplikatorwindungen dem Widerstande des übrigen Theils des Stromkreises ungefähr gleich ist.

682. Fig. 342 ist ein **Wiedemann'sches Spiegelgalvanometer**

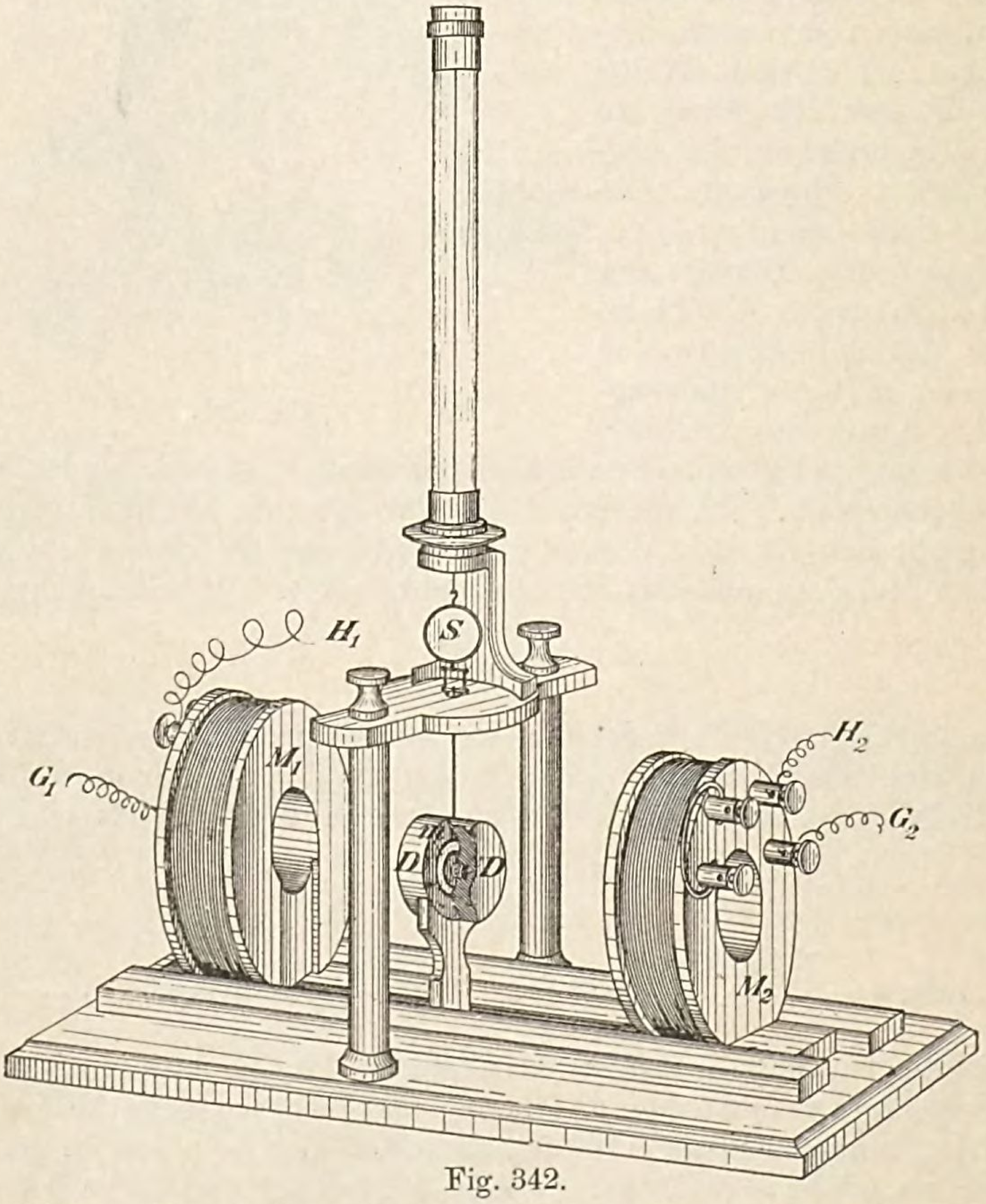


Fig. 342.

abgebildet. Es sind zwei Multiplikatorrollen M_1 und M_2 vor-

handen, welche der Strom durchläuft und welche zur Abstufung der Empfindlichkeit des Instruments mittelst Schlittenverschiebung in verschiedene Entfernung vom Galvanometermagneten gebracht werden können. Dieser, welcher ein in der Richtung des horizontalen Durchmessers magnetisirter Ring *m* ist, hängt an einem Faden von möglichst geringer Torsionskraft; damit er in seiner jedesmaligen Gleichgewichtslage schnell zur Ruhe kommt, werden seine Schwingungen durch die ihn umgebende dicke Kupferhülse *D* gedämpft (Art. 779). Man benutzt nur sehr kleine Ablenkungen des Magneten, für welche das Tangentengesetz gültig bleibt und beobachtet diese durch Spiegelablesung (Art. 654) mittelst des mit dem Magneten fest verbundenen Spiegels *S*. Zur Erhöhung der Empfindlichkeit schwächt man die Richtkraft, welche der Erdmagnetismus auf den Galvanometermagneten ausübt, durch einen unter diesen gelegten Hülfsmagneten, den sogenannten Hauy'schen Stab, welcher sein Nordende nach Norden, sein Südende nach Süden kehrt und daher den Galvanometermagneten im entgegengesetzten Sinne, wie der Erdmagnetismus zu richten sucht.

683. Das Thomson'sche Spiegelgalvanometer. (Fig. 343 und 344). Zwei Magnetchen m_1 und m_2[1] (Fig. 343), welche ihre Pole nach entgegengesetzten Seiten kehren, sind durch einen dünnen Aluminiumdraht *D* mit einander verbunden; das sehr leichte System ist an einem sehr dünnen Faden *a* aufgehängt[2]. Die Richtkraft, welche der Erdmagnetismus auf ein solches, sogenanntes astatisches System ausübt, ist

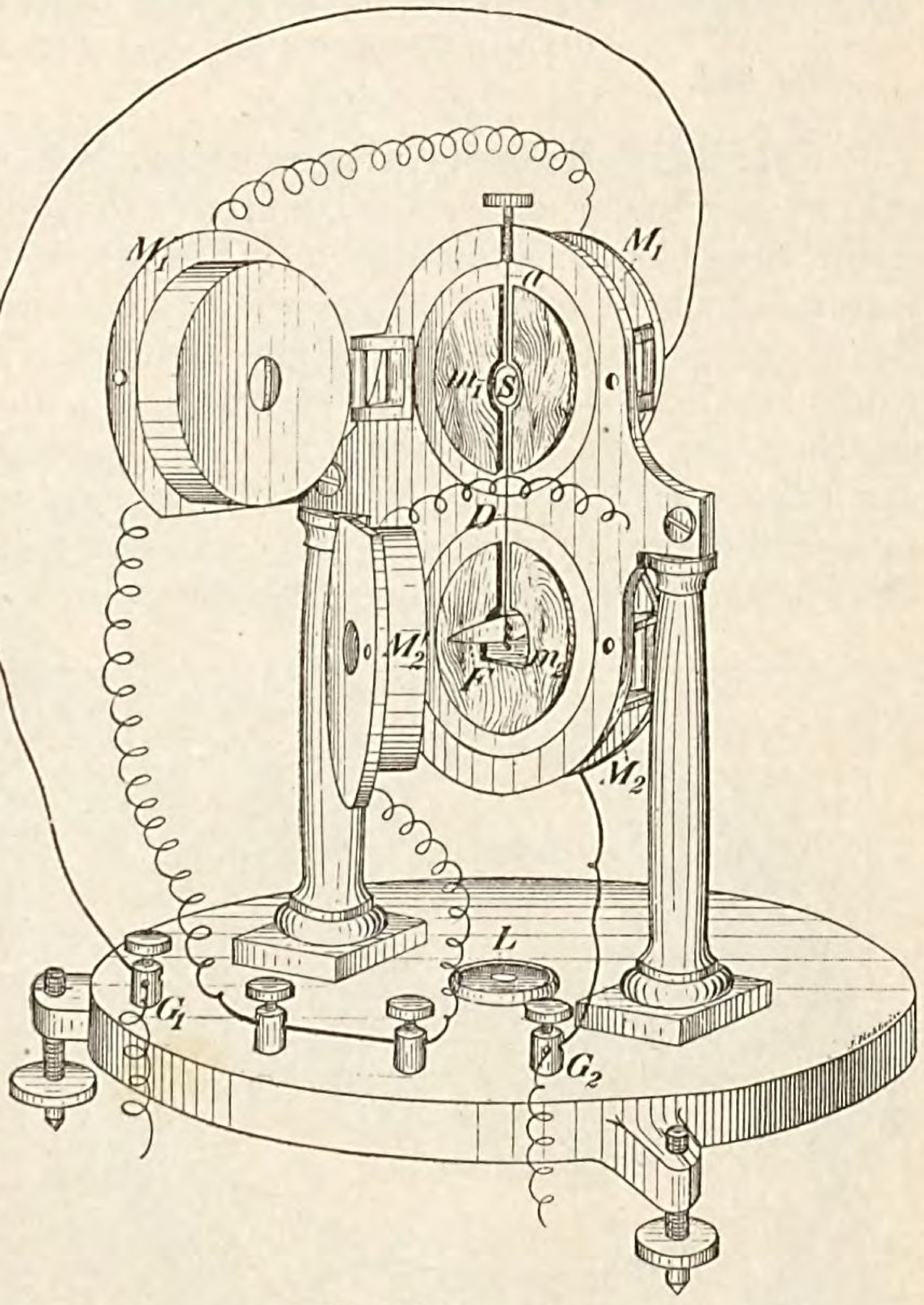


Fig. 343.

[1] In Wirklichkeit besteht m_1 sowohl wie m_2 aus mehreren magnetisirten Stückchen einer Uhrfeder.

[2] einfachem Seidenfaden, oder besser Quarzfaden, aus geschmolzenem Quarz gezogen (Boys).

die Differenz der auf jeden Magneten des Paares ausgeübten Richtkräfte, kann also beliebig klein gemacht werden. Um jeden der beiden Magnete ist ein besonderes Multiplikatorgewinde[1] geführt, welches hier, da der Kupferdämpfer fortfällt, sehr nahe an seinen Magneten hinangebracht werden kann; darauf beruht die hohe Empfindlichkeit der Thomson'schen Galvanometer. Anstatt der Kupferdämpfung ist die, freilich weniger wirksame, Luftdämpfung angewandt, welche durch den besonders auf den Flügel *F* wirkenden Luftwiderstand erzielt wird.

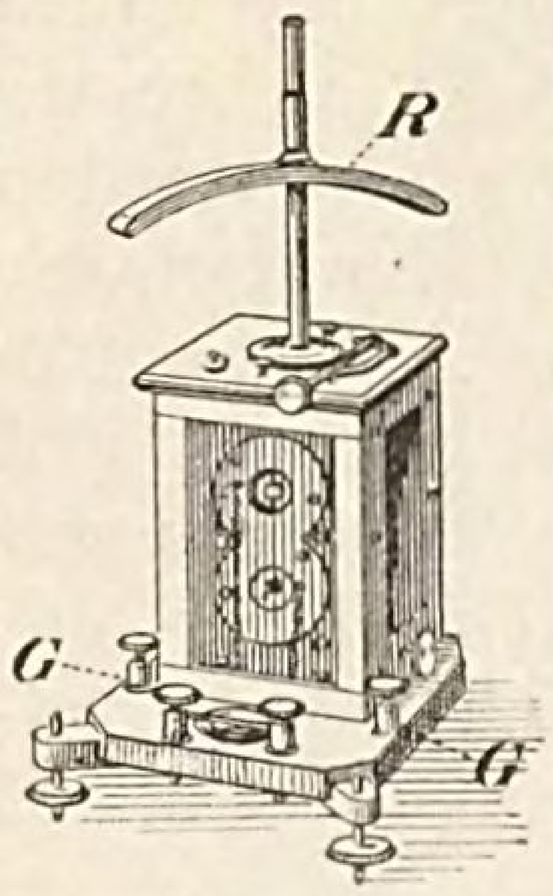


Fig. 344.

Durch den Magneten *R* (Fig. 344) kann die Richtkraft des astatischen Paares noch verkleinert oder — nach Bedarf — vergrössert werden.

Ein Thomson'sches Galvanometer lässt sich leicht so empfindlich einrichten, dass ein Strom, dessen Stärke 1/1000000000 *A* ist, eine Ablenkung von einem Skalentheil hervorbringt.

684. Ballistisches Galvanometer. Schickt man einen Strom von sehr kurzer Dauer, einen sogenannten Stromstoss, etwa den Entladungsstrom eines Condensators durch ein Galvanometer, so wird der Galvanometermagnet aus seiner Gleichgewichtslage herausgeworfen und vollführt Schwingungen um dieselbe, welche allmählich durch die Dämpfung beruhigt werden. Der erste Ausschlag, d. i. die im ersten Umkehrpunkt stattfindende Ablenkung aus der Gleichgewichtslage, ist, wenn klein, der durch das Galvanometer hindurchgegangenen Elektricitätsmenge proportional, vorausgesetzt, dass die Stromdauer klein ist gegen die Schwingungsdauer des Magneten, dass also während des Stromstosses der Magnet nicht merklich aus seiner Gleichgewichtslage herauskommt. So gebraucht heisst das Galvanometer ein ballistisches.

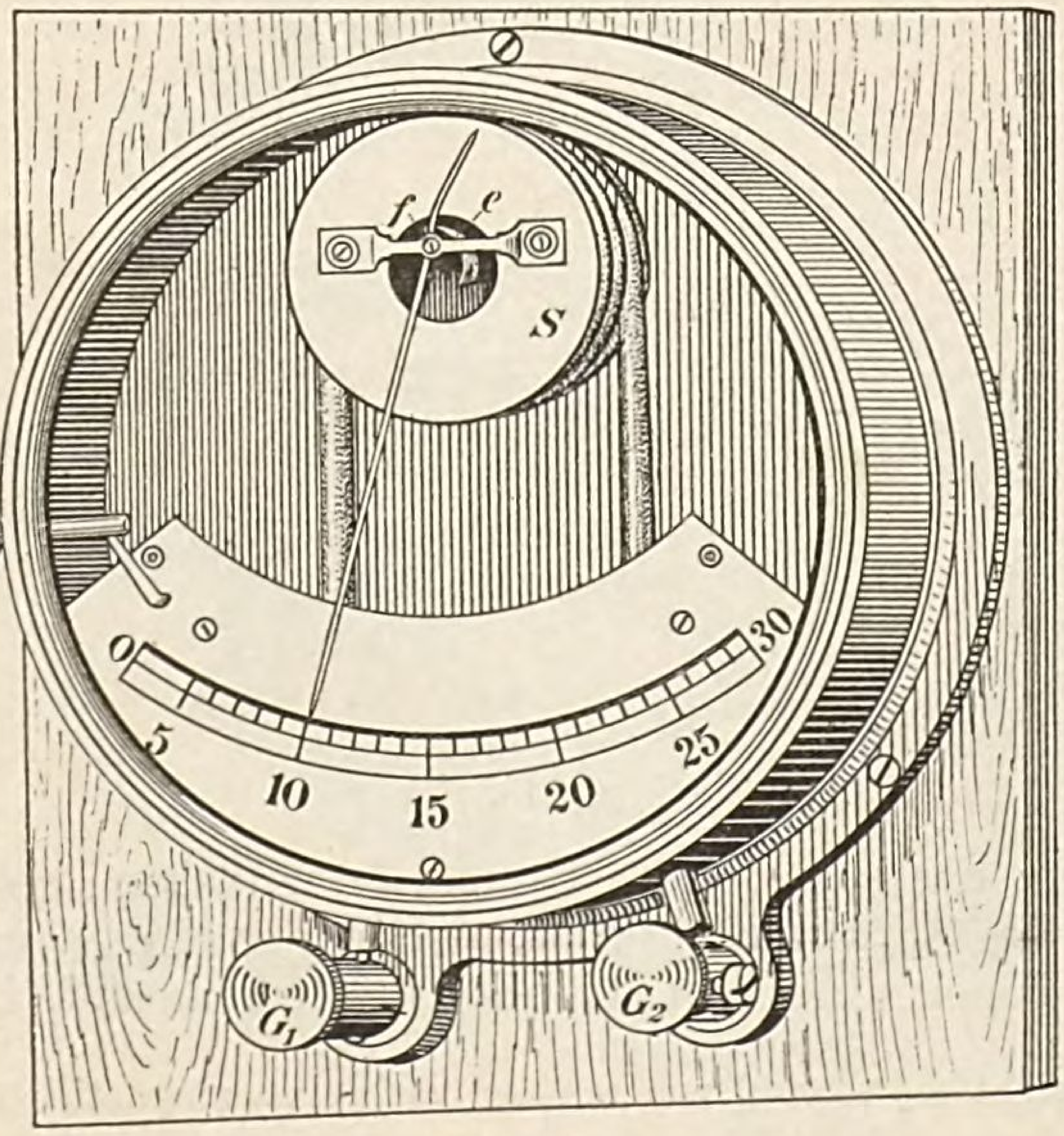


Fig. 345.

685. Ampermeter für starke Ströme. In der Spule *S* (Fig. 345) befindet sich das um die Axe *f* drehbare weiche Eisenstück *c*, welches, so lange die Spule stromlos ist, in der von der Schwere vorgeschriebenen Gleichgewichtslage sich befindet, durch einen in der Spule

[1] Jedes derselben besteht (Fig. 343) aus zwei Rollen, einer festen *M* und

fliessenden Strom aber, so lange dieser besteht, magnetisch (Art. 753), dadurch gegen die Wand derselben gezogen wird und in der Lage in's Gleichgewicht kommt, in welcher das Drehungsmoment des Stromes dem Drehungsmoment der Schwere das Gleichgewicht hält. Ein mit dem beweglichen Stück verbundener Zeiger giebt auf einer Skale den Strom in Ampers an; das Instrument wird empirisch geaicht.

Cap. 9. Elektrische Messungen.

686. Widerstandseinheit, Siemens'sche Einheit, legales Ohm. Legales Ohm (Ω) ist der Widerstand einer Quecksilbersäule von 1 qmm Querschnitt und 106 cm Länge bei 0° (vgl. Art. 734). Die ältere Siemens'sche Einheit ist der Widerstand einer Quecksilbersäule von 1 qmm Querschnitt und 100 cm Länge bei 0°.

687. Rheostatenwiderstände. Rollen *R* aufgespulten Drahts (Fig. 346), welche in einem Kasten, einem sogenannten Widerstandskasten eingeschlossen sind, endigen in Messingstücken *m*, so dass mit einem Stück *m* immer das Ende der vorhergehenden und der Anfang der folgenden Rolle verbunden ist; die inneren Messingstücke *m* sind mit den äusseren *M* leitend verbunden. Der Widerstand jeder Rolle ist auf dem Kasten verzeichnet. Zwischen je zwei benachbarten Stücken *M* kann durch einen Messingstöpsel eine merklich widerstandslose Verbindung hergestellt werden. Lässt man nun den Strom bei *A* ein- und bei *B* austreten, und stecken alle Stöpsel, so sind alle Widerstände ausgeschaltet; zieht man den Stöpsel z. B. an der mit *50* bezeichneten Stelle, so ist der Widerstand

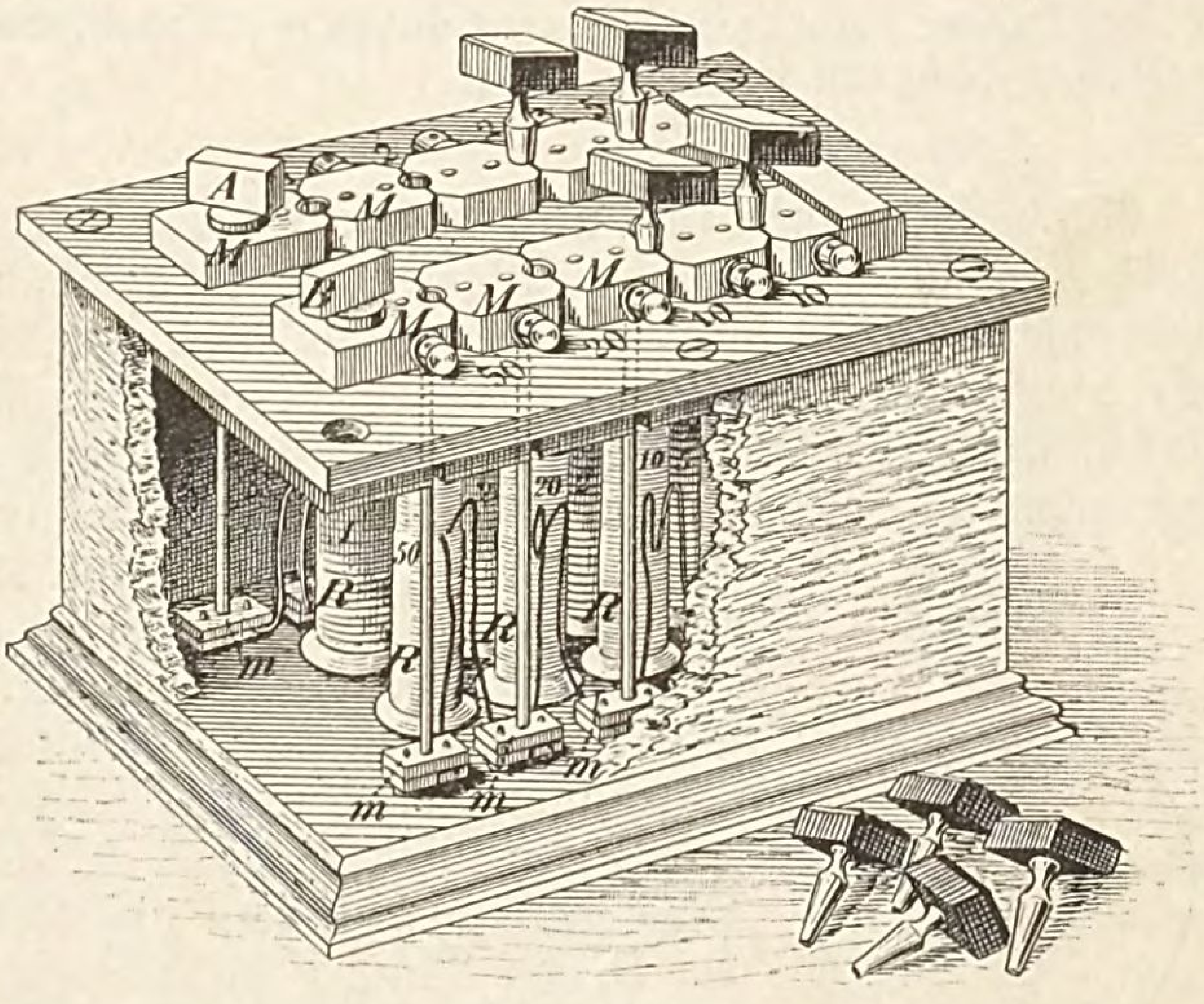


Fig. 346.

---

einer beweglichen *M'*. Die beweglichen Rollen können an Charnieren zurückgeschlagen werden, wodurch der Aufhängefaden und die Galvanometermagnete frei gelegt werden. Alle Rollen werden, wie die Fig. 343 zeigt, mit einander verbunden, und zwar so, dass sie, vom Strom durchflossen, gleichgerichtete Drehungsmomente auf das astatische System ausüben; an den Klemmen G_1 und G_2 wird der Strom zugeführt.

50 Ω eingeschaltet. Die Drahtrollen bilden mit einander einen „Widerstandssatz“, welcher nach Art der Gewichtssätze eingetheilt ist. Der Fig. 346 gezeichnete Satz erlaubt 1,2, . . . 100, die gewöhnlichen Sätze erlauben 1,2 . . . 10 000 Ω einzuschalten.

Die Drahtrollen sind bifilar gewickelt; bifilar wickelt man einen Draht, indem man ihn in der Mitte knickt und von dieser aus die beiden Hälften mit einander aufwickelt. Da der Strom die dicht neben einander liegenden Hälften des Drahtes in entgegengesetztem Sinne durchläuft, so übt er nach aussen keine magnetische Wirkung aus und der Draht ist, was damit zusammenhängt, frei von Selbstinduction (Art. 783).

688. Normalelement und Stromquelle. Als Normalelement benutzt man gewöhnlich das Clarkelement, welches nur stromlos angewendet werden darf (Art. 666). Als Stromquelle sind handliche Bleiaccumulatoren (Art. 665) zu empfehlen, welche den Vortheil eines kleinen Widerstandes besitzen und während der Dauer einer Messung als constant (Art. 665) anzusehen sind. Fig. 349 zeigt bei *E* in einem Kasten vier solche Elemente vereinigt, welche mittelst der Fortsätze *f* nach Bedarf einzeln oder zu mehreren hinter einander geschaltet benutzt werden.

689. Galvanometer mit Nebenschluss, Stromverzweigung. Als Galvanometer benutzt man gewöhnlich ein empfindliches Spiegelgalvanometer. Das Wiedemann'sche Spiegelgalvanometer (Art. 682) kann zur Messung stärkerer Ströme dadurch eingerichtet werden, dass man die Rollen in grössere Entfernung vom Galvanometermagneten bringt. Eine viel weiter gehende Abstufung der Empfindlichkeit kann durch Anwendung eines zwischen den Galvanometerklemmen geschalteten Nebenschlusses erzielt werden. Fig. 347 zeigt das Schema dieser Anordnung; *G* ist das Galvanometer, *A* und *B* sind dessen Klemmen, *2* ist der Nebenschluss, *E* das stromliefernde Element. Der Strom des letzteren theilt sich bei *B*, ein Theil geht durch das Galvanometer, während der andere Theil durch den Nebenschluss fliesst. Eine Leitung dieser Art, in welcher an einzelnen Punkten, den Verzweigungspunkten, mehr als zwei Drähte zusammenstossen, heisst eine verzweigte Leitung; jeder zwei Verzweigungspunkte verbindende Theil der Leitung ein Zweig. Wir bezeichnen den Batteriezweig durch *1*, den Nebenschlusszweig durch *2*, den Galvanometerzweig durch *3*, die Widerstände dieser Zweige bzw. durch w_1, w_2, w_3, die Stromrichtungen in ihnen durch beigesetzte Pfeile.

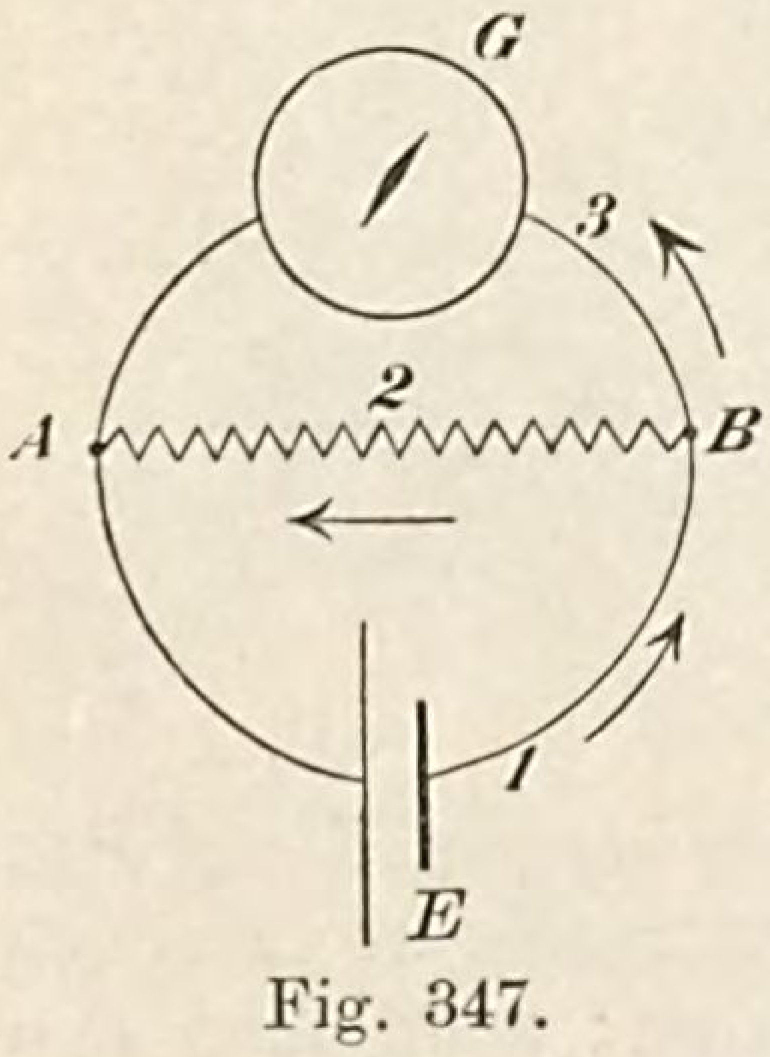


Fig. 347.

In einem Verzweigungspunkt *B* muss die Summe der Intensitäten der zu ihm hinführenden Ströme gleich der Summe der Intensi-

täten der von ihm fortführenden sein; wäre z. B. die erste Summe grösser, als die zweite, so müsste in B eine Anhäufung von Elektricität stattfinden, was dem stationären Zustand widerspricht (erste Kirchhoff'sche Regel). Es ist daher

$$i_1 = i_2 + i_3 \ldots . \quad (129)$$

Nach Art. 671 ist die Potentialdifferenz zwischen den Punkten B und A sowohl gleich $i_2 w_2$, als auch gleich $i_3 w_3$; daher ist $i_2 w_2 = i_3 w_3$ oder $i_2 = i_3\, w_3/w_2$. Setzt man diesen Werth von i_2 in (129) hinein, so entsteht

$$i_1 = i_3 \left(1 + \frac{w_3}{w_2}\right) \ldots . \quad (130)$$

Stellt man sich nun 3 Nebenschlüsse her, deren Widerstände w_2 bzw. $^1/_9$, $^1/_{99}$, $^1/_{999}$ des Galvanometerwiderstandes w_3 sind, so ist in diesen Fällen w_3/w_2 bzw. 9, 99, 999 und $i_1/i_3 = 10, 100, 1000$. Man erhält also in den drei betrachteten Fällen die zu messende Stromstärke i_1, indem man die am Galvanometer abgelesene bzw. mit 10, 100, 1000 multiplicirt. Ein Satz derartiger Nebenschlüsse wird den Thomson'schen Galvanometern (Art. 683) beigegeben.

690. Widerstandsvergleichung, Wheatstone'sche Brücke. Um den Widerstand w einer Drahtrolle in Ohms zu bestimmen, kann man dieselbe in den Kreis einer Batterie einschalten, an einem in die Leitung aufgenommenen Galvanometer die Stromstärke ablesen und den Rheostatenwiderstand in Ohms bestimmen, welcher, an Stelle von w in die Leitung eingeschaltet, die Stromstärke auf denselben Werth bringt.

Eine viel genauere Methode der Widerstandsvergleichung beruht auf der Anwendung einer gewissen verzweigten Leitung, der sogenannten Wheatstone'schen Drahtcombination; Fig. 348 zeigt deren Schema, Fig. 349 die Anordnung des Versuchs. AEC ist der Batteriezweig mit der Batterie in E, BD der Galvanometer- oder Brückenzweig mit dem Galvanometer in G. Die Zweige *1* und *2* bestehen aus einem graden, über einer Millimetertheilung ausgespannten, homogenen Neusilberdraht; der Punkt D liegt in der Schärfe einer Metallschneide, welche an einem beschwerten Holzklotz (Fig. 349) befestigt und mit B leitend verbunden ist, der Zweig *3* ist aus dem zu messenden Widerstand, der Zweig *4* aus einem Rheostatenwiderstand (Art. 687) gebildet.

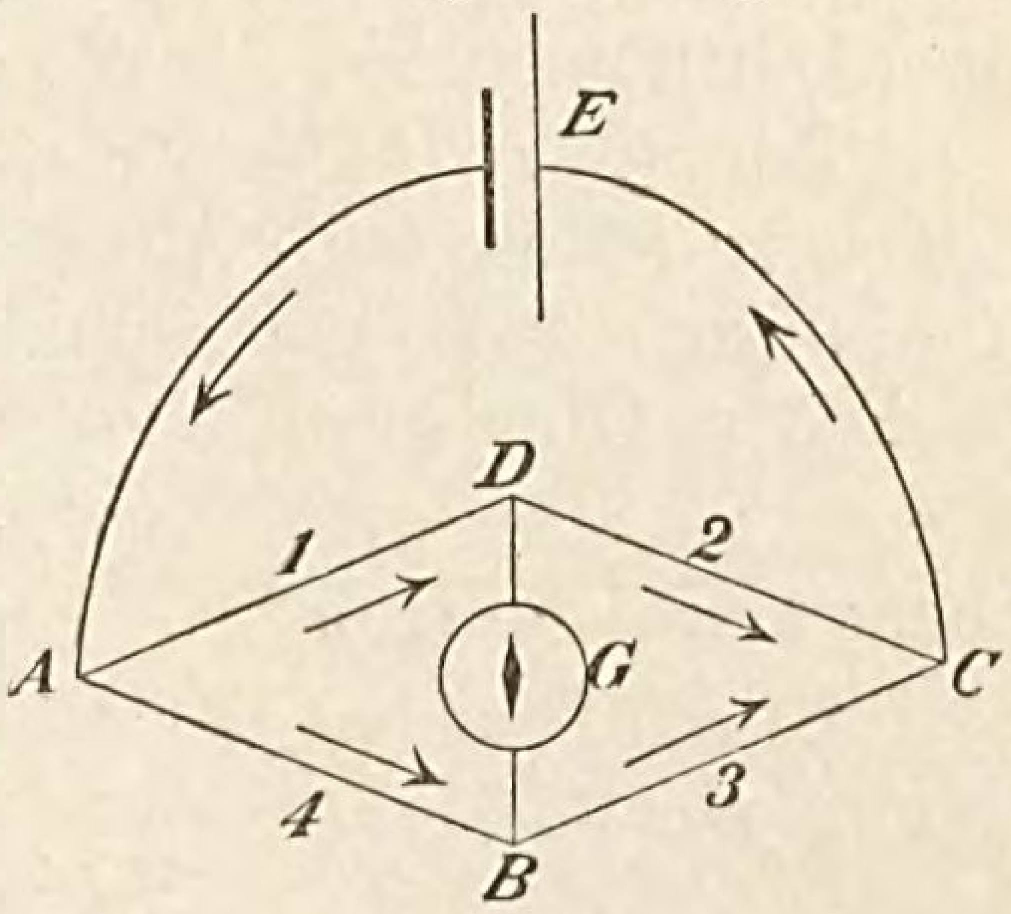


Fig. 348.

Von A bis C ändert sich das Potential auf den beiden Wegen ABC und ADC um den gleichen Werth; es muss also auf dem Wege ADC einen Punkt D geben, welcher dasselbe Potential, wie B besitzt und auf welchen man die Metallschneide einstellen kann; ist nämlich dieser Punkt getroffen, so ist nach Art. 671 die Stromstärke

in der Brücke Null, was an dem Verschwinden der Galvanometerablenkung erkannt wird[1].

Bei dieser Einstellung findet nun ein bestimmtes Verhältniss zwischen den Widerständen der Zweige *1—4* statt. Wir unter-

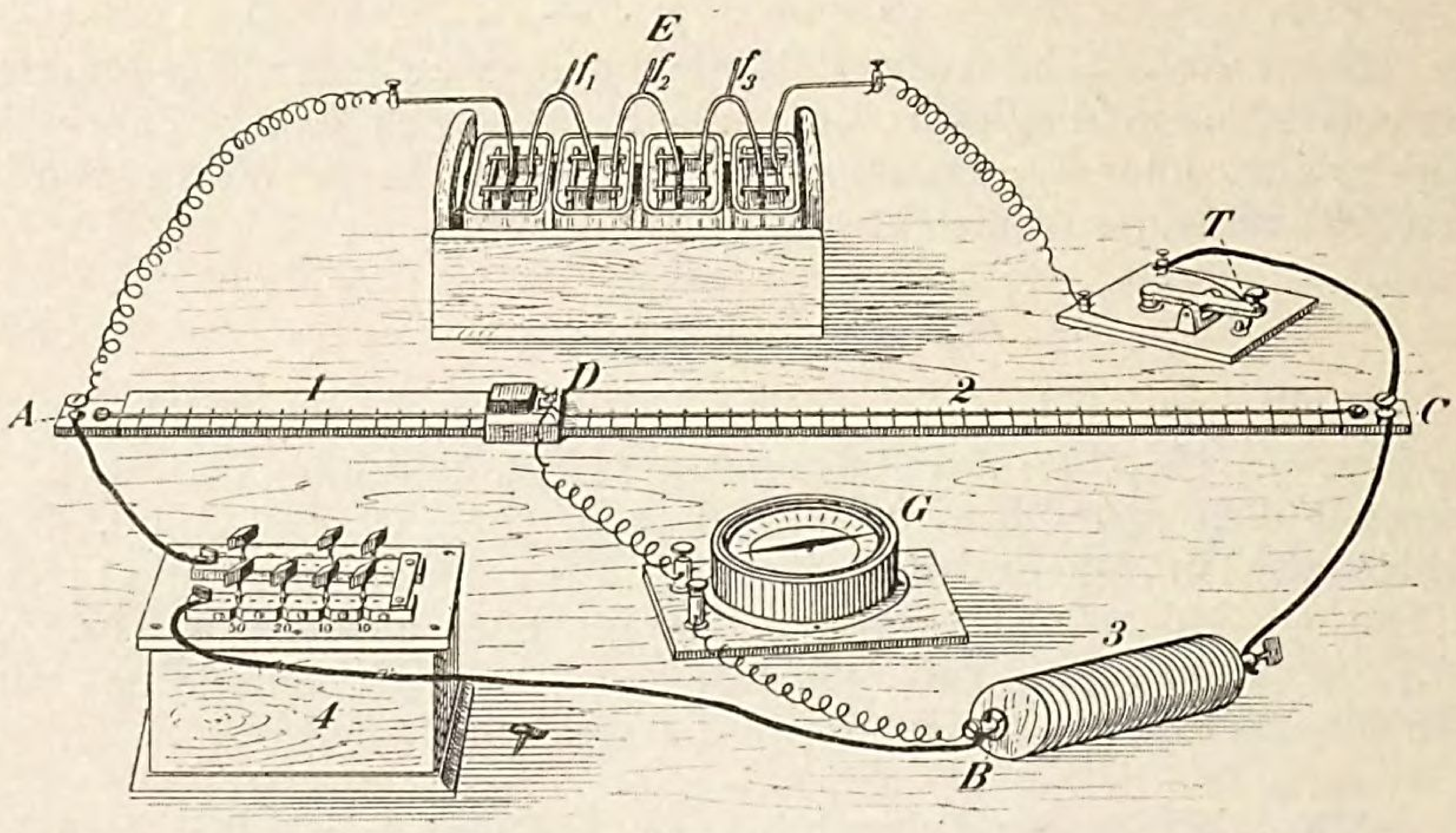


Fig. 349.

scheiden Stromstärke i und Widerstand w in diesen Zweigen durch entsprechende Indices und deuten die Stromrichtungen durch Pfeile an.

Die erste Kirchhoff'sche Regel (Art. 689) ergiebt, auf die Verzweigungspunkte B und D angewandt,

$$\left.\begin{aligned} i_4 &= i_3 \\ i_1 &= i_2 \end{aligned}\right\} \dots \tag{131}$$

da die Stromstärke im Zweige BD Null ist.

Da weiter bei dieser Einstellung in B und D dasselbe Potential stattfindet, so ist die Potentialdifferenz zwischen A und B gleich der Potentialdifferenz zwischen A und D. Diese Potentialdifferenzen sind aber nach dem Ohm'schen Gesetz (Art. 671) bzw. $i_4 w_4$ und $i_1 w_1$; daher ist ebenso ergiebt sich

$$\left.\begin{aligned} i_4 w_4 &= i_1 w_1 \\ i_3 w_3 &= i_2 w_2 \end{aligned}\right\} \dots \tag{132}$$

Durch Division dieser beiden Gleichungen entsteht mit Berücksichtigung von (131)

$$w_4 : w_3 = w_1 : w_2 \dots \tag{133}$$

Das Verhältniss $w_1 : w_2$ ist gleich dem Verhältniss der durch die Schneide in D abgetheilten, am Maassstab abzulesenden Längen AD und DC des als homogen vorausgesetzten Drahtes AC (Art. 671, Gleichung 120); die Proportion giebt also den gesuchten Widerstand w_3 ausgedrückt durch den Rheostatenwiderstand. Am vortheilhaftesten ist es, $w_1 = w_2$ zu machen; dann ist $w_3 = w_4$.

Die besprochene Methode ist eine Nullmethode, sofern auf die

[1] Der Batteriezweig wird durch Niederdrücken des Tasters T, dessen Einrichtung aus der Fig. 349 ersichtlich ist, jedesmal nur so lange geschlossen, als erforderlich ist, um zu erkennen, ob die Brücke stromlos ist.

Stromstärke Null eingestellt, keine Stromstärke gemessen und das Galvanometer nur als Galvanoskop gebraucht wird.

Ist w_3 ein elektrolytischer Widerstand, so sind der galvanischen Polarisation halber besondere Maassnahmen erforderlich (Art. 800).

691. Specifisches Leitungsvermögen der Leiter 1. Klasse. Da der Widerstand eines Drahtes seiner Länge direkt, seinem Querschnitt umgekehrt proportional ist, so kann man aus den Widerständen von Drahtstücken bekannter Dimensionen das Verhältniss ihrer specifischen Leitungsvermögen $\varkappa$ ableiten (Art. 671, Gleichung 120). Das specifische Leitungsvermögen bezogen auf Quecksilber von 0^0 ist bei 18^0 nach einer Tabelle von F. Kohlrausch[1]

Quecksilber 0^0	Silber	Kupfer	Eisen	Platin	Neusilber
1	59	55	6—10	6,5	2,4—6

Für elektrische Leitungen eignet sich Kupfer seines grossen Leitungsvermögens halber am besten. Ein Kupferdraht von 1 qmm Querschnitt und 106 cm Länge hat nach der Tabelle einen Widerstand von $^1/_{55}$ Ω (Art. 686); ein Kupferdraht von $^1/_2$ qmm Querschnitt und 100 cm Länge einen Widerstand von $^1/_{55} \cdot 2 \cdot {}^{100}/_{106} = 0{,}034$ Ω u. s. f.

692. Einfluss der Temperatur. Der Widerstand reiner Metalle wächst mit der Temperatur, bei gewöhnlicher Temperatur per Grad um ungefähr 0,004 des ganzen Werthes. Der Widerstand des Neusilbers wächst per Grad nur um ungefähr 0,0004 des ganzen Werthes, noch geringere Temperaturcoefficienten haben Nickelin und Manganin; alle drei Legirungen besitzen dazu ein kleines specifisches Leitungsvermögen. Beide Eigenschaften machen sie für Rheostatenwiderstände geeignet; die letztgenannte Eigenschaft erlaubt, auch hohe Widerstände aus verhältnissmässig kleinen Drahtmassen herzustellen.

Der Widerstand der Kohle nimmt mit wachsender Temperatur ab.

Bei der bolometrischen Methode (Art. 589) bildet der Bolometerdraht den einen Zweig *BC* (Fig. 348) einer Wheatstone'schen Drahtcombination. Wird, nachdem die Brücke stromlos gemacht ist, der Bolometerdraht der Strahlung ausgesetzt und dadurch erwärmt, so wächst sein Widerstand, und das Galvanometer in der Brücke zeigt eine Ablenkung, welche der Temperaturerhöhung des Drahtes proportional ist.

693. Beziehung zur Wärmeleitung. G. Wiedemann und Franz haben gezeigt, dass das Wärmeleitungsvermögen eines Metalls seinem elektrischen Leitungsvermögen proportional ist, oder dass ein Metall, welches die Wärme besser als ein anderes leitet, in demselben Verhältniss die Elektricität besser leitet[2]. Die Analogie, von welcher Ohm bei der theoretischen Entwicklung seines Gesetzes geleitet wurde, scheint daher in der Natur tief begründet zu sein.

694. Das Leitungsvermögen der Elektrolyte ist im Allgemeinen viel kleiner, als das der Metalle. Ein verhältnissmässig

[1] F. Kohlrausch, Leitfaden der praktischen Physik 1892, p. 421.
[2] Eine Ausnahme macht das Eisen (G. Kirchhoff und Hansemann).

gut leitender Elektrolyt ist 30procentige Schwefelsäure, d. h. mit Wasser verdünnte Schwefelsäure, welche in 100 g 30 g H_2SO_4 enthält; ihr specifisches Leitungsvermögen ist bei 18° nur 69,1 Milliontel von dem des Quecksilbers bei 0°. In den meisten Fällen nimmt, im Gegensatz zu dem Verhalten der reinen Metalle, das Leitungsvermögen der Elektrolyte mit steigender Temperatur zu.

695. Vergleichung der elektromotorischen Kräfte zweier constanter Elemente. Man schaltet erst das eine, dann das andere Element in einen Stromkreis ein, welcher ein Galvanometer und einen Widerstand w_a enthält, gegen den der innere Widerstand w_i der Elemente verschwindet. Nach Gleichung (122) Art. 673 verhalten sich dann, indem der im Allgemeinen für beide Elemente verschiedene Widerstand w_i gegen w_a vernachlässigt werden kann, die elektromotorischen Kräfte wie die am Galvanometer abgelesenen Stromstärken.

696. Die Compensationsmethode von Poggendorff, eine Nullmethode, ist der vorigen vorzuziehen. Sei (Fig. 350) E ein constantes Element. Bezeichnet man in dem einfachen Stromkreise $EABE$ den Widerstand des Theils AEB durch w_1, den Widerstand des Theils AB durch w, so ist die Stromstärke $i = E/(w + w_1)$, die Potentialdifferenz zwischen den Punkten A und B nach Art. 671, Gleichung (121) $A - B = i \,.\, w = E \,.\, w/(w + w_1)$. Die Leitung AB' enthält ein Element von der mit E zu vergleichenden elektromotorischen Kraft e, welche kleiner als E sein muss und in der Richtung des Pfeils wirkt. Wird nun B' durch einen Taster T an B angelegt, und ist dabei $A - B = e$, so setzt die Potentialdifferenz $A - B$, welche in der Richtung $AB'B$ wirkt, die elektromotorische Kraft e ins Gleichgewicht (Art. 659) oder compensirt dieselbe, und das Galvanometer bleibt stromlos. In diesem Fall ist

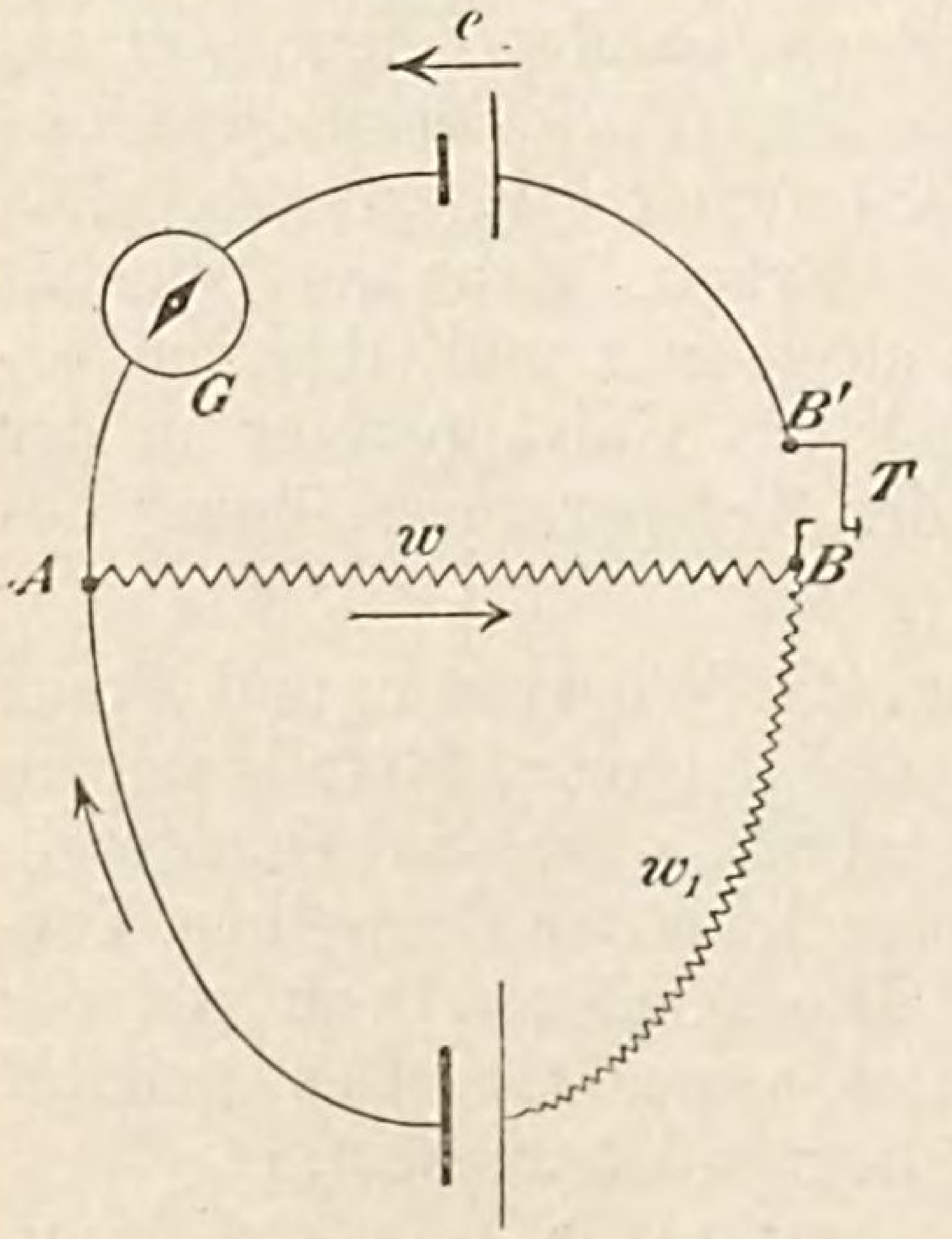


Fig. 350.

$$e = E \cdot \frac{w}{w + w_1} \cdot \cdot \cdot \cdot \quad (134)$$

Durch passende Regulirung von w und w_1 wird diese Einstellung hervorgebracht.

Eine zweckmässige Form der Methode ist folgende. Von zwei gleich gebauten Widerstandskästen zu je 10 000 Ω mögen die Zweige AB (w) und AEB (w_1) je einen enthalten, gegen die aus den Kästen eingeschalteten Widerstände seien die anderen in den Zweigen enthaltenen, insbesondere der innere Widerstand des Elements E (Art. 688) zu vernachlässigen. Indem zu Anfang in w alle Stöpsel stecken, in w_1 alle gezogen sind, bringt man die Einstellung dadurch hervor, dass man Stöpsel von w in die entsprechenden Löcher von w_1 hinüberträgt.

Dabei bleibt $w + w_1$ stets $= 10\,000\ \Omega$ und es ist $e = E \,.\, w/10000$ (Bouty).

Da das Element c bei der Messung stromlos ist, so kann es auch ein inconstantes, insbesondere auch ein Clark'sches Normalelement sein[1] (Art. 666). Die Methode ist also auch brauchbar, um die elektromotorische Kraft des Elements E mit der des Clarkelements zu vergleichen (Art. 688).

Cap. 10. Von der Elektrolyse.

697. Elektroden. Um durch einen Elektrolyten einen elektrischen Strom zu leiten, verbindet man (Fig. 351) mit den Polen der Batterie zwei Metallplatten A und K, welche in den Elektrolyten eintauchen und welche man die Elektroden nennt. An der einen Elektrode A tritt der Strom in den Elektrolyten ein, an der anderen K tritt er aus ihm aus, jene heisst die Anode, diese die Kathode, jene ist mit dem Kupfer- oder dem Kohle-, diese mit dem Zinkpol der Batterie verbunden.

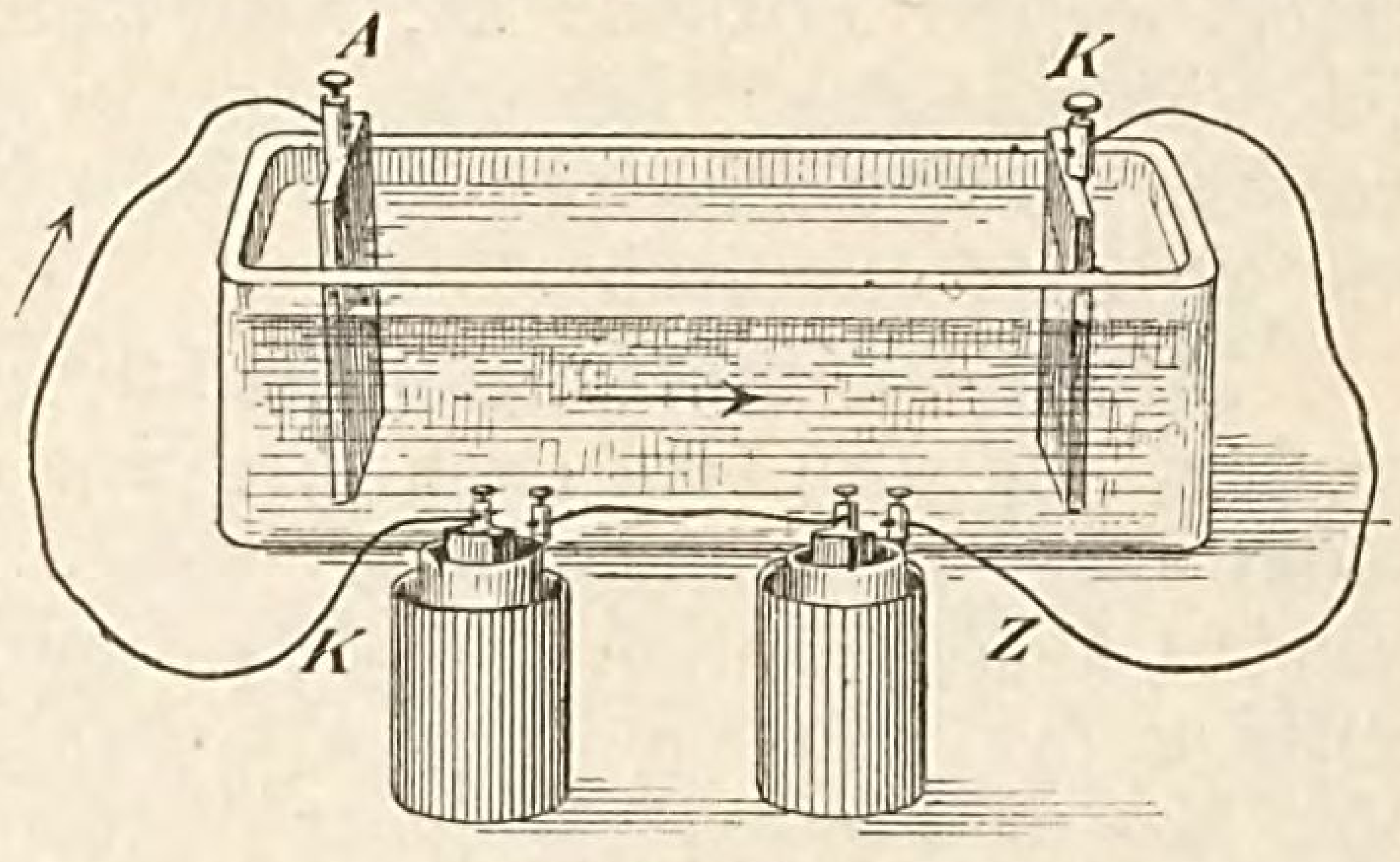


Fig. 351.

698. Wasserzersetzung. Sei der Elektrolyt eine verdünnte Lösung von Schwefelsäure in Wasser, die Elektroden Platinplatten; die Batterie bestehe aus einigen hinter einander verbundenen Bleiaccumulatoren. Schliesst man den Strom, so bemerkt man an den Elektroden Gasentwicklung, während zwischen den Elektroden eine solche nicht stattfindet. Es wird also durch den Strom chemische Zersetzung, Elektrolyse, hervorgebracht.

Um die Gase aufzufangen, benutzt man den Apparat von A. W. Hofmann (Fig. 352). Die Platinplatten A und K sind bzw. Anode und Kathode; der unter den Elektroden A und K liegende Theil des Elektrolyten wird vom Strom durchflossen, die Gase sammeln sich in den Röhren R_a und R_k. Man findet das in R_k entwickelte Gasvolumen doppelt so gross, als das in R_a entwickelte; jenes erweist sich als Wasserstoff, dieses als Sauerstoff, Wasserstoff wird an der Kathode, Sauerstoff an der Anode entwickelt.

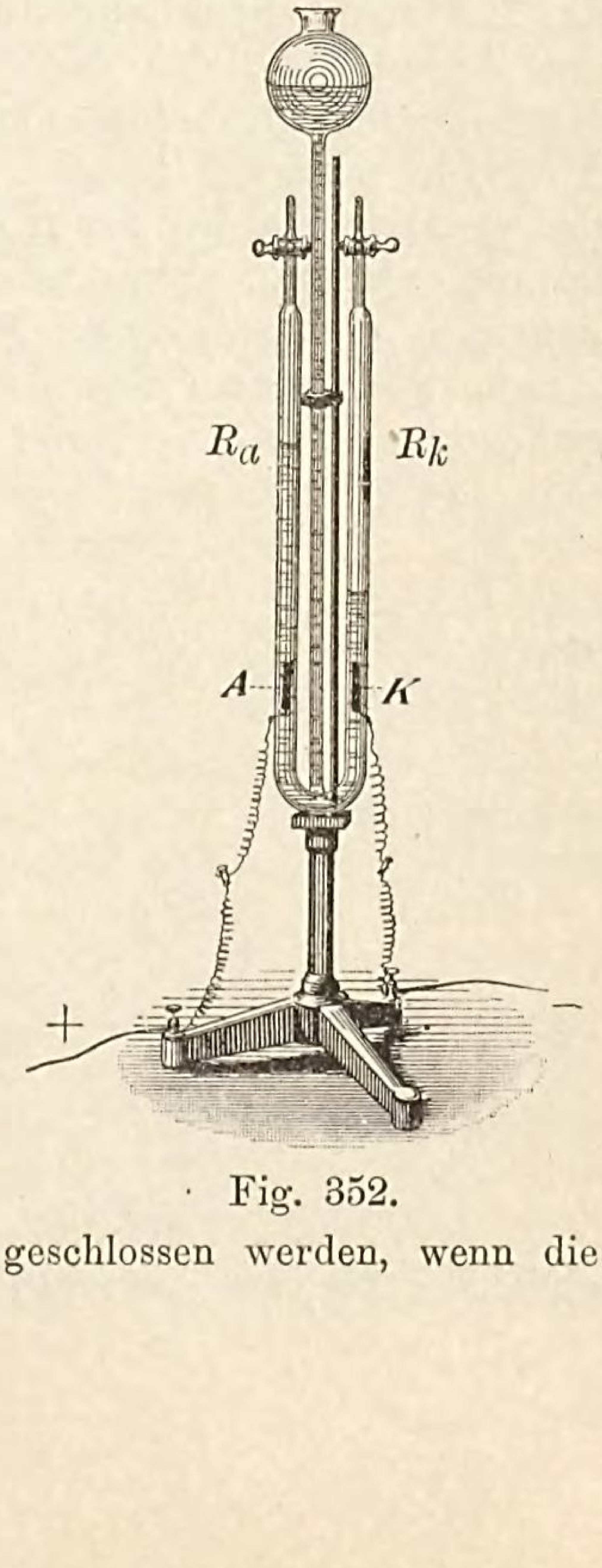


Fig. 352.

[1] In diesem Fall darf der Taster T erst geschlossen werden, wenn die Compensation nahezu erreicht ist.

Da die Endprodukte der Elektrolyse die beiden Bestandtheile des Wassers sind, so pflegt man zu sagen, dass bei diesem Versuch durch den Strom Wasser zersetzt sei. Doch ergeben sich dieselben Endprodukte unter der Annahme, dass der Strom die Spaltung der $H_2\,SO_4$-Molekel in H_2 und SO_4 herbeiführt, und dass der im freien Zustande nicht bekannte Körper SO_4 an der Anode auf das Lösungswasser einwirkt nach der Gleichung

$$2SO_4 + 2H_2O = 2H_2SO_4 + O_2.$$

Diese Annahme ist aus mancherlei Gründen vorzuziehen.

699. Bei der Elektrolyse von Metallsalzen scheidet sich das Metall an der Kathode ab, mag man die Metallsalze, wie gewöhnlich, in wässriger Lösung oder in geschmolzenem Zustande anwenden. Jeder Elektrolyt ist nach Hittorf's Auffassung chemisch wie ein Salz constituirt.

700. Die Zersetzungsprodukte erscheinen nur an den Elektroden, wie weit man auch diese von einander entfernen mag; man kann aber nicht annehmen, dass z. B. ein Wasserstofftheilchen, welches an der Kathode und das Sauerstofftheilchen, welches gleichzeitig an der Anode auftritt, aus derselben $H_2\,SO_4$-Molekel stammen. Man hat sich in verschiedener Weise von jener Thatsache Rechenschaft gegeben.

701. Theorie von Grotthuss. Die elektrolytische Molekel enthält zwei Bestandtheile, welche nach Faraday Jonen genannt werden; der eine Bestandtheil, das Anion, ist negativ, der andere, das Kation, gleich stark positiv geladen. Im Fall des Art. 698 wäre das Anion SO_4, das Kation H_2. Die von der Anode gegen die Kathode hin gerichtete elektrische Kraft stellt die elektrolytischen Molekeln zunächst so ein, dass das negative Anion der Anode A, das positive Kation der Kathode K zugewendet ist (Fig. 353[a]), und bewirkt alsdann, wenn hinreichend stark, dass eine an der Anode liegende elektrolytische Molekel zerrissen wird. Das abgelöste Anion giebt seine negative Ladung an die Anode ab, das frei gewordene Kation vereinigt sich mit dem Anion der nächst folgenden Molekel, und dieser Vorgang schreitet von Theilchen zu Theilchen fort, bis an der Kathode das Kation frei wird und seine positive Ladung an diese abgiebt. So geht positive Elektricität mit dem Kation zur Kathode, negative mit dem Anion zur Anode; diese elektrischen Bewegungen, beide einem von der Anode zur Kathode fliessenden Strom positiver Elektricität

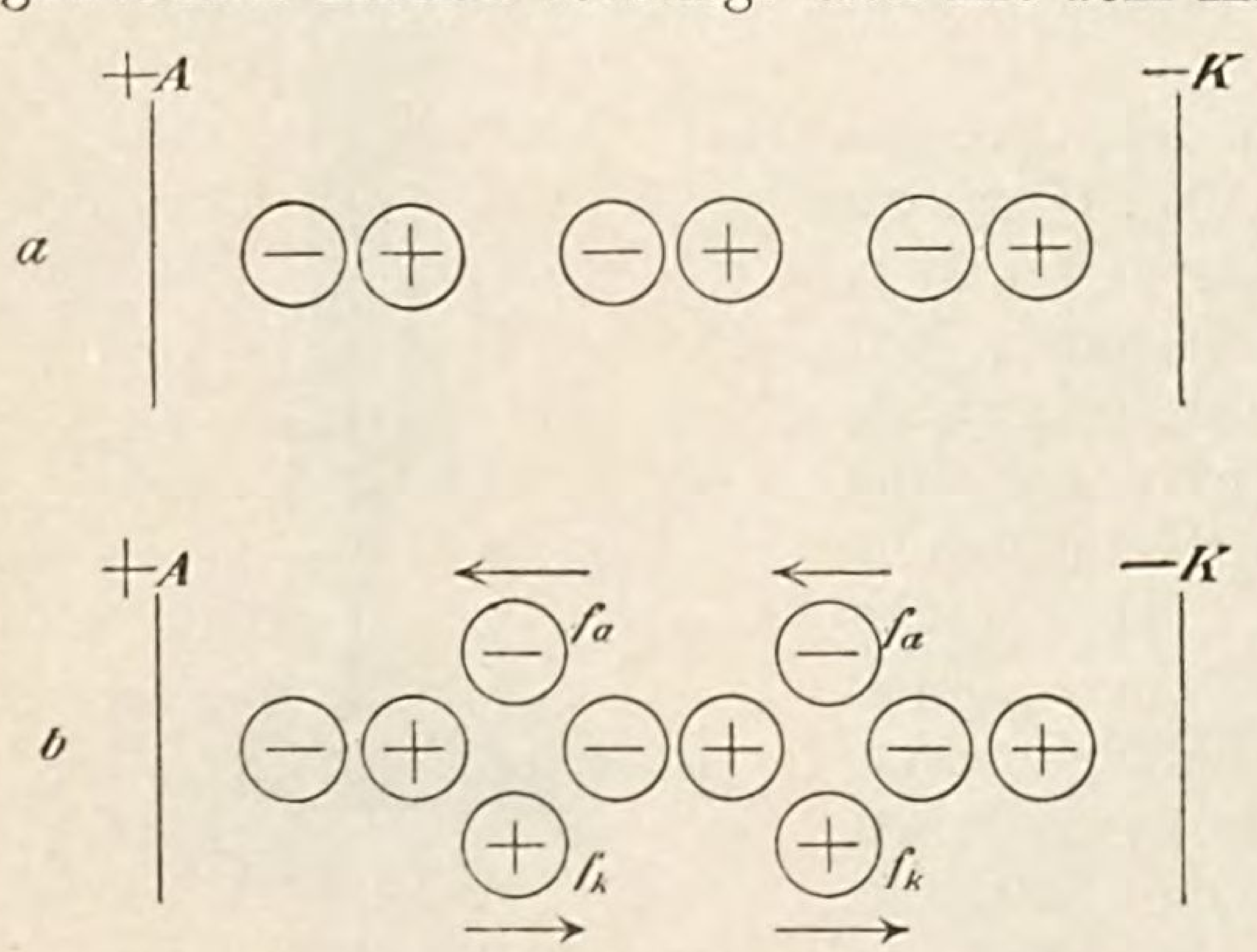


Fig. 353.

gleichwerthig, machen zusammen den ganzen Strom aus. Die im Innern

des Elektrolyten stattfindenden Bewegungen der Jonen werden deshalb nicht bemerkt, weil einer Zersetzung jedesmal eine Wiedervereinigung folgt.

702. Theorie von Clausius und Arrhenius, freie Jonen. Besser scheint sich den Thatsachen eine andere Ansicht anzuschliessen, welche von R. Clausius zuerst aufgestellt, von S. Arrhenius modificirt und weiter entwickelt wurde. Nach dieser Ansicht ist beim Gleichgewicht des Elektrolyten, auch wenn kein Strom durch ihn geht, ein Theil der elektrolytischen Molekeln in die geladenen Jonen gespalten; die abgespaltenen geladenen Jonen heissen freie Jonen (Fig. 353ᵇ *fa* und *fk*). Da in jedem Raumtheil des Elektrolyten ebenso viele Kationen wie Anionen sich befinden und die positive Ladung eines Kations der negativen eines Anions dem absoluten Werth nach gleich ist, so erscheint trotz dieser Ladungen der Elektrolyt unelektrisch (Fig. 353ᵇ).

Geht nun ein Strom durch den Elektrolyten, so bringt die von der Anode gegen die Kathode hin gerichtete elektrische Kraft eine Bewegung der freien Jonen hervor, treibt nämlich die positiv geladenen Kationen gegen die Kathode, die negativ geladenen Anionen gegen die Anode hin; die an den Elektroden im Ueberschuss auftretenden Jonen geben ihre Ladungen an die Elektroden ab und die von ihren Ladungen befreiten Jonen sind die Produkte der Elektrolyse. Auch nach dieser Ansicht kommt der Strom dadurch zu Stande, dass die Ladungen der Jonen mit diesen wandern, positive Elektricität mit dem Kation zur Kathode, negative mit dem Anion zur Anode.

Wenn es dem Chemiker fremdartig erscheint, dass z. B. in einer Lösung von Chlorkalium freie Kaliumionen sich befinden sollen, so ist zu erinnern, dass das hypothetische Theilchen, welches ein Kaliumion genannt wird, eine elektrisch geladene Kalium-Molekel und zu unterscheiden ist von einem Theilchen des darstellbaren Körpers, welcher Kalium genannt wird.

703. Elektrolyse des geschmolzenen Chlorlithiums. Die Produkte der Elektrolyse sind in den einfachsten Fällen die von ihren Ladungen befreiten Jonen. Das ist z. B. der Fall, wenn man geschmolzenes Chlorlithium zwischen einem Kohlenstück als Anode und einem zugespitzten Eisendraht als Kathode elektrolysirt. Das Anion ist Chlor, das Kation Lithium, jenes wird an der Kohle, dieses am Eisendraht abgeschieden. Ein derartiger elektrolytischer Process führte zur Entdeckung der Metalle der Alkalien durch H. Davy.

704. Sekundäre Produkte. In den meisten Fällen unterliegen die Jonen an den Elektroden weiteren Reaktionen, theils mit den Elektroden, theils mit dem Elektrolyten. Die Produkte der Elektrolyse nennt man in diesen Fällen sekundäre Produkte, obgleich jene Reaktionen in vielen Fällen an der Strombildung betheiligt sind. Artt. 705—706 enthalten einige Beispiele von sekundären Reaktionen.

705. Wässrige Silbernitratlösung ($AgNO_3$), **Anode aus Silber.** An der Kathode scheidet sich metallisches Silber ab; das Anion NO_3 tritt mit der Silberanode zu $AgNO_3$ zusammen, welches in Lösung geht. Das Endresultat der Elektrolyse ist also ein Transport von Silber durch den Elektrolyten hindurch von der Anode zur Kathode, wobei der Gehalt der Lösung an $AgNO_3$ ungeändert bleibt. Ein Platintiegel K (Fig. 354), welcher die Silberlösung enthält, dient als Kathode; die Anode A aus Silberblech, an dem Glasstäbchen g gehalten, taucht in die Lösung und ist, damit ein Herabfallen fester Theile in den Platintiegel verhütet werde, mit Zeug umwickelt.

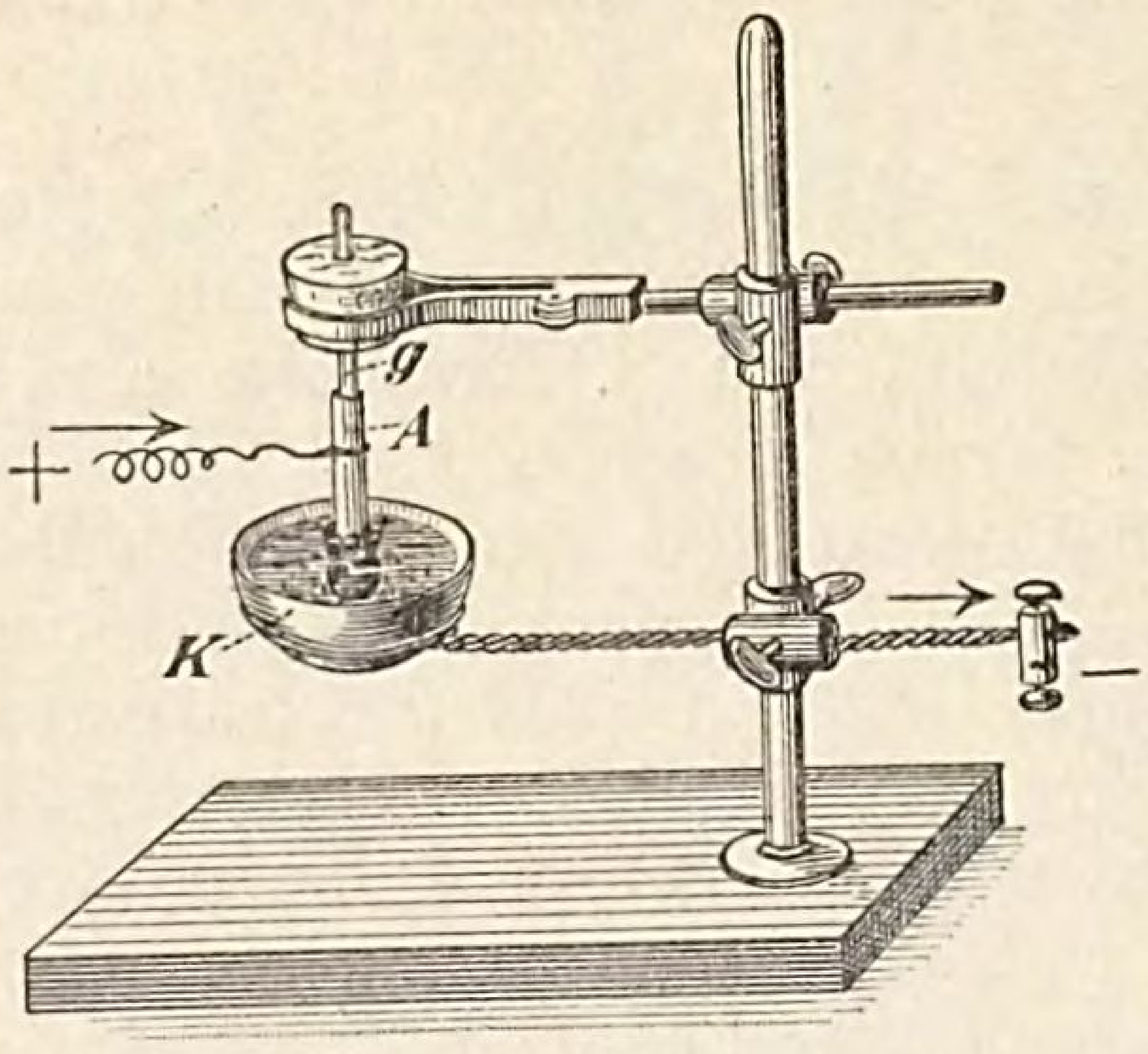


Fig. 354.

706. Wässrige Lösung von Natriumsulfat ($Na_2\ SO_4$) **zwischen Platinelektroden.** Die Lösung ist in einem U-rohr enthalten (Fig. 355); das Anion ist SO_4, das Kation Na_2; beide reagiren sekundär mit dem Lösungsmittel Wasser, ersteres nach der Gleichung

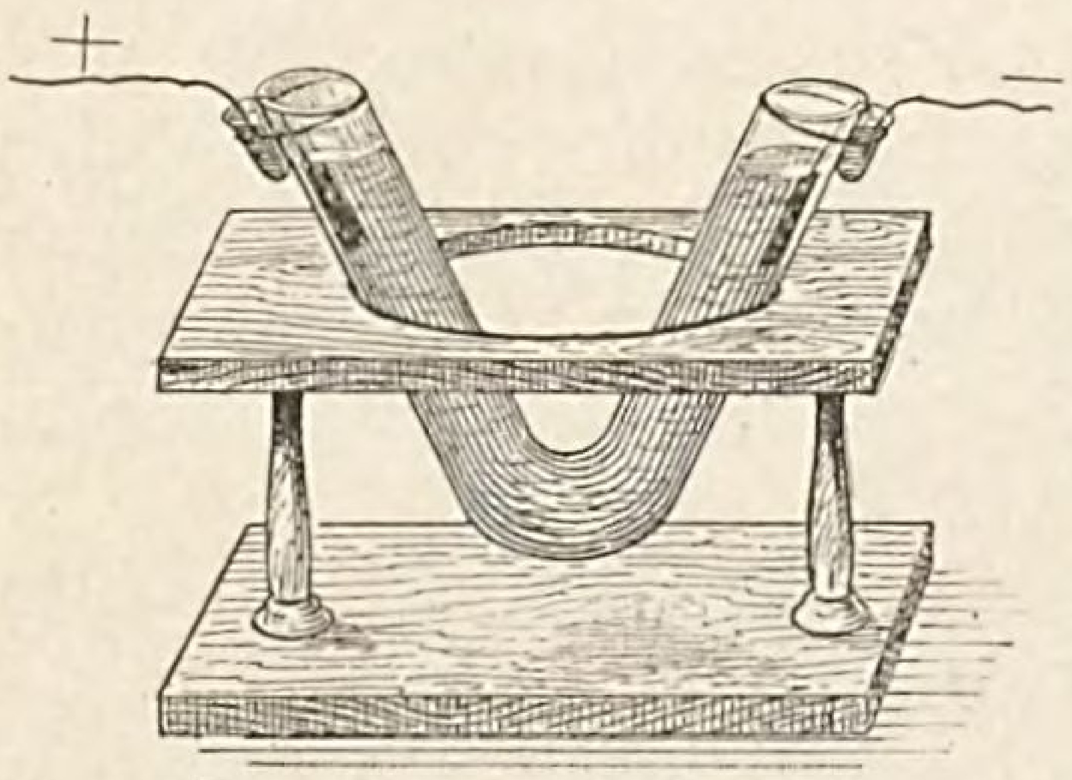


Fig. 355.

$$2SO_4 + 2H_2O = 2H_2SO_4 + O_2,$$

letzteres nach der Gleichung

$$Na_2 + 2H_2O = 2(NaOH) + H_2.$$

Die sekundären Produkte der Elektrolyse sind also an der Anode Schwefelsäure und Sauerstoff, an der Kathode Natronlauge und Wasserstoff. Setzt man der Flüssigkeit etwas blaue Lakmustinktur zu, welche man an der Kathode durch schwaches Ansäuern roth färbt, so werden durch den elektrolytischen Process die Färbungen umgekehrt.

707. Einfluss der Stromdichte auf die sekundären Produkte. Unter der Dichtigkeit eines Stromes versteht man die Stromstärke getheilt durch den Stromquerschnitt. Die Stromdichte an den Elektroden ist von grossem Einfluss auf die Form, in welcher die Jonen abgeschieden werden, sowie auf die sekundären Reaktionen an den Elektroden. So scheidet sich das Silber in dem Art. 705 beschriebenen Versuch bei mässiger Stromdichte krystallinisch, bei grosser Stromdichte als schwärzliches Pulver aus. Bei der Elektrolyse einer wässrigen Lösung von Schwefelsäure (Art. 698) treten an einer Platinanode als sekundäre Produkte verschiedene Körper auf, Ozon, H_2O_2, H_2SO_4, durch deren Bildung das an der Anode

frei werdende Gasvolumen weit unter die Hälfte des an der Kathode frei werdenden Wasserstoffvolumens herabgemindert werden kann; auf die Menge, in welcher jene Körper sich bilden, hat neben anderen Umständen auch die Stromdichte einen grossen Einfluss.

708. Erstes Faraday'sches Gesetz. Die primären Produkte der Elektrolyse werden der Quantität nach durch zwei von Faraday entdeckte Gesetze bestimmt. Das erste derselben lautet: Durch denselben Strom werden in derselben Zeit gleiche Valenzen gelöst; oder, die durch denselben Strom abgeschiedenen Mengen verschiedener Jonen verhalten sich wie deren Aequivalentgewichte. Das Aequivalentgewicht eines Stoffs ist sein Atomgewicht, getheilt durch seine Werthigkeitszahl. Leitet man also denselben Strom durch Silbernitrat, Zinksulfat, Kupfersulfat, so verhalten sich die an den Kathoden abgeschiedenen Mengen des Silbers, Zinks und Kupfers wie 107,6 : 65,2/2 : 63,2/2, da 107,6; 65,2; 63,2 bzw. die Atomgewichte jener drei Metalle sind und das Silber einwerthig, das Zink aber und in seinen Oxydverbindungen das Kupfer zweiwerthig sind. Für die Artt. 701 und 702 geschilderten Theorien folgt aus diesem Gesetz, dass äquivalente Mengen aller Jonen mit gleichen Elektricitätsmengen geladen sind.

709. Zweites Faraday'sches Gesetz. Die in der Zeiteinheit abgeschiedene Menge eines Jons ist der Stromstärke oder der magnetischen Kraft des Stromes proportional (vgl. Art. 677).

710. Elektrochemisches Aequivalent eines Jons ist die in der Zeiteinheit durch den Strom 1 abgeschiedene Menge desselben. Das elektrochemische Aequivalent des Silbers ist *4,025* g pro Amper und Stunde. (F. und W. Kohlrausch und Lord Rayleigh.) Mittelst dieser Zahl können auf Grund der Faraday'schen Gesetze die primären Produkte eines jeden elektrolytischen Processes im Voraus berechnet werden. So scheidet ein Strom von *10 A* in der Stunde

$$10 \times \frac{31,6}{107,6} \cdot 4,025 \text{ g} = 11,82 \text{ g Kupfer ab.}$$

711. Voltameter. In Folge des zweiten Faraday'schen Gesetzes kann die Stärke eines constanten elektrischen Stromes aus seiner durch ein sogenanntes Voltameter gemessenen elektrolytischen Wirkung bestimmt werden. Scheidet z. B. ein Strom in der Stunde p g Silber ab, so ist seine Stärke $p/4,025$ Ampers, scheidet er in der Stunde q g Kupfer aus Kupfersulfat ab, so ist seine Stärke

$$\frac{q}{4,025 \cdot \frac{31,6}{107,6}} = \frac{q}{1,182} A.$$

Als Silbervoltameter benutzt man die Art. 705 beschriebene Vorrichtung; der Silberniederschlag haftet fest am Platintiegel, kann

ausgewaschen, getrocknet und durch Wägung bestimmt werden. Das Silbervoltameter dient zur genauen Messung schwacher Ströme, das Kupfervoltameter oder das Wasservoltameter (Art. 698) zur Messung starker Ströme.

712. Metallfällungen. Ein Zinkstab, in Kupfersulfatlösung getaucht, überzieht sich mit metallischem Kupfer, Kupfer wird durch Zink aus Lösung ausgefällt, während Zink durch Kupfer nicht ausgefällt wird.

Sofern die Oberfläche des Zinks nicht ganz gleichförmig ist, wird sich auf ihr eine Stelle *U* (Fig. 356) vorfinden, welche in elektromotorischer Beziehung zum reinen Zink in einem ähnlichen Gegensatz steht, wie Kupfer. Eine derartige Stelle *U* bildet mit einer reineren Stelle der Zinkoberfläche und der Lösung ein galvanisches Element, in welchem der Strom vom Zink durch den Elektrolyten nach *U* fliesst, bei *U* Kupfer abscheidet und darauf fortfährt, in demselben Sinne zu fliessen. Das Kupfer wird also durch elektrische Ströme, sogenannte Lokalströme, gefällt.

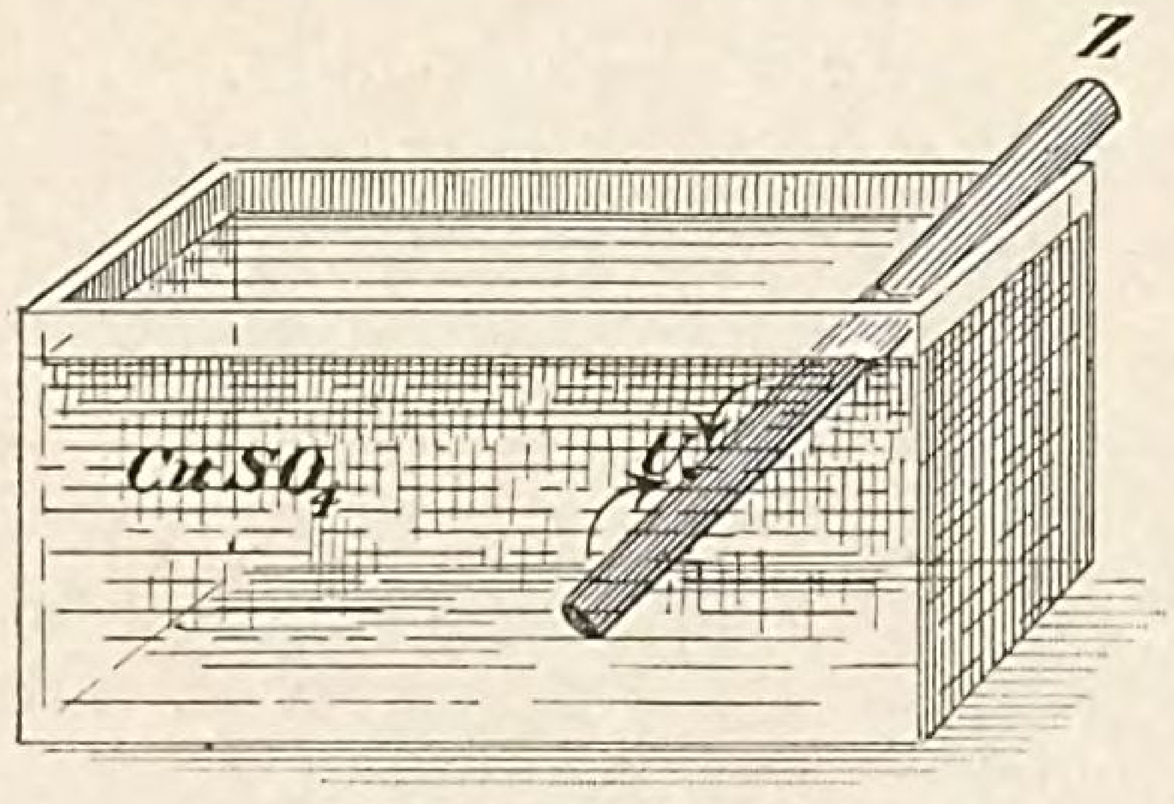


Fig. 356.

Befindet sich aber ein Kupferstab in der Lösung eines Zinksalzes, so würde der Lokalstrom, wenn er bei *U* Zink abgeschieden hätte, sofort seine Richtung umkehren, so dass es zu einer fortgesetzten Fällung des Zinks nicht kommen kann; Kupfer in Zinklösung ist im stabilen Gleichgewicht.

Wenn in einem aus zwei Metallen *A* und *B* und einer Lösung gebildeten Element der Strom von *A* durch die Lösung nach *B* fliesst, wollen wir sagen, dass *A* in der Lösung sich anodisch gegen *B* verhält. Ein Metall *A*, welches in einer Lösung eines Salzes vom Metall *B* sich anodisch gegen *B* verhält, muss *B* aus der Lösung fällen.

713. Verhalten des Zinks in verdünnter Schwefelsäure. Chemisch reines Zink, in verdünnte Schwefelsäure gebracht, wird nicht angegriffen, löst sich aber unter Wasserstoffentwicklung in der Säure, wenn man einige Tropfen Platinchloridlösung zusetzt. An Stellen der Zinkoberfläche bildet sich nämlich dann ein Niederschlag von Platin und der vom Zink durch die Säure zum Platin fliessende Lokalstrom scheidet am Platin Wasserstoff, am Zink SO_4 ab, welches mit Zn zu $Zn\,SO_4$ zusammentritt.

Unreines Zink, z. B. die Zinkpole galvanischer Elemente, schützt man gegen den direkten Angriff der Säure, indem man die Zinkoberfläche durch Amalgamiren derselben gleichförmig macht und dadurch die Bildung der Lokalströme, welche im Element einen schädlichen Materialverbrauch herbeiführen, verhütet.

714. Technische Anwendungen. Um ein Metall mit einem andern zu überziehen, z. B. um es zu vernickeln, zu vergolden oder zu verkupfern, macht man es zur Kathode in einem Nickel-

Gold- oder Kupferbade. Den Kupferniederschlag kann man auf einem leitenden Relief von passender Art ziemlich dick werden lassen und ihn dann abheben, wodurch man ein Abbild des Reliefs erhält. (Galvanoplastik.) Kupfer befreit man auf elektrolytischem Wege von Verunreinigungen und neuerdings gewinnt man metallisches Aluminium im Grossen mit verhältnissmässig geringen Kosten durch Elektrolyse geschmolzener Aluminiumverbindungen.

Cap. 11. Von der galvanischen Polarisation.

715. Versuchsanordnung. Von sechs Quecksilbergruben (Fig. 357) seien *1* und *2* mit einer galvanischen Batterie *B*, *3* und *4* mit den Elektroden einer Zersetzungszelle *V*, *5* und *6* mit einem Galvanometer *G* verbunden. Je nachdem man mittelst der „Wippe“ *W* die Gruben *3* und *4* mit *1* und *2* oder mit *5* und *6* metallisch verbindet, ist die Zersetzungszelle *V* in den Kreis der Batterie eingeschaltet, oder von ihr abgetrennt und durch das Galvanometer geschlossen.

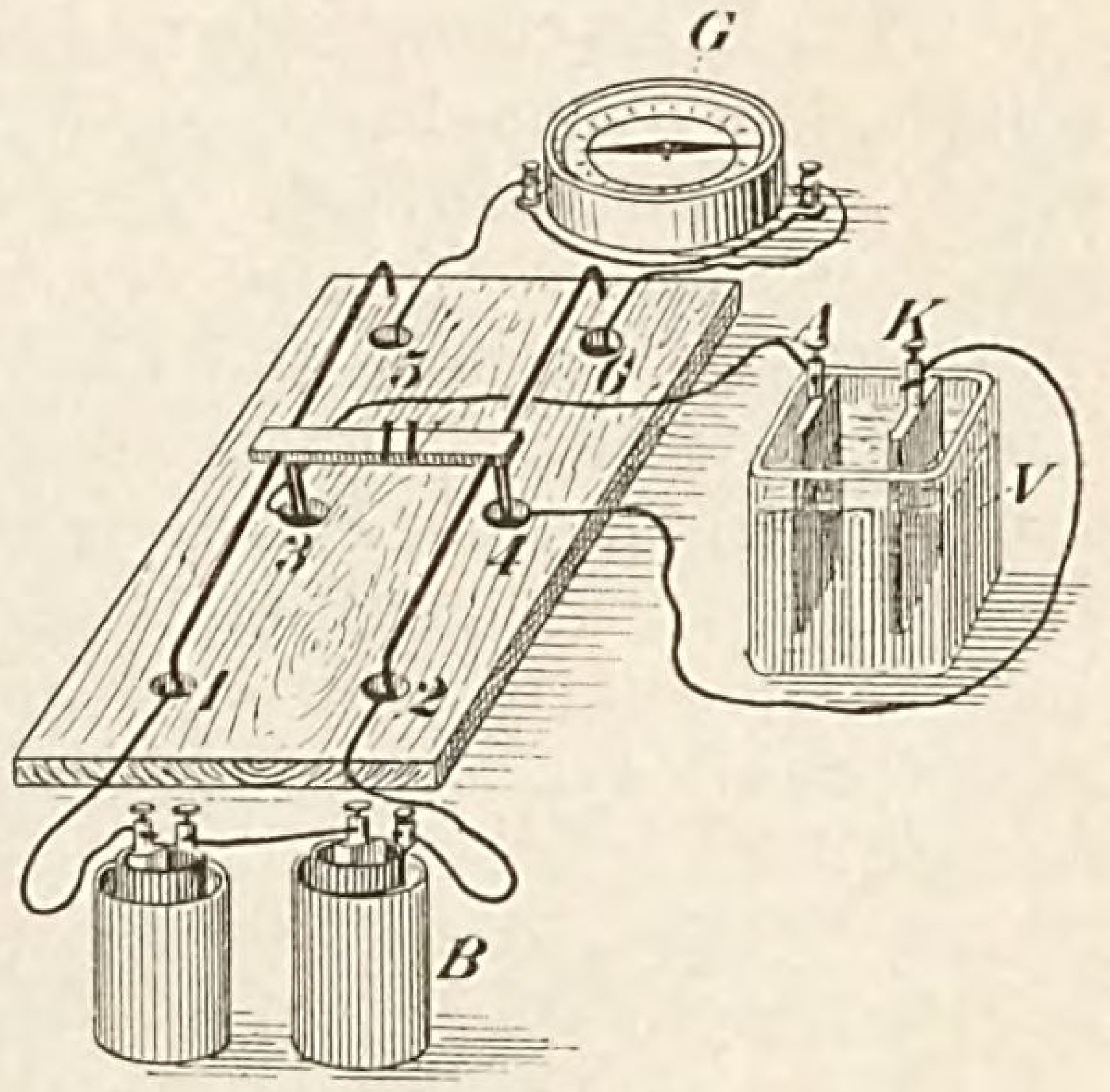


Fig. 357.

716. Bleiplatten in verdünnter Schwefelsäure. Die Zersetzungszelle besteht aus zwei reinen Bleiplatten in verdünnter Schwefelsäure. Durch das Galvanometer geschlossen liefert sie keinen Strom, da kein Grund vorliegt, weshalb derselbe eher in der einen als in der anderen Richtung fliessen sollte. Nachdem der Strom der Batterie, der polarisirende Strom, während einer kurzen Zeit durch die Zelle gegangen ist, trenne man die Batterie von der Zelle ab und schliesse diese durch das Galvanometer (Art. 715). Dasselbe zeigt nunmehr einen Strom an, den Polarisationsstrom, welcher in der Zelle dem polarisirenden Strom entgegen gerichtet ist und nach kurzer Zeit verschwindet; er kann jedesmal durch kurz dauernde Wirkung des polarisirenden Stromes wieder hervorgerufen werden.

717. Ursache des Polarisationsstroms. Der Polarisationsstrom zeigt, dass der Zelle durch den polarisirenden Strom eine elektromotorische Kraft ertheilt ist, welche dem polarisirenden Strom entgegenwirkt und welche wir die elektromotorische Kraft der Polarisation nennen. Betrachtet man nun die Bleiplatten, nachdem sie polarisirt sind, so bemerkt man, dass diejenige Platte *A*, welche im polarisirenden Strom als Anode gedient hat, braun geworden ist, während die andere *K* ihre Färbung kaum geändert hat; in der That ist jene durch sekundäre Reaktion (Art. 704) des an ihr frei gewordenen SO_4-Jons an der Oberfläche in PbO_2 (Bleisuperoxyd) verwandelt worden, und es verhält sich Pb zu PbO_2 elektromotorisch wie Zink gegen Kupfer. So entsteht die elektromotorische Kraft der Polari-

sation, welche, dem polarisirenden Strom entgegengerichtet, denselben während seiner Dauer schwächt, aber, wenn die Batterie ausgeschaltet und die Zelle in sich geschlossen wird, den Polarisationsstrom hervorbringt. Da dieser in der Zelle dem polarisirenden Strom entgegen gerichtet ist, so sind die Veränderungen, welche er in den Bleiplatten durch seine chemische Wirkung hervorbringt, entgegengesetzt den durch den polarisirenden Strom hervorgebrachten Veränderungen; er gleicht diese aus und erlischt, wenn der Ausgleich in elektromotorischer Hinsicht vollendet ist.

718. Bleiaccumulator. Durch eine gewisse Behandlung der Bleiplatten kann man bewirken, dass die Umwandlung in Bleisuperoxyd nicht auf die Oberfläche derselben beschränkt bleibt, sondern sich tief in ihr Inneres hinein erstreckt; dann dauert auch der Polarisationsstrom entsprechend länger an. In diesem Fall nennt man die Vorrichtung einen Bleiaccumulator, den polarisirenden Strom den Ladungsstrom, den Polarisationsstrom den Entladungsstrom. Zur Erzielung eines lang dauernden Entladungsstromes muss man den Ladungsstrom entsprechend lange wirken lassen. Die elektromotorische Kraft des Entladungsstromes ist während des grössten Theils der Entladung 2—1,9 Volts (Art. 732). Bleiaccumulatoren dienen in der Technik dazu, elektrische Energie, wie sie besonders durch die Dynamomaschinen (Art. 789) geliefert wird, aufzuspeichern.

719. Polarisirte Elektrode. Allgemein heisst eine Elektrode polarisirt, wenn durch einen an ihr eingetretenen elektrolytischen Vorgang die elektromotorische Kraft an ihrer Oberfläche verändert worden ist. Die elektromotorische Kraft einer polarisirten Zelle rührt jedesmal daher, dass die chemische Wirkung des polarisirenden Stromes an beiden Elektroden eine verschiedene ist, und wirkt stets dem polarisirenden Strom entgegen.

720. Platinplatten in verdünnter Schwefelsäure. Durch den polarisirenden Strom wird in diesem Fall an der Anode, der Sauerstoffelektrode, Sauerstoff, an der Kathode, der Wasserstoffelektrode, Wasserstoff entwickelt (Art. 698), und der Polarisationsstrom läuft in der polarisirten Zelle von der Wasserstoffelektrode durch den Elektrolyten zur Sauerstoffelektrode.

721. Das Grove'sche Gaselement. Taucht man nun (Fig. 358) zwei mit verdünnter Schwefelsäure gefüllte, mit Platinelektroden *W* und *S* versehene Gläschen in ein mit derselben Flüssigkeit gefülltes Gefäss, und bringt in das eine, *W* enthaltende Gläschen soviel Wasserstoff, in das andere, *S* enthaltende, soviel Sauerstoff, dass die Platinplatten zum Theil von der Flüssigkeit, zum Theil von den Gasen umspült werden, so erhält man bei metallischer Verbindung der Elektroden *W* und *S* einen Strom, welcher von der „Wasserstoff-

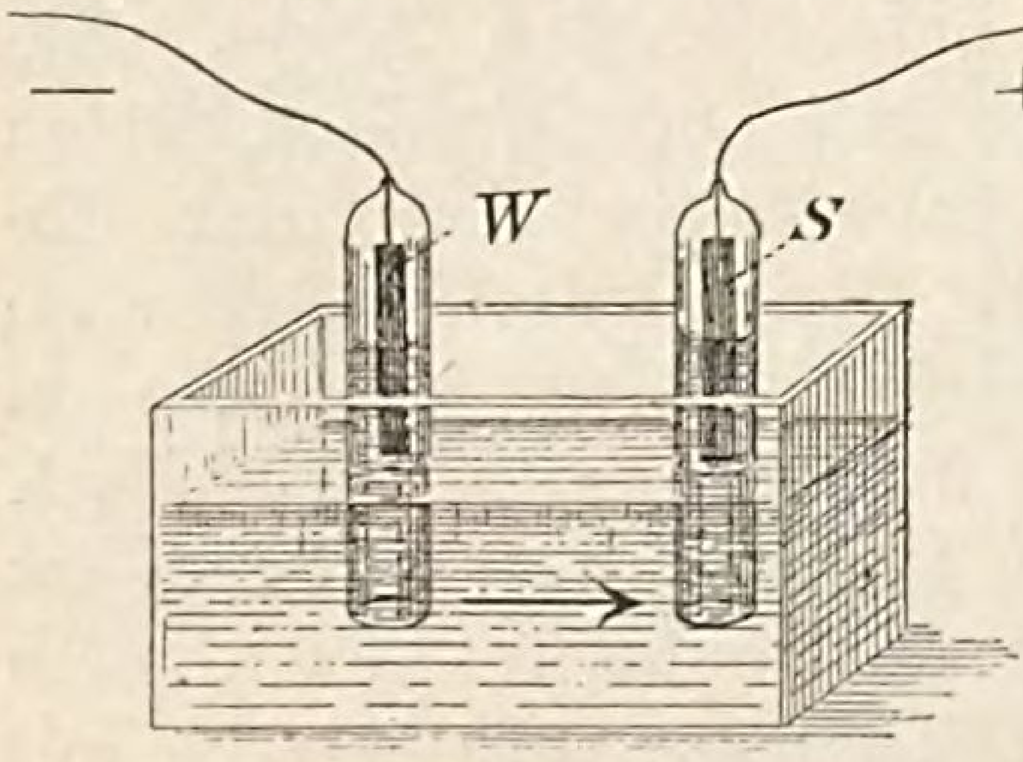


Fig. 358.

elektrode“ durch den Elektrolyten zur „Sauerstoffelektrode“ fliesst. Dieser Strom des Grove'schen Gaselements ist daher auf dieselbe Ursache zurückzuführen, wie der im vorigen Artikel beschriebene Polarisationsstrom; doch gehen darüber, wie die Gase in beiden Fällen wirken, die Meinungen noch aus einander. Wir wollen im Folgenden die Polarisation durch Wasserstoffionen als Wasserstoffpolarisation bezeichnen.

722. Wasserzersetzung. Lässt man auf eine Zelle der Art. 720 beschriebenen Art steigende elektromotorische Kräfte wirken, so steigt die Polarisation, der jedesmal wirkenden elektromotorischen Kraft das Gleichgewicht haltend, bis erst nach Ueberschreitung eines gewissen Werthes derselben, welcher für platinirte Platten kleiner als für blanke, jedenfalls grösser als die elektromotorische Kraft eines Daniellelements ist, fortschreitende Wasserzersetzung eintritt. Durch ein Daniellelement kann also diese nicht erzielt werden.

723. Unpolarisirbare Elektroden. Sei eine Zelle aus Zinkelektroden in concentrirter Zinksulfatlösung gebildet. Ein die Zelle durchfliessender Strom scheidet an der Kathode Zink, an der Anode SO_4 ab, welches mit dem Zink der Anode neues Zinksulfat bildet. Die einzige Veränderung, welche in der Beschaffenheit der einander berührenden Substanzen der Strom hervorbringt, besteht darin, dass er die Concentration der Lösung an der Anode etwas vergrössert, an der Kathode etwas verkleinert; hiervon rührt der an der Zelle beobachtete kleine Rest von Polarisation her. Indem man von diesem absieht, nennt man die Elektroden dieser Zelle unpolarisirbar. Zu den unpolarisirbaren Elektroden gehören also Metallelektroden in Lösungen eines Salzes, dessen Metall das Metall der Elektroden ist.

724. Inconstante und constante Elemente. Ein galvanisches Element ist inconstant (Art. 665), wenn es polarisirbare Elektroden als Pole enthält; in dem gewöhnlichen Volta'schen Element (Art. 658) hat die Polarisation der Hauptsache nach am Kupferpol ihren Sitz, sie ist der Hauptsache nach Wasserstoffpolarisation (Art. 721).

Soll ein Element constant sein, so muss es unpolarisirbare Elektroden als Pole enthalten. Ein solches constantes Element ist

725. Das Daniell'sche Element (Art. 665), dessen Pole, Zink in Zinksulfat, Kupfer in Kupfersulfat (conc.), unpolarisirbare Elektroden darstellen. Der Strom geht vom Zink durch den Elektrolyten zum Kupfer; an dem die Anode bildenden Zinkpol wird durch frei werdendes SO_4 neues $Zn\,SO_4$ gebildet, an dem die Kathode bildenden Kupferpol neues Kupfer abgeschieden. Das Endresultat des Vorgangs besteht also darin, dass bei constanter Temperatur Zink in Lösung geht und eine dem gelösten Zink äquivalente Kupfermenge ausgefällt wird.

Wird in dem Daniellelement das $Zn\,SO_4$ durch $H_2\,SO_4$ ersetzt

(Art. 665), so bildet sich zwar an der Anode Zinksulfat, das vorher nicht vorhanden war, doch wird hierdurch, so lange noch hinreichend $H_2\,SO_4$ zugegen ist, die elektromotorische Kraft kaum geändert.

726. **Das Bunsen'sche Element** (Art. 665) enthält ebenfalls einen Zinkpol in verdünnter Schwefelsäure; der Kohlepol wird dadurch zu einer unpolarisirbaren Elektrode, dass er in einer stark oxydirenden Flüssigkeit, concentrirter Salpetersäure (HNO_3) steht, welche den an der Kohle frei werdenden Wasserstoff oxydirt und dadurch die Wasserstoffpolarisation verhütet. Die gasförmigen Reduktionsprodukte der Salpetersäure wirken schädlich auf die Lunge und auf Metalltheile ein, daher vermeidet man die Aufstellung Bunsen'scher Elemente im Versuchsraum.

In ähnlicher Weise wird in manchen anderen galvanischen Elementen die Wasserstoffpolarisation durch oxydirende Substanzen beseitigt bzw. vermindert.

727. **Das Lippmann'sche Capillarelektrometer.** Ein verticales, zum Theil mit Quecksilber gefülltes Rohr R (Fig. 359) sei an seinem unteren Ende bei m zu einer feinen, nach unten zu conisch sich verjüngenden Capillare ausgezogen, welche in verdünnte Schwefelsäure taucht; durch den aufwärts gerichteten Capillardruck an dem nach unten zu convexen Quecksilbermeniskus wird die Quecksilbersäule in dem Rohre getragen. Dieser Capillardruck ist nach Art. 221

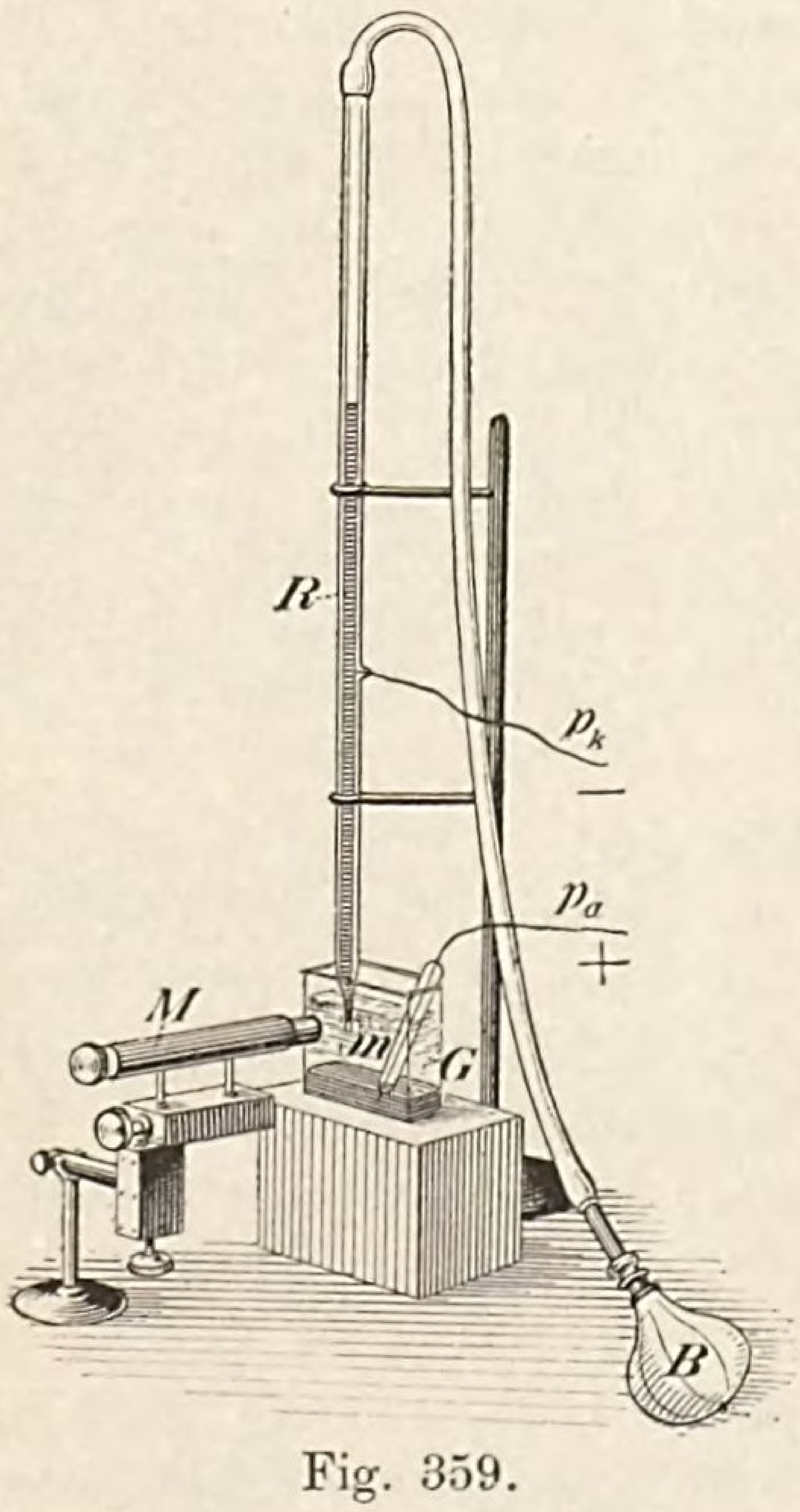


Fig. 359.

$$\frac{2\,T}{r},$$

wenn T die Constante der Oberflächenspannung zwischen Quecksilber und verdünnter Schwefelsäure, r den Röhrenhalbmesser an der Stelle des Meniskus vorstellt; in der That ist der Randwinkel (Art. 220) zwischen Quecksilber und Glas in verdünnter Schwefelsäure gleich Null.

Wenn nun, nachdem Gleichgewicht sich hergestellt hat, aus irgend einem Grunde T zunimmt, so wird der Meniskus in der conischen Capillare sich aufwärts zu Stellen von grösserem Röhrenhalbmesser r bewegen, bis der Capillardruck $2\,T/r$ wieder den früheren Werth angenommen hat.

Auf den Boden des Gefässes G ist Quecksilber gegossen; Platindrähte pa und pk sind mit dem Quecksilber im Gefäss und im Rohr verbunden.

Man verbinde diese Platindrähte mit einander und beobachte mit Hülfe eines Mikroskopes M den Stand des Quecksilbermeniskus in

der Capillare. Alsdann schalte man zwischen den Platindrähten ein galvanisches Element ein, dessen elektromotorische Kraft nicht grösser, als 1 Volt (Art. 732) und dessen Zinkpol mit *pk*, dessen Kupferpol mit *pa* verbunden ist; man beobachtet, dass das Quecksilber in der Capillare nach aufwärts schnellt und an einer höheren Stelle zum Gleichgewicht kommt. Stellt man nach Ausschaltung des Elements die metallische Verbindung zwischen den Drähten *pa* und *pk* wieder her, so schnellt der Meniskus in seine frühere Stellung zurück.

Durch Einschaltung des Elements wurde an dem Meniskus Wasserstoffpolarisation hervorgerufen; durch diese wird nach dem beschriebenen Versuch die Oberflächenspannung am Quecksilbermeniskus vergrössert.

Die elektromotorische Kraft des Elements wird, wenn nicht zu gross, durch die Polarisation ins Gleichgewicht gesetzt (Art. 722); da während der Dauer des polarisirenden Stromes die Stromdichte (Art. 707) am Meniskus ungleich grösser ist, als an der grossen Quecksilberoberfläche im Gefäss, so kommt praktisch nur die Wasserstoffpolarisation in Betracht; dieser ist mithin die elektromotorische Kraft des eingeschalteten Elementes gleich.

Lippmann fand bei Benutzung von Wasser, dem $^1/_6$ seines Volumens $H_2\,SO_4$ zugemischt war, dass mit wachsender elektromotorischer Kraft des eingeschalteten Elements bis zum Werth von 0,95 Volts die Oberflächenspannung wächst, um alsdann wieder abzunehmen. Bis zu 0,95 Volts sind ferner die Angaben des Instruments constant, d. h. einer bestimmten eingeschalteten elektromotorischen Kraft entspricht jedesmal derselbe Ausschlag des Meniskus. Das Instrument kann also zur Messung von Potentialdifferenzen bis zu 0,95 Volts dienen; es wird Capillarelektrometer genannt.

Um nöthigen Falls die Capillare bei *m* zu reinigen, presst man mit Hülfe des Kautschukbeutels *B* Quecksilber durch dieselbe hindurch.

Cap. 12. Das Joule'sche Gesetz und das absolute elektromagnetische Maasssystem.

728. Joule'sche Wärme. Im Inneren eines jeden vom elektrischen Strom durchflossenen homogenen Leiters wird Wärme erzeugt, welche wir Joule'sche Wärme nennen, da Joule ihre Gesetze zuerst ermittelte. Joule'sche Wärme ist es, welche den dünnen Kohlenfaden der elektrischen Glühlampen zum Glühen bringt. Der Kohlenfaden wird, damit er nicht verbrennt und möglichst wenig Wärme durch Wärmeleitung verliert, in eine durch eine Quecksilberluftpumpe evacuirte Glasglocke eingeschlossen. Durch Joule'sche Wärme bringt man zu galvanokaustischen Zwecken Platindrähte zum Glühen.

729. Das Joule'sche Gesetz. Joule leitete elektrische Ströme gemessener Stärke durch Drähte, welche sich in einem Wassercalorimeter befanden (Art. 330) und bestimmte die Stromwärme aus

der Temperaturerhöhung des Calorimeterwassers. Er fand die in einem bestimmten Draht in der Sekunde erzeugte Stromwärme dem Quadrat der Stromstärke, die in verschiedenen Drähten durch denselben Strom erzeugte Wärme dem Widerstand der Drähte proportional. Leitet man durch hinter einander gesetzte, gleich dicke Platin- und Silberdrähte einen Strom, welcher jene zum Glühen bringt, so bleiben diese dunkel (Art. 691). Für Leiter zweiter Klasse gelten dieselben Gesetze. Die in einem linearen Leiter vom Widerstand w durch den Strom i in der Zeit t erzeugte Joule'sche Wärme W kann mithin gesetzt werden

$$W = \text{const. } i^2 . w . t \dots \quad (135)$$

730. Theoretische Begründung. In einem vom Strom in der Richtung von B nach A durchflossenen Draht BA (Fig. 332, Art. 669) ist das Potential in B grösser als in A, die Potentialdifferenz zwischen B und A sei V. An der von B nach A beförderten Elektricitätsmenge 1 in elektrostatischem Maass (Art. 613) leisten die elektrischen Kräfte eine Arbeit $= V$ (Art. 620). Da in der Sekunde eine mit der Stromstärke i proportionale Elektricitätsmenge (Art. 669) von B nach A fliesst, so leisten die elektrischen Kräfte per Sekunde im Draht eine Arbeit, welche mit $i . V$, oder, da $V = i . w$ (Art. 671), mit $i^2 w$ proportional ist. Dieser Grösse muss auch die auf die Sekunde berechnete Joule'sche Wärme proportional sein, welche das einzige Arbeitsäquivalent für die im Draht geleistete elektrische Arbeit ist.

731. Absolute elektromagnetische Einheit der elektromotorischen Kraft. Sei A das Arbeitsäquivalent in Ergs (Art. 86) der in der Zeit t im Draht BA entwickelten, mit $i . V . t$ proportionalen Joule'schen Wärme. Setzen wir, die Stromstärke i in absolutem elektromagnetischem Maass ausdrückend (Art. 679),

$$\text{A} = i . V . t \dots \quad (136)$$

so ist dadurch für die auf den Leiter BA wirkende (Art. 675) elektromotorische Kraft V eine bestimmte Einheit festgesetzt, welche, da die neben V in Gleichung (136) vorkommenden Grössen sämmtlich in absolutem Maass ausgedrückt sind, jedenfalls eine absolute Einheit ist und die elektromagnetische Einheit der elektromotorischen Kraft oder des Potentials heisst[1]. Setzt man nun in (136) $i = 1, t = 1$, $\text{A} = 1$, so wird auch $V = 1$, d. h. die absolute elektromagnetische Einheit der elektromotorischen Kraft ist die Potentialdifferenz an den Enden eines homogenen Leiters, in welchem der Strom von der elektromagnetisch gemessenen Stärke 1 (Art. 679) in der Sekunde eine Arbeit = 1 Erg verrichtet. Wenn eine Grösse in absolutem elektromagnetischem Maass im C-G-S-system ausgedrückt ist, so soll dieselbe hinfort als e. m. ausgedrückt bezeichnet werden.

---

[1] Sie ist wohl zu unterscheiden von der aus Art. 620 sich ergebenden Art. 730 benutzten elektrostatischen Einheit des Potentials.

732. Volt. Da die absolute Einheit der elektromotorischen Kraft ausserordentlich viel kleiner ist, als die elektromotorische Kraft der gebräuchlichen galvanischen Elemente, so hat man als praktische Einheit das 10^8fache der absoluten gewählt und dieses Volt (*V*) genannt. Die elektromotorische Kraft der gebräuchlichen galvanischen Elemente liegt nach Art. 667 zwischen *1* und *2 V*.

733. Absolute elektromagnetische Widerstandseinheit ist der Widerstand eines geschlossenen Kreises, in welchem die e. m. Einheit der elektromotorischen Kraft die e. m. Einheit der Stromstärke erzeugt.

734. Ohm. Da die absolute Widerstandseinheit sehr klein gegen die praktisch verwendeten Widerstände ist, so hat man als praktische Einheit das der älteren Siemens'schen Einheit nahe kommende 10^9fache der absoluten Widerstandseinheit gewählt und dieses ein Ohm (Ω) genannt. Nach den neueren Messungen ist das so definirte Ohm sehr nahe[1] der Widerstand einer Quecksilbersäule von 1 qmm Querschnitt und 106,3 cm Länge bei 0°, nicht sehr verschieden von dem legalen Ohm (Art. 686); wir werden, den Unterschied vernachlässigend, wahres und legales Ohm durch dasselbe Zeichen Ω ausdrücken.

735. Amper. Die elektromotorische Kraft von 1 Volt erzeugt in einem Kreise, dessen Widerstand 1 Ohm ist, nach dem Ohm'schen Gesetz den Strom $10^8/10^9 = 0{,}1$ e. m., also 1 Amper. Aus dieser Veranlassung hat man 1 *A* als praktische Einheit der Stromstärke gewählt (Art. 679).

736. Die Geschwindigkeit *v*. Ein Kreisring (Fig. 360) sei gleichförmig mit Elektricität geladen, so dass auf 1 cm Bogenlänge die elektrostatische Einheit der Elektricitätsmenge (Art. 613) sich befindet. Wird der Ring in sich, d. h. um eine durch seinen Mittelpunkt senkrecht zu seiner Ebene gehende Axe in Rotation versetzt, so geht durch jeden Querschnitt *Q* des vom Ring bestrichenen Raumes eine gewisse Elektricitätsmenge hindurch, ebenso wie wenn durch den ruhenden Ring ein elektrischer Strom flösse; Rowland hat, eine Theorie von W. Weber verfolgend, experimentell festgestellt, dass der rotirende geladene Ring magnetische Wirkungen, ebenso wie ein Strom in dem ruhenden Ringe ausübt, dass er einem Strom in dem ruhenden Ringe äquivalent ist. Damit er nun dem Strom 1 e. m. äquivalent sei, muss die Geschwindigkeit *v* der Punkte des Ringes in runder Zahl 300 000 km in der Sekunde betragen, d. i. gleich der Geschwindigkeit des Lichts sein. (W. Weber und R. Kohlrausch 1856.) Hieraus geht hervor, dass

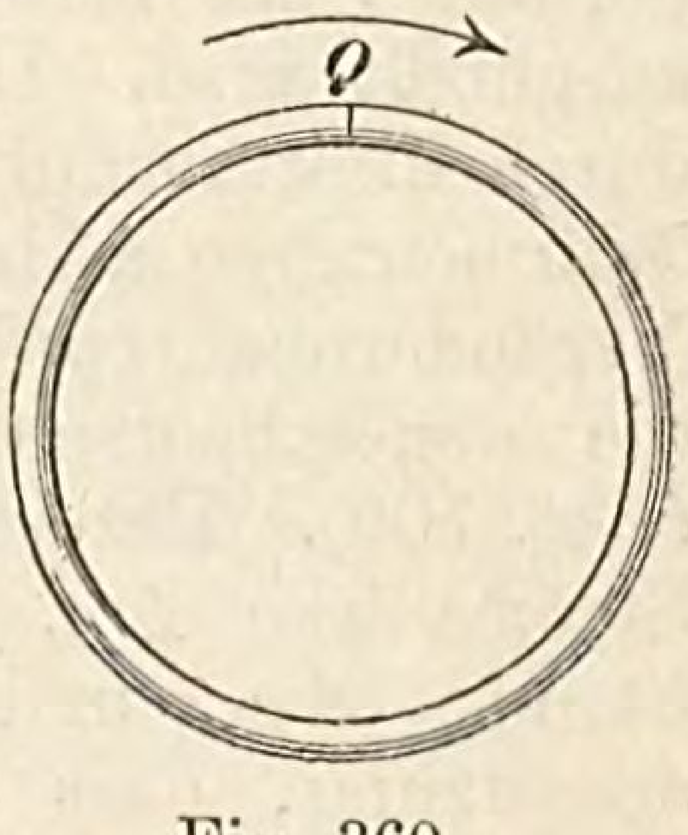


Fig. 360.

[1] E. Dorn über den wahrscheinlichen Werth des Ohm. Berlin 1893.

in dem Strom *1* e. m. in der Sekunde eine Elektricitätsmenge gefördert wird, welche ausserordentlich gross ist im Vergleich zu der durch unsere Elektrisirmaschinen in der Sekunde gelieferten. Dem entsprechend bringt der Strom der Holtz'schen Maschine (Art. 618) nur eine sehr kleine magnetische oder galvanometrische Wirkung hervor.

737. Coulomb, Farad, Mikrofarad. Die Elekricitätsmenge, welche durch den Strom 1 Amper in der Sekunde gefördert wird, heisst 1 Coulomb; die Capacität eines Condensators (Art. 624), auf dessen innerer Belegung 1 Coulomb das Potential 1 Volt erzeugt, indem die äussere Belegung zur Erde abgeleitet ist, heisst 1 Farad, der Millionste Theil eines Farad wird 1 Mikrofarad genannt[1].

738. Watt. Setzt man in der Gleichung (136) $i = 1$ Amper $= 0{,}1$ e. m., $V = 1$ Volt $= 10^8$ e. m., $t = 1$ sc., so wird $A = 0{,}1 \, . \, 10^8 = 10^7$ Ergs in der sc. Dieser Effekt von 10^7 Ergs in der Sekunde, hervorgebracht durch *1* Amper in einem Draht *BA*, an dessen Enden die Potentialdifferenz *1* Volt besteht, heisst Volt-Amper oder nach Art. 184 Watt. 10^7 Ergs ist der Wärmemenge

$$\frac{10^7}{422 \, . \, 10^5} = 0{,}237 \text{ g-Cal.}$$

äquivalent (Art. 338). Drückt man also i in Ampers, V in Volts, den Widerstand w in Ohms aus, so ist der Effekt in dem Draht *BA*

$$\left.\begin{array}{ll} W = i \, . \, V \text{ Watts} = i \, . \, V \, . \, 0{,}237 \text{ g-Cal. in der sc.} \\ \text{oder } W = i^2 w \text{ Watts} = i^2 w \, . \, 0{,}237 \text{ „ „ „ „} \end{array}\right\} \ldots \quad (137)$$

739. Erhaltung der Energie in dem galvanischen Element. Die Joule'sche Wärme, welche im Schliessungskreise eines galvanischen Elements erzeugt wird, repräsentirt einen Energiegewinn, für welchen ein äquivalenter Energieverbrauch nachweisbar sein muss. Im Daniellelement besteht nach Art. 725 das Endresultat der vom Strom herbeigeführten Veränderung darin, dass bei constanter Temperatur Zink in Lösung geht und eine äquivalente Kupfermenge ausgefällt wird. Dasselbe Endresultat erhält man, wenn man Kupfer durch Zink ausfällt (Art. 712) und die dabei erzeugte (Artt. 399 ff.) Wärmemenge ableitet. Die vom Strom im Element herbeigeführte Veränderung repräsentirt also einen Energieverbrauch, welcher, wie die abgeschiedene Kupfermenge, der Stromstärke proportional ist (Art. 709). Bezeichnet man denselben, in Ergs ausgedrückt, für die Stromstärke *1* e. m. und die Sekunde durch A, so ist er für die Stromstärke i und die Sekunde $i \, . \, A$. Macht man weiter die Voraussetzung, dass ausser Joule'scher Wärme keinerlei Energie im Stromkreis erzeugt wird, dann ist der Energiegewinn in der Sekunde $i^2 w = i \, . \, e$ Ergs, wenn die elektromotorische Kraft des Elements e e. m. ist. Unter dieser Voraussetzung muss also sein

$$i \, . \, A = i \, . \, e \quad \text{oder}$$

$$e = A \ldots . \qquad (138)$$

[1] Die Namen Volt, Ohm, Coulomb, Farad sind so gewählt, dass sie an die Namen der Forscher erinnern, welchen wir unsere Kenntnisse über die betreffende Grösse in erster Linie verdanken.

d. h. die elektromotorische Kraft eines Elementes in absolutem Maass ist das Energieäquivalent in Ergs des im Element stattfindenden chemischen Processes, berechnet auf die absolute Stromeinheit und die Sekunde. Die Erfahrung bestätigt diese Beziehung nicht genau, zuweilen auch nicht annähernd; nach den Untersuchungen von W. Gibbs, Braun und v. Helmholtz rührt dies daher, dass ausser der Erzeugung Joule'scher Wärme noch andere Wirkungen im Element stattfinden, welche einen Gewinn oder Verbrauch von Energie bedingen.

Cap. 13. Der Peltiereffekt und der Thermostrom.

740. Der Peltiereffekt. Das eine Ende eines Stabes aus Wismuth sei mit dem einen Ende eines Stabes aus Antimon verlöthet. Geht ein elektrischer Strom durch den zusammengesetzten Stab, so tritt Abkühlung oder Erwärmung der Löthstelle ein, je nachdem der Strom vom Wismuth zum Antimon oder in der entgegengesetzten Richtung fliesst. Diese Erscheinung wird als Peltiereffekt bezeichnet. (Peltier 1834). In der Vorrichtung (Fig. 361) ist der aus Wismuth *W* und Antimon *A* zusammengesetzte Stab mit seiner Löthstelle *L* luftdicht in die Kugel eines Luftthermometers eingeführt; am Steigen bzw. Sinken der Sperrflüssigkeit in dem engen Rohr *R* beobachtet man den Peltiereffekt. Zu demselben tritt störend die Joule'sche Wärme hinzu; um sie klein zu machen, benutzt man dicke Stäbe von kleinem Widerstand, doch bewirkt sie, dass die vom Luftthermometer angezeigte Abkühlung stets kleiner ist, als die bei der umgekehrten Stromrichtung angezeigte Erwärmung. Der Peltiereffekt findet auch bei anderen Metallen statt, ist aber für Wismuth und Antimon besonders gross.

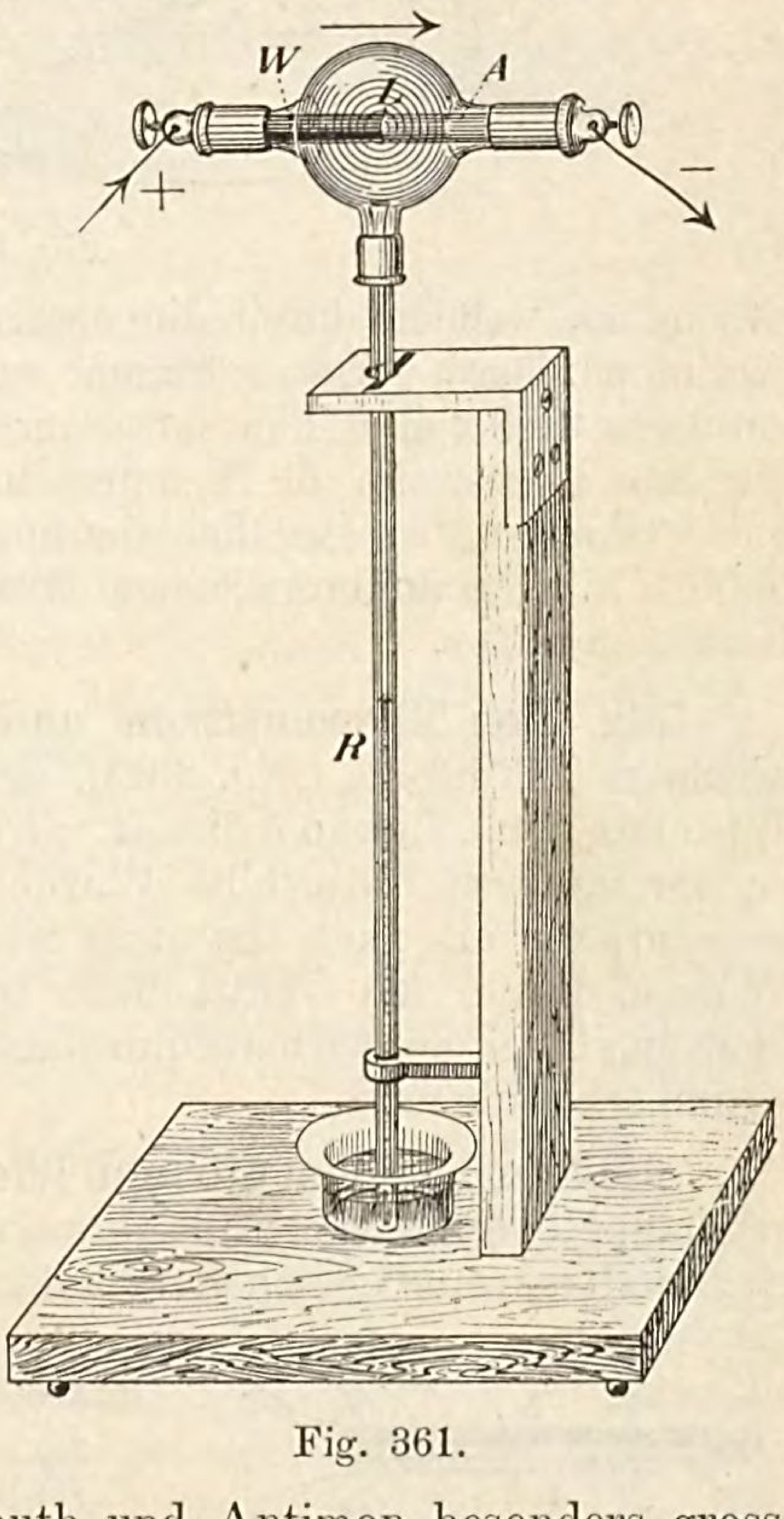


Fig. 361.

741. Der Thermostrom. Ein dicker, zweimal rechtwinklig umgebogener Wismuthstab *W* (Fig. 362) ist durch einen dicken Antimonstab *A* zum geschlossenen Viereck ergänzt, in dessen Mittelpunkt ist eine Deklinationsnadel (Art. 647) aufgehängt. Nachdem das Viereck in den magnetischen Meridian gestellt ist, erwärmt

man die eine Löthstelle, während die andere kalt bleibt; die Magnetnadel wird aus dem magnetischen Meridian abgelenkt und zeigt einen

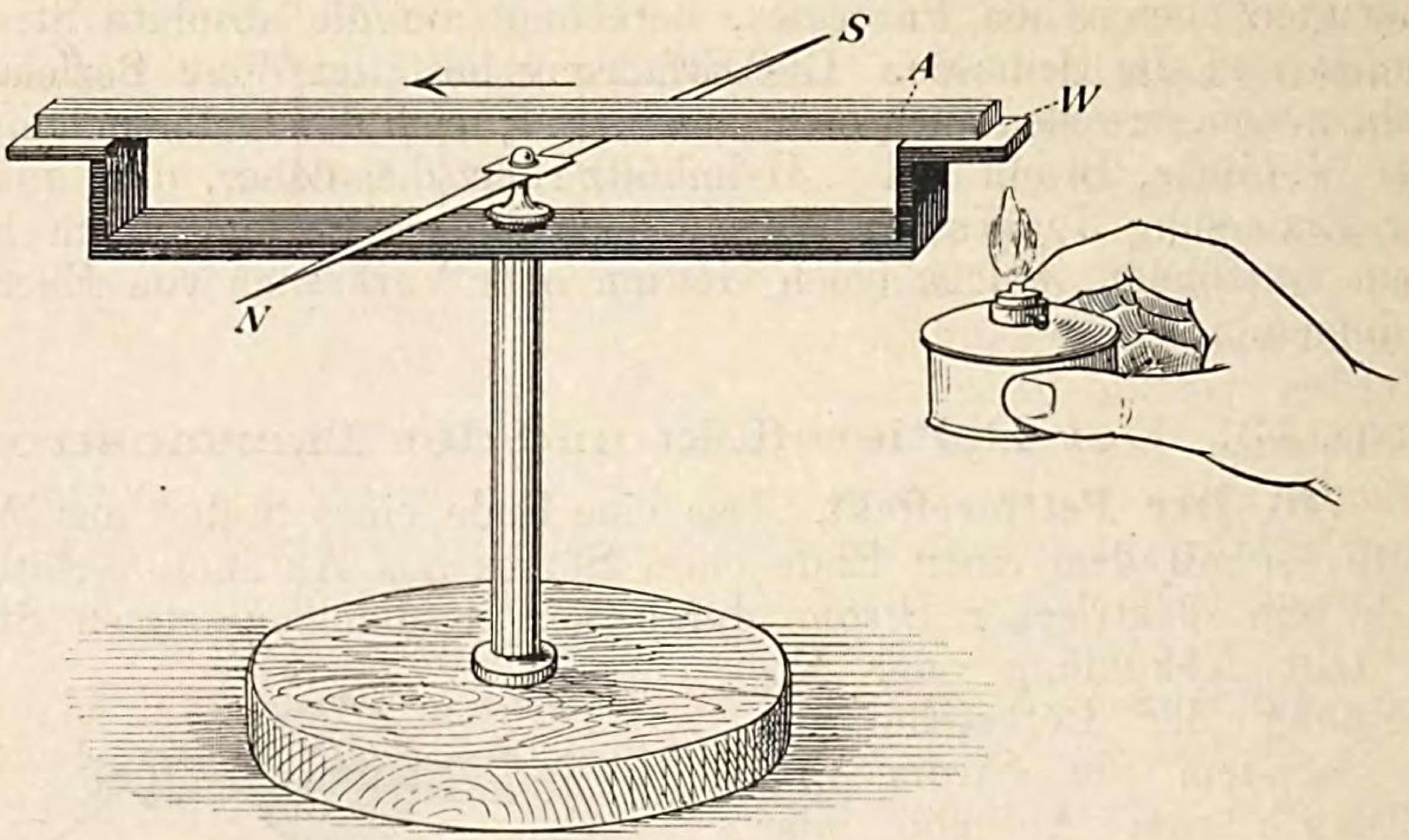


Fig. 362.

Strom an, welcher durch die erwärmte Löthstelle vom Wismuth zum Antimon fliesst. Dieser Strom wurde von Th. Seebeck i. J. 1821 entdeckt und heisst Thermostrom; hat bei Wismuth und Antimon die eine Löthstelle die Temperatur des Zimmers, die andere eine um 1° höhere, so ist die thermoelektromotorische Kraft ungefähr 0,0001 *V*. Bei anderen reinen Metallen sind die thermoelektrischen Kräfte geringer.

742. Der Thermostrom und der Peltiereffekt. An der erwärmten Löthstelle (Fig. 362), also da, wo der Thermostrom vom Wismuth zum Antimon fliesst, wird nach Art. 740 Wärme absorbirt, an der anderen Löthstelle Wärme erzeugt; der Versuch zeigt, dass jene grösser als diese ist, dass also im Ganzen ein Verbrauch von Wärme durch den Peltiereffekt im Thermostrom eintritt. Darin liegt ein Theil des Arbeitsäquivalents, auf Kosten dessen der Thermostrom erhalten wird.

743. Thermoelemente und Thermosäulen. Fig. 363 zeigt ein sogenanntes Thermoelement der gewöhnlichen Construktion. Die Drähte *A*, *B* bestehen aus verschiedenen Metallen, gewöhnlich bzw. aus Wismuth und Antimon oder aus Eisen und Neusilber. An ihre Enden sind bei L_0 und L'_0 Kupferdrähte angelöthet. Hält man L_0 und L'_0 auf der Temperatur der Umgebung, und erwärmt *L*, so ist die elektromotorische Kraft des Thermostroms ebenso gross, wie wenn *A* und *B* bei L_0 und L'_0 direkt verbunden sind.

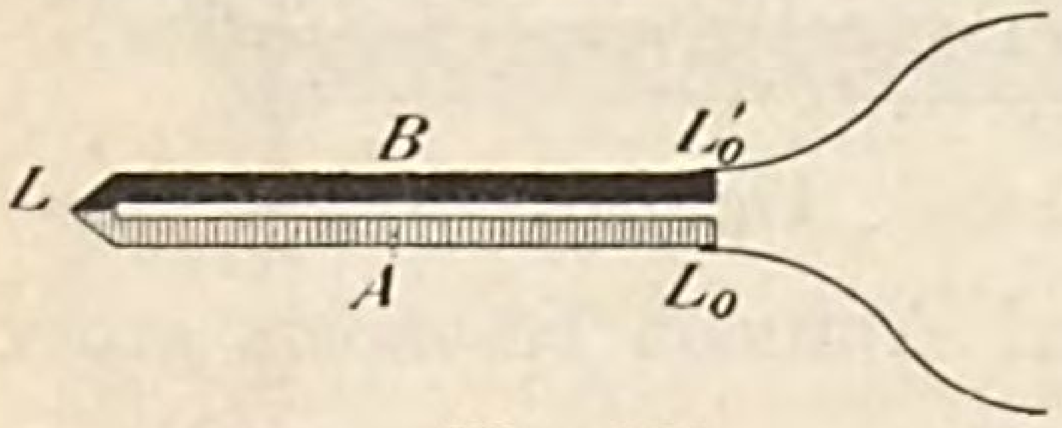


Fig. 363.

Fig. 364 stellt schematisch eine Thermosäule aus Wismuth und Antimon dar. Das Wismuth des folgenden Elements ist immer

mit dem Antimon des vorhergehenden verlöthet, und die Löthstellen sind so angeordnet, dass die *1.*, *3.*, *5.* . ., die ungraden, nach der einen Seite, die *0.*, *2.*, *4.*, *6.* . ., die graden, nach der anderen Seite gewendet sind. An die Enden sind Kupferdrähte K angelöthet. Werden etwa die ungraden Löthstellen erwärmt, die graden auf der Temperatur der Umgebung gehalten, so erhält man bei metallischer Verbindung der Drähte K einen Thermostrom, dessen elektromotorische Kraft bei n Elementen n mal so gross, als bei einem Element ist.

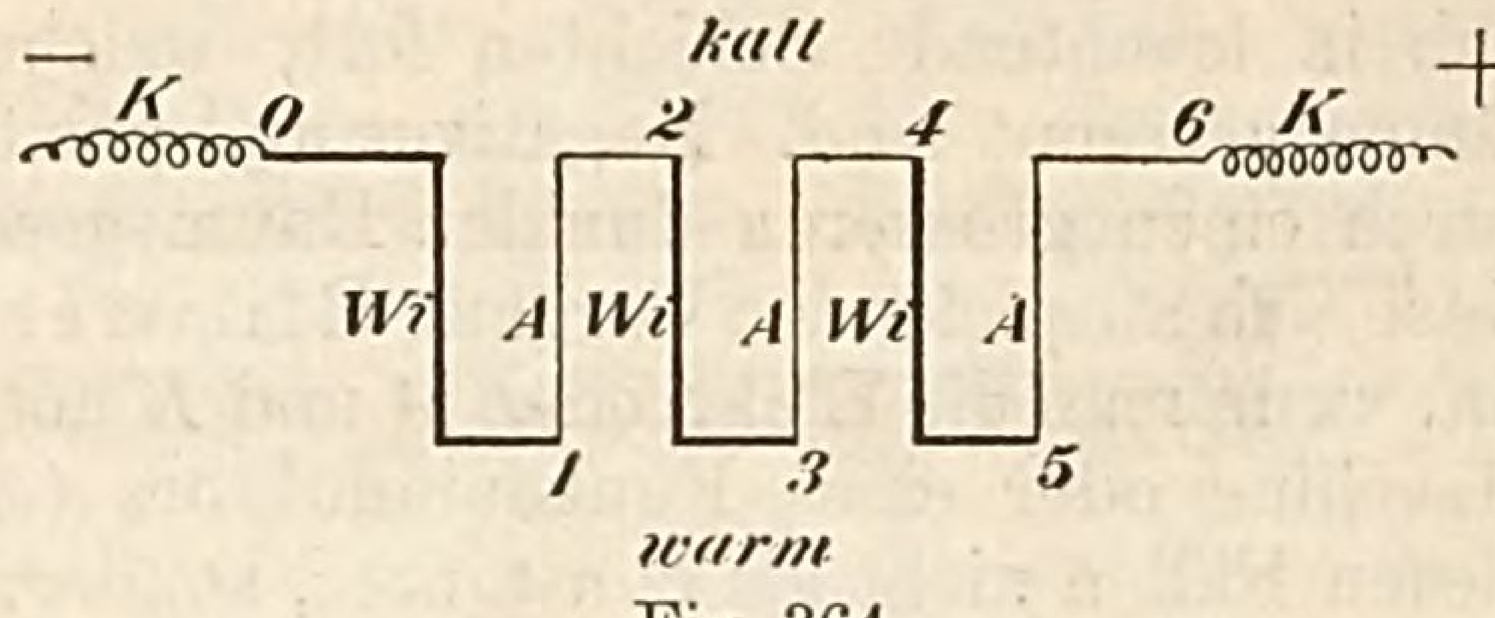


Fig. 364.

744. Anwendungen der Thermoströme. Bringt man die Löthstelle L eines durch ein Galvanometer geschlossenen Thermoelements (Fig. 363) an eine Stelle, welche die Temperatur der Umgebung um die unbekannte Grösse t übertrifft, während L_0 und L'_0 auf der Temperatur der Umgebung gehalten werden, so kann aus dem entstehenden, am Galvanometer gemessenen Strom auf die Temperaturdifferenz t geschlossen werden; bei kleinen Temperaturdifferenzen t sind die thermoelektrischen Kräfte, also auch die Galvanometerablenkungen mit t proportional.

In dem Thermoelement von Le Chatelier besteht der Draht A (Fig. 363) aus Platin, der Draht B aus einer Legirung von Platin und Rhodium; durch dasselbe sind Temperaturen bis zu 1500° gemessen worden, wobei die Drähte A und B eine entsprechende Länge besassen.

Eine thermoelektrische Säule aus Wismuth und Antimon dient in dem Thermomultiplikator von Melloni zur Messung der Wärmestrahlung (Art. 588).

Die Thermosäule von Gülcher findet als Stromquelle Anwendung.

Cap. 14. Elektrische Ströme in Gasen.

745. Glimmentladung. In ein Glasrohr G (Fig. 365) sind blanke Platindrähte A und K luftdicht eingeführt, der Gasdruck im Rohr ist auf einige Millimeter Quecksilber erniedrigt. Verbindet man die Elektroden A und K eines solchen sogenannten Geissler'schen Rohres mit den Polen einer Batterie aus 600—1000 hinter einander geschalteten Bleiaccumulatoren und nimmt in den Schliessungskreis einen Widerstand von etwa einer Million Ω auf, so geht ein constanter Strom durch das Gas, welches dabei auf einem Theil der Strombahn leuchtend wird. Fig. 365 zeigt eine charakteristische, häufig vorkommende Vertheilung des Lichts auf der Strombahn. Die Kathode K ist von

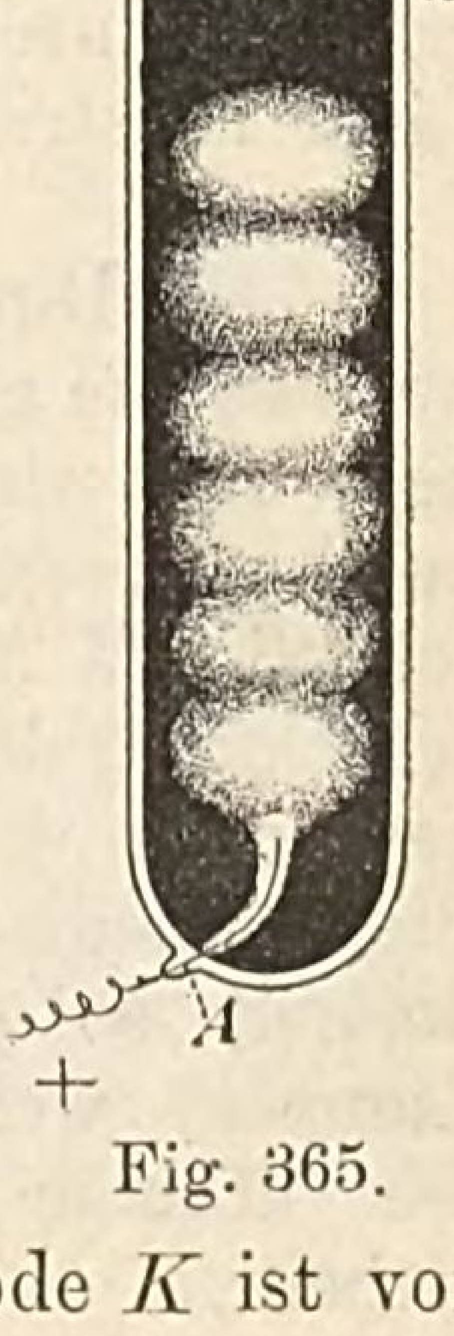


Fig. 365.

dem „negativen Glimmlicht" bedeckt; das „positive Licht" an der Anode überzieht diese in Form einer dünnen Lichthaut und setzt sich in leuchtende Schichten fort, welche durch dunklere Zwischenräume getrennt sind. Negatives und positives Licht sind von einander durch einen grösseren dunklen Raum geschieden. Man nennt den im Gase sich abspielenden Vorgang Glimmentladung; dieselbe tritt auch ein, wenn man die Elektroden *A* und *K* mit den Polen einer Holtz'schen Maschine oder eines Funkeninduktors (Art. 796) verbindet, aber in diesen Fällen nicht als constanter, sondern als intermittirender Strom.

746. Bogenentladung. Durch zwei in freier Luft aufgestellte, einander berührende zugespitzte Stäbe leitender Kohle schicke man einen Strom von 10—20 *A*. In Folge der Entwicklung Joule'scher Wärme gerathen dabei die Kohlenspitzen ins Glühen; entfernt man sie alsdann etwas von einander, so geht der Strom von Kohle zu Kohle durch die Luft und bildet in dieser den sogenannten Davy'schen Lichtbogen (H. Davy 1821). In ihm verdampfen die in der Kohle gewöhnlich enthaltenen metallischen Stoffe, was an seinem Spektrum erkannt wird. Die Potentialdifferenz der Elektroden ist viel kleiner als bei der gewöhnlichen Glimmentladung; sie liegt unter 60 *V*. Entwirft man von der Erscheinung durch eine Linse ein vergrössertes Bild auf einem Schirm (Fig. 366), so merkt man, dass der Lichtbogen verhältnissmässig schwach leuchtet, dass die Kohlenspitzen hingegen in lebhafte Weissgluth gerathen und dass die positive Kohle heisser wird, stärker leuchtet, als die negative. Von den Elektroden, besonders von der positiven, fliegen Theilchen ab und setzen sich an der gegenüberliegenden als runde Knöpfchen an; die positive Kohle erhält dadurch eine kraterförmige Vertiefung, von welcher das stärkste Licht ausstrahlt.

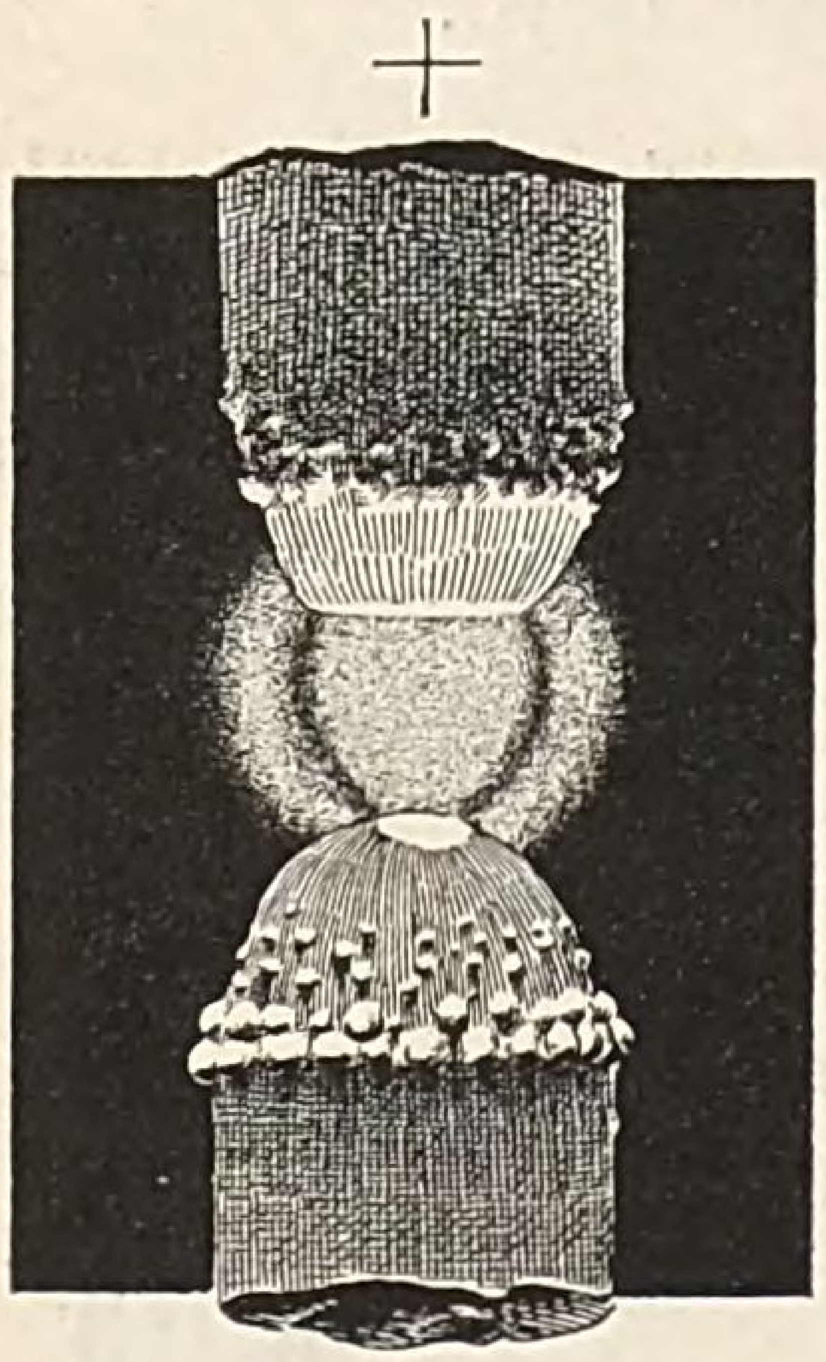


Fig. 366.

747. Bogenlicht, Bogenlampe. Das intensive weisse Licht, welches die glühenden Kohlen ausstrahlen, heisst elektrisches Bogenlicht und wird zu Beleuchtungszwecken verwandt. Da die Kohlen im Lichtbogen abbrennen und zwar die positive etwa doppelt so schnell als die negative, so müssen sie, damit der Lichtbogen nicht erlischt, in dem Maasse, in welchem sie abbrennen, wieder zusammengeschoben werden und zwar muss, falls der Lichtbogen an derselben Stelle bleiben soll, bei gleich dicken Kohlen die positive einen doppelt so grossen Weg, als die negative beschreiben. In den Lampen, welche zu Beleuchtungszwecken dienen, wird den Kohlen die nöthige Bewegung durch einen selbstthätigen Mechanismus ertheilt.

748. Oekonomie des Bogenlichts. Wird eine Bogenlampe mit 16 *A* betrieben, und ist die Potentialdifferenz an den Polklemmen der Lampe 55 *V*, so consumirt sie eine elektrische Arbeit $= 16 \times 55 = 880$ Watts (Art. 738); die Lichtstärke einer solchen Lampe beläuft sich auf ungefähr 1600 Kerzen. Ein Gasbrenner von 15 Kerzen verbraucht etwa 220 Grammcalorieen per Sekunde oder etwa 930 Watts (Artt. 184 und 338). Die elektrische Energie erweist sich also hier der chemischen weit überlegen. Der Grund liegt in der hohen Concentrationsfähigkeit der elektrischen Energie, vermöge deren in der Bogenlampe eine sehr grosse Wärmemenge einer sehr kleinen Substanzmenge zugeführt und dadurch eine sehr hohe Temperatur der letzteren erzielt wird. Je höher aber die Temperatur eines glühenden Körpers ist, ein desto grösserer Bruchtheil der zugeführten Wärme wird auf die Produktion leuchtender Strahlen verwandt.

Es ist hierbei zu bedenken, dass, wenn man die Bogenlampe durch eine Dynamomaschine (Art. 789) und diese durch einen Gasmotor (Art. 413) betreibt, in diesem nur ein Theil der Verbrennungswärme des Leuchtgases in mechanische Arbeit umgesetzt wird (Art. 411).

Cap. 15. Von den Magnetfeldern elektrischer Ströme und vom inducirten Magnetismus.

749. Kleiner geschlossener Strom. Die Berechnung der magnetischen Kraftfelder elektrischer Ströme kann auf das Biot-Savart'sche Gesetz (Art. 678) gegründet werden. Man kann auch ausgehen von dem durch W. Weber experimentell bestimmten Kraftfeld, welches ein geschlossener ebener Strom in Entfernungen, die gross gegen seine linearen Dimensionen sind, hervorbringt. Dieses Kraftfeld ist gleich dem eines kleinen am Ort des Stroms befindlichen Magneten (Fig. 367), dessen Axe senkrecht zur Stromebene, dessen Moment gleich dem Produkt aus der vom Strom umkreisten Fläche (Stromfläche) in den absoluten Werth der Stromstärke ist, und dessen Nordpol auf derjenigen Seite der Stromebene liegt, von welcher aus gesehen der Strom dem Uhrzeiger entgegen läuft. Bei dieser Bestimmung ist angenommen, dass die zur Vergleichung dienende Uhr ihr Zifferblatt gegen den Beschauer wendet. So liegt für den Fall des Stromkreises (Fig. 367) der Nordpol des äquivalenten Magneten vor der Ebene des Papiers.

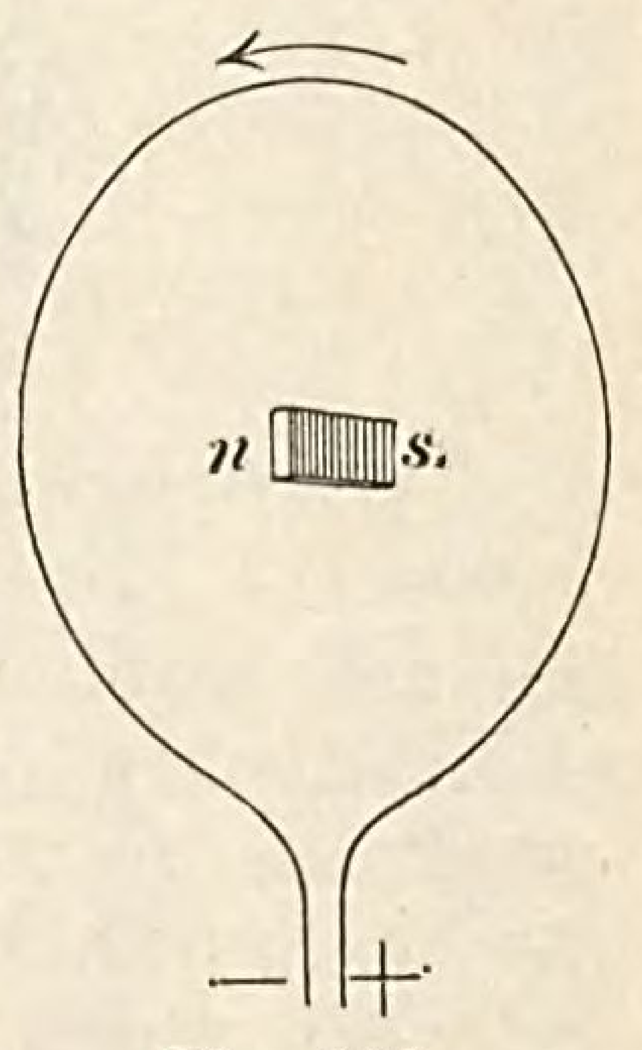


Fig. 367.

Man kann daher die magnetische Eigenschaft eines Molekularmagneten (Art. 639) dadurch erklären, dass er in einer senkrecht zu seiner Axe stehenden Ebene von einem elektrischen Strom umkreist wird, obgleich man den letzteren direkt in keiner Art nachzuweisen im Stande ist (Ampère's Theorie des Magnetismus).

750. Beliebiger geschlossener Strom, magnetische Schale. Die von einem beliebigen geschlossenen Strome begrenzte Fläche *ABCD* denke man sich in unendlich kleine Flächenstücke getheilt und jedes der letzteren von einem Strom der gegebenen Stärke und Richtung umkreist. Jede zwei an einander stossenden Flächenstücken gemeinschaftliche Begrenzungslinie wird von zwei gleich starken, aber entgegengesetzt gerichteten Strömen durchflossen, welche einander aufheben (Fig. 368); daher ist dieses Stromsystem dem gegebenen Strom äquivalent. Da jeder der diesem substituirten geschlossenen Ströme eine unendlich kleine Fläche umkreist, so ist seine Wirkung in jeder endlichen Entfernung gleich der des Art. 749 bestimmten äquivalenten Magneten. Man gelangt so zu dem Satz, dass das magnetische Kraftfeld eines geschlossenen Stromes gleich dem einer magnetischen Schale, d. i. eines dünnen, senkrecht zu seiner Fläche magnetisirten Stahlblechs ist, dessen Begrenzung die Strombahn bildet. Die Nordseite der Schale wird nach der Art 749 gegebenen Regel bestimmt.

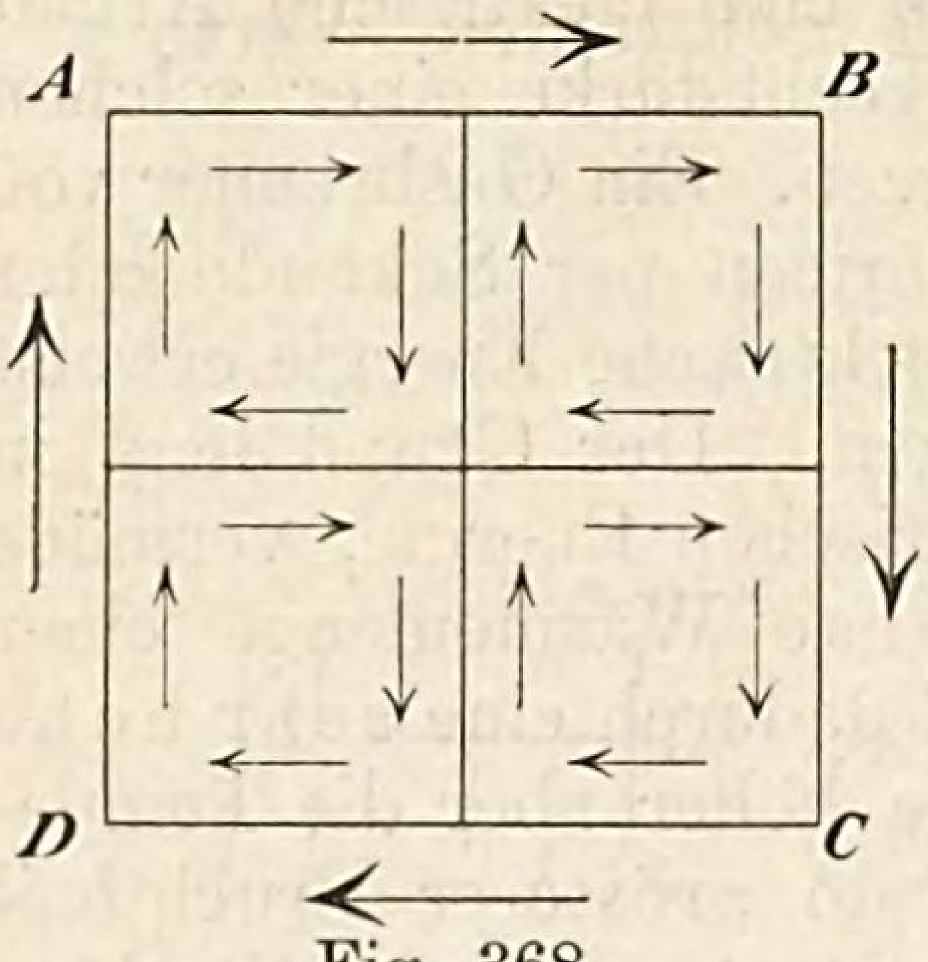


Fig. 368.

751. Solenoid. Viele kleine, gleiche Kreisströme seien (Fig. 369) in gleicher Entfernung von einander auf einer Linie aufgereiht, indem ihre Mittelpunkte auf dieser Linie liegen, ihre Ebenen senkrecht zu ihr stehen; ein solches Stromsystem nennt Ampère ein Solenoid. Nach Art. 749 wirkt dieses magnetisch wie die Fig. 313, Art. 640 gezeichnete Reihe von Molekularmagneten, d. h. wie ein Magnet, dessen Pole an den Enden der Reihe liegen. Einem derartigen System von Kreisströmen entspricht sehr nahe ein auf eine Rolle aufgespulter Draht (Fig. 370), durch welchen ein Strom fliesst und welcher im Folgenden auch als Solenoid bezeichnet wird. Ein wie Fig. 370 über dem einen Ende des vertikal gestellten Solenoids leicht beweglich aufgehängter durch ein Gegengewicht *G* äquilibrirter, mit seiner Axe vertikal stehender Magnetstab aus glashartem Stahl wird angezogen oder abgestossen, je nachdem der Strom in der einen oder anderen Richtung durch das Solenoid geht.

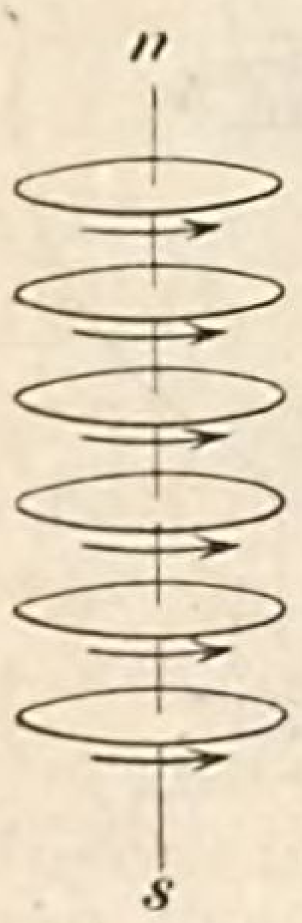


Fig. 369.

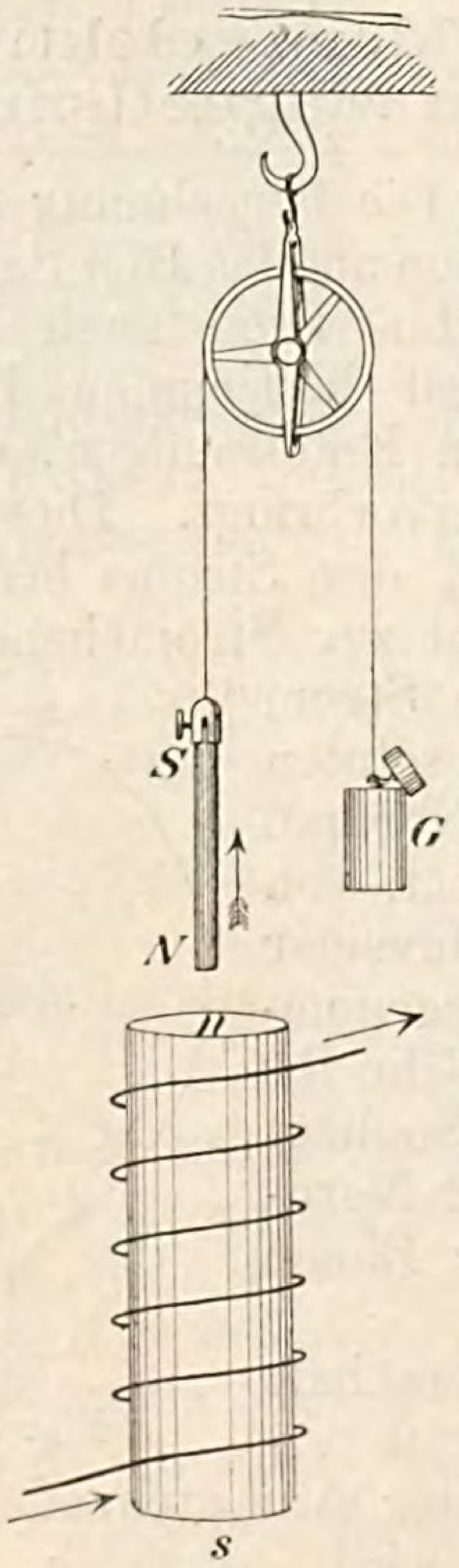


Fig. 370.

752. Magnetisches Feld im Innern eines Solenoids. Im Innern des Solenoids hat die magnetische

Kraft, nach der Ampère'schen Regel bestimmt (Art. 678), die Richtung des Pfeils PQ (Fig. 371) und die Feldstärke, abgesehen von den den Enden nahe liegenden Stellen, den constanten Werth

$$\frac{4\pi\, ni}{d}$$

wenn n die Windungszahl, i die Stromstärke e. m. (Art. 731), d die Diagonale eines Solenoidlängsschnitts in cm bedeutet. Da n und i sehr gross gemacht werden können, so ist hierdurch ein Mittel gegeben, ein starkes Magnetfeld von nahezu constanter Stärke zu erzeugen.

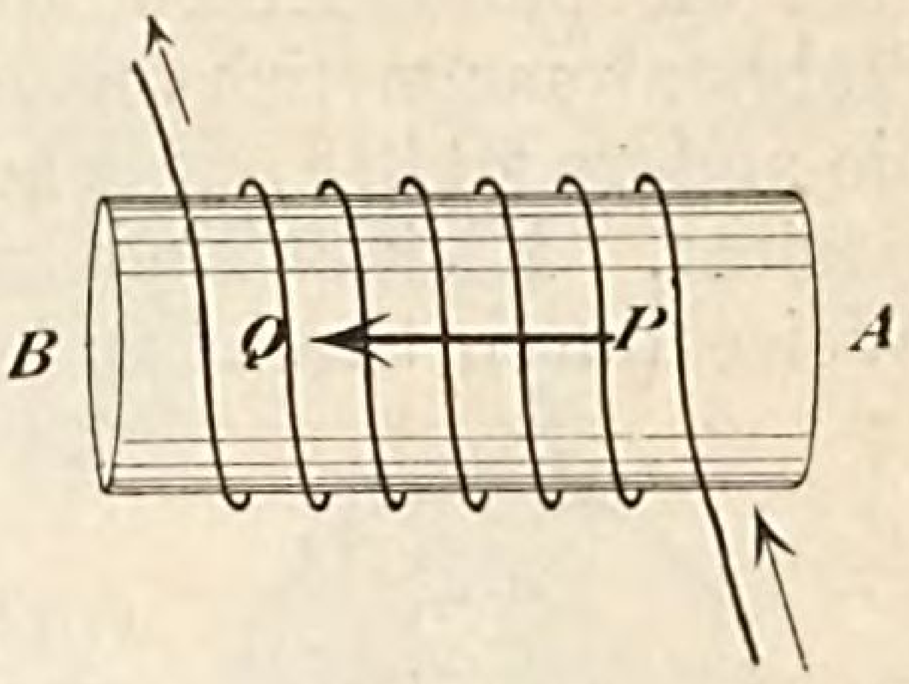


Fig. 371.

753. Inducirter Magnetismus. Bringt man in das Solenoid bei dem Versuch des Art. 751 einen Kern E aus weichem Eisen, wie Fig. 372, so wird dadurch die magnetische Wirkung ausserordentlich verstärkt; nach Oeffnen des Stroms zeigt sich das Eisen nur sehr schwach magnetisch. Weiches Eisen wird also im Magnetfeld in der Richtung der magnetischen Kraft magnetisirt und verliert diesen Magnetismus fast vollständig, wenn die magnetisirende Kraft verschwindet. Man nennt den durch eine magnetisirende Kraft erregten Magnetismus inducirten, den mit der magnetisirenden Kraft verschwindenden Theil desselben temporären, den sie überdauernden Theil permanenten Magnetismus. Das Solenoid mit seinem Eisenkern heisst ein Elektromagnet.

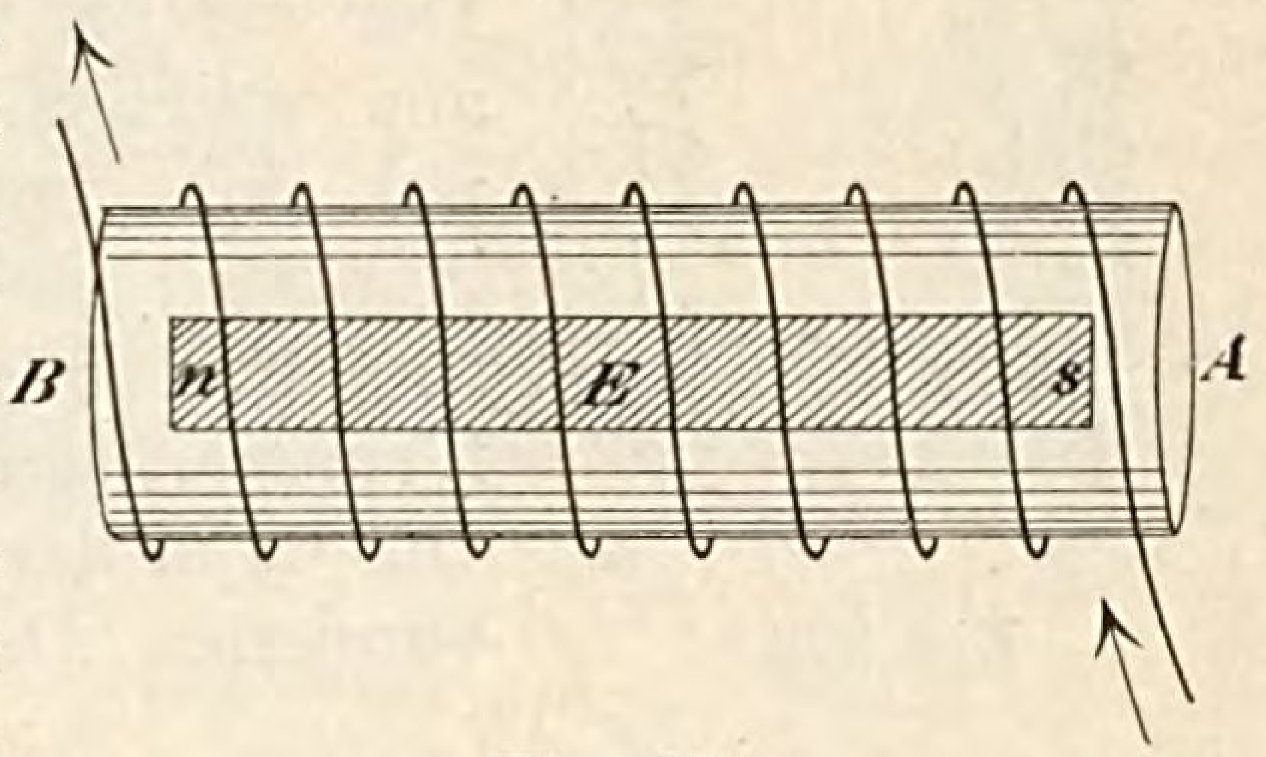


Fig. 372.

754. Grenzwerth des inducirten Magnetismus. Lässt man die Stromstärke und damit die magnetisirende Kraft von einem kleinen Werth anfangend mehr und mehr wachsen, so findet man, dass der im Eisen inducirte Magnetismus anfangs nahezu proportional der Stromstärke zunimmt, sich aber schliesslich einem Grenzwerth nähert, welcher, so sehr man auch die magnetisirende Kraft steigert, nicht überschritten wird (J. Müller).

755. Nach W. Weber's Theorie des inducirten Magnetismus sind in einem weichen Eisenstab die Molekularmagnete schon fertig gebildet vorhanden, aber mit ihren Axen nach allen möglichen Richtungen des Raumes gleichmässig orientirt, so dass kein Grund vorhanden ist, weshalb der Stab an einem Ende eher einen Nord- als einen Südpol zeigen sollte. Eine nach der Länge des Stabes gerichtete magnetisirende Kraft sucht die kleinen Molekularmagnete aus ihrer natürlichen Lage herauszubringen und sie, wie kleine Magnetnadeln, in die Längsrichtung des Stabes mit ihren Nordpolen nach einer Seite hin einzustellen. Sind bei hinreichender Grösse

der magnetisirenden Kraft alle Molekularmagnete in dieser Weise eingestellt, so ist der nicht überschreitbare Grenzwerth des Magnetismus (Art. 754) erreicht.

756. Der permanente Magnetismus ist sehr klein im besten schwedischen weichen Eisen, gross im gehärteten Stahl, aus welchem man die permanenten Magnete (Art. 638) fertigt. Einen grösseren Stahlstab magnetisirt man, indem man die eine Hälfte mit dem einen, die andere Hälfte mit dem anderen Pol eines kräftigen Elektromagneten streicht. Kleine Nadeln oder Stäbe magnetisirt man in ähnlicher Weise durch Streichen mit einem fertigen Stahlmagneten.

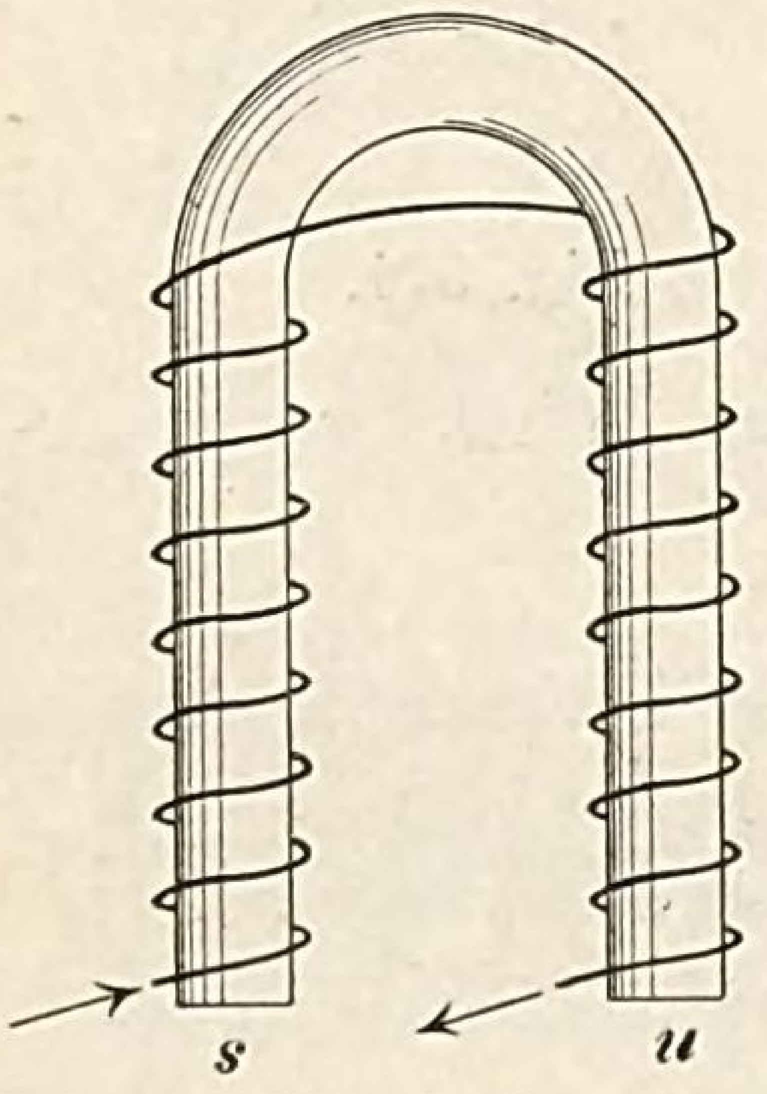


Fig. 373.

757. Ein hufeisenförmiger Elektromagnet entsteht, wenn man sich die beiden Enden eines graden Elektromagneten, wie Fig. 373, zusammengebogen denkt; die beiden Hälften des Magneten nennt man hier seine Schenkel. Der erregte Elektromagnet zieht einen Anker aus weichem Eisen an, indem ein Magnetpol sich gegenüber im Eisen einen entgegengesetzten Pol inducirt.

Fig. 374 zeigt einen grösseren hufeisenförmigen Elektromagneten. Seine Schenkel sind von 6, in der richtigen Weise mit einander verbundenen Drahtspulen umgeben; oben ist auf die Spulen ein Holzbrett gelegt. Durch den Commutator C kann der Strom in dem einen oder anderen Sinn durch die Windungen geleitet werden. Die Enden der Windungen sind nämlich mit den Kupferschienen d_1 und d_2, diese mit den von einander isolirten, auf einer drehbaren Walze befestigten Kupferstücken c_1 und c_2 metallisch verbunden; andererseits sind mit den Klemmen, welchen der Strom zugeführt wird, Federn verbunden, welche auf c_1 und c_2 schleifen können. Je nachdem man, die Walze in passender Weise drehend, die positive Feder auf c_1 oder c_2 schleifen lässt, tritt der positive Strom bei d_1 oder d_2 in die Windungen ein.

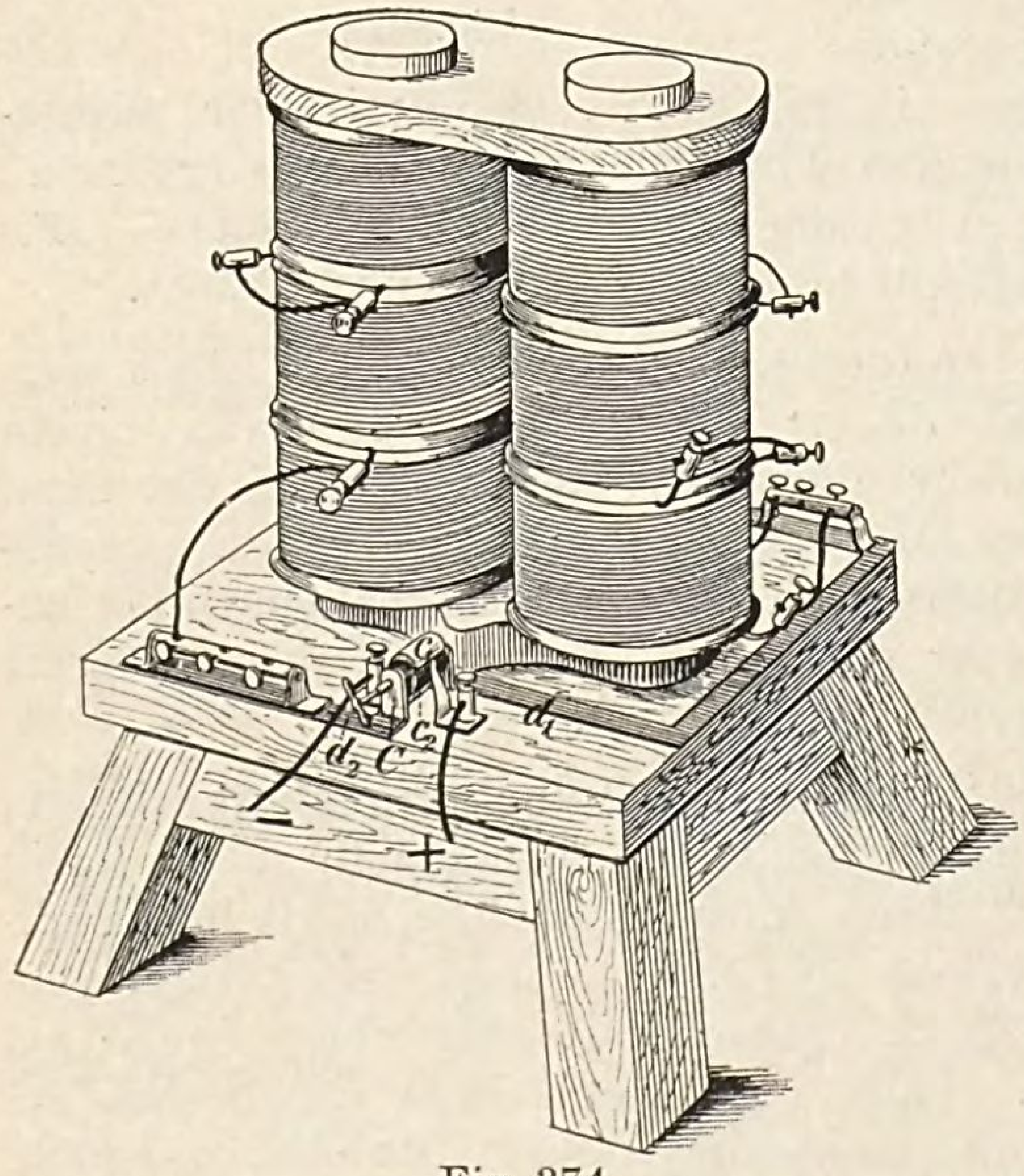


Fig. 374.

758. Der Morseapparat. Der Anker *a* des hufeisenförmigen Elektromagneten *E* (Fig. 375) ist an dem einen, der Stift *s* an dem anderen Arm eines Hebels befestigt. Der erregte Elektromagnet *E* zieht den Anker *a* an und drückt dadurch den Stift *s* gegen einen durch ein Uhrwerk vor ihm vorbeigezogenen Papierstreifen *p*. Den Strom kurze oder längere Zeit schliessend bringt man auf dem Papierstreifen Punkte oder Striche hervor, die Elemente, aus denen die gewöhnliche telegraphische Zeichensprache zusammengesetzt wird.

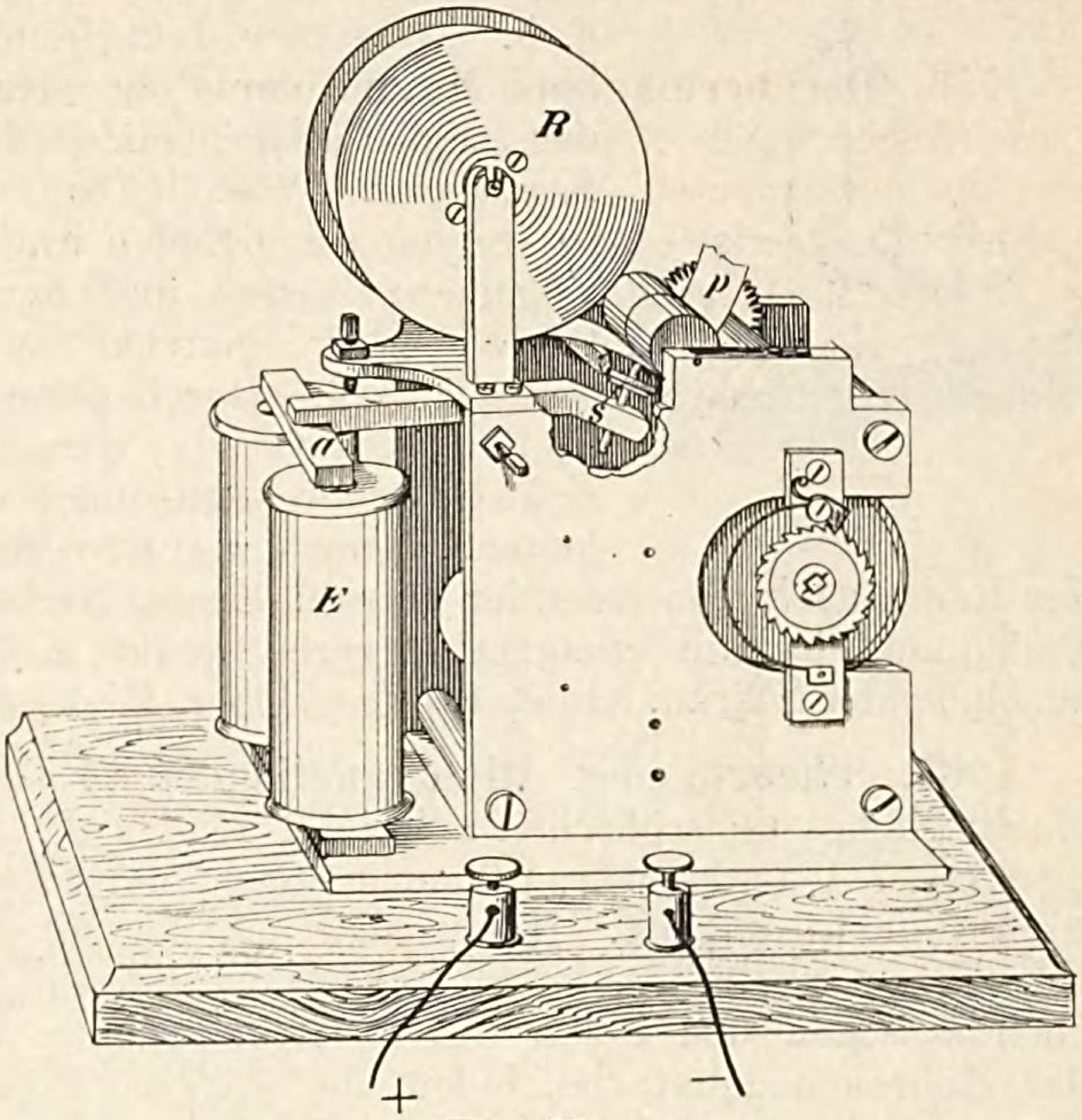


Fig. 375.

Durch einen Anschlag wird bewirkt, dass der angezogene Anker nicht ganz mit dem Elektromagnetenkern in Berührung kommt; solchenfalls würden nämlich diese beiden zusammen eine ringartig geschlossene Eisenmasse bilden, welche nach Aufhören der magnetisirenden Kraft einen grossen Theil ihres Magnetismus beibehält; der Anker würde beim Oeffnen des magnetisirenden Stromes nicht losgelassen werden.

759. Dia- und paramagnetische Körper. Lässt man eine an einem Coconfaden hängende kleine Wismuthkugel gegen einen Pol eines kräftigen Elektromagneten sich lehnen, so bemerkt man, dass sie bei Erregung des letzteren von dem Pol abgestossen wird. Nach Faraday nennt man einen Körper, je nachdem er von einem Magnetpol, wie Eisen, angezogen oder, wie Wismuth, abgestossen wird, para- oder diamagnetisch. Im Magnetfeld wird also der paramagnetische Körper von Stellen kleinerer zu Stellen grösserer magnetischer Kraft, der diamagnetische Körper in der entgegengesetzten Richtung getrieben.

760. Faraday's Methode. Ein Stäbchen *d* aus der zu prüfenden Substanz wird zwischen den zugespitzten Polen oder Halbankern

eines kräftigen Elektromagneten (Fig. 376) aufgehängt. Verhält es sich paramagnetisch, so werden seine Enden von den benachbarten Polen angezogen und es stellt sich axial, d. h. mit seiner Längsrichtung in die Verbindungslinie der Pole oder in die Richtung der magnetischen, von Pol zu Pol laufenden Kraftlinien. Verhält es sich diamagnetisch, so werden seine Enden von den benachbarten Polen abgestossen und es stellt sich äquatorial oder senkrecht zu den Kraftlinien, wie Fig. 376. Durch diese sehr empfindliche Methode hat Faraday gezeigt, dass alle Körper sich entweder para- oder diamagnetisch verhalten. Paramagnetisch verhalten sich u. A. in der Reihe nach abnehmender Stärke: Eisen, Nickel, Kobalt, Chrom, Palladium, Platin. Diamagnetisch verhalten sich u. A. in der Reihe nach zunehmender Stärke: Gold, Kupfer, Silber, Zink, Antimon, Wismuth.

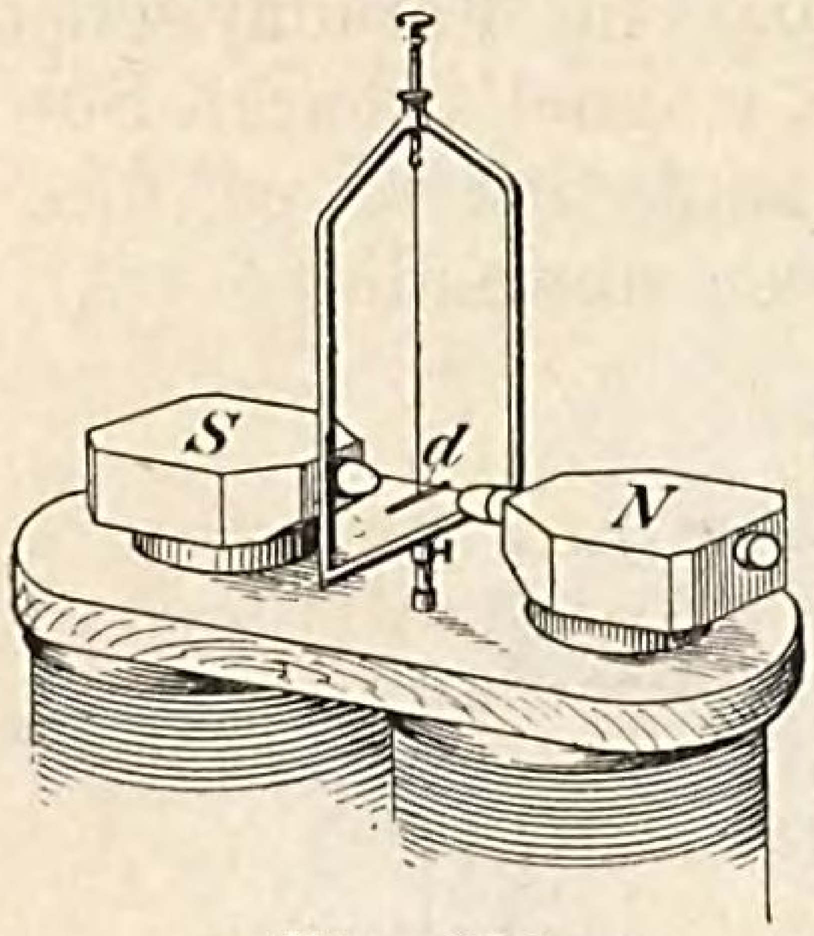


Fig. 376.

761. Theorie des Diamagnetismus. Eisenchloridlösung, in ein längliches Glasröhrchen gebracht, zeigt sich, nach der Methode des Art. 760 untersucht, paramagnetisch, um so stärker, je concentrirter die Lösung ist. Hängt man nun ein mit schwacher Eisenchloridlösung gefülltes, in starke Eisenchloridlösung tauchendes Röhrchen zwischen den Polen des Elektromagneten auf, so stellt sich das Röhrchen äquatorial, indem die stärkere Lösung, mit grösserer Kraft, als die schwächere der axialen Lage zustrebend, die schwächere aus dieser Lage verdrängt. Daher kann man die diamagnetische Einstellung eines Körpers in der Luft durch die Annahme erklären, dass der Körper schwächer paramagnetisch, als die Luft oder der Aether sich verhält. Alle Körper würden nach dieser Annahme im Magnetfeld in gleicher Art, nur in verschiedener Stärke, durch Induction magnetisch werden.

762. Magnetische Drehung der Polarisationsebene des Lichts. Die Halbanker des Elektromagneten seien (Fig. 377) mit cylindrischen, conaxialen Bohrungen versehen, welche in die Richtung der zwischen N und S laufenden Kraftlinien fallen; in P und A seien Nicol'sche Prismen angebracht. Im Magnetfeld zwischen den Polen befinde sich ein Stück schweren Faraday'schen Bleiglases F, dessen parallele Endflächen senkrecht zu den Kraftlinien sind. Parallel zu diesen mögen Lichtstrahlen durch P einfallen und die Nicols seien gekreuzt.

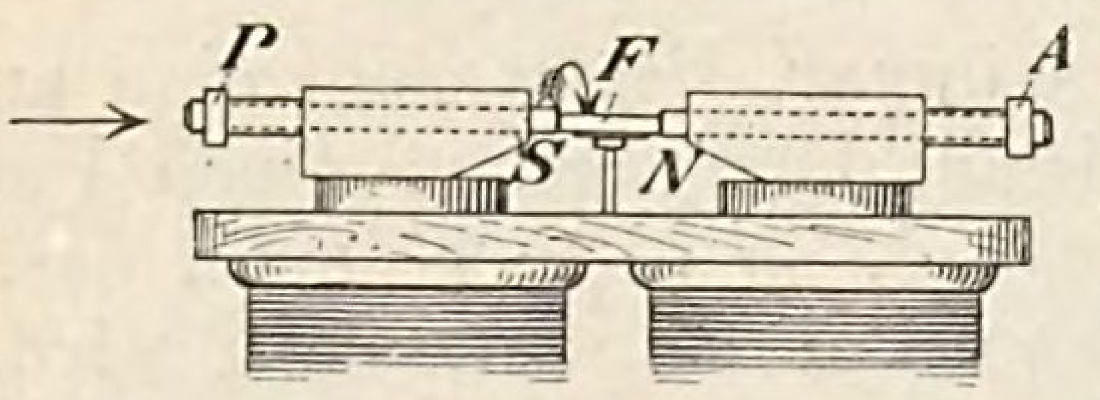


Fig. 377.

Wird alsdann der Elektromagnet erregt, so hellt das Gesichtsfeld sich auf; durch die Untersuchungsmethode des Art. 581 findet man, dass die Polarisationsebene des Lichts gedreht worden ist, und dass der Sinn der Drehung mit der Richtung eines Solenoidstroms übereinstimmt, welcher die magnetischen Kraftlinien des Feldes hervorrufen würde.

Die Drehung ist bei den meisten Substanzen der Feldstärke proportional, unter sonst gleichen Umständen in verschiedenen Substanzen sehr verschieden, verhältnissmässig gross im Faraday'schen Glase, noch ungemein viel grösser in den stark magnetisirbaren Substanzen Eisen, Kobalt, Nickel, wie Kundt fand, indem er diese Körper in sehr dünnen, durchsichtigen Schichten anwandte.

Cap. 16. Von der auf Stromträger im magnetischen Feld ausgeübten mechanischen Wirkung.

763. Senkrecht zu den Kraftlinien gehaltener Stromträger. Fig. 378 stellt die Pole *N*, *S* des Elektromagneten (Fig. 374) dar; die magnetischen Kraftlinien zwischen den Polen gehen in der Richtung von *N* nach *S*, ihre Richtung ist in der Figur durch den starken Pfeil bezeichnet. Die Drahtstücke *kl* und *mn* sind, durch Ebonit *e* von einander isolirt, mit den Polen eines galvanischen Elements verbunden. Mit *kl* und *mn* sind ebenfalls bzw. die beiden Enden des Leiters *dabc* metallisch verbunden, so dass dieser um die Axe *kn* drehbar ist; die Richtung des Stroms ist durch den schwachen Pfeil bezeichnet. Wird nun der Elektromagnet erregt, so bewegt sich *ab* in der Richtung des gefiederten Pfeils oder in der entgegengesetzten Richtung, je nachdem der Strom die in der Figur bezeichnete oder die entgegengesetzte Richtung hat. In der That wirkt auf einen gradlinigen Stromträger[1] im Magnetfeld eine Kraft, welche sowohl zu seiner, als zu der Richtung der magnetischen Kraftlinien senkrecht steht und deren Sinn durch folgende Regel bestimmt wird: denkt man sich in der Richtung der magnetischen Kraft schwimmend, den Kopf voran, den Blick den Strom hinabgewendet, so wird der Stromträger nach der rechten Seite getrieben. Die beschriebene Kraft heisst eine elektromagnetische Kraft.

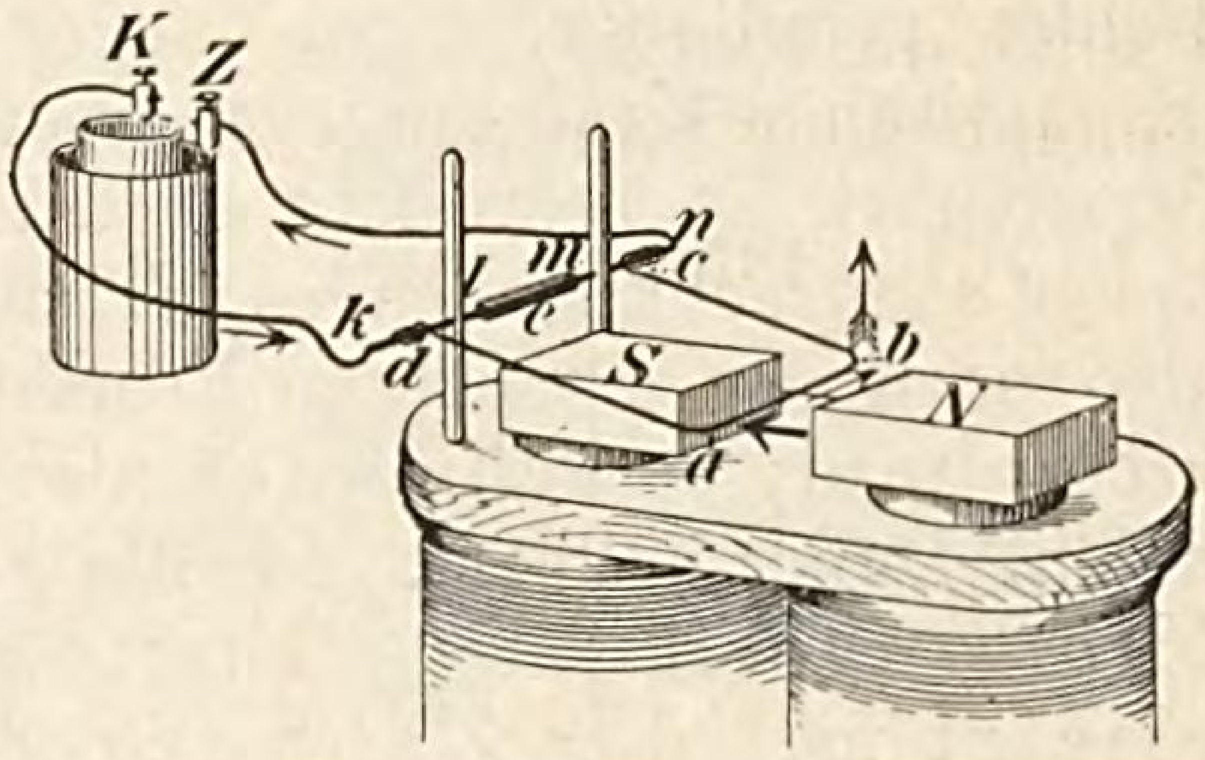


Fig. 378.

Ist die Länge des senkrecht zu den Kraftlinien gehaltenen Stromträgers *l* cm, die Stromstärke *i* e. m., die Feldstärke (Art. 641) *N*, so beträgt die auf den Leiter wirkende Kraft $N \cdot l \cdot i$ Dynen. Ist also $N = 1000$, $i = 1\ A = 0{,}1$ e. m., $l = 1$ cm, so ist die Kraft gleich 100 Dynen oder $100/981$ Grammgewicht.

764. Arbeit der elektromagnetischen Kräfte. Wird der senkrecht zu den Kraftlinien eines homogenen Magnetfeldes gehaltene Stromträger in der Richtung, welche der Richtung der elektromagnetischen Kraft entgegengesetzt ist, um *h* cm durch das Feld geführt, so

[1] Stromträger wird hier und im Folgenden ein stromdurchflossener Leiter genannt.

wird dabei nach Art. 763 die mechanische Arbeit $N \, . \, l \, . \, h \, . \, i$ Ergs gegen die elektromagnetischen Kräfte geleistet.

765. Die Arbeit der elektromagnetischen Kräfte durch die Zahl der geschnittenen Kraftlinien ausgedrückt. Um das Magnetfeld nicht bloss in Bezug auf die Richtung, sondern auch in Bezug auf die Grösse der Kraft durch die Kraftlinien darzustellen, ziehen wir diese um so dichter, je grösser die Feldstärke ist; und zwar machen wir die Zahl der Kraftlinien, welche auf dem Quadratcentimeter im homogenen Feld senkrecht aufstehen, numerisch gleich der Feldstärke N. Ist das Feld nicht homogen, sondern an verschiedenen Stellen von verschiedener Stärke, so würde an jeder Stelle die auf das Quadratcentimeter reducirte Zahl der Kraftlinien der Feldstärke gleich zu machen sein.

Wird nun ein senkrecht zu den Kraftlinien eines homogenen Feldes gehaltener, l cm langer Stromträger in einer der elektromagnetischen Kraft entgegengesetzten Richtung um die Weglänge h cm fortgeführt, so bestreicht er ein ebenes, auf der Richtung der Kraftlinien senkrecht stehendes Flächenstück, dessen Inhalt $l \, . \, h$ ist, das also nach der gemachten Festsetzung von $N \, . \, l \, . \, h$ Kraftlinien durchkreuzt wird; er schneidet also bei seiner Bewegung $N \, . \, l \, . \, h$ Kraftlinien. Daher ist (Art. 764) die gegen die elektromagnetischen Kräfte geleistete Arbeit gleich der Stromstärke multiplicirt mit der Zahl der geschnittenen Kraftlinien.

766. Schief gegen die Kraftlinien gehaltener Stromträger. Bildet der gradlinige Stromträger den von einem Rechten verschiedenen Winkel w mit den Kraftlinien, so ist die elektromagnetische Kraft im Verhältniss von $\sin w : 1$ kleiner als im vorigen Fall, verschwindet also, wenn $w = 0$ oder der Stromträger den Kraftlinien parallel ist.

767. Ein geschlossener Stromträger $ABCD$ (Fig. 379[a]) werde, um die Axe PQ drehbar, im homogenen Magnetfeld so gehalten, dass

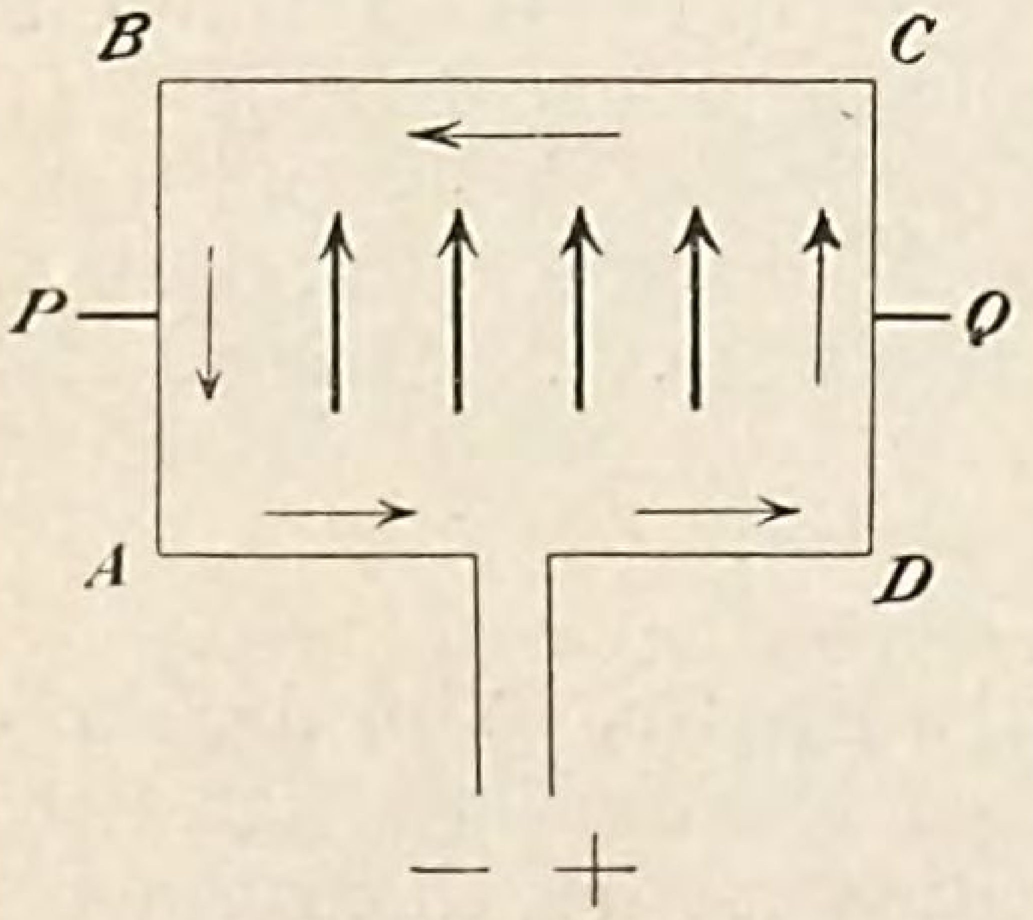


Fig. 379[a].

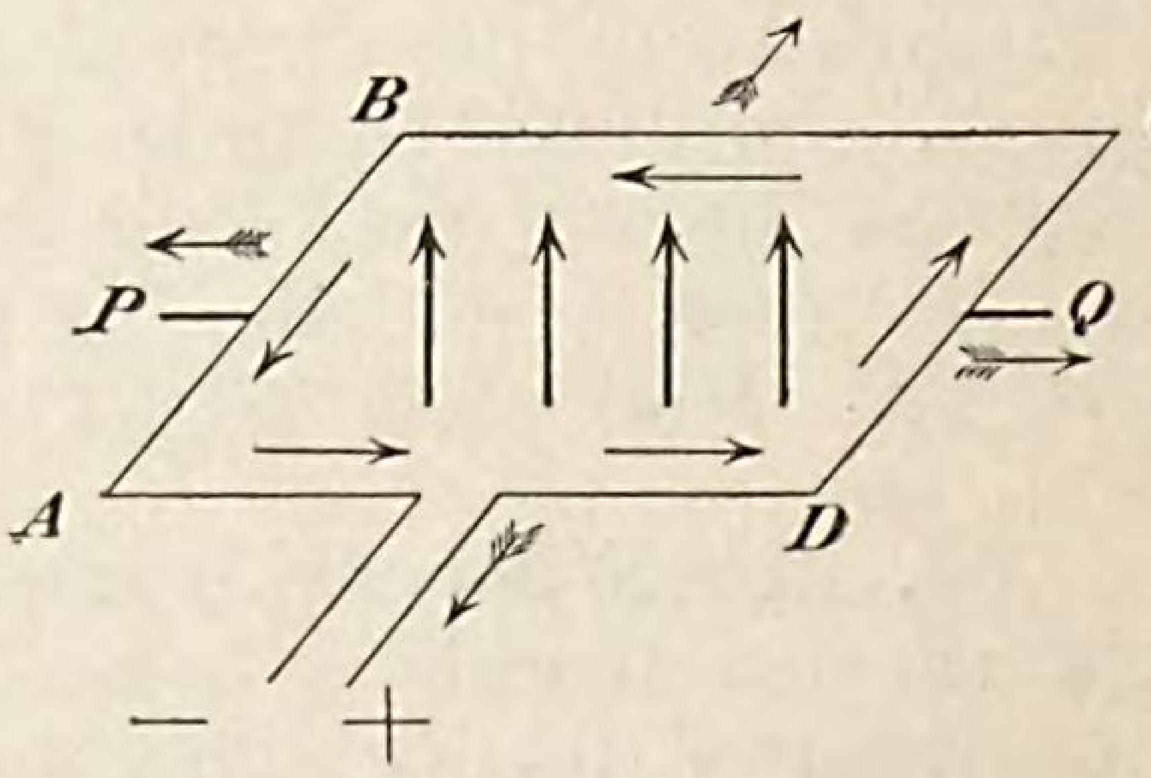


Fig. 379[b].

die Kraftlinien des Feldes in seine Ebene fallen. Auf die Theile AB und CD wirkt nach Art. 766 keine elektromagnetische Kraft,

dagegen wird bezüglich der Ebene des Papiers *BC* nach hinten, *AD* nach vorn getrieben; in der Fig. 379[b] gezeichneten Lage, in welche diese Kräfte den Stromträger zu drehen suchen, und in welcher die Kraftlinien seine Ebene senkrecht durchschneiden, ist er im Gleichgewicht, indem die elektromagnetischen Kräfte in der Richtung der gefiederten Pfeile wirken; und zwar ist in der Fig. 379[b] gezeichneten Lage das Gleichgewicht stabil.

Daher stellt sich ein vertikaler, um eine vertikale Axe frei drehbarer, geschlossener, ebener Stromträger, z. B. eine stromdurchflossene Drahtrolle *D* (Fig. 380) im erdmagnetischen Felde so ein, dass die Stromebene *R* senkrecht zur Horizontalcomponente des Erdmagnetismus steht[1]. Ebenso würde sich die magnetische Schale stellen, welche dem geschlossenen, ebenen Strom bezüglich der von ihm ausgeübten magnetischen Wirkung äquivalent ist (Art. 750); durch dieselbe Schale kann der Strom bezüglich der elektromagnetischen Wirkung, welche sein Träger erleidet, ersetzt werden.

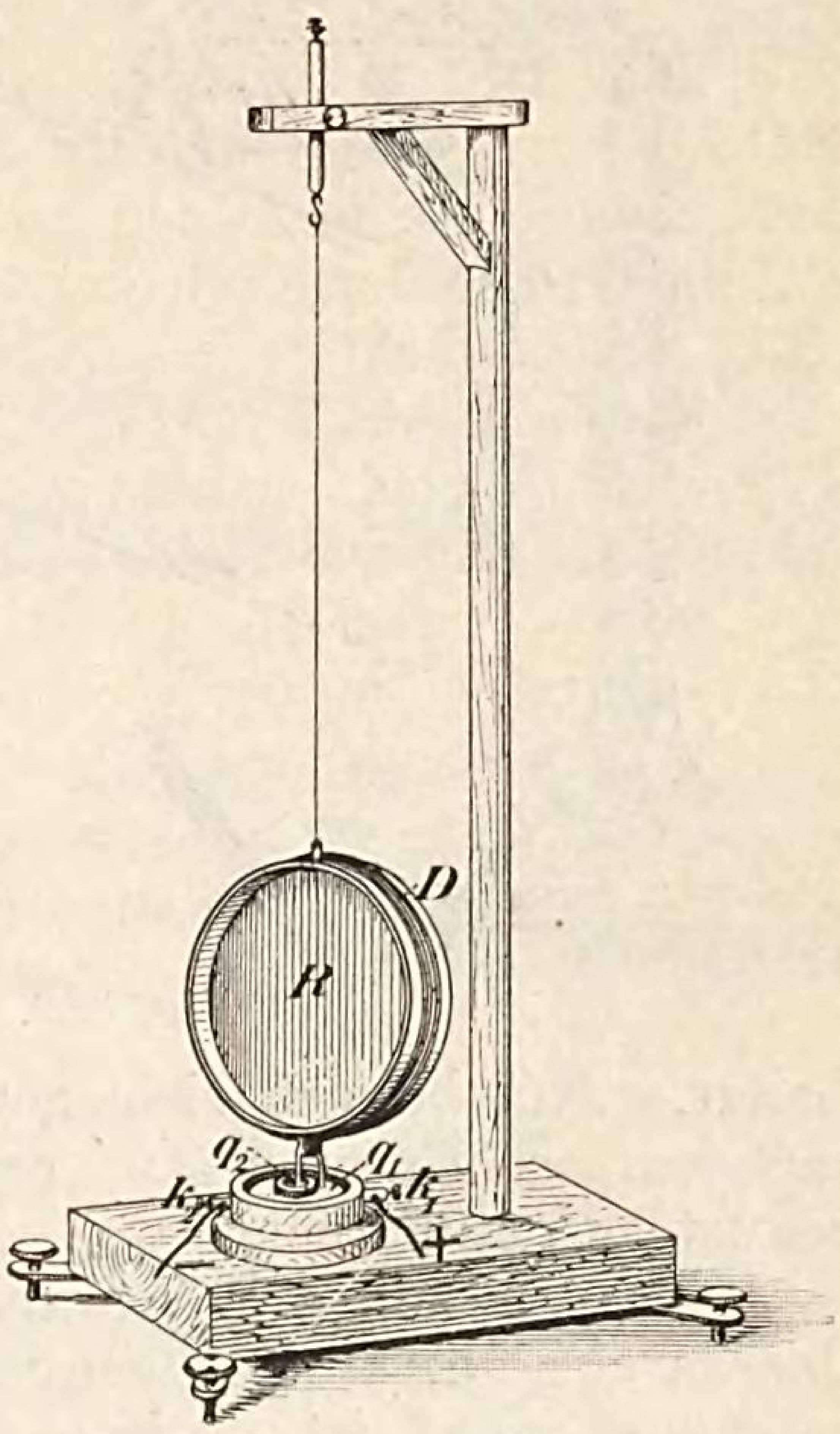


Fig. 380.

768. Zwei parallele Stromträger. Ein grader Stromträger *AB* befinde sich in dem magnetischen Kraftfeld, welches von dem graden, zu *AB* parallelen Strom *A'B'* herrührt (Fig. 381). Die durch den Punkt *C'* gehende Kraftlinie dieses Feldes ist der in der Figur gezeichnete, *A'B'* umschliessende Kreis (Art. 677), die Richtung der magnetischen Kraft geht durch *C'* bezüglich der Ebene der Zeichnung von vorne nach hinten (Art. 678); daher wird *AB* gegen *A'B'* hingetrieben (Art. 763). Wird die Stromrichtung in *A'B'* umgekehrt, so nimmt die magnetische Kraft in *C'* und damit auch die auf *AB* ausgeübte elektromagnetische Kraft die entgegengesetzte Richtung an: Zwei parallele Stromträger ziehen sich an oder stossen sich ab, je nachdem die Ströme in ihnen gleich oder entgegengesetzt gerichtet sind. Zum experimentellen Nach-

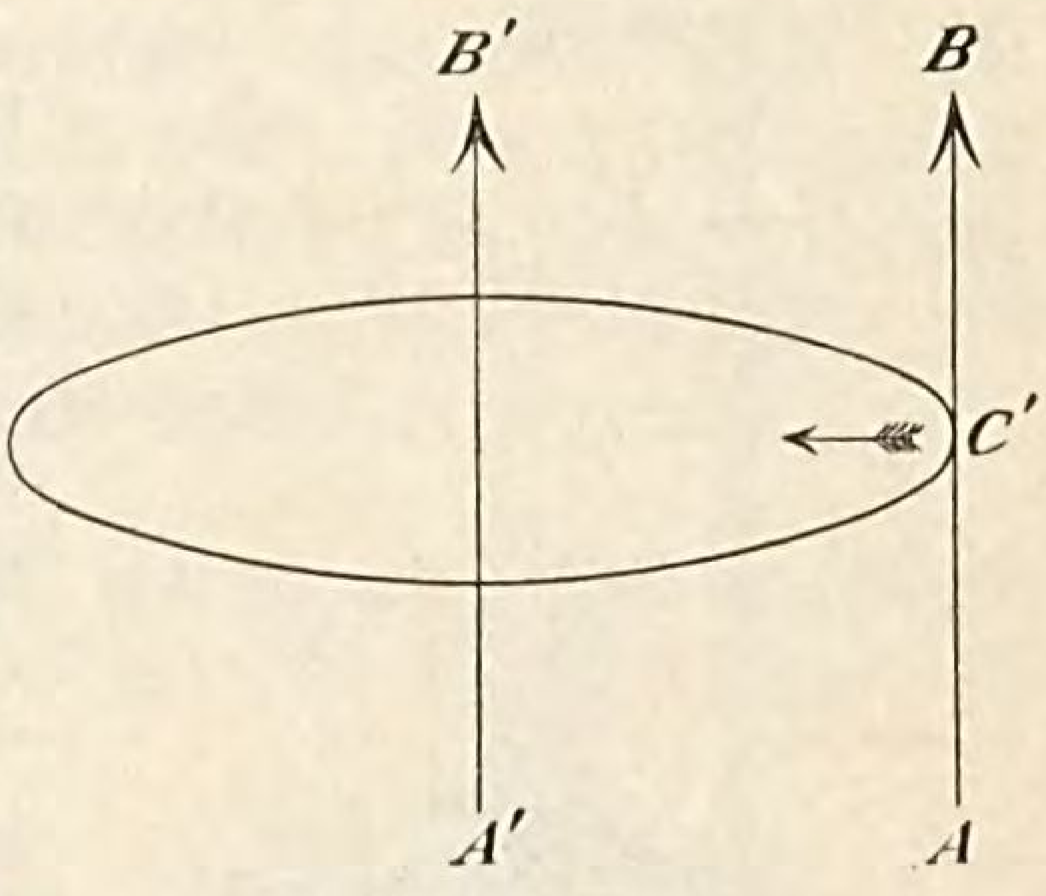


Fig. 381.

[1] Die Drahtrolle endigt in vertikalen Drahtstücken; diese tauchen in die von einander isolirten, mit den Klemmen k_1 und k_2 leitend verbundenen Quecksilbermassen q_1 und q_2, welchen durch k_1 und k^2 der Strom zugeführt wird.

weis dieser Kräfte dient die Ampère'sche Vorrichtung Fig. 382. Der Leiter $ABCD$ endigt in zwei Spitzen, auf deren einer, in den Quecksilbernapf Q_1 tauchender, er schwebt, während die andere in das Quecksilbernapf Q_2 eintaucht; die Zuführung des Stromes ist aus der Figur ersichtlich. $A'B'C'D'E'$ ist ein fester, von einem Strom durchflossener Leiter. BC bewegt sich gegen $B'C'$ hin oder von $B'C'$ fort, je nachdem in BC und $B'C'$ der Strom die gleiche oder die entgegengesetzte Richtung hat.

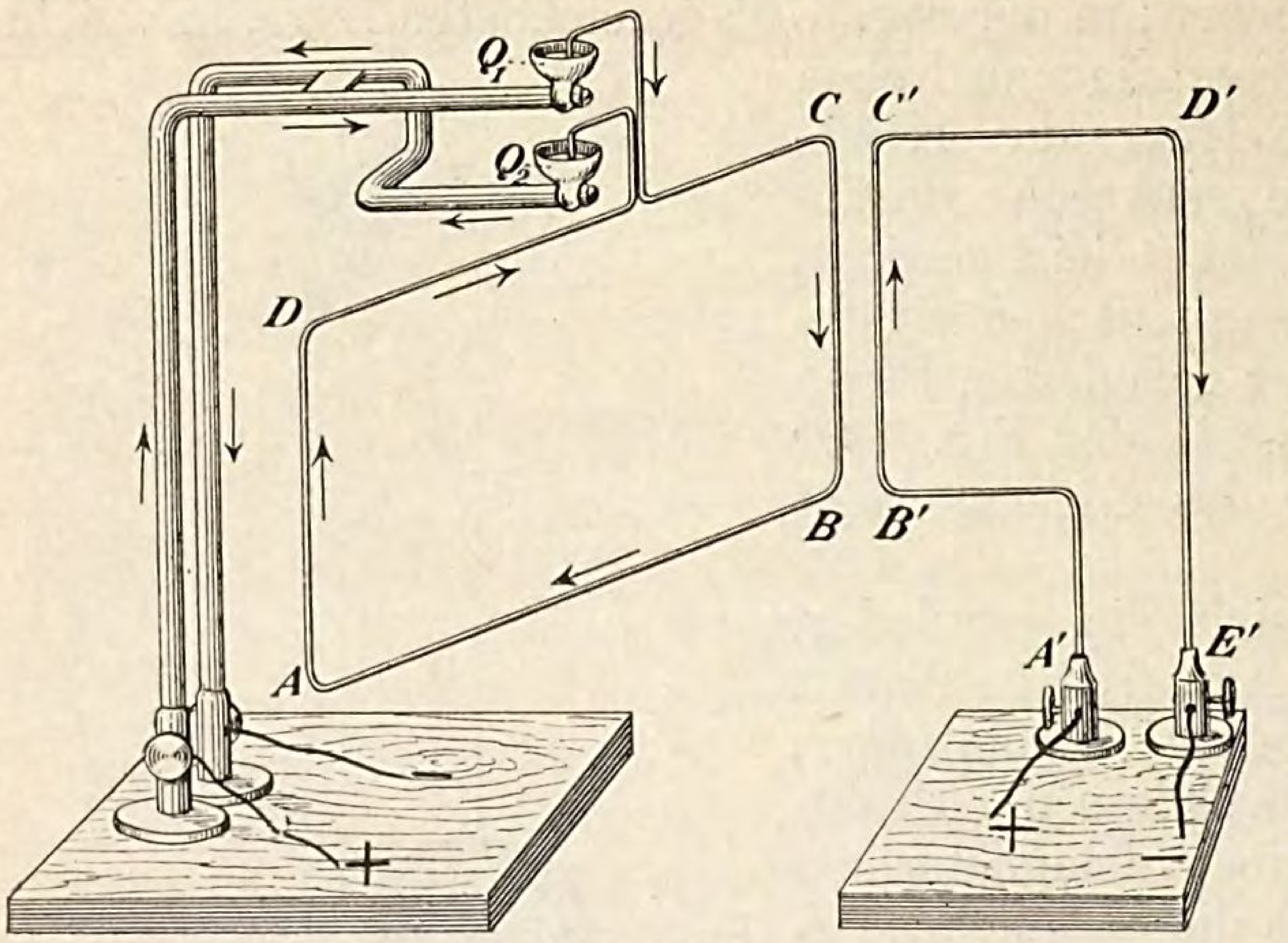


Fig. 382.

Auch parallele kreisförmige Stromträger ziehen sich an oder stossen sich ab, je nachdem der Strom in ihnen gleich oder entgegengesetzt gerichtet ist. Dieses Resultat ergiebt sich, wenn man die Ströme nach Artt. 750 und 767 durch magnetische Schalen ersetzt, die einander ungleichnamige oder gleichnamige Seiten zuwenden, je nachdem die Ströme gleich oder entgegengesetzt gerichtet sind.

Cap. 17. Von der elektromagnetischen Induction.

769. Rotation eines Magneten um einen Strom. Die beiden Magnete sn und $s'n'$ (Fig. 383) sind durch das metallische Querstück q fest mit einander verbunden; eine an q befestigte Spitze taucht in den Quecksilbernapf, in welchem die Messingsäule BC oben endigt. An q ist der Metallstreifen m befestigt, welcher in das Quecksilber der Rinne R taucht. Das bewegliche System ist an dem Faden F aufgehängt. Der Strom der Batterie fliesst von A die Säule BC hinauf, über das Querstück q zum Quecksilber der Rinne R, von diesem bei D zur Batterie zurück. Der Stromtheil BC übt auf die Nordpole n, n' nach Ampère's Regel (Art. 678) gleichgerichtete Drehungsmomente aus, welche das bewegliche System um BC in Rotation versetzen.

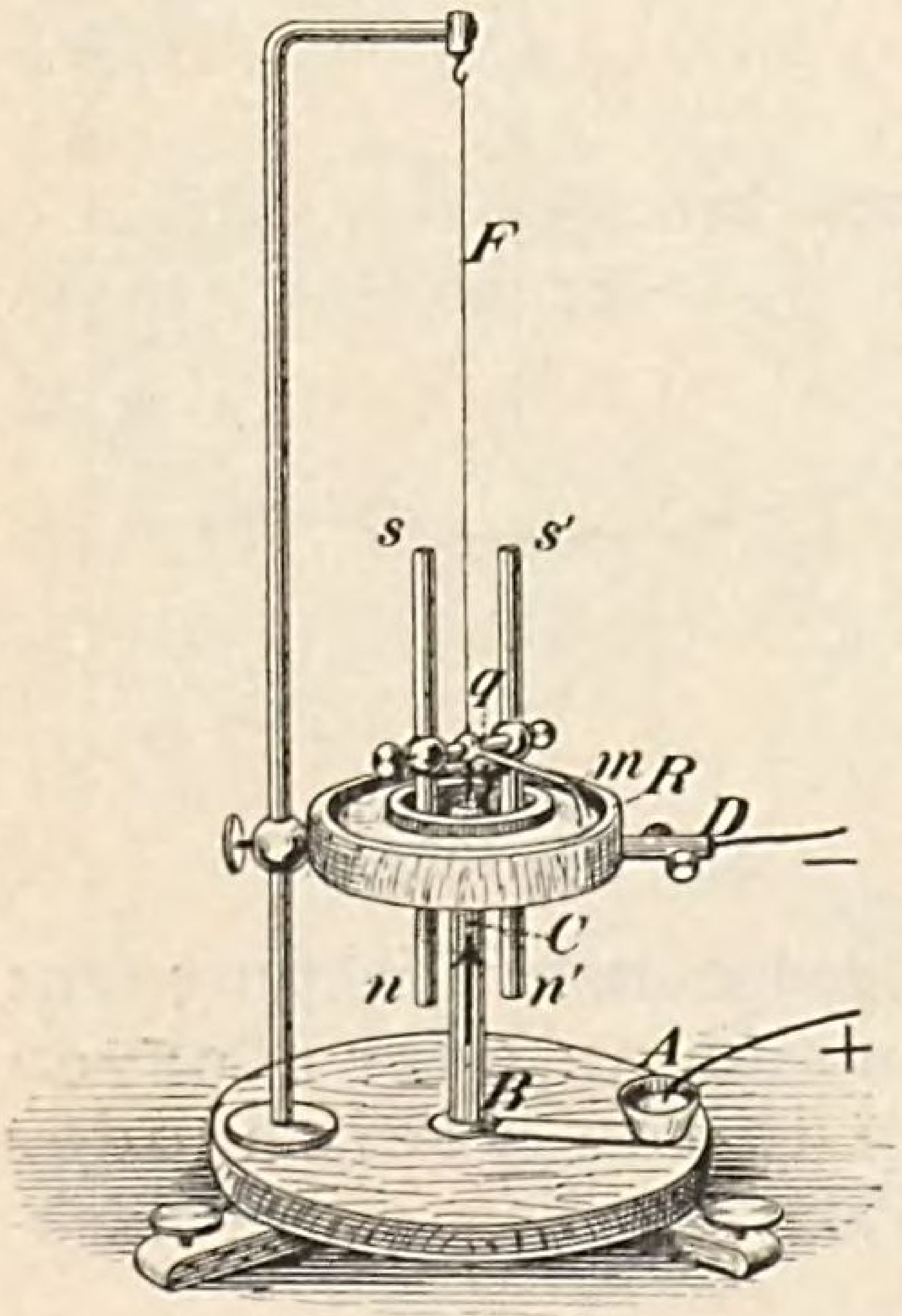


Fig. 383.

770. Das Barlow'sche Rad. Das vertikale, um die horizontale Axe a drehbare kupferne Rädchen K (Fig. 384) ist an seiner Peripherie mit radial gerichteten Spitzen versehen, von welchen jedesmal die unterste in das Quecksilber Q der Rinne R eintaucht. Dieses ist mit der Klemme k_1, die Axe a mit der Klemme k_2 metallisch verbunden; k_1 und k_2 sind durch Ebonit e von einander isolirt. Der Strom tritt bei k_1 ein, geht durch Q zum Rädchen und gelangt, dieses

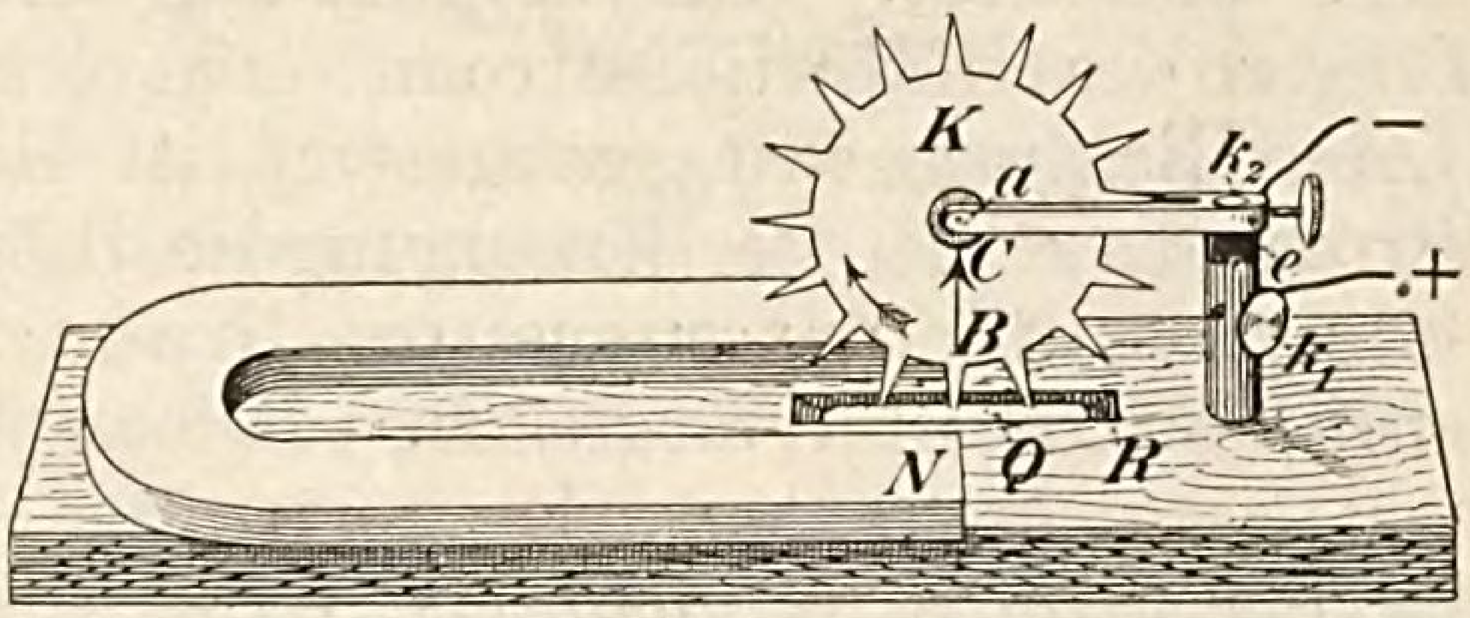


Fig. 384.

in der Richtung BC durchfliessend, zur Klemme k_2. Im Felde des Hufeisenmagneten NS gehen die magnetischen Kraftlinien von N nach S; in diesem Felde wird der Stromtheil BC und damit das Rädchen im Sinne des gefiederten Pfeils in Umdrehung versetzt.

771. Anwendung des Satzes von der Erhaltung der Energie. Bei einem derartigen Versuch leisten die elektromagnetischen Kräfte Arbeit, welche zum Theil in kinetische Energie der bewegten Körper sich umsetzt, wenn aber die Geschwindigkeit der letzteren constant geworden ist, lediglich gegen Reibungswiderstände geleistet, Wärme erzeugt; es wird ausserhalb des Stromkreises Energie gewonnen.

So lange man das bewegliche System festhält, wird nur innerhalb des Stromkreises Energie gewonnen und diese ist gleich der in der Batterie verbrauchten (Art. 739). Würde also durch die Bewegung der permanenten Magnete im Felde des Stromes BC (Art. 769) und durch die Bewegung des Stromträgers BC (Art. 770) im Felde des Magneten NS keinerlei die Ströme in den Leitern beeinflussende Wirkung stattfinden, so erhielte man die Arbeit der elektromagnetischen Kräfte ohne entsprechenden Energieverbrauch. Das Gesetz von der Erhaltung der Energie fordert also eine derartige Wirkung; dieselbe besteht, wie v. Helmholtz 1847 zeigte, in der von Faraday 1831 entdeckten elektromagnetischen Induction.

772. Ein grader Draht wird durch ein Magnetfeld geführt. In der Versuchsanordnung des Art. 763 Fig. 378 ersetze man die Batterie durch ein Galvanometer und führe den Leiter ab, ihn um die Axe kn drehend, durch die Kraftlinien des Magnetfeldes zwischen N und S hindurch. Das Galvanometer zeigt, so lange die Bewegung von ab andauert, einen Strom an, dessen Richtung sich umkehrt, wenn die

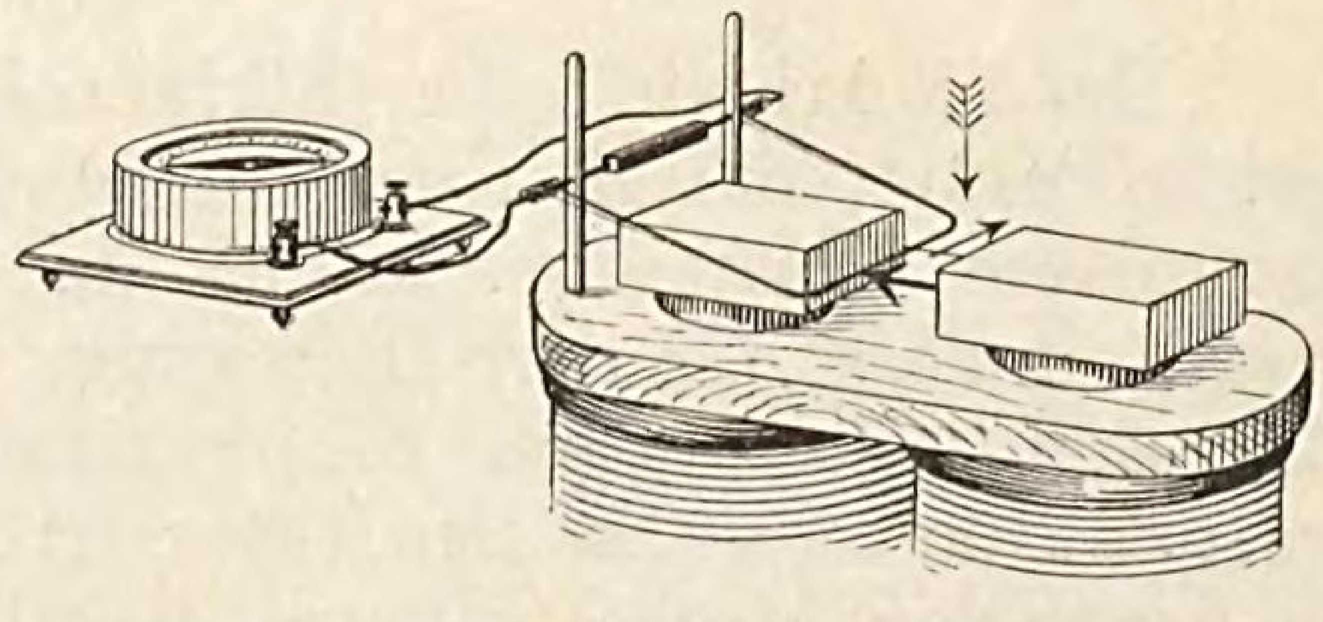


Fig. 385.

Bewegungsrichtung von ab umgekehrt wird. Dieser Strom heisst ein Inductionsstrom.

773. Lenz'sches Gesetz. Fig. 385 ist die Richtung, in welcher *ab* bewegt wird, durch den gefiederten Pfeil, die Richtung des durch diese Bewegung erzeugten Inductionsstroms durch den schwachen Pfeil bezeichnet. Die Vergleichung mit Fig. 378 lehrt, dass auf den Träger des Inductionsstroms eine elektromagnetische Kraft wirkt, deren Richtung entgegengesetzt ist der Richtung, in welcher der Stromträger bei der Erzeugung des Inductionsstroms bewegt wurde; oder dass der Inductionsstrom hemmend auf die Bewegung einwirkt, welche ihn verursacht. Dieses allgemein gültige Gesetz wurde von Lenz gefunden. Es zeigt, dass bei der Erzeugung des Inductionsstromes mechanische Arbeit geleistet wurde; diese ist das Energieäquivalent für die gewonnene Stromarbeit. S. Art. 771.

Zwischen den Polen N und S des nicht erregten Elektromagneten (Fig. 376) hänge man einen massiven Kupferwürfel an einem Bindfaden auf, drille den letzteren und lasse ihn los. Indem der Bindfaden sich abdrillt, wird der Würfel in lebhafte Rotation versetzt, kommt aber zur Ruhe, sobald man den Elektromagneten erregt: bei der Bewegung des Kupferwürfels durch das Magnetfeld entstehen nämlich in dem Kupfer Inductionsströme, und die auf deren Träger ausgeübte elektromagnetische Wirkung hemmt die Rotationsbewegung, welche die Induction verursachte.

774. Richtung des Inductionsstroms. Folgende aus dem Lenz'schen Gesetz und Art. 763 sich ergebende Regel bestimmt die Richtung des Inductionsstromes, welcher in einem durch ein Magnetfeld bewegten Draht erregt wird: man denke sich in der Richtung der magnetischen Kraft schwimmend, den Kopf voran, den Blick in die Richtung der Bewegung gewendet; dann geht der Inductionsstrom von links nach rechts.

775. Elektromotorische Kraft des Inductionsstroms. Der Inductionsstrom bestehe in einem homogenen Metalldraht mit der Intensität i e. m. und der elektromotorischen Kraft e e. m. während der kleinen Zeit von t sc.; die in dieser Zeit von ihm gelieferte, in Joule'sche Wärme sich umsetzende Stromarbeit ist $i^2 . w . t = e . i . t$ Ergs (Art. 731).

Die auf die Erzeugung dieses Stromes verwendete mechanische Arbeit betrage A Ergs, dann muss sein $\mathrm{A} = e . i . t$ oder

$$e = \frac{\mathrm{A}}{i} \cdot \frac{1}{t} \cdots \qquad (139)$$

Da die Arbeit A der Stärke i des Inductionsstroms proportional ist, so lautet die Gleichung (139) in Worten: die inducirte elektromotorische Kraft e. m. ist die auf die Sekunde reducirte Arbeit in Ergs, welche bei der Bewegung des vom Strom *1* e. m. durchflossenen Leiters gegen die elektromagnetischen Kräfte aufzuwenden wäre. Für einen graden Leiter ist diese Arbeit gleich der Zahl der in der Sekunde geschnittenen Kraftlinien (Art. 765), daher ist die in einem graden, durch ein homogenes Magnetfeld geführten Leiter inducirte elektromotorische Kraft gleich der Zahl der in einer Sekunde von ihm geschnittenen Kraftlinien.

776. Der elektromagnetisch gemessene Widerstand eines Leiters wird durch eine Geschwindigkeit ausgedrückt. Wird ein senkrecht zu den Kraftlinien gehaltener, l cm langer, grader Leiter mit einer Geschwindigkeit von v cm in der Sekunde durch ein homogenes Magnetfeld von der Stärke N in einer Richtung hindurch geführt, welche zu seiner und der Richtung der Kraftlinien senkrecht steht, so ist die in ihm inducirte elektromotorische Kraft nach Artt. 765 und 775 gleich $v \,.\, l \,.\, N$, e. m.

Diese bringt in einem Leiter von dem Widerstand w, e. m., einen Strom von der Stärke

$$i = \frac{v \,.\, l \,.\, N}{w}, \text{ e. m.}$$

hervor. Macht man $l = 1$, $N = 1$, $i = 1$, so wird

$$w = v.$$

Das Resultat kann folgendermaassen in Worte gefasst werden: Ein grader 1 cm langer, senkrecht zu den Kraftlinien eines magnetischen Einheitsfeldes gehaltener Leiter werde durch dieses in einer Richtung, welche auf seiner eigenen und der Richtung der Kraftlinien senkrecht steht, hindurchgeführt. Die Geschwindigkeit, welche ihm dabei ertheilt werden muss, damit die in ihm inducirte elektromotorische Kraft in einem Kreise von dem Widerstand w e. m. die Stromstärke 1 e. m. hervorbringe, ist gleich dem Widerstand w e. m. Ist also $w = 1\,\Omega = 10^9$, so wäre die Geschwindigkeit 10^9 cm oder 10 000 km in der Sekunde.

777. Induction in geschlossenem Kreise. Auf dem horizontalen, zweimal rechtwinklig umgebogenen Leiter $ABCD$ kann das Stück FG gleiten und schneidet dabei die Kraftlinien der Vertikalcomponente der erdmagnetischen Kraft. Bewegt man FG in der Richtung des gefiederten Pfeils (Fig. 386), so entsteht in $FGBCF$ ein Inductionsstrom, welcher nach Art. 774 die Richtung des schwachen Pfeils hat und mit der Bewegungsrichtung von FG seine Richtung umkehrt.

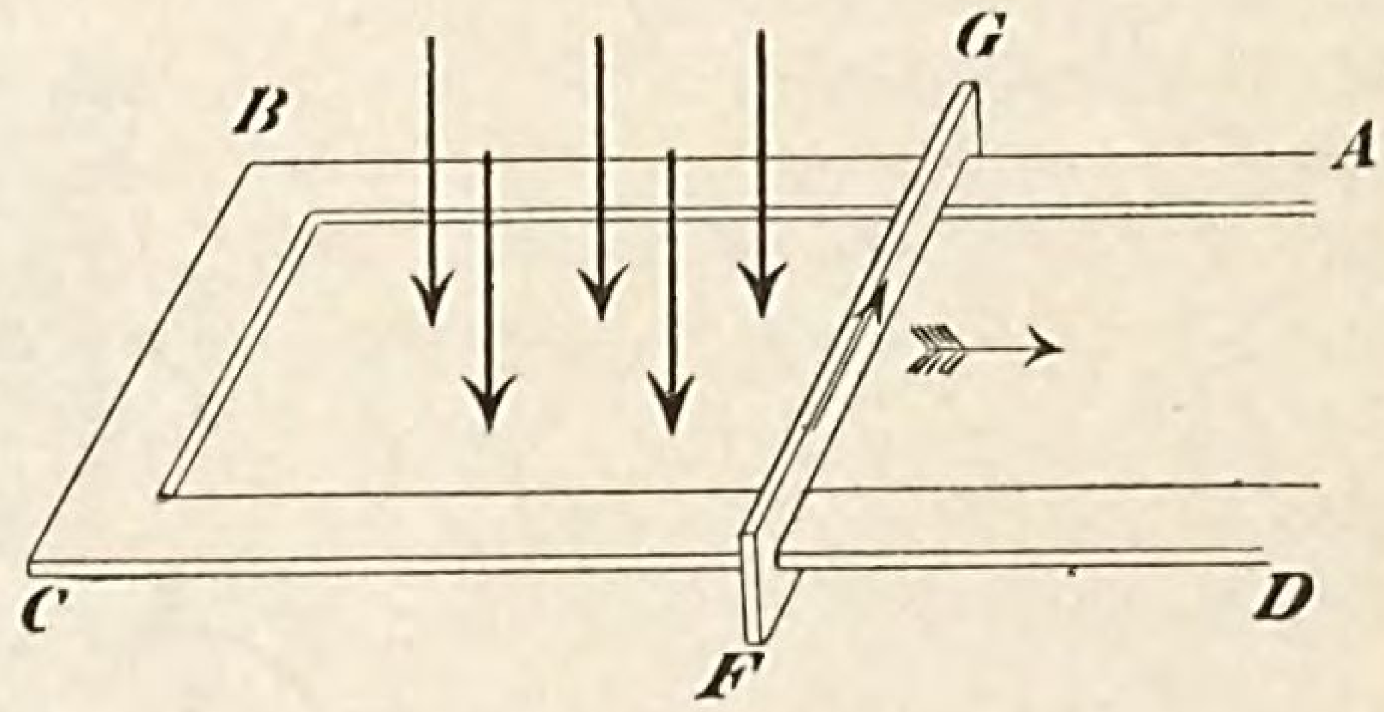


Fig. 386.

Die inducirte elektromotorische Kraft ist gleich der Zahl der in der Sekunde geschnittenen Kraftlinien. Diese Zahl ist in dem vorliegenden Fall auch gleich der in der Sekunde erfolgenden Zu- bzw. Abnahme der Zahl der von dem geschlossenen Umgang $FGBCF$ eingefassten Kraftlinien.

Allgemein ist die in einem geschlossenen Stromkreise inducirte elektromotorische Kraft ihrem absoluten Werth nach gleich der auf die Sekunde reducirten Zu- oder Abnahme der Zahl von Kraftlinien, welche von dem Kreise eingefasst werden.

Dieses Gesetz, welches sämmtliche Fälle von Induction in geschlossenen Kreisen umfasst, wird Artt. 778—783 auf einige wichtige Fälle angewandt.

778. Erdinductor, Messung der Inklination. Die Drahtrolle *D* (Fig. 380) werde aus einer Lage, in welcher ihre Ebene senkrecht zur Horizontalcomponente der erdmagnetischen Kraft steht, um eine vertikale Axe um 90° gedreht. Dann nimmt die Zahl der von den Drahtwindungen eingefassten Kraftlinien bis zu Null ab. Dreht man die Rolle in demselben Sinne weiter um 90°, so nimmt die Zahl der eingefassten Kraftlinien wieder zu, aber dieselben gehen nunmehr in dem dem früheren entgegengesetzten Sinn durch den Leiter hindurch; daher erhält man einen Strom in demselben Sinn, wie zuvor, Führt man die Drehung um 180° schnell aus, so kann der Inductionsstrom durch den Ausschlag h eines zwischen k_1 und k_2 eingeschalteten ballistischen Galvanometers (Art. 684) gemessen werden.

Macht man denselben Versuch, indem man die Rolle aus einer Lage, in welcher ihre Ebene senkrecht zur Vertikalcomponente der erdmagnetischen Kraft ist, um eine horizontale Axe um 180° dreht, so erhält man einen Inductionsstrom durch die Vertikalcomponente der erdmagnetischen Kraft; dieser Strom bringe an dem ballistischen Galvanometer den Ausschlag v hervor. Die Ausschläge h und v sind bzw. proportional der Horizontal- und Vertikalcomponente der erdmagnetischen Kraft. Daher ist die trigonometrische Tangente der Inklination i nach Art. 646

$$\operatorname{tg} i = \frac{v}{h} \cdot \cdot \cdot \cdot \qquad (140)$$

779. Ein Magnet wird relativ zu einem Solenoid bewegt. Wird (Fig. 387) ein stromdurchflossenes Solenoid in ein ruhendes hinein-

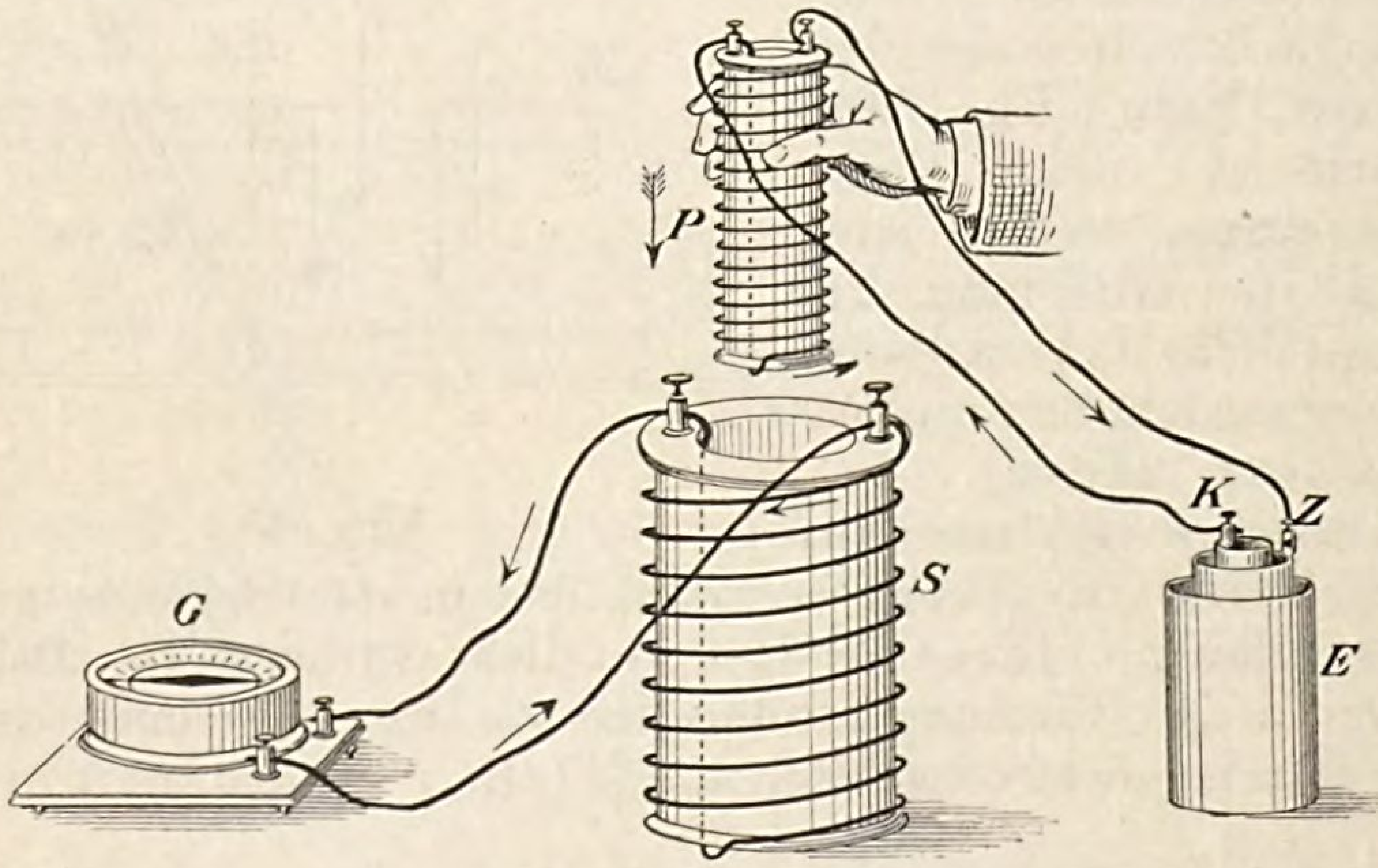


Fig. 387.

geschoben oder aus demselben herausgezogen, so entstehen in diesem Inductionsströme, welche, da die Zahl der von dem ruhenden Solenoid

eingefassten Kraftlinien in dem einen Falle zu-, in dem andern abnimmt, in den beiden Fällen entgegengesetzte Richtung haben. Aus der Lenz'schen Regel ergiebt sich in Verbindung mit Art. 768, dass der erzeugte Inductionsstrom dem inducirenden entgegen- oder gleichgerichtet ist, je nachdem man das inducirende Solenoid dem ruhenden nähert oder es von demselben entfernt.

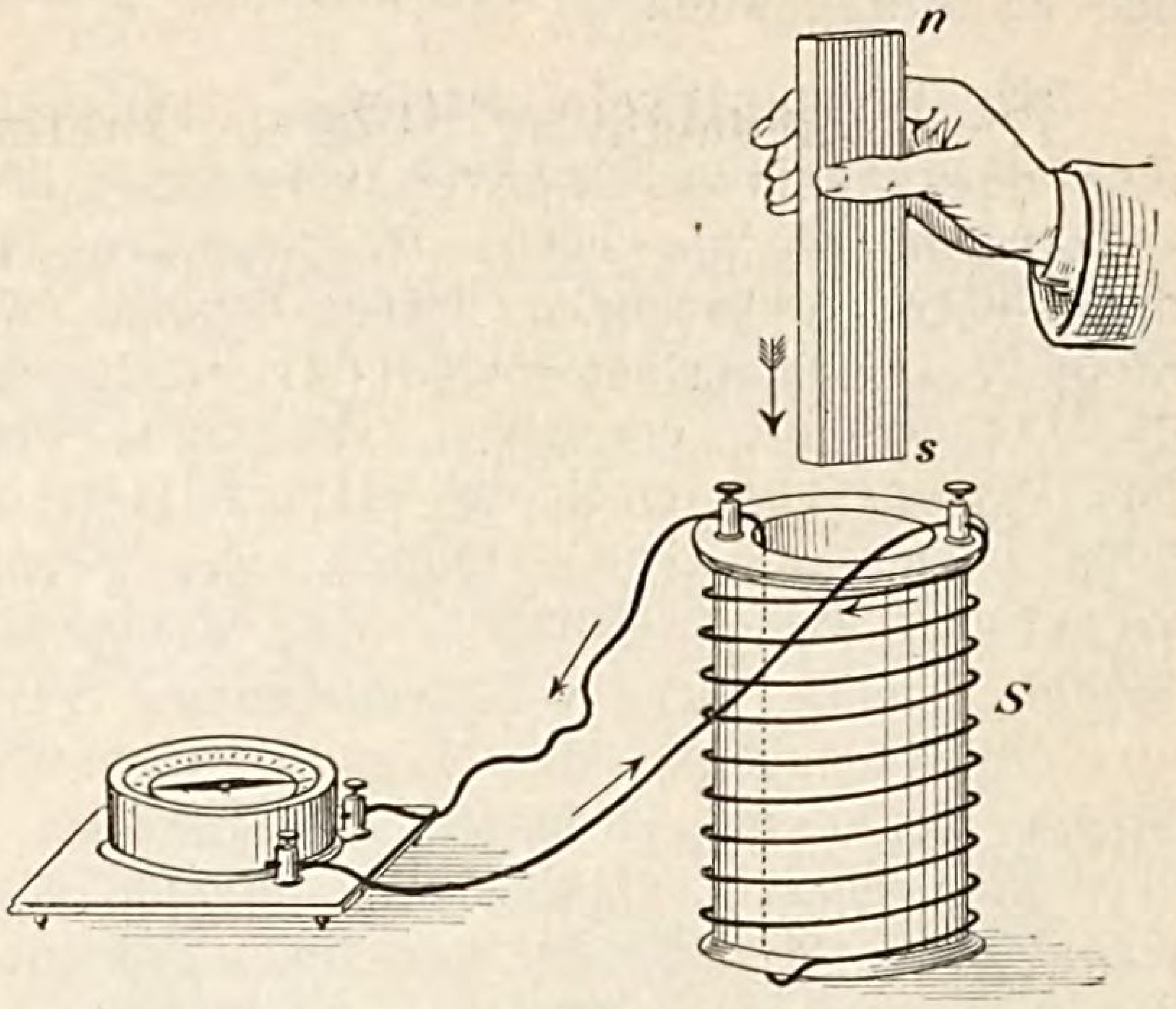


Fig. 388.

Bei diesem Versuch kann (Fig. 388) das inducirende Solenoid durch einen permanenten Magnetstab ersetzt werden, welcher dieselbe magnetische Kraft, wie das stromdurchflossene Solenoid hervorbringt (Art. 751).

Die dämpfende Wirkung, welche die Kupferhülse des Wiedemann'schen Galvanometers (Art. 682) auf den Galvanometermagneten ausübt, rührt von den Inductionsströmen her, welche dieser durch seine Schwingungen in der Kupferhülse erregt und welche nach dem Lenz'schen Gesetz (Art. 773) hemmend auf seine Bewegung einwirken.

780. Schliessungs- und Oeffnungsstrom. Man denke sich das inducirende Solenoid aus grosser Entfernung in das inducirte eingeführt; der dem inducirenden Strom entgegengerichtete Inductionsstrom entsteht durch die Zunahme der von dem inducirten Solenoid eingefassten Kraftlinien. Dieselbe Zunahme der eingefassten Kraftlinien tritt ein, wenn das inducirende Solenoid stromlos in das inducirte eingeführt und alsdann der inducirende Strom geschlossen wird. Der hierbei inducirte Strom heisst Schliessungsstrom und ist nach dem Vorstehenden dem entstehenden Strom entgegengerichtet. Oeffnet man alsdann den Strom des inducirenden Solenoids, so erhält man in dem inducirten den Oeffnungsstrom, welcher nach derselben Betrachtung dem verschwindenden Strom gleich gerichtet ist. Man kann diese Ströme durch ein ballistisches Galvanometer messen und findet, dass sie die gleiche galvanometrische Wirkung ausüben, dass also in beiden die gleiche Elektricitätsmenge bewegt wird.

781. Weicher Eisenkern. Wiederholt man den Versuch, nachdem man in das inducirende Solenoid einen weichen Eisenkern eingelegt hat, so erhält man erheblich stärkere Inductionsströme; in der That kommen nunmehr zu den Kraftlinien des Stromes die im weichen

Eisen durch den Strom erregten hinzu; die Zahl der letzteren ist gleich der von dem stromführenden Solenoid eingefassten, welches dem im Eisen erregten Magnetismus äquivalent ist (Art. 751).

782. Foucault'sche Ströme. Schliesst man den Stromkreis eines mit massivem Eisenkern versehenen Elektromagneten (Art. 753), so erregen die im Eisen entstehenden Kraftlinien in der Masse des elektrisch leitenden Eisens Ströme, welche dem entstehenden Strom entgegengerichtet sind (Art. 780) und dadurch das Ansteigen des Magnetismus verzögern. Bei dem Versuch des Art. 762 wird diese Verzögerung durch die allmähliche Aufhellung des Gesichtsfeldes bemerkt. Beim Oeffnen des Stromes induciren die verschwindenden Kraftlinien des Eisens in der Masse desselben Ströme, welche dem verschwindenden Strome gleichgerichtet sind und daher den Abfall des Magnetismus verzögern. Die beschriebenen Ströme nennt man Foucault'sche Ströme. Bildet man den Eisenkern nicht massiv, sondern aus dünnen, von einander isolirten, den magnetischen Kraftlinien parallelen Eisendrähten, so wird die Bahn der Foucault'schen Ströme unterbrochen und ihre Bildung verhindert.

783. Selbstinduction. Wird ein Solenoid in den Kreis einer galvanischen Batterie eingeschaltet, so inducirt beim Schluss des Stromes das Entstehen der Kraftlinien des Solenoids in diesem selbst eine elektromotorische Kraft, welche dem entstehenden Strom entgegengerichtet ist und daher das Entstehen desselben verzögert. Ebenso inducirt bei der Unterbrechung des Stromes das Verschwinden der Kraftlinien im Solenoid eine elektromotorische Kraft, welche dem verschwindenden Strom gleichgerichtet ist und daher den Abfall desselben verzögert. Man nennt diese Art der Induction, welche ein Strom auf sich selbst ausübt, Selbstinduction.

784. Oeffnungsfunke. Oeffnet man den Stromkreis einer Batterie, indem man zwei in die Leitung eingeschaltete, metallische Theile trennt, etwa einen Kupferdraht aus einem Quecksilbernapf heraushebt, so erhält man an der Unterbrechungsstelle einen sogenannten Oeffnungsfunken. Ehe nämlich der Strom völlig verschwindet, fliesst er noch eine kurze Zeit lang durch eine an der Unterbrechungsstelle sich bildende Brücke leitender Theile von grossem Widerstand, welche er zum Glühen erhitzt.

Schaltet man nun in den Stromkreis die Windungen eines Elektromagneten ein, so wird bei nicht zu grossem Widerstand derselben der Oeffnungsfunke bedeutend stärker. Die Ursache ist die elektromotorische Kraft der Oeffnungsinduction, welche, zu der elektromotorischen Kraft der Batterie hinzutretend, in der an der Unterbrechungsstelle gebildeten Brücke von grossem Widerstand eine grössere Stromstärke, als die Batterie allein, hervorbringt.

Die Dauer des Oeffnungsfunkens, durch den noch einen Augenblick leitende Verbindung unterhalten wird, und damit die Zeit, während deren der Strom beim Oeffnen verschwindet, ist eine ausserordentlich kleine; weit grösser, und allein durch Widerstand und Selbstinduction des Stromkreises bestimmt ist die Zeit, in welcher der Strom beim Schliessen seinen definitiven Werth merklich erreicht.

785. Selbstthätige Stimmgabel. Zwischen den Zinken der Stimmgabel *G* (Fig. 389) befindet sich der Elektromagnet *E*. Der Strom der Batterie geht von *K* durch die elektrisch leitende Stimmgabel über die Unterbrechungsstelle zwischen *p* und *S* und über die Windungen des Elektromagneten zur Batterie zurück. Zwischen *p* und *S* wird der Strom unterbrochen, wenn der federnde Platindraht *p* von *S* abgehoben wird. Ist die Unterbrechungsstelle geschlossen, so werden die Zinken der Gabel vom Elektromagneten angezogen und dadurch gegen einander bewegt; dabei wird die Unterbrechungsstelle geöffnet, der unmagnetisch gewordene Elektromagnet lässt die Zinken los, der Strom wird aufs Neue geschlossen und die Bewegung unterhalten. Damit dies geschehe, muss die Energie, welche die Gabel an die Umgebung verliert, ihr durch Arbeit der magnetischen Kräfte ersetzt werden. Würde nun die Stärke des Elektromagneten bei gleicher Lage der Stimmgabel dieselbe sein, mag die Gabel zum Elektromagneten hin- oder von ihm fortschwingen, dann würde die beim Hinschwingen von den magnetischen Kräften geleistete Arbeit gleich sein der beim Fortschwingen gegen diese Kräfte geleisteten und es würde keine Arbeit zur Deckung der Verluste übrig bleiben. Nun aber ist bei gleicher Lage der Stimmgabel der Elektromagnet während des Hinschwingens stärker, als während des Fortschwingens, indem das Entstehen des Magnetismus durch Selbstinduction und Foucault'sche Ströme verzögert wird (Artt. 783, 782); daher ist die von den magnetischen Kräften beim Hinschwingen geleistete Arbeit grösser, als die gegen diese Kräfte beim Fortschwingen geleistete, und die Differenz dieser Arbeiten deckt die Verluste.

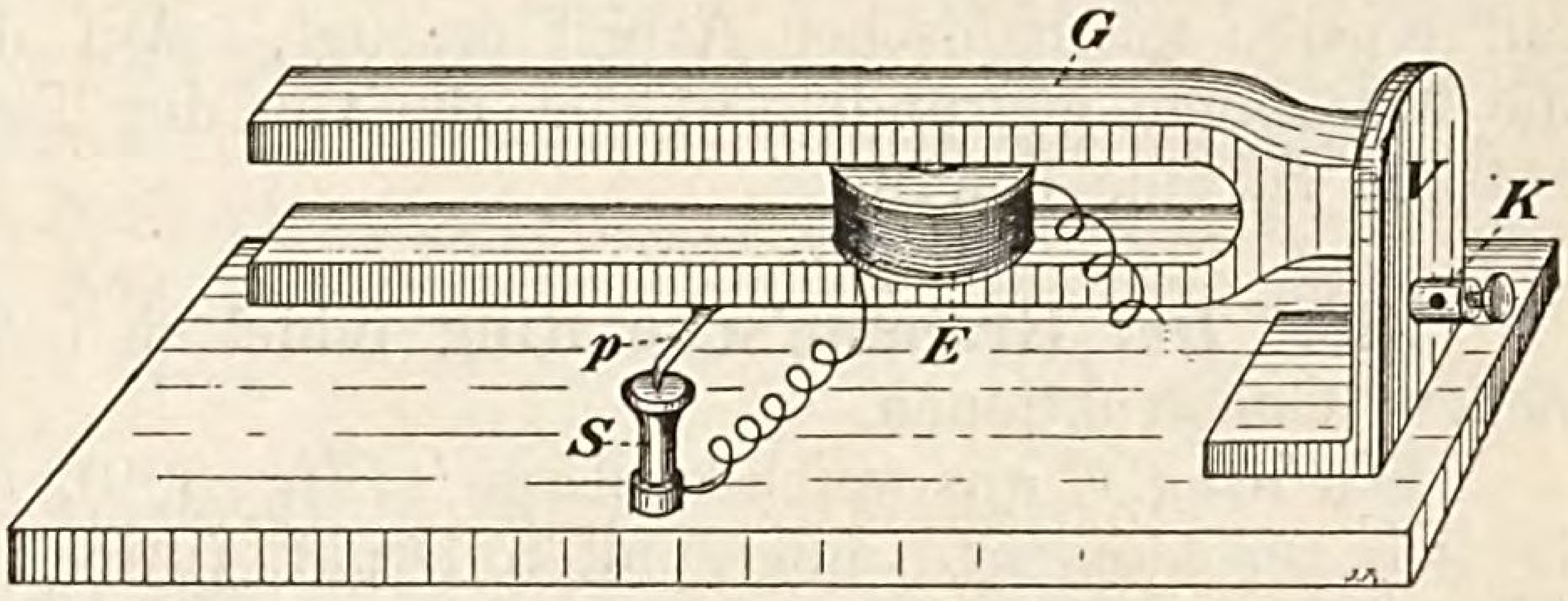


Fig. 389.

Viele derartige Apparate, bei welchen eine schwingende Bewegung dadurch unterhalten wird, dass der Strom eines Elektromagneten nur bei gewissen Stellungen eines beweglichen Theils geschlossen ist, beruhen auf demselben Princip, z. B. die telegraphische Hausklingel und der

786. Neef'sche Hammer. Derselbe ist an dem Inductionsapparat (Art. 794, Fig. 396) angebracht. Der Strom der Batterie

geht von k_1 über H und die Unterbrechungsstelle zwischen der Schraubenspitze q und der Feder f zu dieser, tritt bei p_1 in die Spule P ein, bei p_2 aus ihr heraus und kehrt über k_2 zur Batterie zurück. Indem der an der Feder befestigte Anker a sich zu dem magnetisch erregten Kern der Spule P hinbewegt, wird die Unterbrechungsstelle zwischen q und f geöffnet, indem der dadurch unmagnetisch gewordene Kern des Elektromagneten den Anker loslässt, wird die Unterbrechungsstelle wieder geschlossen und das Spiel wiederholt sich aufs Neue.

Cap. 18. Anwendungen der Inductionsströme.

787. **Erzeugung starker elektrischer Ströme zu technischen Zwecken.** In einem durch die Kraftlinien magnetischer Felder hindurchgeführten Leiter werden Inductionsströme nach Artt. 773—775 auf Kosten mechanischer Arbeit erzeugt. Auf dieses Princip sind die Maschinen gegründet, welche die von der Technik gebrauchten starken Ströme liefern.

788. **Der Gramme'sche Ring** bildet den Ausgangspunkt für neuere Construktionen.

Ein Ring G aus weichem Eisen[1], (Fig. 390), umgeben von einem in sich geschlossenen aufgespulten Draht, rotire zwischen den Polen N,S eines kräftigen permanenten Magneten im Sinne des gefiederten Pfeiles. Zwischen den Magnetpolen N, S und dem weichen, den Anker bildenden Eisen des Ringes entstehen kräftige Magnetfelder, in denen die Kraftlinien von N nach S gehen. In den äusseren, durch diese Felder hindurchgeführten Drahttheilen werden elektromotorische Kräfte inducirt, welche nach Art. 774 bei S von vorn nach hinten, bei N von hinten nach vorn gehen, in den beiden Ringhälften, der oberen und unteren, einander entgegenwirken und sich in der geschlossenen Leitung des Ringes aufheben. Verbindet man aber die beiden zwischen den Ringhälften liegenden Indifferenzpunkte i_1, i_2 durch eine Leitung, so schicken in diese, wie Fig. 390 zeigt, die elektromotorischen Kräfte beider Ringhälften Ströme gleicher Richtung, welche zur Verwendung kommen.

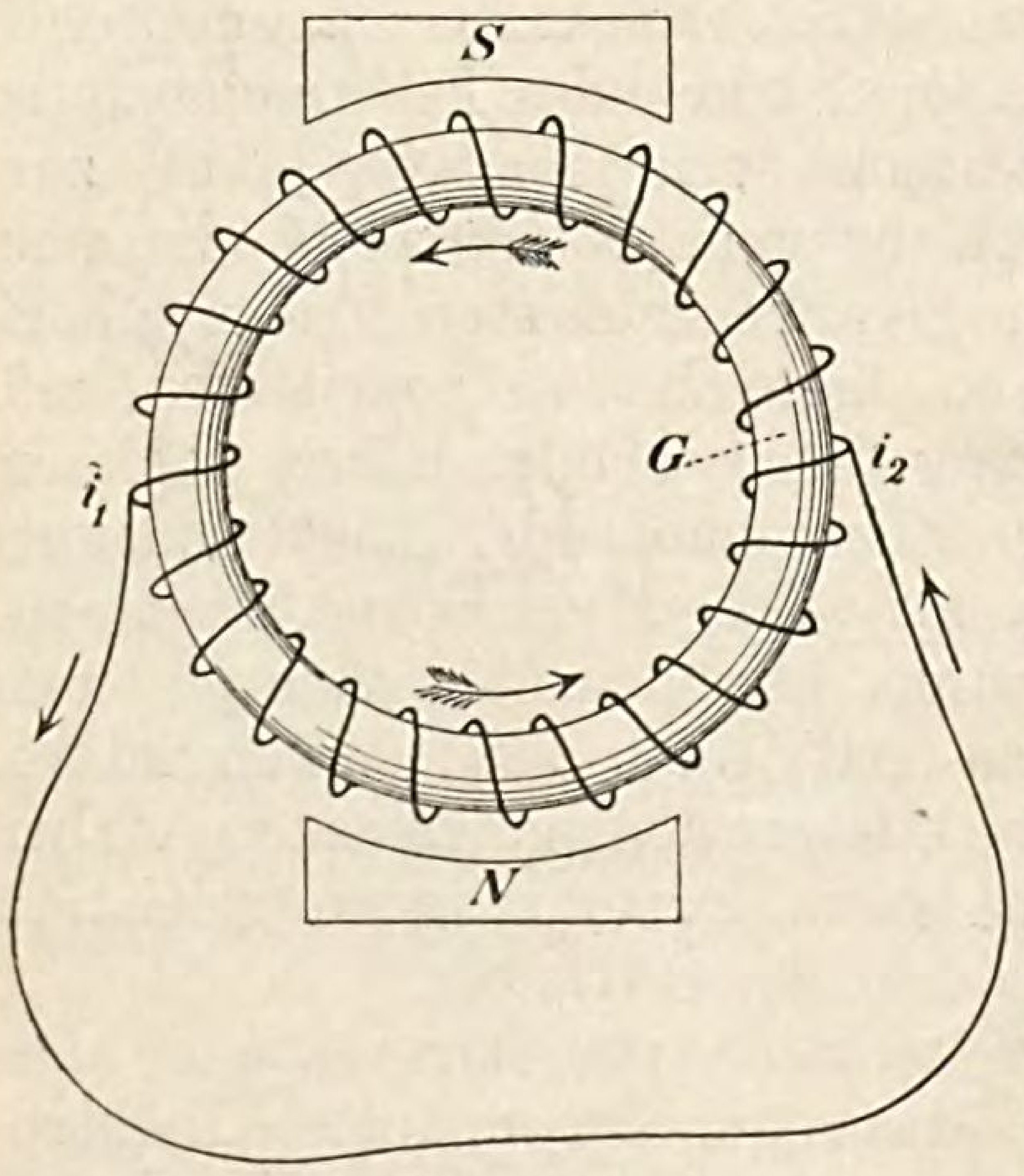


Fig. 390.

Fig. 395 zeigt bei G den Gramme'schen Ring einer Maschine von Schuckert in wirklicher Ausführung. Kurze Drahtspulen sind um den Eisenring gelegt und zu einer

[1] Zur Vermeidung Foucault'scher Ströme aus Eisenbändern gebildet (Art. 782).

zusammenhängenden Leitung dadurch verbunden, dass das Ende jeder vorhergehenden und der Anfang jeder folgenden Spule mit einem horizontalen Kupferstab k verbunden ist. Sämmtliche Kupferstäbe bilden, durch isolirendes Zwischenmaterial von einander getrennt, einen Kreiscylinder C mit horizontaler Axe, um welche der Ring rotirt; Bürsten B_1 und B_2 aus weicher Kupfergaze schleifen auf dem Cylinder und nehmen den Strom in den Indifferenzpunkten i ab.

Man nennt den Magneten, welcher das Feld erzeugt, den Feldmagneten; den Elektromagneten, in dessen Windungen die Induktionsströme entstehen, in diesem Fall den Gramme'schen Ring, den Anker.

789. Magnetmaschine und Dynamomaschine. Ist der Feldmagnet ein permanenter Stahlmagnet, so heisst die Maschine eine Magnetmaschine. Nun ist der permanente Magnetismus, welchen man einer grösseren Stahlmasse ertheilen kann, viel kleiner, als der temporäre Magnetismus, welchen eine gleichgestaltete Masse weichen Eisens in einem kräftigen Magnetfeld annimmt. Es ist daher zweckmässiger, als Feldmagneten einen Elektromagneten und zu dessen Betreibung den Ankerstrom selbst oder einen Theil desselben zu benutzen. Bei dieser von W. v. Siemens 1867 erfundenen Anordnung heisst die Maschine eine Dynamomaschine. Fig. 391 zeigt das Schema der Siemens'schen Dynamomaschine. Die „Ankerwindungen" A, die Windungen S des Feldelektromagneten (die „Schenkelwindungen") und die Leitung L, in welcher der nutzbare Strom fliesst, sind hinter einander geschaltet. Wird der Anker im richtigen Sinne in Rotation versetzt, so werden in ihm durch den schwachen permanenten Magnetismus des Feldelektromagneten schwache Ströme erzeugt, welche die Windungen des letzteren in solcher Richtung durchfliessen, dass sie den Magnetismus desselben steigern. Da ein verstärkter Feldmagnet wiederum verstärkte Ankerströme mit sich bringt, so verwandelt sich in kurzer Zeit, während des sogenannten Angehens der Maschine, der ursprünglich schwache Feldmagnet in einen kräftigen Elektromagneten.

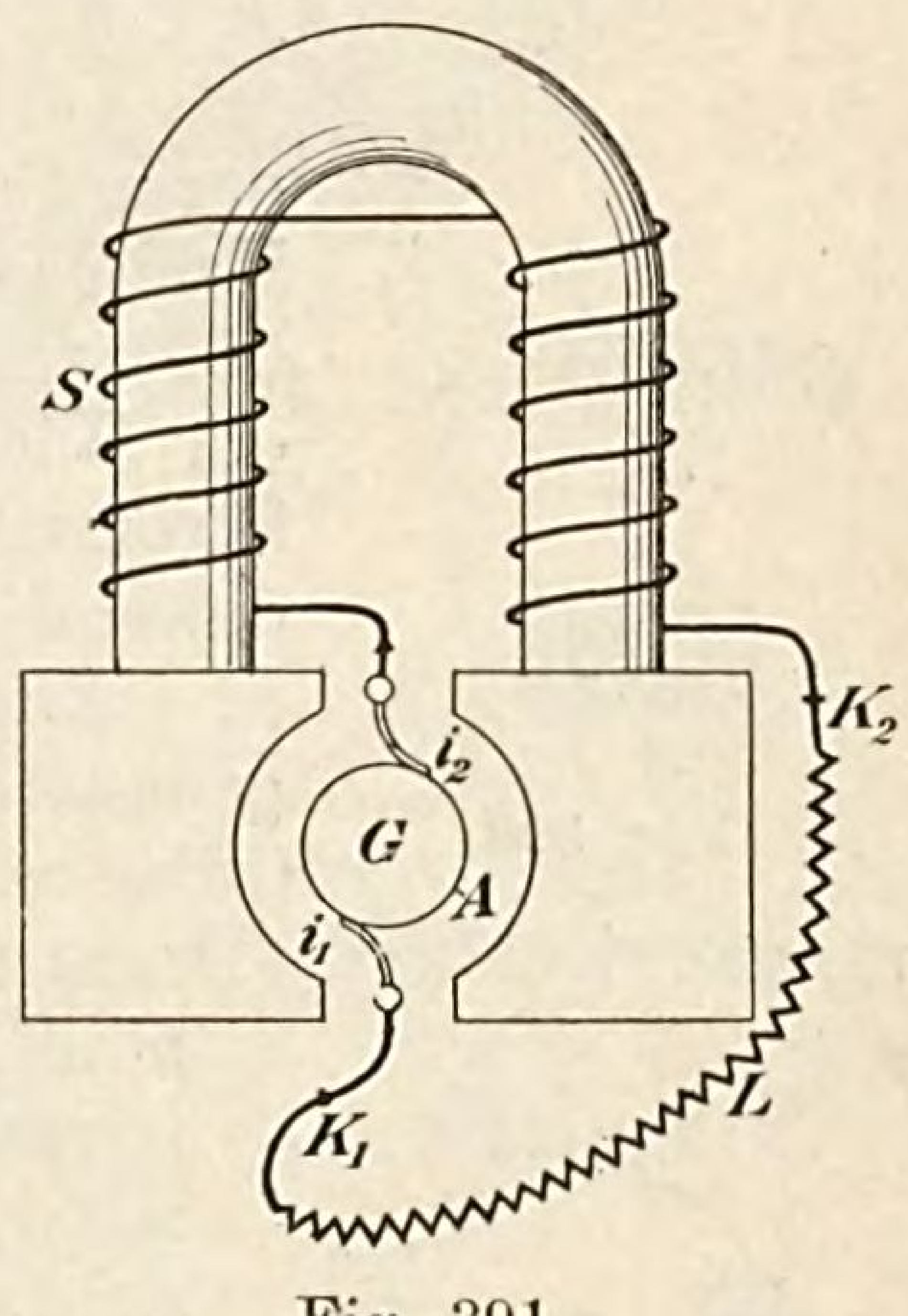


Fig. 391.

790. Klemmenspannung heisst die Potentialdifferenz der Polklemmen K_1, K_2, an welche die äussere Leitung angelegt wird. Ist die Stromstärke gleich i Ampers, die Klemmenspannung gleich K Volts, so ist nach Art. 738 der nutzbare elektrische Effekt in der äusseren Leitung L gleich $i \,.\, K$ Watts.

Von der Klemmenspannung K ist die ganze in den Ankerwindungen inducirte elektromotorische Kraft E verschieden. Da

nämlich nach Art. 673 in der Maschine ein Potentialverlust $= i \,.\, wi$ stattfindet, so ist

$$K = E - i \,.\, wi,$$

wo i die Stromstärke, wi den Widerstand in der Maschine bedeutet. Es ist daher vortheilhaft, diesen möglichst klein zu machen. Wir wollen ihn im Folgenden so klein voraussetzen, dass $i \,.\, wi$ vernachlässigt werden kann; dann ist $K = E$.

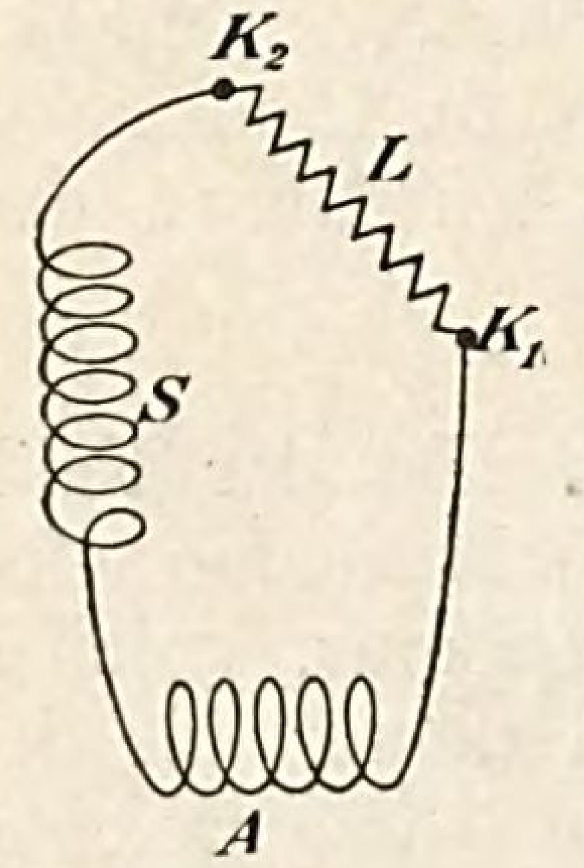


Fig. 392.

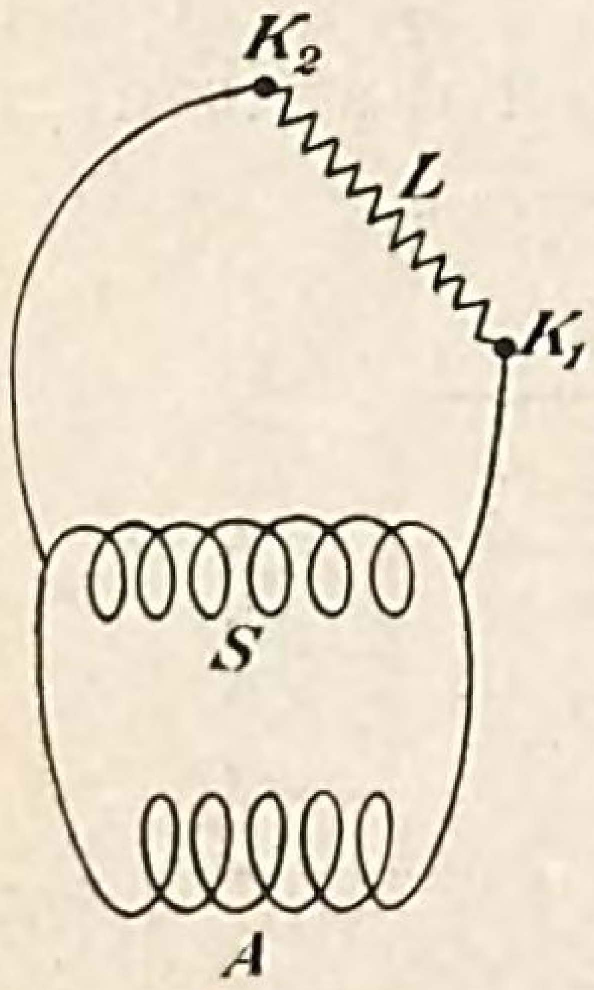


Fig. 393.

791. Hauptstrommaschine, Nebenschlussmaschine, Compoundmaschine. Eine Dynamomaschine von der Art. 789 beschriebenen Construktion heisst eine Hauptstrommaschine; ihre Schaltungsweise zeigt Fig. 392. Die Ankerwindungen sind durch A, die Schenkelwindungen durch S, die äussere Leitung ist durch L bezeichnet. Wenn bei constantem Gang der Maschine der Widerstand der äusseren Leitung L wächst, so nimmt in dem ganzen unverzweigten Stromkreise, also auch in den Windungen des Feldmagneten, die Stromstärke und damit wegen der Schwächung des Feldmagneten die inducirte elektromotorische Kraft E ab.

Vortheilhafter ist die Nebenschlussmaschine, deren Schaltung Fig. 393 zeigt; die Windungen S des Feldmagneten liegen hier im Nebenschluss (vgl. Art. 689) zur äusseren Leitung L. Wenn in diesem Fall der Widerstand der letzteren wächst, so nimmt die Stromstärke in den Windungen des Feldmagneten und damit die elektromotorische Kraft E zu.

Fig. 394 endlich zeigt die Schaltung einer sogenannten Compoundmaschine, in welcher der grössere Theil S_n der Schenkelwindungen, aus verhältnissmässig dünnem Draht gebildet, wie Fig. 393 im Nebenschluss, der kleinere Theil S_h der Schenkelwindungen, aus verhältnissmässig dickem Draht gebildet, in einem Zweig mit der Leitung L liegt. Werden beide Theile passend abgeglichen, so ist die elektromotorische Kraft und damit, bei verschwindendem inneren Widerstand der Maschine, die Klemmenspannung K innerhalb der praktisch vorkommenden Grenzen des äusseren Widerstandes unabhängig von diesem.

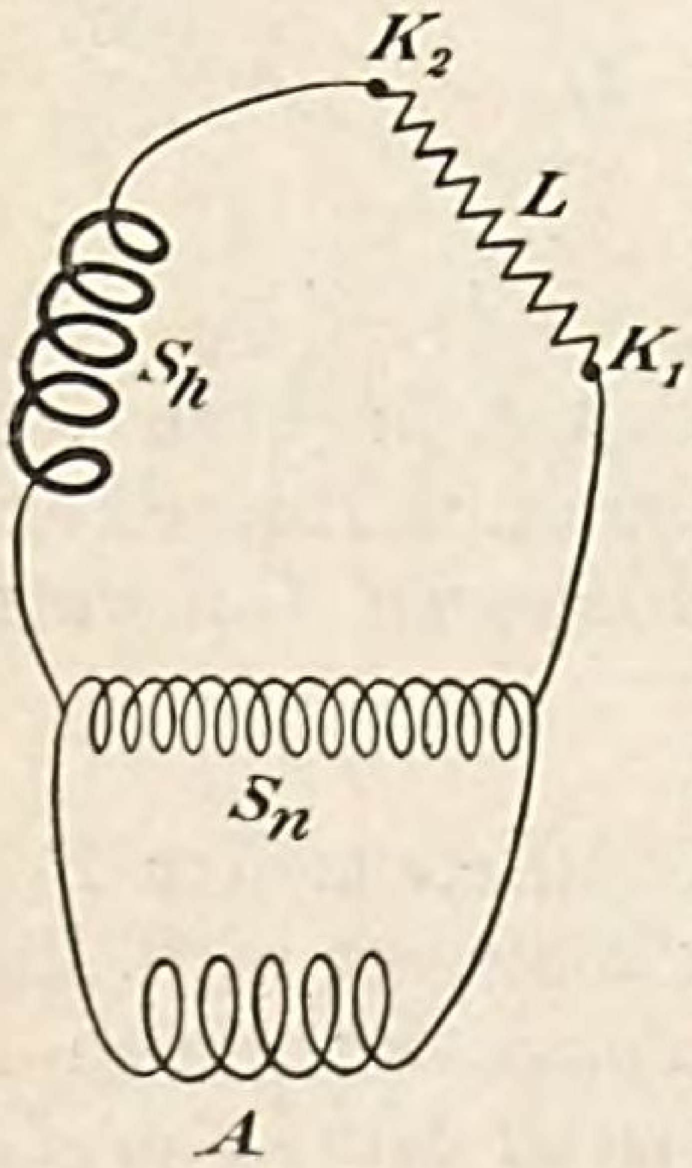


Fig. 394.

Fig. 395 zeigt eine Compoundmaschine von Schuckert. In den Drahttheilen ab findet die Induction statt, wenn dieselben durch die Magnetfelder, welche zwischen den Polen des Feldmagneten N, S und dem Ankereisen entstehen, hindurchgeführt werden. Da die magnetischen Kraftlinien an den beiden Nordpolen N entgegengesetzte Richtung haben, so erzeugen nach Art. 774 die elektromotorischen Kräfte in den Drahttheilen ab zu

beiden Seiten des Ringes Ströme gleicher Richtung in den Ankerwindungen. Auf die Riemenscheibe *W* legt man den Treibriemen, durch welchen der Anker in Umdrehung versetzt wird. Die

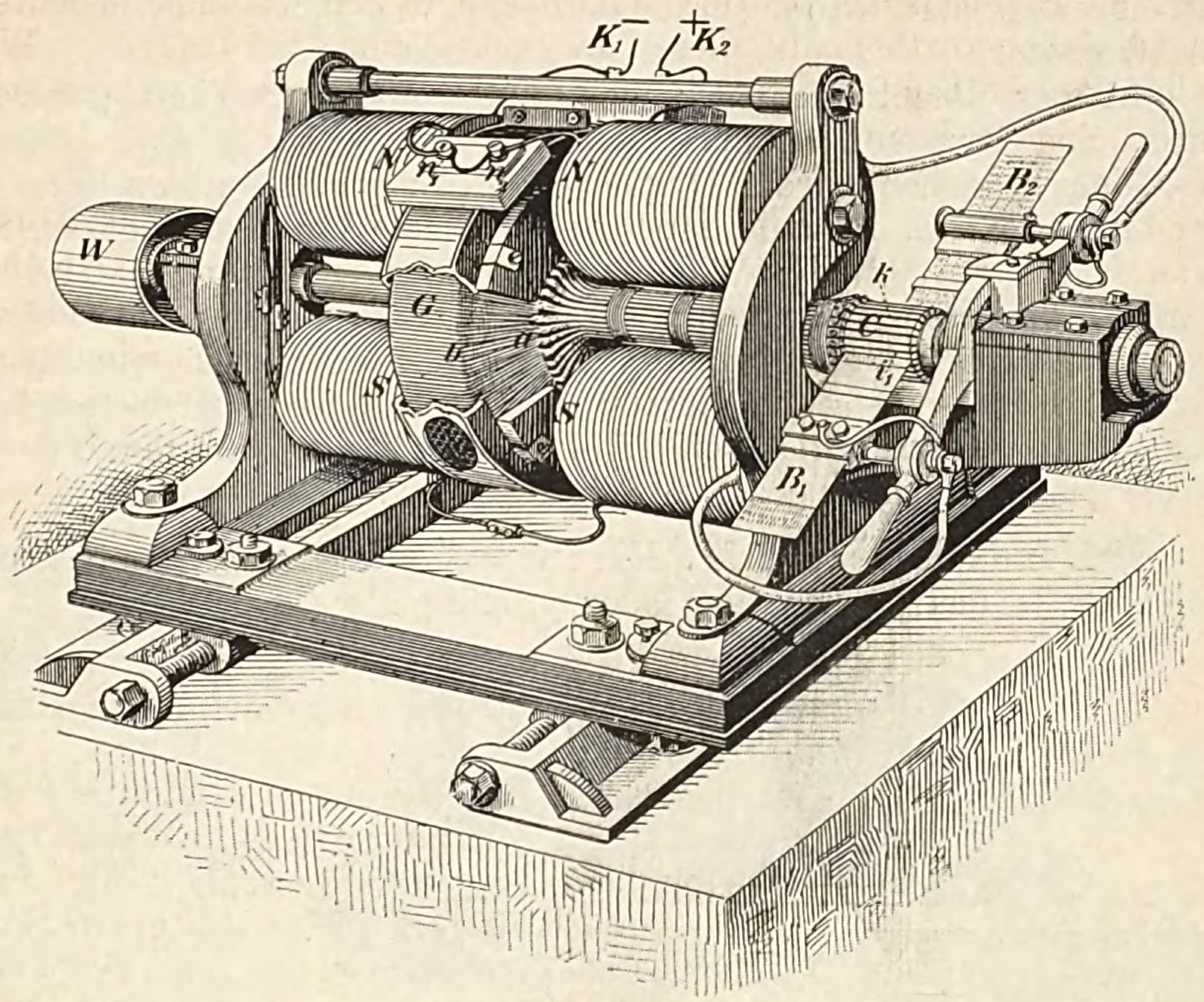


Fig. 395.

Maschine hat einen inneren Widerstand von 0,1 Ω. Sie wird durch einen 4-pferdigen Motor (Gasmotor) betrieben und kann bei der normalen Touren- oder Umdrehungszahl des Ankers, welche 1240 in der Minute beträgt, bei 65 Volts Klemmenspannung 37 Ampers in der Leitung *L* (Fig. 394), also in dieser einen nutzbaren elektrischen Effekt von 2405 Watts, entsprechend 3,3 Pferdekräften, hervorbringen.

792. Wirkungsgrad einer Dynamomaschine heisst das Verhältniss des nutzbaren elektrischen Effekts *i. K* (Art. 790) zu dem der Maschine bei ihrem Betriebe zugeführten mechanischen Effekt. Der Wirkungsgrad übersteigt bei den besten neuesten Construktionen 90 Proc.

793. Elektromotor. In Folge des Lenz'schen Gesetzes (Art. 773) wirken die von den Feldmagneten auf die stromdurchflossenen Ankerdrähte ausgeübten elektromagnetischen Kräfte hemmend auf die Rotation des Ankers ein, suchen ihn also in einem Sinn zu drehen entgegengesetzt dem Sinn, in welchem er durch den die Maschine treibenden Motor gedreht wird. In jenem entgegengesetzten Sinne wird daher der Anker wirklich gedreht werden, wenn man in die Klemmen der

Maschine einen so gerichteten Strom einleitet, wie ihn die Maschine, Strom liefernd, erzeugt. Dabei leisten die elektromagnetischen Kräfte Arbeit und wird elektrische Energie in mechanische Arbeit umgesetzt. So gebraucht heisst die Dynamomaschine ein Elektromotor.

In der Regel wird der den Elektromotor treibende Strom durch eine Dynamomaschine geliefert, welche durch eine Dampfmaschine betrieben wird. Obgleich die Umwandlung der Energie aus einer Form in die andere nie ohne Verluste bewerkstelligt werden kann (vgl. Art. 792), bietet doch eine solche Anordnung unter Umständen praktische Vortheile; sowie es auch bei der Anwendung des Leuchtgases zu Beleuchtungszwecken vortheilhaft sein kann, durch dasselbe, anstatt es direkt zu Leuchtflammen zu verwenden, einen Gasmotor, durch diesen eine Dynamomaschine und durch deren Strom eine Bogenlampe zu betreiben (vgl. Art. 748).

794. Inductionsapparat. Ein mit weichem Eisenkern versehenes Solenoid — das inducirende oder primäre *P* (Fig. 396) — ist in den Kreis einer Batterie eingeschaltet, welcher durch einen Neef'schen Hammer (Art. 786) abwechselnd geschlossen oder geöffnet wird. Dabei entstehen in einem über dieses Solenoid geschobenen zweiten — dem inducirten oder sekundären *S* — Schliessungs- und Oeffnungsströme. In kleinen derartigen Inductionsapparaten (Fig. 396) kann das auf einem Schlitten befestigte sekundäre Solenoid mehr oder weniger weit über das primäre geschoben und dadurch die Stärke der Inductionsströme nach Wunsch vermehrt oder vermindert werden.

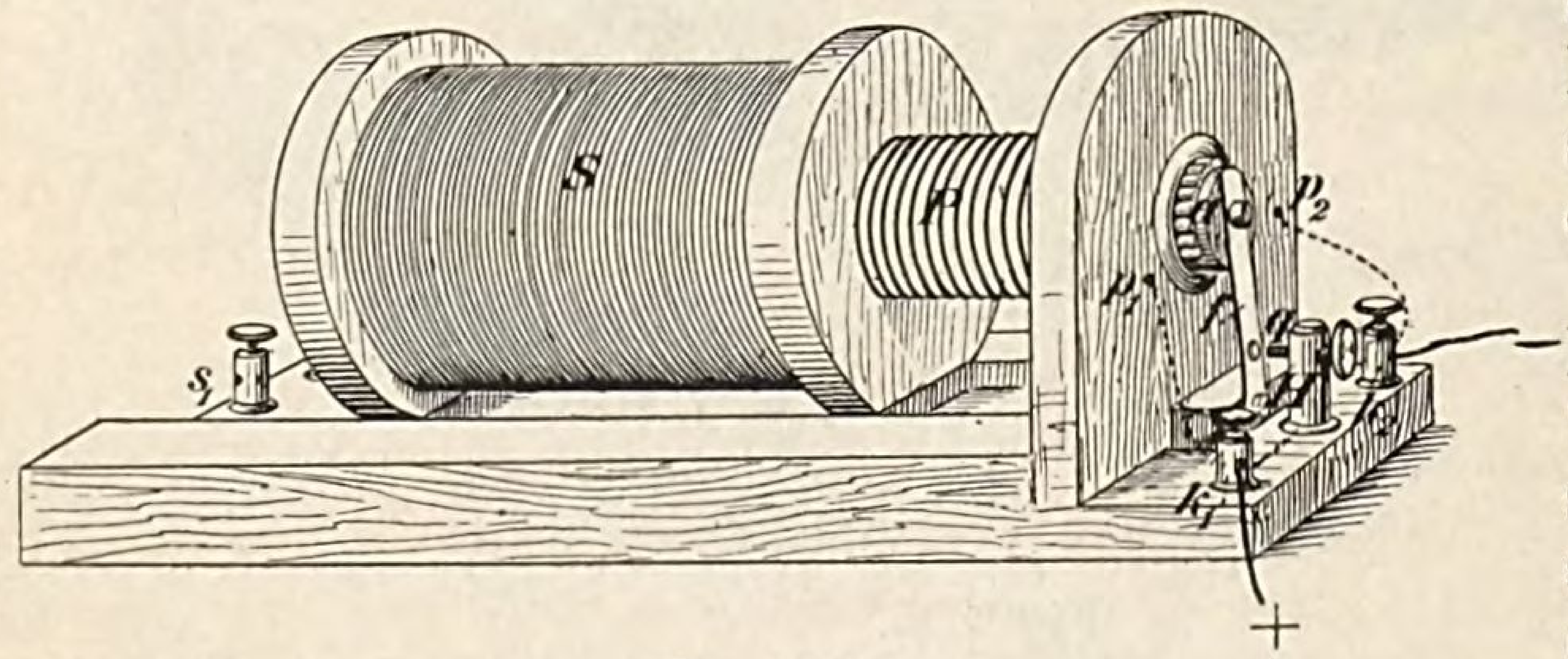


Fig. 396.

795. Schliessungs- und Oeffnungsstrom. Da nach Art. 784 die Zeit, in welcher der inducirende Strom bei der Schliessung zu seinem definitiven Werth ansteigt, grösser ist, als die Zeit, in welcher er bei der Oeffnung verschwindet, die Induction aber nur so lange stattfindet, als der inducirende Strom seine Intensität ändert, so ist die Dauer des Schliessungsstromes grösser, als die des Oeffnungsstromes. Da weiter nach Art. 780 in beiden Strömen dieselbe Elektricitätsmenge bewegt wird, so besitzt der kurz dauernde Oeffnungsstrom, während er besteht, eine grössere mittlere Intensität oder eine grössere mittlere elektromotorische Kraft, als der länger dauernde Schliessungsstrom. Dieser Unterschied der beiden Ströme äussert sich u. A. dadurch, dass der Oeffnungsstrom auf den thierischen und menschlichen Körper eine grössere physiologische Wirkung, als der Schliessungsstrom ausübt.

796. Funkeninductor. Sind die Enden s_1 und s_2 des sekundären Solenoids (Fig. 397) von einander isolirt, so erzeugt die elektromotorische Kraft der Induction, positive Elektricität an das eine, negative an das andere Ende treibend, zwischen diesen Enden s_1 und s_2 eine Potentialdifferenz, welche ihr das Gleichgewicht hält und welche nach Art. 795 bei der Oeffnungsinduction auf einen höheren Werth, als bei der Schliessungsinduction sich erhebt. Da die Induction auf jede Windung des sekundären Solenoids ausgeübt wird, so kann man durch Steigerung der Windungszahl des letzteren die elektromotorische Kraft der Induction auf einen sehr hohen Werth bringen und, während das primäre Solenoid durch eine Batterie von wenigen Volts betrieben wird, an den Enden des sekundären durch die Oeffnungsinduction Potentialdifferenzen von vielen Tausenden von Volts erzeugen.

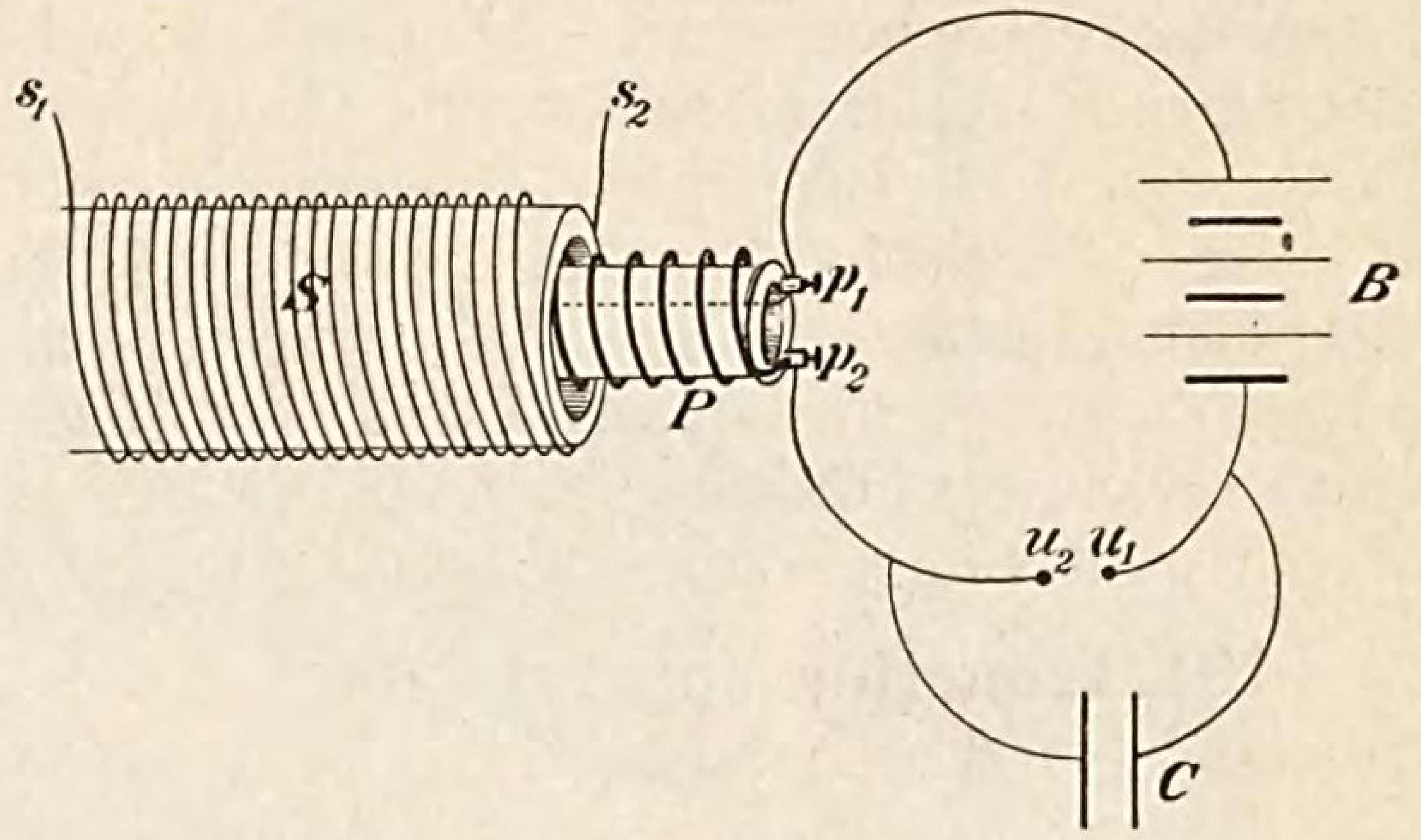


Fig. 397.

Damit dieses Ziel erreicht werde, kommt Alles darauf an, die Zeit, während deren bei der Unterbrechung des primären Stroms dieser, sowie der Magnetismus des Eisenkerns verschwindet, und dadurch die Dauer des Oeffnungsstroms möglichst zu verkleinern (Art. 795). Zu diesem Zwecke bildet man zunächst, um die Foucault'schen Ströme zu vermeiden (Art. 782), den Eisenkern aus dünnen von einander isolirten Eisendrähten. Weiter kommt es darauf an, den an der Unterbrechungsstelle des primären Kreises sich bildenden, durch die Selbstinduction verstärkten Oeffnungsfunken (Art. 784), welcher die Unterbrechung des primären Stromes verzögert, möglichst klein zu machen. Dazu verbindet man nach Fizeau, wie die schematische Fig. 397 zeigt, zwei auf verschiedenen Seiten der Unterbrechungsstelle liegende Punkte mit den Stanniolbelegungen eines Plattencondensators C, dessen isolirende Zwischenschicht durch Glasplatten oder gefirnisstes Papier gebildet wird. Ein grosser Theil der durch die Oeffnungsselbstinduction bewegten Elektricität fliesst dann auf die Belegungen des Condensators und wird so von den Enden u_1, u_2 der Unterbrechungsstelle abgehalten.

Ein so gebauter Apparat heisst ein Funkeninductor. Fig. 398 zeigt einen grösseren derartigen Ruhmkorff'schen Apparat, bei welchem der Neef'sche Unterbrecher nach M. Deprez construirt ist; der Anker a, an einer starken Feder befestigt, ist mit α, die Schraubenspitze durch den von a isolirten Theil b mit β leitend verbunden.

In Fig. 403, S. 371, sind p'_1 und p'_2 die Enden des primären Solenoids, c_1 und c_2 stehen bzw. mit der einen oder der anderen

Belegung des Fizeau'schen Condensators in leitender Verbindung.

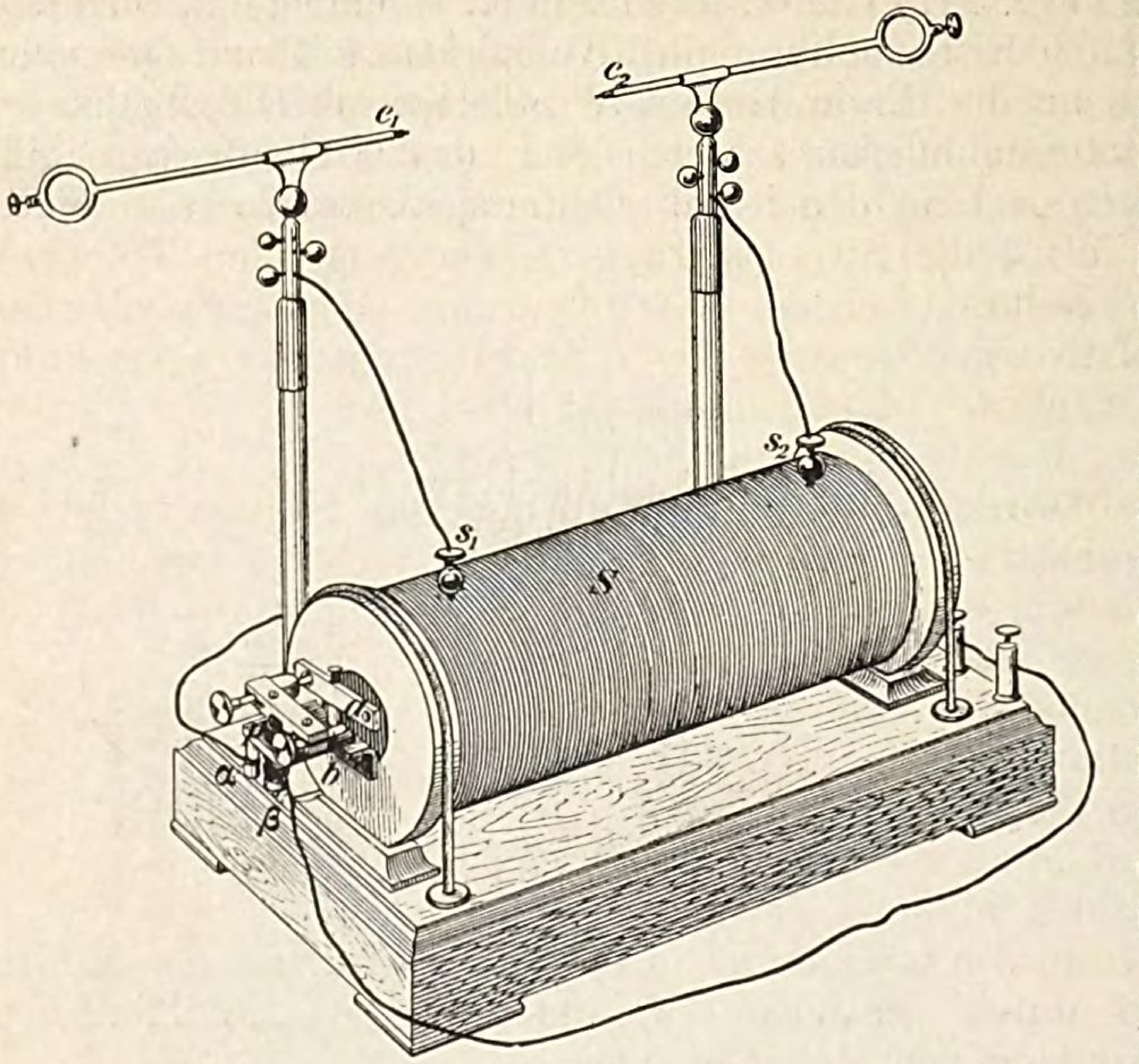


Fig. 398.

An c_2 und p'_2 sind die Batteriepole angelegt, d_1 und d_2 führen zu den Stellen β und α (Fig. 398) am Unterbrecher.

Der Apparat kann zwischen den Elektroden e_1 und e_2, in welche die Enden s_1 und s_2 des sekundären Solenoids sich fortsetzen, Decimeter lange zickzackförmige Funken hervorbringen. Verbindet man e_1 und e_2 mit den Belegungen einer Leydener Flasche, so wird die Schlagweite verringert, aber die Funken, in welchen nun grössere Elektricitätsmengen sich entladen, werden heller und lauter.

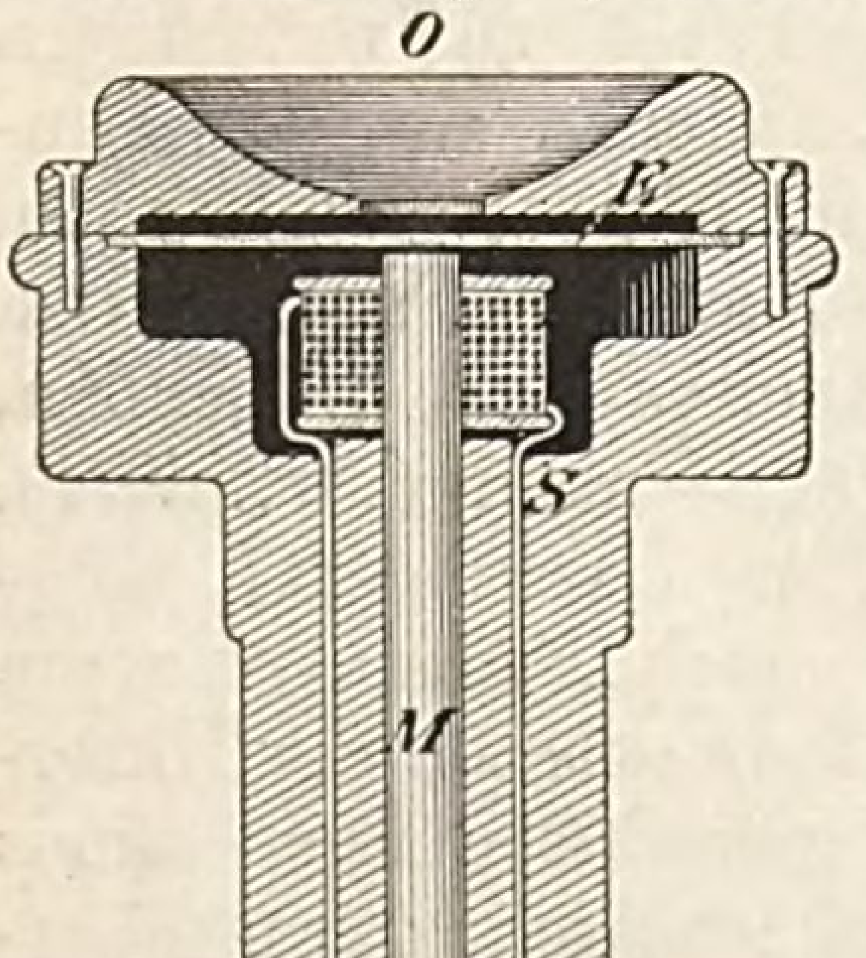


Fig. 399.

797. **Das Bell'sche Telephon.** Ein permanenter Magnet (Fig. 399) ist an dem einen Ende von einem kurzen Solenoid S umgeben; dem einen Magnetpol steht eine an den Rändern eingespannte kreisförmige Eisenmembran E gegenüber. Auf der Gebe- und Empfangsstation befindet sich je ein solches Telephon; die Solenoide beider sind bei d, e leitend verbunden. Wenn die durch den gegenüberstehenden Magneten magnetisch polarisirte Eisenmembran des gebenden Telephons A einwärts bewegt wird, so nimmt die Zahl der von dessen Solenoid eingefassten Kraftlinien zu; der hierdurch erregte Inductionsstrom wird auf das Solenoid des empfangenden Telephons B durch die Leitung fortgepflanzt und bewegt, falls er, in demselben Sinne wie der Magnet von B wirkend, dessen Anziehung auf die Eisenmembran verstärkt, die letztere einwärts. Aus entsprechenden Gründen bringt Auswärtsbewegung der

Membran von A Auswärtsbewegung der Membran von B hervor. Schallbewegung der Luft, an der Gebestation bei O eintretend, wird also mechanisch auf die Eisenmembran des Telephons A übertragen, von dieser elektrisch auf die Eisenmembran des Telephons B fortgepflanzt und von der letzteren mechanisch an die Luft des Gehörganges abgegeben, an welchen man den Schalltrichter des empfangenden Telephons anlegt. Wird die Stromrichtung im empfangenden Telephon umgekehrt, so ensteht bei der Fortpflanzung eines musikalischen Klanges eine relative Verzögerung von $\frac{1}{2}$ Schwingungsdauer (Art. 255), was auf die Klangfarbe ohne Einfluss ist (Art. 248).

798. Das Mikrophon. Bei einem anderen System telephonischer Uebertragung ist das gebende Telephon durch ein sogenanntes Mikrophon ersetzt. Eine Form desselben zeigt Fig. 400. Das bewegliche Stück B aus leitender Kohle liegt lose zwischen den auf einem Resonanzboden befestigten Stücken F_1 und F_2 aus dem gleichen Material. Die losen Contakte c_1 und c_2, sowie das Solenoid des empfangenden Telephons sind in den Stromkreis einer an der Gebestation aufgestellten galvanischen Batterie eingeschaltet. Die durch die Luftschwingungen erregten Schwingungen des Resonanzbodens ändern hier den elektrischen Leitungswiderstand an den losen Contakten und zwar vermehren und vermindern sie ihn abwechselnd, je nachdem beim Schwingen die Bewegung in dem einen oder in dem andern Sinn erfolgt. Dadurch entsteht abwechselnd Ab- und Zunahme der Stromstärke, diese „Stromschwingungen“ werden zu dem empfangenden Telephon fortgepflanzt und dort (Art. 797) in Schallschwingungen zurückverwandelt.

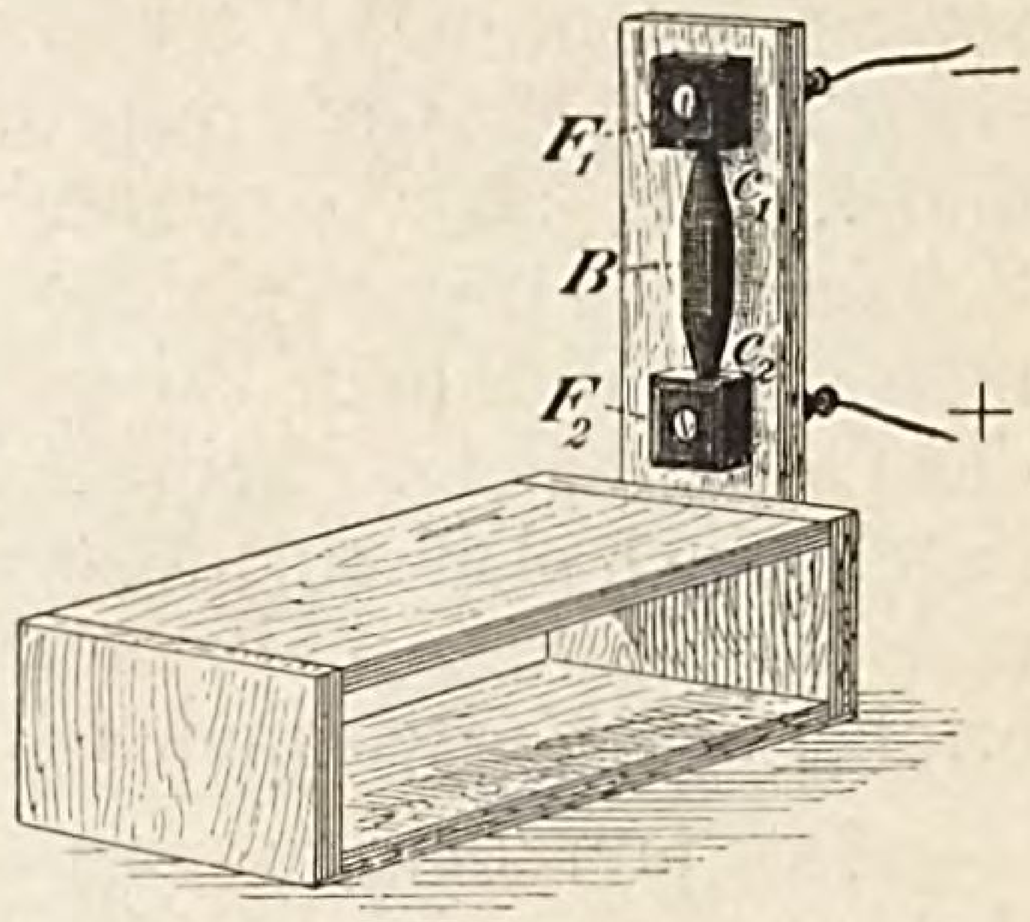


Fig. 400.

799. Der principielle Unterschied beider Systeme liegt darin, dass bei dem ursprünglichen Bell'schen System ein Theil der Energie des fortzupflanzenden Schalls in elektrische Energie verwandelt wird, bei der mikrophonischen Uebertragung hingegen durch den fortzupflanzenden Schall eine andere Energiequelle, nämlich die eingeschaltete Batterie, mehr oder weniger ausgelöst wird. Da nun bei der Fortpflanzung elektrischer Ströme im Draht ein Verlust an Energie durch Erzeugung Joule'scher Wärme eintritt (Art. 728), so ist im ersten Fall der von dem empfangenden Telephon abgegebene Schall nothwendig schwächer, als der in das gebende eintretende, während im zweiten Fall jener stärker als dieser sein kann.

800. Messung elektrolytischer Leitungswiderstände durch Wechelströme und Telephon (F. Kohlrausch). Eine Zersetzungszelle, in den Kreis einer galvanischen Batterie eingeschaltet, schwächt

den Strom nicht nur durch ihren elektrischen Leitungswiderstand, sondern auch durch die Polarisation der Elektroden (Artt. 715ff.); aus der Schwächung des Stromes kann daher nicht ohne Weiteres auf den Leitungswiderstand geschlossen werden.

Ebenso ist die Wheatstone'sche Methode in der Form des Art. 690 zur Bestimmung elektrolytischer Leitungswiderstände nicht anwendbar, da wegen der Polarisation die durch Gleichung (133) ausgesprochene Beziehung ihre Gültigkeit verliert.

In der Wheatstone'schen Drahtcombination (Art. 690) werde die Batterie durch das sekundäre Solenoid eines arbeitenden Inductionsapparates (Art. 794, Fig. 396) ersetzt. Das Leitersystem wird alsdann von den entgegengesetzt gerichteten Schliessungs- und Oeffnungsströmen, von sogenannten Wechselströmen durchflossen. Findet in den Leitern weder Selbstinduction noch Polarisation statt, so verschwinden die Wechselströme in der Brücke, wenn das durch Gleichung (133) ausgesprochene Verhältniss der Widerstände stattfindet. Da aber die rasch auf einander folgenden Oeffnungs- und Schliessungsströme gleiche und entgegengesetzt gerichtete galvanometrische Wirkung haben (Art. 780), und deshalb dem Magneten des Galvanometers keine Ablenkung ertheilen, so ersetzt man dieses durch ein Telephon, dessen Membran durch die Wechselströme hin und her bewegt und zum Ansprechen gebracht wird; die Einstellung erfolgt auf Verschwinden des Schalls im Telephon.

Ist nun der zu messende Widerstand im Zweige 3 (Fig. 349, Art. 690) ein elektrolytischer, so bewirkt die abwechselnd in entgegengesetztem Sinne auftretende Polarisation der Elektroden, dass das Telephon nie g a n z zum Schweigen kommt; macht man aber die Polarisation nach F. Kohlrausch durch Anwendung grosser platinirter Platinelektroden klein, so findet ein gut ausgeprägtes Minimum der Schallstärke und, wenn auf dieses eingestellt wird, das durch die Gleichung (133) ausgesprochene Verhältniss der Widerstände nahezu statt; unter der bezeichneten Voraussetzung giebt unter den gewöhnlichen Umständen die Methode hinreichend genaue Resultate.

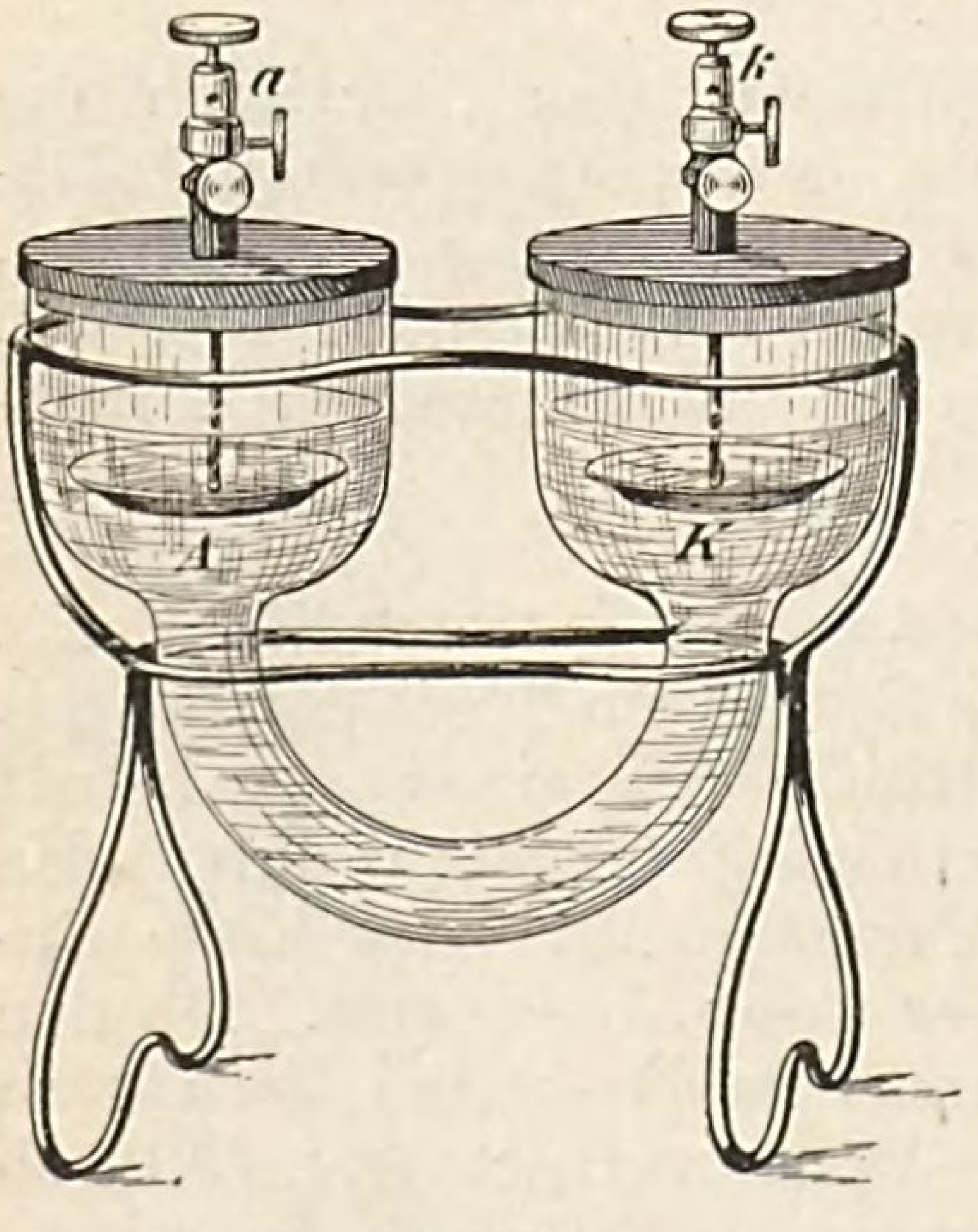


Fig. 401.

Fig. 401 zeigt ein Glasgefäss nach F. Kohlrausch zur Aufnahme der zu untersuchenden elektrolytischen Flüssigkeit, A und K sind die platinirten Platinelektroden. Das Verhältniss der Leitungswiderstände, welche die mit zwei v e r s c h i e d e n e n Elektrolyten nach einander gefüllte Zelle besitzt, ist gleich dem Verhältniss der s p e c i f i s c h e n Leitungswiderstände dieser Elektrolyte.

Cap. 19. Die elektromagnetische Theorie des Lichts und die Versuche von Hertz.

801. Die elektromagnetische Theorie des Lichts von Maxwell. Die Wellentheorie des Lichts kann auf die Annahme, dass auf einem Lichtstrahl eine wellenförmige transversale Bewegung sich fortpflanzt, in gleicher Weise gegründet werden, welches auch die Art dieser transversalen Wellenbewegung sei. Nach Maxwell ist dieselbe elektrischer Art, indem die auf einem Wellenstrahl liegenden Theilchen nach einander dieselben elektrischen Veränderungen erleiden (vgl. Art. 252) und in Abständen gleich einer halben Wellenlänge auf dem Strahl entgegengesetzte elektrische Zustände oder entgegengesetzt gerichtete elektrische Kräfte sich vorfinden.

Maxwell zeigte, dass nach dieser Theorie die Geschwindigkeit des Lichts in der Luft gleich der Art. 736 bestimmten Geschwindigkeit v sein muss; dass ferner die Verschiedenheit der Lichtgeschwindigkeit in verschiedenen Körpern von der Verschiedenheit ihrer Dielektricitätsconstanten (Art. 626) abhängt, in der Weise, dass die Brechungsexponenten für sehr lange Wellen sich wie die Quadratwurzeln aus den Dielektricitätsconstanten verhalten. Von der Erfahrung wird die erste Folgerung bestätigt und die zweite scheint überall da zuzutreffen, wo störende Nebenumstände sekundärer Art nicht vorhanden sind.

802. Die Versuche von Hertz. Hertz ist es gelungen (1888), durch elektrische Methoden Wellenstrahlen elektrischer Kraft nachzuweisen und zu zeigen, dass dieselben sich nach denselben Gesetzen wie die Lichtstrahlen fortpflanzen.

803. Der primäre Leiter. Zwei in Kugeln endigende Messingröhren p_1 und p_2 (Fig. 403) sind mit den Polen des sekundären Solenoids eines arbeitenden Funkeninductors verbunden. Die Funkenentladung zwischen den beiden Kugeln ist dann eine oscillirende, wie die Entladung einer Leydener Flasche unter den Art. 635 geschilderten Umständen. Die Schwingungsdauer der elektrischen Oscillationen ist um so kleiner, je kleiner die Dimensionen der Metalltheile p_1 und p_2 des primären Leiters sind.

804. Stehende Wellen elektrischer Kraft. Der vertikal

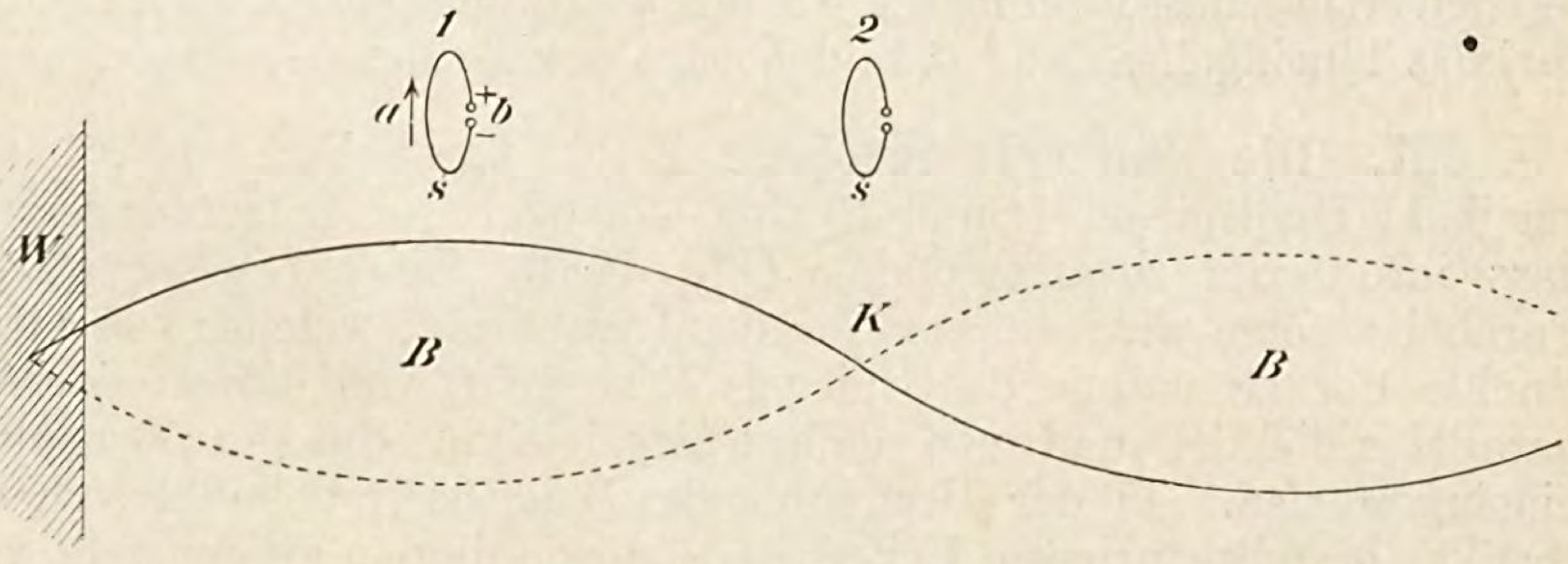


Fig. 402.

angenommene primäre Leiter sei, nicht wie Fig. 403, sondern frei

in der Luft aufgestellt. Die von ihm ausgehenden Transversalwellen elektrischer Kraft werden von einer ihm gegenübergestellten vertikalen leitenden Wand W (Fig. 402) reflektirt, und durch die Interferenz der direkten mit den reflektirten Wellen bilden sich zwischen dem primären Leiter und der Wand stehende Wellen (Art. 281), wozu der Art. 280 geschilderte akustische Versuch ein Analogon darstellt. In den Knoten K ist die elektrische Kraft am kleinsten, in den Bäuchen B nimmt sie bei den Schwingungen die grössten Werthe an.

805. Der sekundäre Leiter s (Fig. 402) dient zur Prüfung der Schwingungsweite an den verschiedenen Stellen. Er besteht aus einem Drahtkreise, dessen Ebene vertikal und senkrecht zur Fortpflanzungsrichtung der Wellen (senkrecht zur Ebene des Papiers) steht und welcher bei b durch eine kleine Funkenstrecke unterbrochen ist. Steht der Kreis so, wie Fig. 402, so bringt eine in der elektrischen Welle auftretende aufwärts gerichtete elektrische Kraft bei a, wo der Leiter geschlossen ist, eine grössere Wirkung hervor, als bei b, wo er offen ist. Das obere Ende der Funkenstrecke wird dadurch positiv, das untere negativ elektrisch und es entsteht zwischen den beiden Enden der Funkenstrecke eine Potentialdifferenz, welche einen kleinen Funken bei b erzeugen kann. Verschiebt man nun den sekundären Leiter längs der Wellen, so werden die Fünkchen am stärksten in der Nähe der Bäuche, sie verschwinden in der Nähe der Knoten und dienen so zum Nachweis der letzteren.

806. Messung der Fortpflanzungsgeschwindigkeit elektrischer Wellen. Der Abstand zweier Knoten ist gleich der halben Wellenlänge $\lambda/2$ und diese ist $\lambda/2 = c \cdot T/2$, wenn c die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wellen, T die Schwingungsdauer bedeutet (Art. 254). Aus der experimentell gefundenen Wellenlänge und der theoretisch berechneten Schwingungsdauer wird nach dieser Gleichung die Fortpflanzungsgeschwindigkeit c berechnet, welche der Lichtgeschwindigkeit nahe gleich sich ergeben hat.

Bei den Versuchen von Hertz betrug die Schwingungsdauer 2,2 Tausendmillionstel *sc*; die entsprechende Halbwellenlänge 33 cm. Nur durch Anwendung so schneller Schwingungen werden so kurze Wellen erzielt, dass ihrer mehrere in den beschränkten Raum des Laboratoriums hineingehen, und darauf beruht der Erfolg des Experiments.

807. Die Spiegelversuche. Zwei parabolisch gekrümmte vertikale Hohlspiegel P und S sind einander so gegenübergestellt, dass ihre Axen zusammenfallen (Fig. 403). Einer Eigenschaft der Parabel zufolge wird ein horizontaler Lichtstrahl, welcher von einem Punkte der Brennlinie des Spiegels P ausgeht, von diesem der Axe parallel reflektirt und von dem Spiegel S in dessen Brennlinie hineingeworfen. In der Brennlinie des Spiegels P befindet sich der vertikal gestellte primäre Leiter p_1, p_2; von diesem ausgehende, vom Spiegel P reflektirte Strahlen werden am Spiegel S in dessen Brennlinie concentrirt und wirken auf den in diese Brennlinie gestellten sekun-

dären Leiter, der aus zwei von einander getrennten Metallblechen s_1 und s_2 besteht. Mit diesen waren bei den Versuchen von Hertz dünne Drähte verbunden, welche die Rückwand des Spiegels isolirt durchsetzten und hinter dem Spiegel, eine kleine Funkenstrecke zwischen sich lassend, einander gegenüber standen. Die in dem sekundären Leiter erregten elektrischen Schwingungen brachten dann kleine Fünkchen auf der Funkenstrecke hervor, welche im verdunkelten Raum gesehen wurden. Durch die Anwendung der Spiegel werden die Strahlen elektrischer Kraft zusammengehalten und auf grössere Entfernung hin wahrgenommen.

808. Methode von Zehnder. Die im unverdunkelten Raum nicht sichtbaren Hertz'schen Fünkchen bilden sich zwischen den in das Geissler'sche Rohr G (Fig. 403, Art. 745) eingeführten, einander sehr nahe gegenüber stehenden Elektroden h_1 und h_2, welche bzw. mit den Hälften s_1 und s_2 des sekundären Leiters verbunden sind. Von den Hauptelektroden A und K des Geissler'schen Rohres führen Drähte zu den Polen eines 600-gliedrigen Bleiaccumulators,

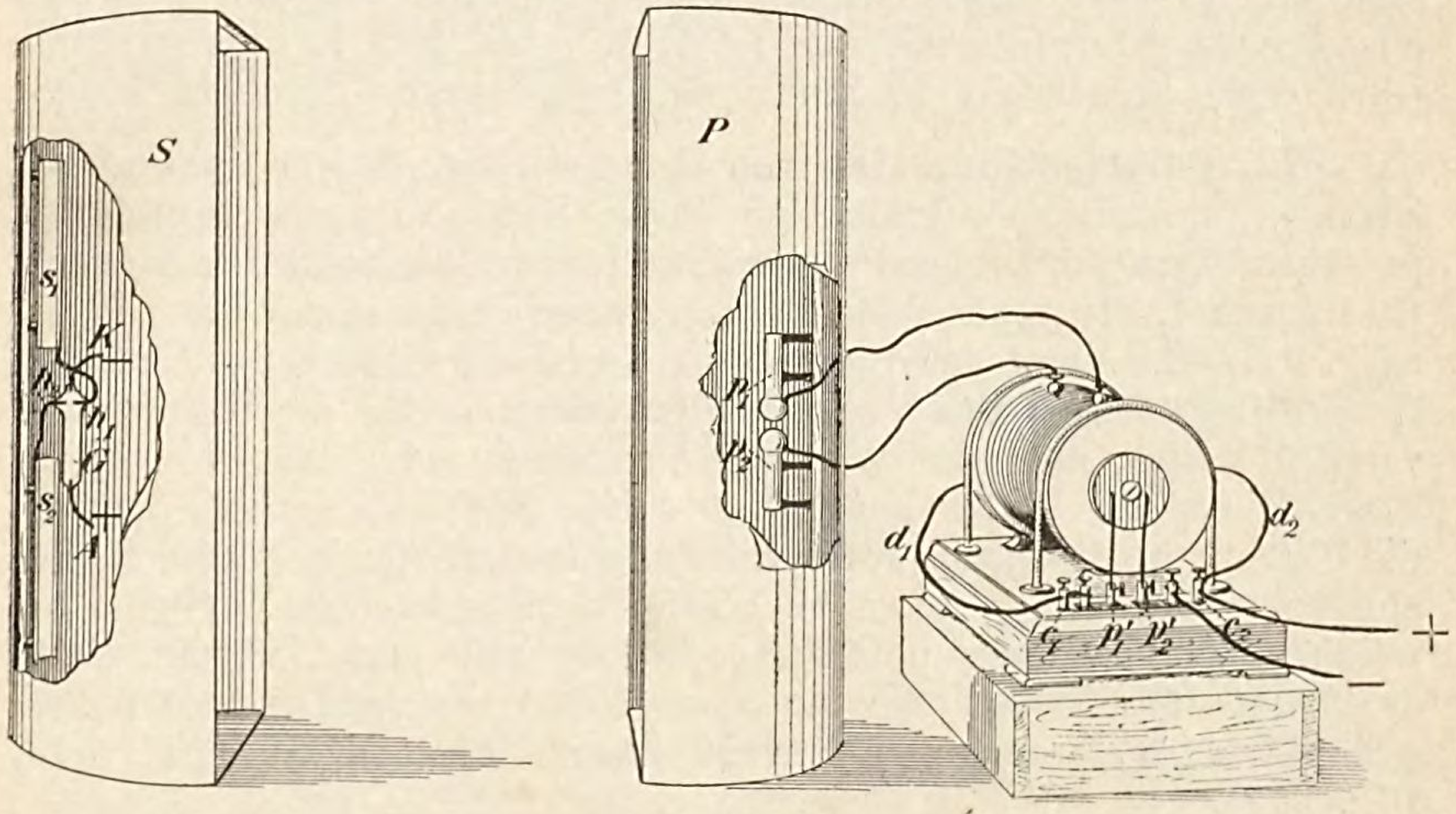


Fig. 403.

deren Potentialdifferenz V so regulirt wird[1], dass sie nur mit Beihülfe der Hertz'schen Fünkchen einen Strom als Glimmentladung durch das Rohr hindurch zu unterhalten vermag. An dem Einsetzen der im unverdunkelten Raum weithin sichtbaren Glimmentladung wird das Einsetzen der Hertz'schen Fünkchen, an dem Verschwinden der Glimmentladung das Verschwinden der Hertz'schen Fünkchen erkannt.

Mit dieser Vorrichtung lassen sich folgende Versuche von Hertz zur objektiven Darstellung bringen.

[1] Dies geschieht, indem man zwischen den Polen der Batterie einen grossen, regulirbaren Widerstand W im Nebenschluss zu dem Geissler'schen Rohr G überlegt (Art. 689). Ist E die elektromotorische Kraft der Batterie, w_i ihr innerer Widerstand, so ist die Potentialdifferenz V an ihren Polen $V = E - i \cdot w_i$, wenn i die Stromstärke bedeutet (Art. 673). Indem man W verkleinert, vergrössert man i und bringt dadurch V auf den gewünschten Werth.

809. Schattenbildung. Das Prüfungsrohr erlischt, die Hertz'schen Funken verschwinden, wenn eine leitende Wand, also ein Metallschirm oder auch nur der menschliche Körper zwischen den Spiegeln den Strahlen in den Weg gestellt wird.

810. Reflexion. Man stelle die vertikalen Spiegel so auf, dass ihre horizontalen Axen sich unter einem Winkel von 90° schneiden. Dabei bleibt das Prüfungsrohr dunkel, wird aber zum Leuchten gebracht, wenn in den Kreuzungspunkt der Axen, senkrecht zu deren Mittellinie, also einen Winkel von 45° mit ihnen bildend, ein ebener (vertikaler) Metallschirm gebracht wird. Derselbe Erfolg wird durch ein aus parallelen Metalldrähten bestehendes Gitter, wenn die Gitterdrähte vertikal stehen, herbeigeführt.

811. Brechung. Stellt man zwischen die in der alten Weise (Fig. 403) einander gegenübergestellten Spiegel ein Asphaltprisma mit vertikaler brechender Kante den Strahlen in den Weg, so verschwinden die Hertz'schen Fünkchen, treten aber wieder auf, wenn man die Axe des empfangenden oder sekundären Spiegels S in die aus der Dielektricitätsconstante (Art. 801) und dem Brechungsgesetz (Art. 452) berechnete Richtung der gebrochenen Strahlen bringt.

812. Polarisation. Die von dem primären Leiter entsendeten Strahlen elektrischer Kraft sind ihrer Entstehung nach gradlinig polarisirt (Art. 559). Die Polarisation der Strahlen zeigt sich dadurch, dass das Art. 810 beschriebene Gitter, zwischen die in der alten Weise (Fig. 403) einander gegenübergestellten Spiegel gebracht, das Leuchten des Prüfungsrohres zum Verschwinden bringt, wenn die Gitterdrähte vertikal stehen, aber die Wirkung durchlässt, wenn man von dieser Stellung aus das Gitter um 90° in seiner Ebene dreht und dadurch die Drähte in die horizontale Richtung bringt. Dieser Versuch entspricht bis zu einem gewissen Grade dem optischen Versuch, bei welchem ein gradlinig polarisirter Strahl auf eine Turmalinplatte senkrecht auftrifft und von ihr abwechselnd durchgelassen und ausgelöscht wird, wenn man sie in ihrer Ebene dreht (Art. 573, Fig. 278).

813. Bedeutung dieser Versuche. Unsere Ueberzeugung, dass dunkle Wärme- und Lichtstrahlen derselben Natur sind, gründet sich vorzugsweise auf den von Melloni, Knoblauch u. A. erbrachten Beweis, dass beide Strahlengattungen sich nach denselben Gesetzen fortpflanzen und qualitativ dieselben Eigenschaften besitzen (Art. 592). In demselben Sinne liefern die Versuche von Hertz den Beweis, dass Licht- und dunkle Wärmestrahlen Strahlen elektrischer Kraft sind.

---

814. Zur Geschichte der Elektricitätslehre. Die Bedingungen, unter welchen mechanische Wirkungen elektrischer Kräfte beobachtet werden, treffen in der Natur nur selten zusammen; nur langsam lernte man diese Bedingungen künstlich hervorbringen, so kommt es, dass die Elektricitätslehre der jüngste Zweig der Physik ist.

Die den Alten am Bernstein bekannte Eigenschaft, durch Reiben elektrisch zu werden (Art. 599), wies Gilbert 1600 an einer grossen Zahl anderer Körper nach. Otto v. Guericke war der Erste, welcher elektrische Abstossung bemerkte (1672). Die ersten umfassenden Beobachtungen über die Fortleitung der elektrischen Kräfte verdankt man Gray und Dufay; letzterer entdeckte die beiden Arten der Elektricität (um 1730). Die Reibungselektrisirmaschine, zu welcher O. v. Guericke den Anfang gemacht hatte, wurde von Bose durch Einführung des Conduktors, von Wilke durch Einführung des Reibzeuges wesentlich vervollkommnet (um 1745). Grosses Aufsehen erregten die physiologischen Wirkungen des Entladungsstromes der von Kleist 1745 erfundenen, sogenannten Leydener Flasche, deren Wirkungsweise Franklin, der Entdecker des Blitzableiters, erklärte (1747).

Magnetische Untersuchungen, von Gilbert in umfassender Weise begonnen, wurden in England besonders mit Rücksicht auf die Bedürfnisse der Schifffahrt angestellt.

Newton hatte die Wirkungsweise der Kräfte unentschieden gelassen; doch gelangte in Folge seiner Arbeiten die Anschauung, dass die Gravitationskraft durch den einflusslosen leeren Raum in die Ferne wirkt, zur Herrschaft. Die Uebertragung dieser Anschauungsweise auf die elektrischen Kräfte erhielt eine mächtige Förderung durch Coulomb (1736—1806), welcher 1785—1789 zeigte, dass die elektrischen und magnetischen Kräfte, ebenso wie die Gravitationskraft, dem Quadrat der Entfernung zwischen den auf einander wirkenden Theilchen umgekehrt proportional sind.

Eine neue Periode für die Elektricitätslehre begannn, als Volta (1745—1827), einen Versuch Galvani's verfolgend, das galvanische Element entdeckte (1794—1800). Durch Benutzung dieser ergiebigen Elektricitätsquelle entdeckte Carlisle 1800 die chemische Wirkung des elektrischen Stromes, Oersted (1777—1851) 1820 dessen magnetische Kraft (Art. 677), Ampère (1775—1836) 1820 die zwischen Stromträgern ausgeübte elektromagnetische Wirkung (Art. 768); alle diese Wirkungen werden von dem Strom der Reibungselektrisirmaschine in so geringer Stärke ausgeübt, dass sie den auf ihn angewiesenen älteren Beobachtern entgingen (vgl. Art. 736). Die zu diesen Untersuchungen benutzten Elemente waren inconstant (Art. 665); zur Herstellung constanter Ströme war man damals auf die von Th. Seebeck 1821 entdeckten Thermoströme (Art. 741) beschränkt, mit deren Hülfe G. S. Ohm (1787—1854) 1826 das nach ihm benannte grundlegende Gesetz fand (Art. 670).

Die neuen elektromagnetischen Kräfte wurden von Ampère in Newton'scher Weise behandelt, nämlich einem einfachen Gesetze über die Fernwirkung zwischen zwei Stromtheilchen untergeordnet. (1823).

Poisson (1781—1840) begründete 1824 die Theorie des inducirten Magnetismus (Art. 753).

Faraday (1791—1867) war der Erste, welcher die Vorstellung, dass die elektrischen und magnetischen Kräfte durch ein Medium von Theilchen zu Theilchen fortgepflanzt werden, experimentirend in

ihre Consequenzen verfolgte. Aber obgleich er auf dem Boden dieser Anschauungsweise die weittragendsten Entdeckungen machte (Artt. 626, 759, 762, 772), so fanden doch seine Ideen, welche er nicht in mathematischer Form, ja in einer von der hergebrachten weit abweichenden Ausdrucksweise vortrug, zunächst wenig Anklang. Auch wies er keine Schwächen in der herrschenden Theorie der Fernkräfte nach, welcher sich vielmehr die von ihm entdeckten Thatsachen noch unterordnen liessen. Auf dem Boden dieser Theorie standen Green (1793—1841) und Gauss (1777—1855), indem sie die Theorie des Potentials (Art. 620) begründeten und entwickelten; Gauss und W. Weber (1804—1891), als sie magnetische und elektrische Grössen in absolutem Maasse messen lehrten (Artt. 650, 679, 731, 733); F. Neumann, welcher das allgemeine Gesetz der inducirten Ströme für geschlossene Kreise aufstellte; H. v. Helmholtz, G. Kirchhoff und Lord Kelvin (W. Thomson) in ihren grundlegenden theoretischen Arbeiten über die Elektricität und den Magnetismus.

Die moderne Elektrotechnik erwuchs aus der von W. v. Siemens 1867 gemachten Erfindung der Dynamomaschine, welche elektrische Ströme auf Kosten von mechanischer Arbeit hinreichend billig für technische Zwecke liefert.

Die Fruchtbarkeit der Faraday'schen Ideen zeigte sich erst, als J. Cl. Maxwell (1831—1879) sie in mathematische Form brachte und sie zu einer Theorie entwickelte, welche die Maxwell'sche Theorie genannt wird. Die in ihr enthaltene elektromagnetische Theorie des Lichts bestätigte sich in wichtigen Consequenzen (Art. 801); es zeigte sich, dass die Maxwell'sche Theorie manche Erscheinungen ungezwungener als die alte Theorie erklärte; endlich adoptirten die Elektrotechniker die der Faraday-Maxwell'schen Anschauungsweise entsprechende Methode, Inductionswirkungen mit Hülfe der Kraftlinien zu beurtheilen. So gewann die Maxwell'sche Theorie ohne Kampf mehr und mehr an Boden, bis in neuester Zeit durch die Versuche von H. Hertz (Artt. 802 ff.) ihr Uebergewicht über die ältere Theorie entschieden wurde.

Bayerische Staatsbibliothek MÜNCHEN

Sachregister.

Aberration des Lichts 232.
Abkühlungsgeschwindigkeit 188.
Absolute Feuchtigkeit 172.
Absolutes Maass 26.
— elektromagnetisches Maasssystem 335.
Absorption der Gase 101.
— des Lichts 226.
— der Wärmestrahlen 269.
Absorptionscoefficient, Bunsen'scher 101.
Absorptionsspektrum 227.
Absorptionsspektra glühender Gase 227.
Abweichung von der Vertikalen beim freien Fall 48.
Achromatisches Prisma 206.
Achromatisirtes Kalkspathprisma 253.
Adiabatische Elasticität 154.
— Linien 154.
Akkommodation 217.
d'Alembert'sches Princip 30.
Allaktine Körper 271.
Amper 314, 337.
Ampermeter 318.
Amylacetatlampe 226.
Aneroidbarometer 65.
Anion 326.
Anisotroper Körper 84.
Anode 325.
Apochromatische Systeme 215.
Arbeit 15.
Archimedes'sches Princip 56.
Astatisches System 317.
Astronomisches Fernrohr 218.
Atom 171.
Atomwärme 147.
Atwood'sche Fallmaschine 29.
Aufrechtsehen 216.
Auftrieb 56.
Auge 216.
Ausbreitung 95.
Ausdehnung fester Körper 136—137.
— tropfbarer Körper 137—140.
— scheinbare 131, 138.
— gasförmiger Körper 140—144.
Ausdehnungscoefficient, linearer 136.
— cubischer 137.
Auslader 287.
Ausserordentlicher Strahl 250.
Avogadro'sche Hypothese 170.

Ballistisches Galvanometer 318.
Barometer 62.
Barometerstand, abgelesener 63.
— reducirter 63.
Barometrisches Höhenmessen 65.
Batterieschaltung 310.
Beleuchtungsstärke 224.
Beschleunigung 25.
Beugung 241.
— im Mikroskop 246.
Beugungsgitter 245.
Beugungsspektrum 246.
Bewegung, gleichförmige 2.
Bewegungsgesetz, das erste 4.
— das zweite 25.
— das dritte 6.
Bewegungsgrösse 26.
Biegung 87.
Bifilare Aufhängung 13.
Bilder kleiner Oeffnungen 191.
Biot-Savart'sches Gesetz 313.
Bleiaccumulator 306, 332.
Blitz 290.
Blitzableiter 290.
Bogenentladung 342.
Bogenlampe 342.
Bogenlicht 342.
Bolometer 266.
Bouguer'sches Photometer 225.
Boyle-Mariotte'sches Gesetz 82.
Brechungsverhältniss 199.
— absolutes 201.
— Bestimmung des Brechungsverhältnisses 203.
Brewster'sches Gesetz 249.
Brückenwage 24.
Bunsen'sche Pumpe 76.
Bunsen'scher Brenner 78.
Bunsen'sches Element 306, 334.
— Photometer 225.

Calorimetrischer Wasserwerth 144.
Camera obscura 215.
Campanisches Okular 220.
Capacität, elektrostatische 284.
Capillarelektrometer 334.
Capillarröhren 96.
Carnot-Clausius'sches Princip 182.

Centrifugaler Trägheitswiderstand 40.
Centripetale Componente der Beschleunigung 38.
Chemische Wirkungen des Lichts 230.
Chromatische Abweichung 214.
Circularpolarisation 260.
Clapeyron's graphische Darstellung 153.
Clark'sches Element 306.
Combinationstöne 121.
Communicirende Röhren 54, 60.
Compensationsmethode von Poggendorff 324.
Compensationspendel 136.
Compensationsstreifen 137.
Componenten einer Kraft 9.
Compoundmaschine 362.
Compression 81.
Compressionsluftpumpe 68.
Concavspiegel 195.
Condensation der Gase 177.
Condensator 280.
— Fizeau'scher 365.
Consonanz 119.
Constante Elemente 305, 333.
Contraktion bei Mischung tropfbarer Flüssigkeiten 99.
Convexspiegel 198.
Coulomb 338.
Coulomb'sches Grundgesetz der Elektricität 276.
— des Magnetismus 291.
Cubischer Ausdehnungscoefficient 137.

Dalton'sches Gesetz 97.
Dampf, gesättigter 161.
— überhitzter 167.
Dampfbildung im lufterfüllten Raum 163.
Dampfdichte 168.
— theoretische 171.
Dämpfer im Galvanometer 317, 357.
Dampfmaschine 179.
— mit Expansion 182.
Daniell'sches Element 306, 333.
Dehnbarer Körper 88.
Deklination 295.
Deklinationsnadel 295.
Diamagnetischer Körper 347.
Dichtigkeit 58.
— der Luft 71.
Dichtigkeitsmaximum des Wassers 140.
Dielektricitätsconstante 285.
Differentialflaschenzug 21.
Diffusion der tropfbaren Flüssigkeiten 99.
— der Gase 97.
Dispersion 206.
Dissonanz 119.
Doppelbrechung im Kalkspath 250.
— künstliche 259.
Drehung der Polarisationsebene im Quarz 260.
— Magnetische 348.
Drehungsmoment 11.
Drehwage, elektrische 275.
Druckgesetz der Gase 141.
Druckkräfte 5.
Druckpumpe 68.
Druckwasser 52.
Druckzunahme mit der Tiefe 53.
Dynamomaschine 361.
Dyne 26.

Effekt 79.
Effektive Pferdekräfte 181.
Einaxige Krystalle 253.
Eiscalorimeter 145.
Eispunkt 132.
Elasticität 81.
— der tropfbaren Flüssigkeiten 83.
— der Gase 83.
— fester Körper 84.
Elasticitätscoefficient 85.
Elastische Nachwirkung 88.
Elektricität 272.
— positive und negative 273.
Elektrische Drehwage 275.
Elektrisches Bogenlicht 202, 342.
Elektrische Flächendichte 277.
Elektrischer Funken, Dauer 290.
Elektrische Influenz 273.
— Kräfte 272.
Elektrochemisches Aequivalent 329.
Elektroden 325.
— unpolarisirbare 333.
Elektrolyse 325.
— Sekundäre Produkte der Elektrolyse 327.
Elektrolyte 303, 325.
Elektromagnet 345, 346.
Elektromagnetische Kräfte, Arbeit derselben 349.
— Theorie des Lichts von Maxwell 369.
Elektromagnetisches Maasssystem, absolutes 335, 355.
Elektromotor 363.
Elektromotorische Kraft 302.
Elektrophor 274.
Elektrostatische Capacität 284.
Elemente, constante und inconstante 305, 333.
— des Erdmagnetismus 294.
Emission der Aetherwellen 267.
Emissionstheorie 236.
Energie eines Körpers 151.
— der Pendelschwingungen 36.
Entladung, oscillirende 290.
Entladungspotentialdifferenz 286.
Erdinduktor 356.
Erdleitungen 312.
Erdmagnet 300.
Erdmagnetismus 294.
Erdmasse 47.

Erdrotation, ihr Einfluss auf die Windrichtung 48.
Erg 33.
Erhaltung der Elektricität 274.
— der Energie 17.
Erzwungene Schwingungen der Luft in Röhren 129.
— — eines Punktes 120.
— — der Saiten 124.

Fadenkreuz 220.
Fallgesetze 27.
Farad 338.
Faraday'sche Gesetze der Elektrolyse 329.
Faraday-Maxwell'sche Theorie 285.
Farben dünner Blättchen 239.
Federwage 7.
Fernkräfte, scheinbare 6.
Fernrohr 218.
Fester Körper 81.
Fizeau'scher Condensator 365.
Flächendichte, elektrische 277.
Flageoletklänge 123.
Flaschenzug 14.
Fluorescenz 229.
Flüssigkeit 50, 81.
Flüssigkeitsoberfläche, freie 54.
Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichts 232.
Foucault'scher Pendelversuch 49.
Foucault'sche Ströme 358.
Fourier'scher Satz 107.
Fraunhofer'sche Beugungserscheinungen 242—243.
— Linien 205 228.
Fresnel'scher Spiegelversuch 237.
Fresnel'sche Wellenfläche 254.
Friktionsräder 19.
Funkeninduktor 365.
Funkenwärme 289.

Galilei'sches Fernrohr 223.
Galvanische Batterie 304.
— Polarisation 331.
Galvanisches Element 302, 304.
Galvanometer 314.
— ballistisches 318.
— mit Nebenschluss 320.
Galvanoplastik 331.
Gaselement, Grove'sches 332.
Gasförmige Flüssigkeit 81.
Gasometer 76.
Gasverdichtung 102.
Gesättigter Dampf 161.
Geschichte der Elektricität 372.
— — Mechanik 49.
— — Optik 263.
— — Wärmelehre 188.
Geschwindigkeit 3.
— v 337.
Glaselektricität 273.
Glassatz 249.
Gleichgewicht, stabiles und labiles 13.
Glimmentladung 341.
Goldblattelektroskop 273.
Gradlinige Fortpflanzung des Lichts 190, 244.
Gramme'scher Ring 360.
Gravitationsconstante 47.
Gravitationsgesetz 44.
Gravitationsmaass der Kraft 6.
Grove'sches Gaselement 332.
Gypsblättchen im Polarisationsapparat 256.

Haarhygrometer 173.
Halbschattenapparat 262.
Härte 88.
Harzelektricität 273.
Haüy'scher Stab 317.
Hauptpunkte 213.
Hauptschnitt eines Prismas 201.
— eines einaxigen Krystalls 254.
Hauptstrommaschine 362.
Hebel 10.
Hebelgesetz 10.
Heber 66.
Hefnerlicht 226.
Heliostat 205.
Helligkeit 225.
Henry'sches Gesetz 101.
Henry-Dalton'sches Gesetz 101.
Hertz' Versuche über Strahlen elektrischer Kraft 369.
Homogenes Magnetfeld 292.
Horizontalintensität 295.
— Bestimmung der Horizontalintensität nach Gauss 297.
Huyghens'sche Construktion 250.
Huyghens'sches Princip 235.
Hydraulische Presse 51.
Hydrodynamischer Druck 75.
Hydrostatischer Druck 51.
Hydrostatische Drucke durch Flüssigkeitshöhen ausgedrückt 54.
Hygrometrie 172.

Inconstante Elemente 305, 333.
Indicirte Pferdekräfte 181.
Inducirter Magnetismus 345.
Induktion in geschlossenem Kreise 355.
Induktionsapparat 364.
Induktionsstrom 354.
Influenz, elektrische 273.
Influenzmaschine 279.
Inklination 295.
Inklinationsnadel 297.
Intensität des Lichts 237.
Interferenz des Lichts 237.
— des Schalls 116.
Jonen 326.
— freie 327.

Joule'sches Gesetz 335.
Joule'sche Wärme 335.
Isochromatische Curven 260.
Isolatoren 272.
Isotherme Elasticität 154.
— Linien 154.
Isotroper Körper 84.

Kalkspathkreuz 259.
Kältemischungen 160.
Kathetometer 139.
Kathode 325.
Kation 326.
Kepler'sche Gesetze 46.
Kinetische Energie 33.
— Theorie der Gase 90.
Kirchhoff's Satz über die Beziehung zwischen Emissions- und Absorptionsvermögen 270.
Klangfarbe 108.
Klemmenspannung 361.
Kohlendioxyd, festes 176.
— tropfbares 176.
König'sche Membrankapseln 128.
Kraftbegriff 4.
Kräfte, Definition gleicher 4.
Kraftlinien, magnetische 292.
Kritischer Druck 175.
— Zustand 175.
Kritische Temperatur 174.
Krummlinige Bewegung 38.
Krystalle, einaxige 253.
— negative 253.
— positive 253.
Kundt'sche Staubfiguren 128.
Künstliche Atmosphäre 167.
Kupferdämpfer 318, 357.

Ladungsarbeit 289.
Lamellenspannung 94.
Längsdilatation 85, 86.
Laplace'scher Faktor 115.
Latente Schmelzwärme 157, 158.
— Verdampfungswärme 163, 165.
Leiter, elektrische 272.
— erster und zweiter Klasse 303.
Leitungsvermögen, specifisches 323.
Lemniscaten zweiaxiger Krystalle 260.
Lenz'sches Gesetz 354.
Leuchtgasflamme 178.
Leydener Flasche 284.
Leidenfrost'scher Tropfen 187.
Libellen 139.
Lichteinheit 226.
Lichtwellenmessung 245.
Linearer Ausdehnungscoefficient 136.
Linearmagnet 291.
Linsen 209.
Linsenformel 209.
Lippenpfeife 126.
Lissajou'sche Figuren 118.
Longitudinalschwingungen der Stäbe und Röhren 128.
Longitudinalwellen 111, 113.
Luftballon 72.
Luftdruck 61.
Luftpumpe 68.
Luftpumpenversuche 69.
Luftthermometer 142.
— elektrisches, von Riess 288.
Luftwiderstand 30.
Lupe 218.

Maassflasche 287.
Mac Leod, Druckmessung nach 70.
Magnete, permanente 291.
Magnetfeld 292.
Magnetfelder elektrischer Ströme 343.
Magnetismus, inducirter 345.
— Grenzwerth des inducirten Magnetismus 345.
Magnetmaschine 361.
Magnetpol 293.
Magnetische Axe 294.
— Kraftlinien 292.
Magnetisches Moment 294.
Malus' Versuch 247.
Mariotte'sche Flasche 73.
Maschine 15.
Maschinen, Princip der Arbeit bei 16.
Masse 25, 28.
Massenmittelpunkt 28.
Maximumthermometer 135.
Maxwell'sche Theorie 374.
Mechanisches Wärmeäquivalent 150.
Mechanische Wärmetheorie 149.
— — Zweiter Hauptsatz 182.
Metallfällungen 330.
Meter 3.
Meterkilogramm 16.
Mikrofarad 338.
Mikrometerschraube 20.
Mikrophon 367.
Mikroskop 224.
Minimumthermometer 135.
Mischungsmethode 144.
Mittelpunkt paralleler Kräfte 11.
Molekel 171.
Molekulare Bewegungen 91.
Molekularkräfte 91.
Molekularmagnet 291.
Mond. Bewegung des Mondes 46.
Morseapparat 347.
Motor 80.
Multiplikator 316.
Musikalischer Klang 103.
— Ton und musikalischer Klang 106.
Musikalisches Intervall 104.

Nachwirkungsdilatationen 134.
Naturgesetz 1.
Natürliche Farben der Körper 229.

Nebenschlussmaschine 362.
Neef'scher Hammer 359.
Negative Krystalle 253.
Nicol'sches Prisma 254.
Niveaufläche 55.
— elektrische 283.
Normales Spektrum 246.
Normalelemente 306.
Normalverhältnisse des Drucks und der Temperatur 71.
Nutzeffekt eines Motors 81.

Oberflächenspannung 93.
Oberschlächtiges Rad 79.
Occlusion 102.
Oeffnungsfunke 358.
Oeffnungsstrom 357, 364.
Ohm 319, 337.
Ohm'sches Gesetz 107, 308.
Okulare 220.
Opernglas 223.
Optische Axe 253.
Ordentlicher Strahl 250.
Oscillirende Entladung 290.
Osmose 99.
Osmotischer Druck 100.

Papinianischer Topf 166.
Parallelogramm der Kräfte 8.
Paramagnetischer Körper 347.
Peltiereffekt 339.
Pendelartige Schwingungen 37.
Pendel, mathematisches 35.
— physisches 41.
Pendellänge, correspondirende 41.
Pendeluhr 44.
Permanenter Magnetismus 346.
Pferdekraft 79.
Phosphorescenz 230.
Photographie 230.
Photometrie 224.
Poiseuille'sches Gesetz 93.
Polabstand 294.
Polarisation des Lichts 247.
— durch Reflexion 249.
— durch einfache Brechung 249.
— durch doppelte Brechung 254.
— galvanische 331.
Polarisationsapparate 255.
Polarisationsebene 248.
Polarisationsstrom 331.
Polstärke 294.
Positive Krystalle 253.
Potential, elektrisches 281.
— der Erde 283.
— eines Leiters 283.
Potentielle Energie 33.
Prevost'sche Theorie 270.
Princip der virtuellen Bewegungen 16.
Prisma 201.
— achromatisches 206.
Prisma, gradsichtiges 207.
— Wernicke'sches 207.
Projektionsapparate 215.
Prony'scher Zaun 80.
Psychrometer 173.
Pyknometer 59.
Pyrheliometer 264.

Quadrantelektrometer, Thomson'sches 300.
Quarzfaden 317.
Quecksilberluftpumpen 69.
Quecksilberthermometer 131.
Quercontraction 85, 86.

Ramsden'sches Okular 221.
Randwinkel 96.
Raoult'sches Gesetz 159.
Reduktion der Gasvolumina 141.
— der Wägungen auf den luftleeren Raum 71.
Reelle Bilder 194.
Reflexion des Schalls 115.
— totale des Lichts 199.
Reflexionsgesetz 192, 237.
Regelation 161.
Reibung 18.
— innere 92.
Reibungselektrisirmaschine 278.
Relative Feuchtigkeit 172.
— Verzögerung 110.
Resonator 121.
Resultante 10.
Rheostat 319.
Rolle 14.
Rotation eines Magneten um einen Strom 352.
Ruhe 2.
Ruhewinkel 19.

Saccharimetrie 261.
Saiten 122.
Sammellinsen 209.
Sättigungsdruck 162, 167.
Saugpumpe 67.
Schallgeschwindigkeit im Wasser 109, 115.
— in Gasen 130.
— in festen Körpern 129.
— in der Luft 109, 114.
Schatten 190.
Scheinbare Ausdehnung 131, 135.
Scheinbare Grösse 217.
Schiefe Ebene 17, 28.
Schlagweite 287.
Schliessungsstrom 357, 364.
Schmelzpunkt 157.
— Aenderung des Schmelzpunkts durch Druck 160.
Schmelzpunktserniedrigung 159.
Schmelzwärme, latente 157, 158.
Schraube 20.

Schwarzer Körper 264.
Schwebungen 117.
Schwere 44.
Schwere auf der Erdoberfläche, Aenderung der 45.
Schwere, Ursache der 45.
Schwerpunkt 12.
Schwimmen 57.
Schwingungen, freie, eines Punktes 120.
— — der Luft in Röhren 125.
— — der Saiten 122.
Schwingungsbäuche 123.
Schwingungsform 38.
— Bestimmung der Schwingungsform 105.
Schwingungsknoten 123.
Schwingungszahl 103.
Schwungmaschine 40.
Sekundäre Produkte der Elektrolyse 327.
Sekunde 3.
Sekundenpendel 37.
Selbstinduktion 358.
Selbstthätige Stimmgabel 359.
Sieden 164.
— der Salzlösungen 167.
Siedepunkt 132, 164, 166.
Siedeverzug 165.
Siemens'sche Einheit 319.
Sirene von Cagniard de la Tour 104.
Skalenaräometer 59.
Snellius'sches Gesetz 198.
Solarconstante 264.
Solenoid 344.
Sonnenwärmespektrum 266.
Spannung 5.
Spannungsreihe 303.
Specifisches Gewicht 58.
— — der Gase 77.
Specifisches Leitungsvermögen 323.
Specifisches Volumen 58.
Specifische Wärme 144.
— der Gase 148.
— bei constantem Druck 154.
— bei constantem Volumen 154.
— des Quecksilbergases 157.
Spektralanalyse 207, 228.
Spektralapparat 222.
Spektrometer 221.
Spektrum 204.
— normales 246.
Sphärische Abweichung 214.
Sphärische Spiegel 195.
Spiegel, ebene 194.
Spiegel, sphärische 195.
Spiegelablesung 299.
Spiegelgalvanometer, Wiedemann'sches 316.
— Thomson'sches 317.
Spiegelsextant 193.
Spiegelteleskop 223.
Spitzen. Elektrische Wirkung der Spitzen 277.
Sprengel'sche Pumpe 76.
Spröder Körper 88.
Starrer Körper 9.
Statisches Moment 10.
Stehende Wellen 124.
— — elektrischer Kraft 369.
Stimmgabel, selbstthätige 359.
Stoss 27.
— elastischer Kugeln 88.
Strahlen elektrischer Kraft 369.
Stromdichte 328.
Stromeinheit, absolute elektromagnetische 314.
Stromverzweigung 320.
Superposition der elektrischen Kräfte 276.
— der magnetischen Kräfte 292.

Tangentenbussole 314.
Telephon 366.
Temperatur 131.
Temperaturbegriff 134.
Temperaturgefälle 184.
Temperaturskalen 132, 189.
Thaupunkt 173.
Thermaktine Körper 271.
Thermochemische Beziehungen 177.
— Gleichungen 177.
Thermoelement 340.
Thermometercalibrirung 133.
Thermomultiplicator 265.
Thermosäule 340.
Thermostrom 339.
Thomson'sches Quadrantelektrometer 300.
— Spiegelgalvanometer 317.
Tonhöhe 103.
Torricelli'sches Theorem 72, 77.
Torsion 87.
Totale Reflexion 199.
Trägheitsmoment 43.
Trägheitswiderstand 31.
Transversalwellen 111.
Trennungsfläche zweier Flüssigkeiten 54, 94.
Tropfbare Flüssigkeit 81.
Turmalin 255.
Turmalinzange 255.

Ueberhitzter Dampf 167.
Ultraviolette Strahlen 229.
Undulationstheorie des Lichts 234.
Unpolarisirbare Elektroden 333.
Unterkühlung 158.

Vacuummeter 69.
Verbindungswärme 177.
Verdampfen 164.
Verdampfungswärme, latente 163, 165.
Vergrösserung 217.
Vibrationsmikroskop 119.
Virtuelle Bilder 194.

Viskosität 92.
Volt 337.
Volt-Amper 338.
Voltameter 329.
Volumelasticität 81.
Volumänderung beim Schmelzen 160.

Wage 22.
Wärmeäquivalent, mechanisches 150.
Wärmecapacität 144.
Wärmefluss 184.
Wärmefortführung 186, 187.
Wärmeleitung 183.
— in der Erde 186
— der Krystalle 186.
Wärmeleitungsvermögen 184.
Wärmespektra, dunkle 267.
Wärmestrahlung 187.
Wasserhaut des Glases 102, 274.
Wasserkraft 79.
Wasserstrahlpumpe 73.
Wasserwellen 112.
Wasserzersetzung 325.
Watt 79, 338.
W. Weber's Theorie des inducirten Magnetismus 345.
Wellen, stehende 123, 124.
Wellenbewegung 110.
Wellenfläche 235, 250.
Wellenfläche, Fresnel'sche 254.
Wellenlänge 110, 234.
Wellenmaschine von Mach 110.
Wernicke'sches Prisma 207.
Wheatstone'sche Brücke 321, 367.
Widerstandskasten 319.
Wiedemann'sches Spiegelgalvanometer 316.
Windrichtung, durch die Erdrotation beeinflusst 48.
Winkelgeschwindigkeit 39.
Wurfbewegung 32.

Zerstreuungslinse 213.
Zinkographie 231.
Zug 85.
Zugkräfte 5.
Zungenpfeife 130.
Zusammendrückbarkeit 82, 84, 86.
Zusammensetzung von Bewegungen 34.
Zweiaxige Krystalle 253.

Druckfehler.

Seite				
15	Zeile 19	v. u.	lies	feste statt lose.
16	„ 18	„ „	„	3 . 2 „ 3 . 3.
19	„ 25	„ „	„	die Axenreibung statt den Reibungscoefficienten für die Axenreibung.
26	„ 9	„ „	„	seine Geschwindigkeit statt seiner Geschwindigkeit.
30	„ 17	„ „	„	die Quadratwurzeln aus den Halbmessern statt die Halbmesser.
33	„ 6	v. o.	„	v^2 statt c^2.
33	„ 11	„ „	„	9,81 statt 981.
44	„ 13	„ „	„	51° 28′ „ 57° 29′.
44	„ 22	„ „	„	Huyghens statt Huygens.
45	„ 17	„ „	„	$(R + h)^2$ statt $(R + h^2)$.
49	„ 18	v. u.	„	Huyghens statt Huygens.
49	„ 8 u. 24	„ „	„	Bernoulli statt Bernouilli.
53	„ 1	„ „	„	$A_1 A'_1$ statt $A' A'_1$.
54	„ 17	v. o.	„	der Oberfläche einer zusammenhängenden statt einer zusammenhängenden.
56	„ 8 u. 26	„ „	„	Parallelepiped statt Parallelopiped.
58	„ 19	v. u.	„	cm statt ccm.
59	„ 13	„ „	„	um das Gewicht der von ihm verdrängten statt um die .... verdrängte.
61	„ 23	„ „	„	kleiner an höher, grösser an tiefer statt grösser an höher, kleiner an tiefer.
95	„ 12	„ „	„	Art. 540 statt 538.
134	„ 9	v. o.	„	Art. 428 statt 429.
142	„ 1,2,3	v. u.	„	0,003670 statt 0,0003670 etc.
187	„ 17	v. o.	„	Leidenfrost statt Leydenfrost.
202	„ 20	v. u.	„	Art. 747 statt Art. 745.
208	„ 10	v. o.	„	Art. 746 statt Art. 744.

Druck von C. A. Wagner in Freiburg i. B.

Buchbinderei-Landesanst.
f. Körperbehind. Jugendl.
München, Kurzstr. 2

Bayerische StaatsBibliothek
Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Warburg, Emil,

Lehrbuch der Experimentalphysik für Studirende mit 403 Original-Abbildungen im Text

Freiburg i.B. [u.a.] 1893

Phys.g. 625 s
urn:nbn:de:bvb:12-bsb11881083-4